

МОДЕЛЬ ДЕ-СИТТЕРА В ПРИСУТСТВИИ СКАЛЯРНЫХ ПОЛЕЙ. I

Л.А.АБРАМЯН, Р.М.АВАКЯН, Г.Г.АРУТЮНЯН, А.В.ОВСЕПЯН,
Э.В.ЧУБАРЯН

Поступила 29 апреля 2013

Принята к печати 12 июня 2013

Работа выполнена на основе модифицированной тензорно-скалярной теории тяготения Йордана. Учитывая актуальность исследований, связанных с наличием вакуумных явлений в космической эволюции, рассмотрены некоторые стандартные космологические модели со скалярным полем и физическим вакуумом (доминирующее скалярное поле с учетом вакуумной энергии, которая феноменологически может быть представлена космологической постоянной Λ) в различных конформных представлениях теории Йордана.

Ключевые слова: *космология: скалярное поле: вакуум: космологическая постоянная*

1. *Введение.* Современные космологические наблюдения крупномасштабных структур (красное смещение сверхновых типа Ia) подтверждают, что Вселенная в настоящее время расширяется с ускорением и ее доминирующим компонентом является темная энергия. Это стимулирует развитие теории тяготения и приводит к возникновению многочисленных альтернативных вариантов, в том числе тензорно-скалярных. Уже в 1998-1999гг. стало понятно, что динамикой наблюдаемой Вселенной управляет не только тяготение, но и космическое отталкивание. Антитяготение способствует расширению Вселенной с ускорением, которое в прямых астрономических наблюдениях было обнаружено на больших расстояниях почти у края видимой Вселенной [1,2]. Яркость далеких сверхновых звезд определенного типа (Ia) настолько велика, что их можно зарегистрировать на космологических расстояниях в сотни и тысячи мегапарсек и выяснить, как движутся галактики, в которых обнаружены эти звезды. Наблюдения велись на мощном космическом телескопе "Хаббл" и крупнейших наземных рефлекторах. Тогда же удалось заметить и измерить зависимость видимой яркости источника от его красного смещения (относительное увеличение длины волны в наблюдаемом спектре источника). Характерной величиной в этом эффекте является ускорение, с которым движется источник света, и он существенно заметен только на больших расстояниях, где красное смещение не меньше единицы. Таким образом было обнаружено, что

скорости разбегающихся галактик возрастают со временем. Очевидно, что объяснение этого явления можно связать только с существованием космического отталкивания, физический источник которого уже принято называть темной энергией. Она предположительно невидима и неуловима: не излучает, не поглощает и не рассеивает свет. Феноменологически темная энергия - это своего рода сплошная среда с положительной плотностью и отрицательным давлением. Гипотеза об универсальном космическом отталкивании впервые была выдвинута Эйнштейном (1917г.), причем антигравитация представлена в уравнениях ОТО всего одной величиной - космологической постоянной Λ , которая всюду и всегда одинакова. В модели расширяющейся Вселенной Фридмана численное значение константы Λ не вытекает из теории, оно подлежит измерению в специальных космологических наблюдениях. В настоящее время это простейший способ интерпретации темной энергии, хотя и во многом правдоподобный. В стандартной модели плотность темной материи определяется Λ -ой, она постоянна во времени и однородна в пространстве, кроме того, Λ одинакова во всех системах отсчета. По данным [1,2] на долю темной энергии приходится 70% полной плотности Вселенной, 25% - темной материи, около 5% - "обычного вещества" (протоны, нейтроны, электроны, входящие в состав планет, звезды-барионы), 0.01% - реликтовое излучение. В результате перед космологическими исследованиями был поставлен ряд проблем. Кроме сингулярной природы эволюции Вселенной, встали вопросы об инфляционном изменении на начальной фазе развития и о стадии ускоренного расширения позднего этапа [3-5]. Представленная работа посвящена ряду работ, выполненных в рамках модифицированной тензорно-скалярной теории Йордана, так называемого "эйнштейновского представления" [6], когда скалярное поле является минимально связанным с тензорным полем, а также "собственного представления" этой теории с самосогласованным скалярным полем [7]. Учитывая актуальность исследований, связанных с наличием вакуумных явлений в космической эволюции, рассмотрены, во-первых, модель, в которой Λ является ответственной за эффекты, связанные с вакуумной энергией [8-10], во-вторых, рассмотрен конформный вариант теории Йордана в присутствии конформно-связанного скалярного поля.

