

МОДЕЛЬ ДЕ-СИТТЕРА В ПРИСУТСТВИИ
СКАЛЯРНЫХ ПОЛЕЙ. II

Р.М.АВАКЯН, Г.Г.АРУТЮНЯН, А.В.ОВСЕПЯН, А.С.КОТАНДЖЯН

Поступила 31 мая 2013

Принята к печати 14 августа 2013

Работа представляет собой продолжение одноименной статьи, в отличие от которой рассматривается космологическая задача в рамках собственного представления теории тяготения Йордана-Бранса-Дикке (ЙБД), модифицированной космологическим скаляром.

Ключевые слова: космология; скалярное поле; вакуум; космологический скаляр

1. *Введение.* В первой части этой работы [1] картина эволюции Вселенной строилась на основе конформных представлений теории ЙБД, которые по существу близки к теории Эйнштейна. Известно, что идея обобщения ОТО путем введения гравитационного скаляра, непосредственно не взаимодействующего с материей, самым естественным образом возникла при попытке объединить гравитацию и электромагнетизм [2]. Теоретико-групповой анализ позволил сделать заключение о свойствах симметрии инвариантности Эйнштейн-Максвелловской теории в пятимерной формулировке, где объединенная группа произвольных преобразований координат и калибровочных преобразований потенциала электромагнитного поля изоморфна группе преобразований однородных координат пятимерного риманова пространства, относительно которой инвариантны полевые уравнение [3]. В этой изоморфной группе координаты преобразуются как 5-векторы, что позволяет построить дополнительный инвариант $y = g_{\alpha\beta} x^\alpha x^\beta$. При редукции в четырехмерие с требованием $y = 1$, как известно, получается система уравнений Эйнштейна-Максвелла. Так, без дополнительных гипотез, в результате физического анализа возникла идея обобщения теории гравитации, в которой кроме тензорного и векторного полей фигурирует скалярное поле с потенциалом y [4]. В дальнейшем эта теория была модифицирована в связи с возникновением проблемы космологической постоянной Λ - был введен космологический скаляр [5]. Наличие в теории Йордана безразмерной константы взаимодействия тензорного и скалярного полей ς позволяет получить целый ряд различных картин космической эволюции. В статье рассмотрен один из возможных вариантов космологических скаляров $\varphi = \Lambda$.

2. Неминимально-связанное скалярное поле при наличии $\varphi = \Lambda$. Задача решается с использованием действия [6-8]

$$W = \int \left[-y(R+2\Lambda) + \zeta g^{\mu\nu} \frac{\nabla_\mu y \nabla_\nu y}{y} \right] \sqrt{-g} d^4 x \quad (1)$$

метрики ФРУ [9] и обозначениями:

$$H = \frac{\dot{a}}{a}, \quad \psi = \frac{\dot{y}}{y}, \quad q = \frac{a\ddot{a}}{\dot{a}^2}, \quad \Omega_\Lambda = \frac{\Lambda}{3H^2}.$$

Система уравнений в удобных комбинациях имеет вид

$$3H^2 - \frac{\zeta}{2}\psi^2 + 3H\psi = \Lambda, \quad (2)$$

$$3H\psi - \zeta\psi^2 - 3qH^2 = -\frac{2\Lambda\zeta}{3+2\zeta}, \quad (3)$$

$$\frac{d}{dt}(ya^3) = \frac{2\Lambda}{3+2\zeta} ya^3. \quad (4)$$

Для решения уравнения (4) имеет смысл посчитать производную выражения

$$\frac{d}{dt}(ya^3) = ya^3(\psi + 3H). \quad (5)$$

Учитывая (4)

$$\dot{\psi} + \psi^2 + 3H\psi = \frac{2\Lambda}{3+2\zeta},$$

а из (3) -2 (2)

$$3\dot{H} + 9H^2 + 3H\psi = 2\Lambda \frac{(3+4\zeta)}{3+2\zeta},$$

в итоге

$$\frac{d^2(ya^3)}{dt^2} - ya^3 \cdot \frac{2\Lambda(4+3\zeta)}{3+2\zeta} = 0. \quad (6)$$

