

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФРАКТАЛЬНОЙ РАЗМЕРНОСТИ КРУПНОМАСШТАБНОЙ СТРУКТУРЫ ПО СВЕРХНОВЫМ ТИПА Ia МЕТОДОМ ПОПАРНЫХ РАССТОЯНИЙ

А.А.РАЙКОВ¹, В.В.ОРЛОВ^{1,2}, Р.В.ГЕРАСИМ^{1,2}

Поступила 20 декабря 2013

Принята к печати 19 февраля 2014

Разработанный ранее авторами метод попарных расстояний применяется для выявления признаков фрактальности множества внегалактических сверхновых (822 сверхновых типа Ia в области $300^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$ и $0^\circ \leq \delta \leq 60^\circ$, $-5^\circ \leq \delta \leq 5^\circ$). Поскольку область пространства, занимаемая объектами выборки, сильно сплюснута, мы используем теорему Мандельброта о коразмерности. Рассмотрены три космологических модели: модель с метрикой Евклида, модель "усталого света", стандартная Λ CDM модель. Получены оценки фрактальной размерности $D \cong 2.69$ для первых двух моделей и $D \cong 2.64$ для Λ CDM модели.

Ключевые слова: *сверхновые: крупномасштабная структура: метод*

1. *Введение.* За последние десятилетия имел место сильный рост числа обнаруженных сверхновых (см. рис.1). Это послужило толчком к созданию сводных каталогов, которые дополняются, улучшаются и унифицируются по мере открытия новых объектов.

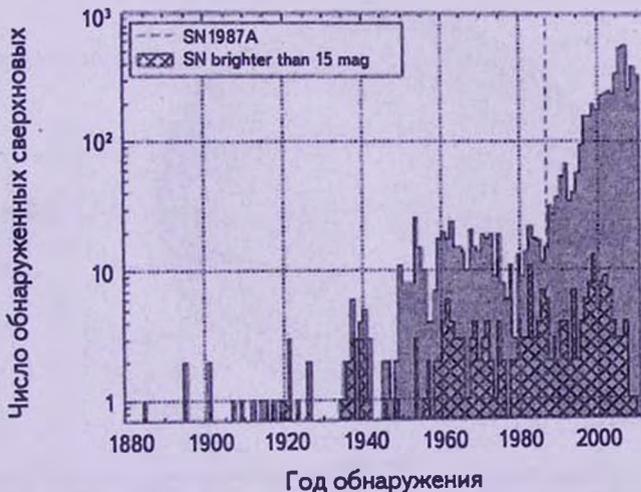


Рис.1. Распределение числа обнаруженных сверхновых по годам, согласно [1].

Принято разделять сверхновые на два типа. Сверхновые I типа находят как в спиральных, так и в эллиптических галактиках, в то время как сверхновые II типа встречаются только в спиральных галактиках. Отсюда следует пригодность сверхновых I типа в качестве "маркеров" пространственного распределения галактик различной морфологии.

В дальнейшем мы будем исходить из того, что множество сверхновых типа Ia отражает распределение вещества в исследуемой нами области. Для выявления структур и определения их свойств, нам необходимы однородные выборки сверхновых. Для создания таких выборок ниже мы рассмотрим имеющиеся в литературе сводные каталоги данных о сверхновых и составим рабочий каталог.

2. *Каталоги сверхновых.* Нами были рассмотрены четыре основных каталога, содержащие необходимые нам данные о внегалактических сверхновых: A Unified Supernova Catalogue (USC) [2], Asiago Supernova Catalogue (ASC) [3], List of SNe Maintained by the Central Bureau for Astronomical Telegrams (CBAT) [4], SAI Supernova Catalog (SSC) [5]. В первую очередь нас интересует информация о положениях сверхновых в пространстве, то есть координаты на небесной сфере и красные смещения.

Каталог USC представляет собой объединение трех каталогов - CBAT, ASC и SSC. Он содержит необходимую информацию, однако не подходит для решения нашей задачи, так как в нем были огрублены многие значения красных смещений. Каталог CBAT не удовлетворяет нас, так как он не содержит значений красных смещений сверхновых. Каталог ASC является on-line версией каталога [6]. Он содержит данные о сверхновых, наблюдавшихся с 1885г. до наших дней. Каталог основан на базе данных CDS (Centre de Données Astronomiques de Strasbourg) и регулярно обновляется.