2. Доминирующее скалярное поле с учетом вакуумной энергии в роли темной энергии. Исходя из вышеприведенного предполагаемого состава Вселенной, первоначально имеет смысл отбросить возможный вклад от всех видов энергии, кроме темной, представляемой космологической постоянной Λ , и энергии минимально- связанного скалярного поля.

Полевые уравнения в рамках "эйнштейновского" представления теории Йордана [11] с использованием метрики ФРУ (Фридман-Робертсон-Уолкер)

[12] для плоской Вселенной имеют вид

$$dS^2 = dt^2 - a^2(t) \left[dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin\theta d\varphi^2) \right], \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} (\Phi a^3) = 0, \quad (2)$$

$$\frac{3\dot{a}^2}{a^2} = 8\pi G \frac{\Phi^2}{2} + \Lambda, \quad (3)$$

$$\frac{3\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} = -8\pi G \frac{\dot{\Phi}^2}{2} + \Lambda, \quad (4)$$

где плотность энергии $\epsilon = \frac{\Lambda}{8\pi G} + \frac{\Phi^2}{2}$, давление $P = -\frac{\Lambda}{8\pi G} + \frac{\Phi^2}{2}$, а точка обозначает производную по времени ($\dot{f} = df/dt$).

Вводя "постоянную Хаббла" (хаббловская скорость расширения)

$$H = \frac{\dot{a}}{a}, \quad (5)$$

безразмерный параметр "замедления"

$$q = \frac{\ddot{a}}{a} \frac{1}{H^2} = \frac{\ddot{a}a}{\dot{a}^2} \quad (6)$$

и, по аналогии с известной эйнштейновской критической плотностью $\epsilon_{k0} = 3H_0^2/8\pi G$ (H_0 - современное значение параметра Хаббла)

$$\epsilon_k = \frac{3H^2}{8\pi G}, \quad (7)$$

перепишем уравнения (2)-(4), выраженные через наблюдательные параметры и поэтому приобретшие прозрачный физический смысл. Уравнение (3) записывается в виде

$$1 = \frac{\epsilon_{ck}}{\epsilon_k} + \frac{\epsilon_\Lambda}{\epsilon_k} = \Omega_{ck} + \Omega_\Lambda, \quad (8)$$

где $\epsilon_{ck} = \frac{\Phi^2}{2}$, $\epsilon_\Lambda = \frac{\Lambda}{8\pi G}$, $\Omega_{ck} = \frac{\epsilon_{ck}}{\epsilon_k}$, $\Omega_\Lambda = \frac{\epsilon_\Lambda}{\epsilon_k}$.

Таким образом, вклады энергии скалярного поля и поля, порожденного Λ -членом до тех пор, пока Вселенную можно считать плоской (кривизна гиперповерхности $k=0$), в сумме дают единицу. Аналогично (4) приводится к виду

$$2q+1 = -3\Omega_{ck} + 3\Omega_\Lambda, \quad (9)$$

или

$$\frac{2}{3} \frac{\dot{H}}{H^2} + 1 = -\Omega_{ck} + \Omega_\Lambda. \quad (10)$$

Из последних двух соотношений очевидно, что при взаимной компенсации

вкладов скалярного и вакуумного полей (или при их отсутствии) параметр "замедления" принимает известное эйнштейновское значение $q_0 = -1/2$.