Решение (6) можно записать в виде

$$ya^3 = c_1 \operatorname{ch}At + c_2 \operatorname{sh}At = c \operatorname{ch}(At + \alpha), \quad \text{если } c_1 > c_2, \quad (7)$$

$$ya^3 = c_1 \operatorname{ch}At + c_2 \operatorname{sh}At = c \operatorname{sh}(At + \alpha), \quad \text{если } c_1 < c_2, \quad (8)$$

где

$$A^2 = \frac{2\Lambda(4+3\zeta)}{3+2\zeta}.$$

В случае (8) $ya^3 = c \operatorname{sh}(At + \alpha)$ и константы интегрирования определяются из соотношений

$$\begin{aligned} \psi_0 + 3H_0 &= A \operatorname{cth} \alpha, \\ y_0 a_0^3 &= c \operatorname{sh} \alpha \end{aligned} \quad (9)$$

Из уравнения (4) имеем

$$\dot{y}a^3 = \dot{y}_0 a_0^3 + \frac{2\Lambda c}{A(3+2\zeta)} [ch(At+\alpha) - ch\alpha] \quad (10)$$

и в результате деления на ya^3

$$\begin{aligned} \psi = \frac{\dot{y}}{y} &= \frac{\psi_0 sh\alpha}{sh(At+\alpha)} + \frac{2\Lambda}{A(3+2\zeta)} \left[\frac{ch(At+\alpha) - ch\alpha}{sh(At+\alpha)} \right] = \\ &= \frac{\psi_0 + H_0 \sqrt{\frac{6\Omega_\Lambda}{(4+3\zeta)(3+2\zeta)}} [shAt + cth\alpha(chAt-1)]}{chAt + cth\alpha \cdot shAt} \end{aligned} \quad (11)$$

Из уравнения (5)

$$H = \frac{A}{3} cth(At+\alpha) - \frac{\psi}{3} = \frac{A}{3} \frac{(cthAt \cdot cth\alpha + 1)}{cth\alpha + chAt} - \frac{\psi}{3}, \quad (12)$$

или

$$\frac{H}{H_0} = \frac{\sqrt{\frac{6\Omega_\Lambda}{(3+2\zeta)(4+3\zeta)}} [(\zeta+1)(shAt + cth\alpha(chAt-1))] + 1}{chAt + cth\alpha \cdot shAt} \quad (13)$$

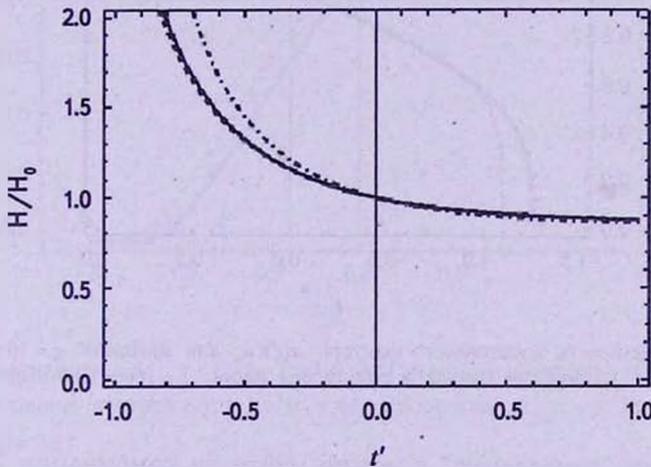


Рис.1. Зависимость $H(t')/H_0$ для значений $\zeta = 50$ (в левом секторе верхняя кривая), $\zeta = 500$ и $\zeta = 1000$ - соответственно верхняя и нижняя кривые в слившейся паре.