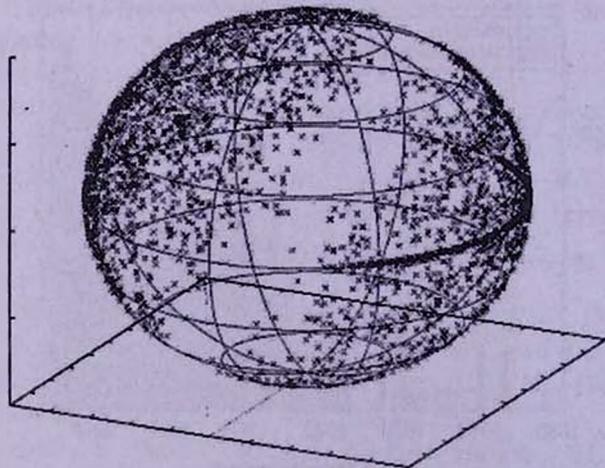


Рис.2. Распределение сверхновых на небесной сфере в экваториальной системе координат.

Каталог SSC на данный момент содержит более 6000 объектов. В SSC содержится не только информация о положениях сверхновых, но и данные о родительских галактиках. Каталог регулярно обновляется и содержит значения красных смещений с максимальной доступной точностью. Каталоги ASC и SSC практически равноценны. В качестве рабочего нами было решено использовать каталог SSC.

3. *Выборка.* Положения сверхновых каталога SSC были нанесены на небесную сферу (рис.2). На рисунке видна сильная концентрация сверхновых в экваториальной области. Эта концентрация связана с особенностями программы наблюдений [7]. Данная область хорошо подходит для нашего исследования вследствие однородности и полноты выборки.

Распределение 2795 сверхновых типа Ia на небесной сфере представлено

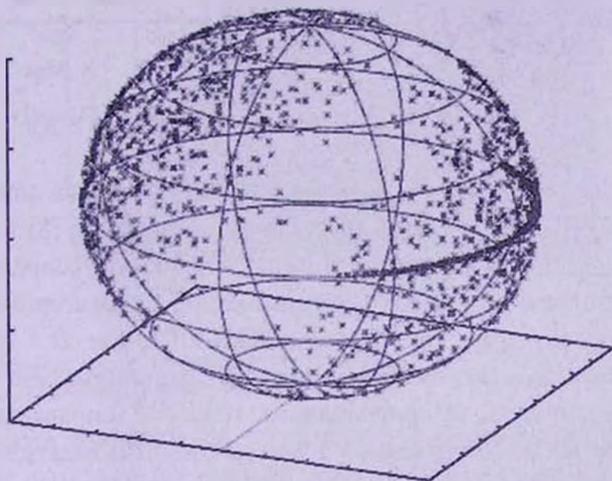


Рис.3. Распределение сверхновых типа Ia на небесной сфере в экваториальной системе координат.

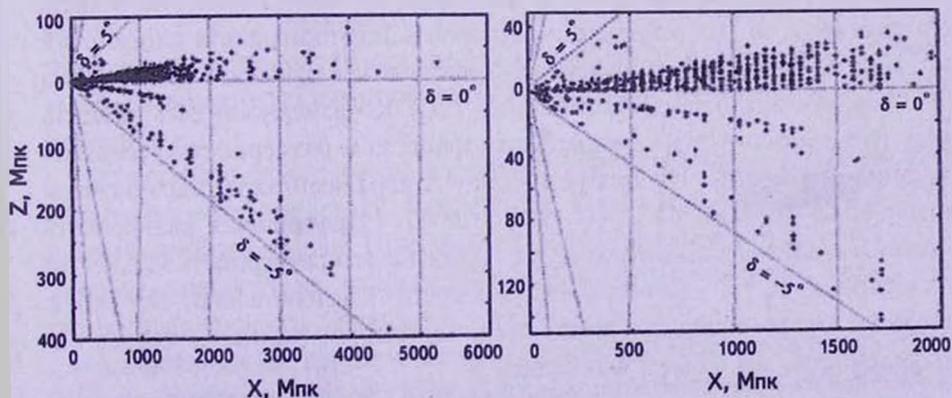


Рис.4. Распределение сверхновых в координатах $\delta - r(z)$.