Из (8) и (10), исключив Ω_Λ

$$\frac{\dot{H}}{3H^2} = -\Omega_{ck} = -\frac{\dot{\Phi}^2}{2} \frac{8\pi G}{3H^2} \quad (11)$$

и с учетом (3)

$$8\pi G \frac{\dot{\Phi}^2}{2} = 3H^2 - \Lambda \quad (12)$$

получим

$$\dot{H} = \Lambda - 3H^2, \quad (13)$$

$$\frac{H}{H_0} = \sqrt{\dot{\Omega}_\Lambda} \operatorname{cth} \left(3H_0 \sqrt{\dot{\Omega}_\Lambda} t + \delta \right), \quad e^{2\delta} = \frac{1 + \sqrt{\dot{\Omega}_\Lambda}}{1 - \sqrt{\dot{\Omega}_\Lambda}} \quad (14)$$

с предельным значением

$$(H/H_0)_\infty = \sqrt{\dot{\Omega}_\Lambda} \quad \text{или} \quad H_\infty = \sqrt{\frac{\Lambda}{3}}. \quad (15)$$

Следуя определению (5) для масштабного коэффициента $a(t)$, получаем

$$\left(\frac{a}{a_0} \right)^3 = \operatorname{sh} \left(3H_0 \sqrt{\dot{\Omega}_\Lambda} t + \delta \right) / \operatorname{sh} \delta. \quad (16)$$

Что касается относительных вкладов Ω_Λ и Ω_{ck} , то их нетрудно выразить через соответствующие величины, относящиеся к современному состоянию Вселенной и обозначенные значком ноль

$$\begin{aligned} \Omega_\Lambda &= \dot{\Omega}_\Lambda \left(\frac{H_0}{H} \right)^2, & \Omega_{\Lambda\infty} &\rightarrow 1 \\ \Omega_{ck} &= 1 - \Omega_\Lambda, & \Omega_{ck\infty} &\rightarrow 0. \end{aligned} \quad (17)$$

Выражение параметра замедления при этом имеет вид

$$q = 1 - 3\Omega_{ck} = -2 + 3\dot{\Omega}_\Lambda \left(\frac{H_0}{H} \right)^2, \quad q_\infty \rightarrow 1, \quad (18)$$

а момент времени, соответствующий нулевому ускорению расширяющейся Вселенной

$$t_{0q=0} = \frac{\operatorname{Arcth} \sqrt{3/2} - \delta}{3H_0 \sqrt{\dot{\Omega}_\Lambda}}. \quad (19)$$

Отметим, что на приведенных в статье рисунках изображена зависимость от времени, которое измеряется в единицах $\left(3H_0 \sqrt{\dot{\Omega}_\Lambda} \right)^{-1} \approx 5 \cdot 10^9$ лет, где

принятое в настоящее время $H_0^{-1} = 13 \cdot 10^9$ лет, $\dot{\Omega}_\Lambda = 0.75$. На рис.1-4 представлены временные зависимости полученных параметров эволюцион-

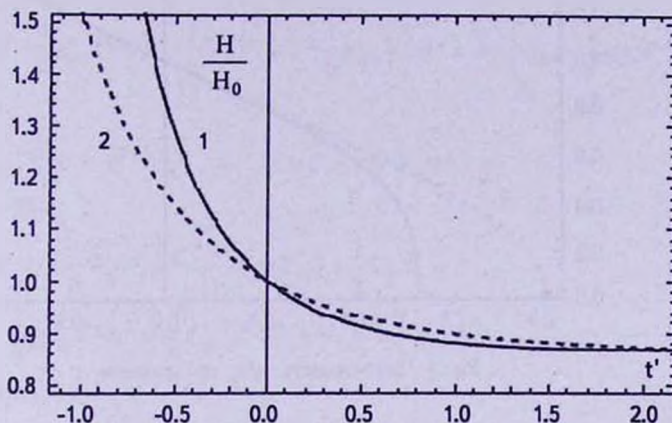


Рис.1. Зависимость H/H_0 от времени t' (единица измерения $5 \cdot 10^9$ лет).