Из (2) в начальный момент $t=0$ определяется ψ_0/H_0

$$\frac{\zeta}{6} \left(\frac{\psi_0}{H_0} \right)^2 - \frac{\psi_0}{H_0} - (1 - \dot{\Omega}_\Lambda) = 0, \quad (14)$$

$$\frac{\psi_0}{H_0} = \frac{3}{\zeta} \left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{2}{3} \zeta (1 - \dot{\Omega}_\Lambda)} \right), \quad (15)$$

которое совместно с $\psi_0 + 3H_0 = Acth\alpha$ приводит к определению α

$$cth\alpha = \frac{1}{\sqrt{2\overset{\circ}{\Omega}_\Lambda}} \sqrt{\frac{3(3+2\zeta)}{4+3\zeta}} \left[\frac{1 \pm \sqrt{1 + \frac{2}{3}\zeta(1 - \overset{\circ}{\Omega}_\Lambda)}}{\zeta} + 1 \right]. \quad (16)$$

Интегрируя (13), можно получить выражение масштабного фактора $a(t)$

$$\frac{a}{a_0} = [chAt + cth\alpha \cdot shAt]^{(1+\zeta)/(4+3\zeta)} \times \frac{1-(1+\zeta)\sqrt{\frac{6\overset{\circ}{\Omega}_\Lambda}{(3+2\zeta)(4+3\zeta)}} cth\alpha}{\sqrt{cth^2\alpha - 1}} \times \left[\frac{\sqrt{\frac{cth\alpha+1}{cth\alpha-1}} e^{At} - 1}{\sqrt{\frac{cth\alpha+1}{cth\alpha-1}} - 1} \cdot \frac{\sqrt{\frac{cth\alpha+1}{cth\alpha-1}} + 1}{\sqrt{\frac{cth\alpha+1}{cth\alpha-1}} e^{At} + 1} \right] \quad (17)$$

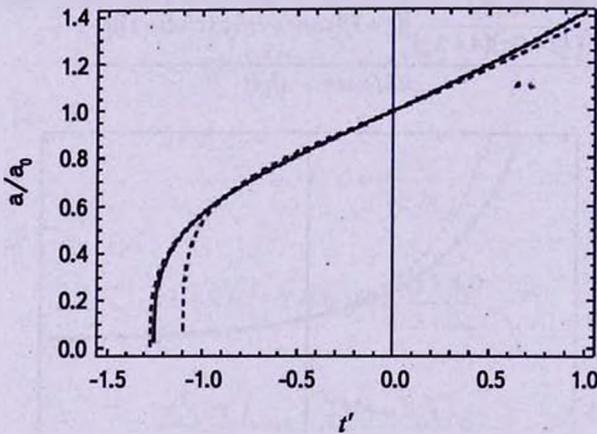


Рис.2. Зависимость масштабного фактора $a(t)/a_0$ для значений $\zeta = 50$ (пунктирная кривая), $\zeta = 500$ (сплошная кривая в слившейся паре), $\zeta = 1000$ (пунктирная кривая в слившейся паре).

Коэффициент "замедления" q можно найти из комбинации 2 (2)-(3)

$$q = 6\overset{\circ}{\Omega}_\Lambda \frac{1+\zeta}{3+2\zeta} \left(\frac{H_0}{H} \right)^2 - \frac{\Psi}{H} - 2. \quad (18)$$

Энергетический вклад скалярного поля Ω_ψ в произвольный момент времени определяется из (2)

$$\Omega_\psi = 1 - \overset{\circ}{\Omega}_\Lambda = 1 - \overset{\circ}{\Omega}_\Lambda \left(\frac{H_0}{H} \right)^2 = \frac{\zeta}{6} \left(\frac{\Psi}{H} \right)^2 - \left(\frac{\Psi}{H} \right). \quad (19)$$

Случай (7) $ya^3 = cch(At + \alpha)$ не рассматривается, поскольку $th\alpha$ и $cth\alpha$

в данной задаче равны одному и тому же численному значению (16), которое больше единицы.