на рис.3. В выбранной нами области $300^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$ и $0^\circ \leq \alpha \leq 60^\circ$, $-5^\circ \leq \delta \leq 5^\circ$ оказалось 822 сверхновых типа Ia. На рис.4 и 5 представлены проекции $\delta-r(z)$ и $\alpha-r(z)$ в двух разных масштабах (величины $r(z)$ вычислялись по линейному соотношению Хаббла). На рисунках наблюдаются дискретные структуры, природа которых обсуждается ниже.

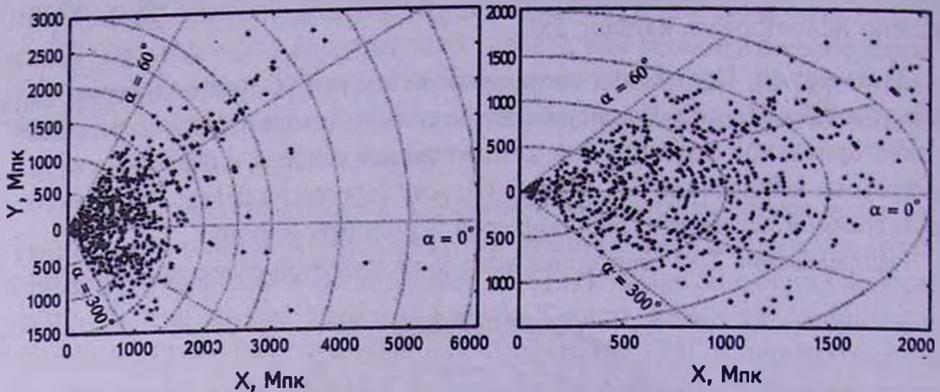


Рис.5. Распределение сверхновых в плоскости $\alpha-r(z)$.

4. *Методика обработки.* Статистическая обработка данных проводилась методом попарных расстояний, предложенным в [8] и [9]. В этих работах было показано, что дифференциальная функция распределения $f(l)$ попарных расстояний при малых l (по сравнению с характерным размером системы) ведет себя как степенная функция l^{D-1} , где D - фрактальная размерность множества. Так как область пространства, занимаемая множеством сверхновых, ограничена, то соотношение $f(l) \propto l^{D-1}$ справедливо, если в некоторой окрестности произвольной точки не будут сказываться локальный и граничный эффекты (см. дискуссию в [8]). Малые и большие (сравнимые по порядку величины с размерами рассматриваемой области) попарные расстояния нами не использовались.

Объекты используемой выборки заполняют сильно сплюснутую область (толщина среза много меньше его размеров в экваториальной плоскости). Этот факт позволяет нам использовать эмпирическое правило Манделъброта [10] - теорему о коразмерности (см. также [11]). Коразмерность есть разность между размерностью объемлющего пространства и размерностью рассматриваемого множества. Используя теорему о коразмерности, мы получаем соотношение $(3-D_0) = (3-D) + (3-D_p)$, где D - фрактальная размерность множества объектов в пространстве, D_0 - фрактальная размерность множества на плоскости, $D_p = 2$ - размерность плоскости. Следовательно, $D = D_0 + 1$. Используя метод попарных расстояний, описанный выше, и теорему о коразмерности, мы можем вычислить D .

5. *Результаты.* Для оценки фрактальной размерности пространст-

венного распределения сверхновых в рассматриваемой области около плоскости небесного экватора построим распределение попарных расстояний в проекции на экваториальную плоскость (рис.6).

Серия пиков на рис.6 обусловлена наличием красных смещений, измеренных с низкой точностью. Как правило, низкая точность присуща фотометрическим красным смещениям. Можно предложить два способа решения этой проблемы. Во-первых, мы можем исключить объекты с ненадежно измеренными значениями z , но тогда оставшаяся выборка (около 200 объектов) будет слишком мала для получения надежных результатов. Во-