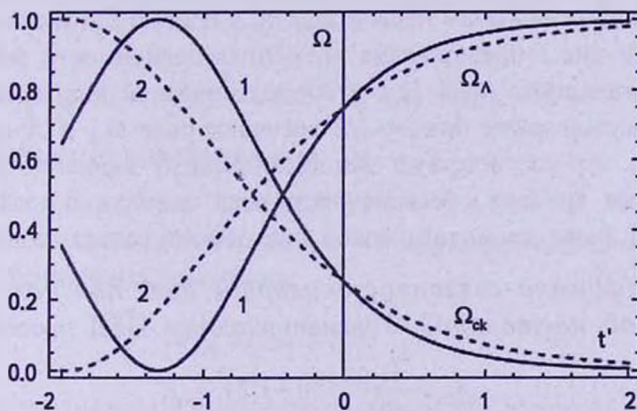


Рис.2. Зависимость Ω_Λ и $\Omega_{\text{ск}}$ от времени t' .

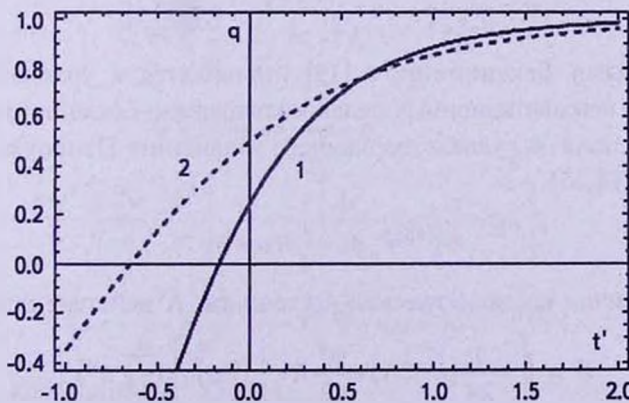
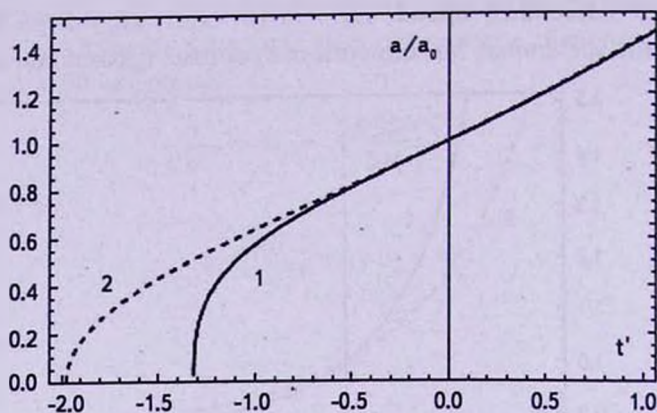


Рис.3. Зависимость параметра q от времени t' .

Рис.4. Зависимость a/a_0 от времени t' .

ного развития Вселенной для обоих вариантов тензорно-скалярной теории, рассмотренных в настоящей статье. Кривые 1 изображают величины, соответствующие результатам первой задачи, а кривые 2 - относятся ко второй задаче. На рис.2 представлена временная зависимость энергетических вкладов скалярного поля Ω_{ck} и космологической постоянной Ω_Λ . Как видно, в первой задаче при $t = -1/2$ скалярное поле Ω_{ck} и Λ компенсируют друг друга, что соответствует эйнштейновскому значению $q = -1/2$. При устремлении времени к бесконечности роль скалярного поля уменьшается до нуля, а вклад космологической постоянной растет до единицы.