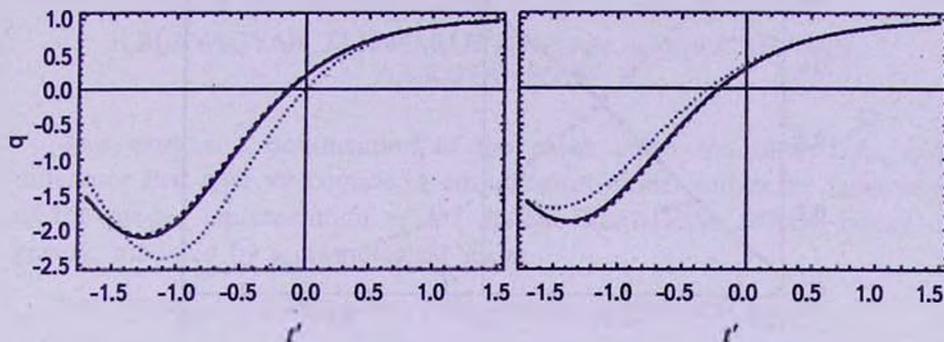


Рис.3. Зависимость $q(t')$ (единица измерения $5 \cdot 10^9$ лет) в случае $\zeta = 50$ (выделенная точками кривая), $\zeta = 500$ (сплошная кривая в слившейся паре), $\zeta = 1000$ (пунктирная кривая в слившейся паре). Левый рисунок соответствует формуле (16) со знаком плюс, правый - со знаком минус.

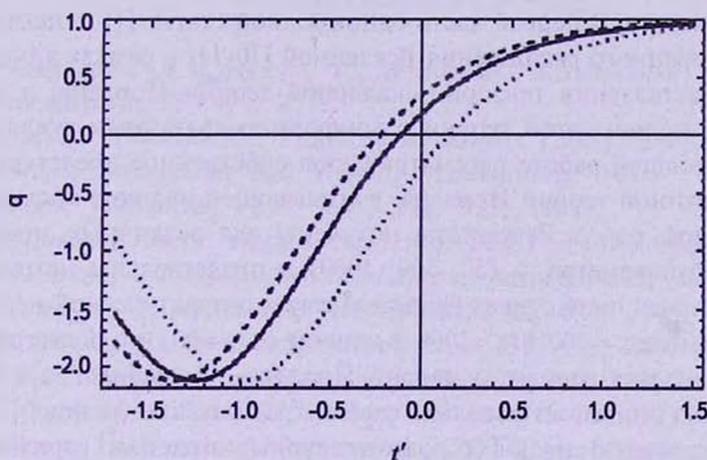


Рис.4. Зависимость $q(t')$ в случае $\zeta = 500$ для различных значений параметра $\Omega_\Lambda(t)$ (пунктирная кривая соответствует $\Omega_\Lambda(t) = 0.8$, сплошная $\Omega_\Lambda(t) = 0.75$, обозначенная точками $\Omega_\Lambda(t) = 0.6$).

На рис.1-5 изображены графики временных зависимостей величин $H(t)/H_0$, $q(t)$, $\Omega_y(t)$, $\Omega_\Lambda(t)$ и $a(t)/a_0$, причем единицей измерения времени, как и в предыдущих задачах, выбрано t'

$$At = H_0 \sqrt{\frac{6\dot{\Omega}_\Lambda(4+3\zeta)}{3+2\zeta}} = 3H_0 \sqrt{\dot{\Omega}_\Lambda} t \sqrt{\frac{2(4+3\zeta)}{3(3+2\zeta)}} = t' \sqrt{\frac{2(4+3\zeta)}{3(3+2\zeta)}} \quad (20)$$

(в эйнштейновском пределе $At = t'$).

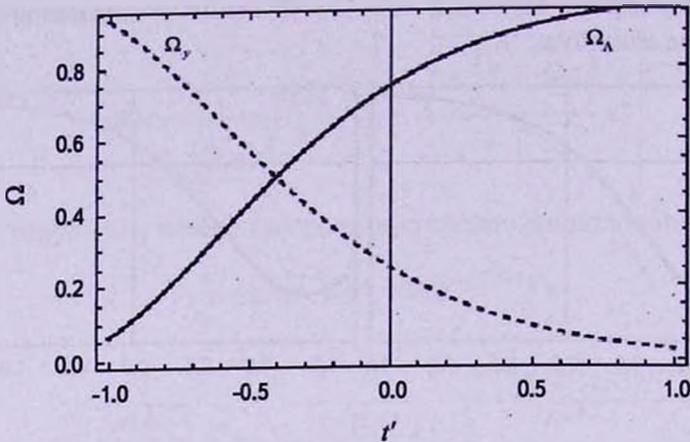


Рис.5. Зависимость энергетических вкладов $\Omega_\gamma(t')$ (пунктирная кривая) и $\Omega_\Lambda(t')$ (сплошная кривая) для варианта $\zeta = 500$.