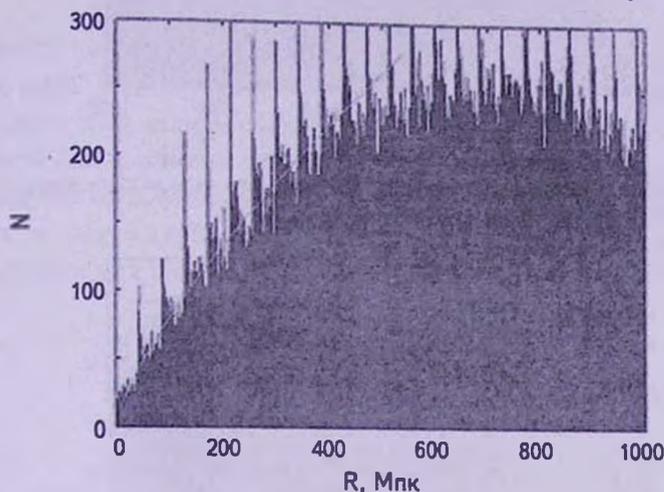


Рис.6. Распределение попарных расстояний R в проекции на экваториальную плоскость (без вариаций фотометрических z).

вторых, можно провести рандомизацию значений красных смещений, измеренных с низкой точностью. Мы используем второй способ. Были рассмотрены два варианта распределения ошибок: 1) равномерно случайно в интервале $\pm\sigma$ относительно приведенного в каталоге значения z (полученное в результате распределение попарных расстояний представлено на рис.7); 2) по нормальному закону со стандартом, равным σ , и математическим ожиданием, равным каталожному значению z (см. рис.8). Значения σ брались равными единице последнего знака приведенного в каталоге значения z .

Для оценки фрактальной размерности D применялась аппроксимация распределения попарных расстояний степенной функцией методом наименьших квадратов. При этом не рассматривались малые и большие попарные расстояния, чтобы исключить обсуждаемые выше локальные и граничные эффекты, а также неполноту выборки.

Аппроксимация методом наименьших квадратов проводилась по $N=430$ равным интервалам длиной 1 Мпк, попарные расстояния брались в промежутке

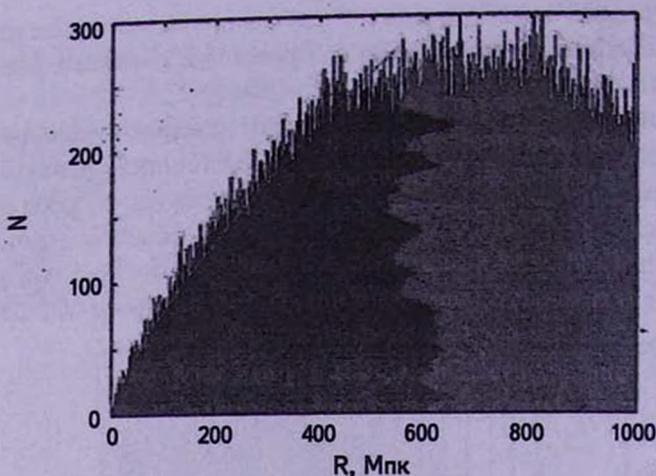


Рис.7. Распределение попарных расстояний в проекции на экваториальную плоскость (равномерно случайные вариации фотометрических z).

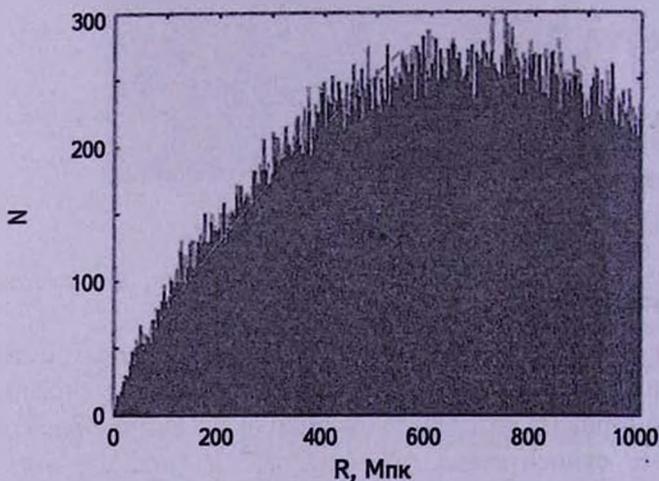


Рис.8. Распределение попарных расстояний в проекции на экваториальную плоскость (нормально распределенные вариации фотометрических z).

от 70 Мпк до 500 Мпк. Метрика считалась евклидовой. Соответствующие коэффициенты аппроксимации $y = ax^b$ и фрактальные размерности, а также их погрешности приведены в табл.1.