3. *Конформно-связанное скалярное поле при наличии космологической постоянной.* Уравнения теории ЙБД преобразованиями

$$\tilde{g}_{\mu\nu} = \frac{1}{4} z^{(n+1)/n} (1 + z^{-n})^2 g_{\mu\nu}, \quad (20)$$

$$\psi = \frac{6z^n - 1}{kz^n + 1}, \quad n = \sqrt{\frac{3+2\xi}{3}}, \quad z = \left(\frac{y}{y_0} \right)^n, \quad (21)$$

используемыми Бекенштейном [13], приводятся к уравнениям ОТО с источником негравитационных полей и конформно-связанного безмассового скалярного поля ψ , удовлетворяющего уравнению Пенроуза -Черникова -Тагирова [14,15]

$$g^{\alpha\beta} \nabla_\alpha \psi \nabla_\beta \psi - \frac{1}{6} R \psi = 0.$$

При наличии космологической постоянной Λ действие принимает вид

$$W = \int \left[-\frac{1}{2k} (R + 2\Lambda) + \frac{\psi^2}{12} R + \frac{1}{2} (\nabla\psi)^2 \right] \sqrt{-g} d^4x, \quad (22)$$

а соответствующие уравнения

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R - \lambda g_{\mu\nu} = k T_{\mu\nu}, \quad (23)$$

$$T_{\mu\nu} = \nabla_\mu \psi \nabla_\nu \psi - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} (\nabla \psi)^2 - \frac{1}{6} \nabla_\mu \nabla_\nu \psi^2 + \frac{1}{6} g_{\mu\nu} \nabla^2 \psi^2 + \frac{\psi^2}{6} \left(R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R \right), \quad (24)$$

где

$$\nabla^2 \psi = g^{\mu\nu} \nabla_\mu \nabla_\nu \psi, \quad (\nabla \psi)^2 = g^{\mu\nu} \nabla_\mu \psi \nabla_\nu \psi.$$

Имея в виду, что

$$\begin{aligned} \frac{1}{6} \nabla_\mu \nabla_\nu \psi^2 &= \frac{1}{3} \nabla_\mu \psi \nabla_\nu \psi + \frac{1}{3} \nabla_\mu \nabla_\nu \psi, \\ \frac{1}{6} g_{\mu\nu} \nabla^2 \psi^2 &= \frac{1}{3} g_{\mu\nu} g^{\alpha\beta} \nabla_\beta \psi \nabla_\alpha \psi + \frac{1}{3} g_{\mu\nu} \nabla^2 \psi, \end{aligned} \quad (25)$$

окончательно получим

$$\left(1 - \frac{k \psi^2}{6} \right) \left(R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R \right) - \Lambda g_{\mu\nu} = k \tau_{\mu\nu} \quad (26)$$

с

$$\tau_{\mu\nu} = \frac{2}{3} \nabla_\mu \psi \nabla_\nu \psi - \frac{1}{6} g_{\mu\nu} (\nabla \psi)^2 - \frac{\psi}{3} \nabla_\mu \nabla_\nu \psi + \frac{\psi}{3} g_{\mu\nu} \nabla^2 \psi.$$

Свертка последнего выражения дает

$$R = -4\Lambda. \quad (27)$$

В результате конформно-связанное поле ψ в присутствии космологической постоянной удовлетворяет уравнению

$$\nabla^2 \psi + \frac{2}{3} \Lambda \psi = 0. \quad (28)$$

Таким образом, аналог космологической задачи де-Ситтера ($\varepsilon = 0, P = 0$) определяется основными уравнениями

$$-6 \left(\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} \right) = -4\Lambda, \quad (29)$$

$$\ddot{\psi} + 3H\dot{\psi} + \frac{2}{3}\Lambda\psi = 0, \quad (30)$$

$$\left(1 - \frac{k \psi^2}{6} \right) \left[\frac{2\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} \right] - \Lambda = -\frac{k}{3} \left[\frac{\dot{\psi}^2}{2} - 2\psi\dot{\psi}\frac{\dot{a}}{a} - \psi\ddot{\psi} \right], \quad (31)$$

$$\left(1 - \frac{k \psi^2}{6} \right) \frac{3\dot{a}^2}{a^2} - \Lambda = k \left(\frac{\dot{\psi}}{2} + \psi\dot{\psi}\frac{\dot{a}}{a} \right), \quad (32)$$

где $H = \dot{a}/a$ - коэффициент Хаббла.