3. *Заключение.* В первой части одноименной статьи [1] описывается сценарий ускоренного расширения Вселенной [10-11] в рамках эйнштейновского представления тензорно-скалярной теории Йордана, а также конформный вариант этой теории с конформно-связанным скалярным полем. В настоящей работе рассматривается собственное представление модифицированной теории Йордана, учитывающей наличие космологического скаляра $\phi = \Lambda$. Результаты получены для различных значений безразмерного параметра ζ (50, 500, 1000) и представлены на рис.1-5. Поведение кривых на рисунках свидетельствует о практической неразличимости вариантов $\zeta = 500$ и $\zeta = 1000$ в отличие от $\zeta = 50$, что подтверждает, во-первых, близость вариантов теории Йордана с большими ζ к ОТО, которая хорошо описывает довольно слабые гравитационные поля [12], и, во-вторых, отличную от ОТО роль скалярных полей в вариантах с малыми ζ , вследствие чего возникает возможность корректировки величины ускорения q при сравнении с экспериментальными данными. На рис.4 представлено изменение ускорения со временем для различных современных значений энергетического вклада космологического скаляра. На рис.5 изображено характерное для всех вариантов поведение энергетических вкладов скалярного поля и космологического скаляра. При сравнении полученных результатов с другими моделями, для плоской Вселенной в рамках тензорно-скалярной теории [13] прослеживается вполне определенная тенденция развития - энергетический вклад обычного вещества и скалярного поля неуклонно стремятся к нулю, а вклад, обусловленный наличием космологического параметра, наоборот растет.

De-SITTER'S MODEL IN THE PRESENCE OF
SCALAR FIELDS. IIR.M.AVAGYAN, G.H.HARUTYUNYAN, A.V.HOVSEPYAN,
A.S.KOTANJYAN

This work is a continuation of the paper under the same title, with difference that here we consider a cosmological model within the framework of the proper representation of the Jordan-Brans-Dicke (YBD) theory of gravity, modified by a cosmological scalar.

Key words: *cosmology: scalar field: vacuum: cosmological scalar*

ЛИТЕРАТУРА

1. Л.А.Амбарян, Р.М.Авакян, Г.Г.Арутюнян, А.В.Овсепян, Э.В.Чубарян, *Астрофизика*, 56, 471, 2013.
2. G.Ludwig, *Fortschritte der Projektive Relativitets Theory*, Braunschweig, 1951.
3. P.Jordan, *Schwerkraft und Weltall*, Braunschweig, 1951.
4. C.Brans, C.H.Dicke, *Phys. Rev.*, 124, 925, 1961.
5. В.В.Папоян, *Очерк теории тяготения ЙБД, ЭЧАЯ*, 34, 190, 2003.
6. Р.М.Авакян, Г.Г.Арутюнян, В.В.Папоян, *Астрофизика*, 48, 455, 2005.
7. Р.М.Авакян, Г.Г.Арутюнян, *Астрофизика*, 48, 633, 2005.
8. Р.М.Авакян, Г.Г.Арутюнян, *Астрофизика*, 51, 151, 2008.
9. Weinberg, *Gravitation and Cosmology*, John Wiley and Sons, New York, 1972.
10. E.T.Copeland, M.Sami, S.Tsujikawa, *Int. J. Mod. Phys.*, D15, 1753, 2006.
11. N.Brown, *High redshift Supernovae: Cosmological implications*, *Nuovo Cim. B* 120, 667, 2005.
12. S.M.Will, *Relativistic gravity in the solar system*, *Astrophys. J.*, '185, 31, 1973.
13. Р.М.Авакян, Г.Г.Арутюнян, А.В.Овсепян, *Астрофизика*, 53, 317, 2010.