Из таблицы видно, что фрактальная размерность равна приблизительно $D \approx 2.70$. Учет артефактов, вызванных значениями z , измеренными с низкой точностью, привел к уменьшению оценки фрактальной размерности на величину ≈ 0.05 .

Наряду с евклидовой моделью были рассмотрены еще две модели:

- 1) модель "усталого света" (см., например, [12]);
- 2) стандартная Λ CDM модель (см., например, [13]).

Таблица 1

РЕЗУЛЬТАТЫ АППРОКСИМАЦИИ И ФРАКТАЛЬНЫЕ РАЗМЕРНОСТИ

Параметры Распределение ошибок	$a \pm \sigma_a$	$b \pm \sigma_b$	$D_0 \pm \sigma_0$	$D \pm \sigma$
Без вариаций	2.49 ± 0.31	0.749 ± 0.021	1.749 ± 0.021	2.749 ± 0.021
Равномерное	3.22 ± 0.14	0.704 ± 0.008	1.704 ± 0.008	2.704 ± 0.008
Нормальное	3.45 ± 0.16	0.690 ± 0.008	1.690 ± 0.008	2.690 ± 0.008

На рис.9 показано распределение попарных расстояний для модели "усталого света" при нормально распределенных вариациях фотометрических z . Результаты получились практически те же самые, что и в евклидовой модели (см. для сравнения рис.8). В результате степенной аппроксимации на промежутке от 70 Мпк до 500 Мпк было получено значение фрактальной размерности $D \pm \sigma = 2.689 \pm 0.008$. Это значение в пределах ошибок согласуется с результатами для евклидовой модели.

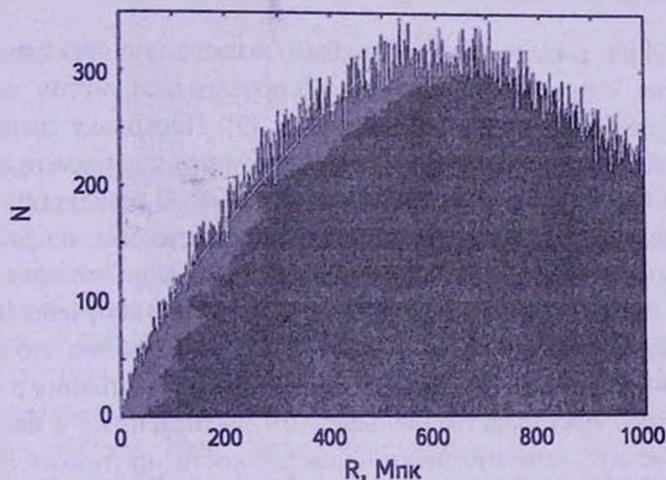


Рис.9. Распределение попарных расстояний для модели "усталого света" (нормально распределенные вариации фотометрических z).

На рис.10 показано распределение попарных расстояний для Λ CDM модели при нормально распределенных вариациях фотометрических z . Для вычисления попарных расстояний с учетом космологического расширения использовались формулы из работы Лиске [14], адаптированные для Λ CDM модели. В результате степенной аппроксимации на промежутке от 70 Мпк до 500 Мпк было получено значение фрактальной размерности $D \pm \sigma = 2.641 \pm 0.008$. Это значение несколько отличается от результатов для

евклидовой модели и модели "усталого света" (см. рис.8 и 9) в сторону уменьшения D .

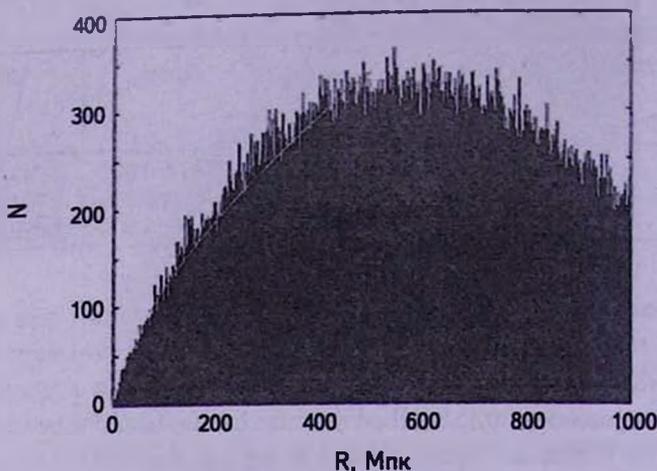


Рис.10. Распределение попарных расстояний для Λ CDM модели (нормально распределенные вариации фотометрических z).