Из (29) можно получить, параметр "замедления"

$$q = \frac{\ddot{a}a}{\dot{a}^2} = \frac{2}{3} \frac{\Lambda}{H^2} - 1 = 2\Omega_\Lambda - 1, \quad (33)$$

где $\Omega_\Lambda = \frac{\Lambda}{8\pi G} \frac{8\pi G}{3H^2}$ ($\rho_{cr} = \frac{3H^2}{8\pi G}$ - критическая плотность плоской Вселенной).

Поскольку Ω_Λ по современным представлениям ≈ 0.75 , поставленная задача, по существу, описывает расширяющуюся с ускорением плоскую Вселенную с учетом доминирующего конформно-связанного поля в присутствии космологической постоянной Λ .

Уравнения (31) и (32), записанные в вышеприведенных обозначениях, принимают вид

$$\left(1 - \frac{k\psi^2}{6}\right)(2q+1) - 3\Omega_\Lambda = -\frac{k}{3H^2} \left(\frac{\dot{\psi}^2}{2} - 2\psi\dot{\psi}H - \psi\ddot{\psi}\right), \quad (34)$$

$$\left(1 - \frac{k\psi^2}{6}\right) - \Omega_\Lambda = \frac{k}{3H^2} \left(\frac{\dot{\psi}^2}{2} + \psi\dot{\psi}H\right), \quad (35)$$

из которых следует, что сумма (34) и (35) совпадает с (33), а это означает, что они не являются независимыми. Второе уравнение из этой пары может быть переписано так, как принято во всех аналогичных космологических задачах, описывающих плоскую Вселенную

$$1 - \Omega_\Lambda - \frac{k\psi^2}{6H^2} \left(H^2 + 2\frac{\dot{\psi}}{\psi}H + \frac{\dot{\psi}^2}{\psi^2}\right) = 0, \quad (36)$$

откуда естественно предположить, что энергетический вклад скалярного поля представлен третьим членом (36).

Уравнение (30) можно переписать следующим образом

$$\frac{d}{dt}(\dot{\psi}a^3) = -\frac{2}{3}\Lambda\psi a^3 \quad (37)$$

и посчитав вторую производную ψa^3 с использованием (29) и (30), можно получить линейное дифференциальное уравнение второго порядка

$$\frac{d^2(\psi a^3)}{dt^2} - 3H \frac{d}{dt}(\psi a^3) + 2\psi a^3 \left(\frac{2}{3}\Lambda - 3H^2\right) = 0. \quad (38)$$

Другая возможность решения (30) сводится к подстановке $\Phi = \frac{\dot{\psi}}{\psi} + \frac{\ddot{a}}{a}$, которая дает уравнение первого порядка

$$\dot{\Phi} + \Phi^2 + \Phi H = 0. \quad (39)$$

Для функции $y = 1/\Phi$ имеем

$$\dot{y} - Hy - 1 = 0, \quad (40)$$

решение которого

$$y = c(t)a = a \int_0^t \frac{dt}{a} = \frac{1}{\frac{\dot{\psi}}{\psi} + H}. \quad (41)$$

Из (29) имеем

$$\frac{dH}{dt} + 2H^2 = \frac{2}{3}\Lambda, \quad (42)$$

откуда, вводя обозначение

$$e^{2\delta} = \frac{1 + \sqrt{\dot{\Omega}_\Lambda}}{1 - \sqrt{\dot{\Omega}_\Lambda}}, \quad (43)$$

получаем временную зависимость параметра Хаббла

$$\frac{H}{H_0} = \sqrt{\dot{\Omega}_\Lambda} \operatorname{cth} \left(2H_0 \sqrt{\dot{\Omega}_\Lambda} t + \delta \right). \quad (44)$$