6. *Дискуссия.* В настоящей работе было исследовано пространственное распределение сверхновых типа Ia. Использовался метод попарных расстояний, предложенный в работах [8] и [9]. Поскольку сверхновые в рассмотренной однородной выборке концентрируются к плоскости небесного экватора, мы применяем теорему о коразмерности. В результате получена оценка фрактальной размерности распределения сверхновых в пространстве для трех космологических моделей: евклидовой, модели "усталого света" и стандартной Λ CDM модели. В первых двух моделях получены значения $D = 2.69 \pm 0.01$; в третьей модели $D = 2.64 \pm 0.01$. Качественно это различие легко объяснимо, поскольку наблюдаемые попарные расстояния в условиях расширяющегося пространства меньше, чем вычисленные в евклидовой метрике. Отметим, что признаки фрактальности крупномасштабного распределения галактик были найдены по обзорам в разных участках неба (см., например, [15-17]).

Предположим, что сверхновые типа Ia, вспыхивающие в галактиках разных морфологических типов, являются "маркерами" пространственного распределения светящегося, а, возможно, и темного вещества. Тогда мы можем утверждать, что распределение материи в пространстве на масштабах в сотни Мегалпарсек неоднородно с элементами фрактальности.

¹ Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, Россия, e-mail: raikov@mail.ru

² Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия, e-mail: vorvor1956@yandex.ru

DETERMINATION OF THE FRACTAL DIMENSION OF
LARGE-SCALE STRUCTURE BY TYPE Ia
SUPERNOVAE BY PAIRWISE DISTANCES

A.A.RAIKOV, V.V.ORLOV, R.V.GERASIM

Previously developed by the authors method of pairwise distances (Astrophysics, 2010, 53, 441) is used to detect signs of fractals in sets of extragalactic supernovae (822 type Ia supernovae in region $300^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$ and $0^\circ \leq \delta \leq 60^\circ$, $-5^\circ \leq \delta \leq 5^\circ$). Since the region of space occupied by the objects is strongly flattened, we use the Mandelbrot theorem about the co-dimension. We consider three cosmological models: the model with the Euclidean metric, model of "tired light", and standard Λ CDM model. We obtain estimates of the fractal dimension $D \cong 2.69$ for the first two models and $D \cong 2.64$ for Λ CDM model.

Key words: *supernovae: large-scale structure: method*

ЛИТЕРАТУРА

1. D.Lennarz, D.Altmann, C.Wiebusch, Astron. Astrophys., 538, A120, 2012.
2. <http://cdsarc.u-strasbg.fr/viz-bin/qcat?J/A+A/538/A120>
3. <http://heasarc.gsfc.nasa.gov/W3Browse/all/asiagosn.html>
4. <http://www.cbat.eps.harvard.edu/lists/Supernovae.html>
5. <http://www.sai.msu.su/sn/sncat/>
6. R.Barbon, V.Buondi, E.Cappellaro, M.Turatto, Astron. Astrophys. Suppl. Ser., 139, 531, 1999.
7. J.A.Frieman et al., Astron. J., 135, 338, 2008.
8. A.Raikov, V.Orlov, Mon. Notic. Roy. Astron. Soc., 418, 2558, 2011.
9. A.A.Райков, В.В.Орлов, О.Б.Бекетов, Астрофизика, 53, 441, 2010.
10. Б.Мандельброт, Фрактальная геометрия природы. М., Институт компьютерных исследований, 2002.
11. Е.Федер, Фракталы. М., Мир, 1991.
12. P.A. La Violette, Astrophys. J., 301, 544, 1986.
13. Planck Collaboration, ArXiv:1303.5076, 2013.
14. J.Liske, Mon. Notic. Roy. Astron. Soc., 319, 557, 2000.
15. M.Joyce, M.Montuori, F.Sylos Labini, Astrophys. J., 514, L5, 1999.
16. J.Yadav, S.Bharadwaj, B.Pandey, T.R.Seshadri, Mon. Notic. Roy. Astron. Soc., 364, 601, 2005.
17. А.О.Веревкин, Ю.Л.Бухмастова, Ю.В.Барышев, Астрон. ж., 88, 357, 2011.