С учетом обозначения $H = \dot{a}/a$, интегрирование (44) дает выражение масштабного фактора $a(t)$

$$(a/a_0)^2 = \frac{\operatorname{sh} \left(2H_0 \sqrt{\dot{\Omega}_\Lambda} t + \delta \right)}{\operatorname{sh} \delta}. \quad (45)$$

Для сравнения полученных временных зависимостей с аналогичными в первой задаче в качестве абсцисс снова выбрано $t' = 3H_0 \sqrt{\dot{\Omega}_\Lambda} t$, так что, например, (44) принимает вид

$$H/H_0 = \sqrt{\dot{\Omega}_\Lambda} \operatorname{cth} \left(\frac{2}{3}t' + \delta \right). \quad (46)$$

На рис.1-4 кривые 2 относятся к результатам второй задачи.

5. Заключение. По современным представлениям [1,2] доля "обычного вещества" составляет около 5% полной плотности Вселенной - поэтому результаты, полученные в первом пункте этой работы дают довольно объективную эволюционную картину, что подтверждается при сравнении с [16], в которой учтен вклад "обычного вещества", а результаты сравнимы с экспериментальными данными. Как видно из рис.1-4, качественного различия результатов представленных задач практически нет, расширение ускоренное в обоих случаях, роль скалярного поля стремится к нулю и доминирующим становится вклад вакуума. Во второй части этой работы космическое развитие будет рассмотрено на основе модифицированной теории тяготения Йордана-Дикке-Бранса, которая позволяет получать результаты для разных коэффициентов безразмерного параметра ζ , определяющего степень взаимодействия тензорного и скалярного полей.

DE-SITTER'S MODEL IN THE PRESENCE OF SCALAR FIELDS. I

L.A.ABRAMYAN, R.M.AVAGYAN, G.H.HARUTYUNYAN,
A.V.HOVSEPYAN, E.V.CHUBARYAN

The work is based on Jordan's modified tensor-scalar theory of gravity. Due to the relevance of the researches related to the presence of vacuum phenomena in cosmic evolution, some of the standart cosmological models with a scalar field and physical vacuum are considered (dominant scalar field with vacuum energy that can phenomenologically be presented as a cosmological constant) in varius conformal presentations of Jordan's theory.

Key words: *cosmology: scalar field: vacuum: cosmological constant*

ЛИТЕРАТУРА

1. A.G.Riess, Astron. J., 116, 1009, 1998.
2. S.Permutter, Astrophys. J. Mod. Phys., 517, 565, 1999.
3. N.Brown, Nuovo Cim., 120, 667, 2005.
4. E.T.Copeland, M.Sami, S.Tsujikawa, Int. J. Mod. Phys., D15, 1753, 2006.
5. V.Sahni, A.A.Starobinsky, Int. J. Mod. Phys., D9, 273, 2000.
6. Р.М.Авакян, Г.Г.Арутюнян, В.В.Папоян, Астрофизика, 48, 455, 2005.
7. Р.М.Авакян, Г.Г.Арутюнян, Астрофизика, 48, 633, 2005.
8. S.Carneiro, Int. J. Mod. Phys., D15, 2241, 2006.
9. R.Schutzhold, Phys. Rev. Lett., D89, 302, 2002.
10. A.A.Starobinsky, Phys. Rev. Lett., D91, 99, 1980.
11. Г.Г.Арутюнян, В.В.Папоян, Астрофизика, 44, 483, 2001.
12. S.Weinberg, Gravitation and Cosmology, John Wiley and Sons, New York, 1972.
13. J.D.Bekenshtein, Ann. Phys. (N.Y.), 82, 535, 1974.
14. R.Penrose, Relativity, groups and topology, N.Y., 1964.
15. N.Chernikow, E.Tagirow, Ann. Inst. Henri Poincare, 9, 109, 1968.
16. Р.М.Авакян, Г.Г.Арутюнян, А.В.Овсепян, Астрофизика, 54, 631, 2011.