# АСТРОФИЗИКА

ТОМ 56 ФЕВРАЛЬ, 2013 ВЫПУСК 1


# УРАВНЕНИЯ МАГНИТНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ ДЛЯ КОРЫ НЕЙТРОННОЙ ЗВЕЗДЫ


Д.М.СЕДРАКЯН, А.С.АРУТЮНЯН, М.В.АЙРАПЕТЯН



Поступила 21 ноября 2012



**Приведены физические характеристики вещества в коре нейтронной звезды. Обсуждаются условия применения уравнений магнитной гидродинамики с учетом сил вязких трений и наличия конечной электро- и теплопроводности среды. Показано, что можно упростить некоторые уравнения магнитной гидродинамики при изучении распространения магнитозвуковых волн в неоднородной коре нейтронной звезды.**



Ключевые слова: *нейтронные звезды: магнитная гидродинамика*


1. *Введение.* Наблюдения за более чем 1700 пульсарами выявили множество вопросов, касающихся строения нейтронных звезд и процессов, происходящих в них. В числе нерешенных проблем главное место занимает выявление механизма радиоизлучения пульсаров, радиосветимость которых порядка $10^{26}$-$10^{30}$ эрг/с, что составляет $10^{-4}$-$10^{-6}$ часть от полных потерь энергии вращения пульсаров. Если предположить, что источником энергии радиоизлучения является вращательная энергия пульсара, то для объяснения особенностей радиоизлучения пульсаров необходимо указать физические механизмы преобразования кинетической энергии вращения пульсара в энергию электромагнитного излучения. В работах [1,2] принято, что источником энергии радиоизлучения пульсаров может служить энергия магнитного поля, которая берется из энергии вращения звезды. Нейтронная звезда, являющаяся моделью пульсара, обладает магнитным полем порядка $10^{12}$-$10^{13}$ Гс, причем это поле имеет сложную струкутру и образуется из суперпозиции остаточного магнитного поля и магнитного поля, генерированного при переходе вращающейся ядерной компоненты нейтронной звезды (нейтронов и протонов) в сверхтекучее состояние [3-6]. Как показано в работах [1,2], на границе сверхтекучего ядра и коры нейтронной звезды образуется "магнитное пятно" с радиусом порядка 500 м. Образование "магнитного пятна" и приведенное значение его размера обусловлено наличием магнитного поля, лежащего в плоскостях, параллельных экваториальной плоскости звезды и образованием у границы коры нейтронной звезды безвихревой зоны толщиной порядка 5 м [2]. В этом пятне происходит энерговыделение из-за постоянного притока к нему намагниченных кластеров

нейтрон-протонных вихревых нитей, что приводит к нарастанию магнитного поля до значения второго критического поля. Это энерговыделение в коре нейтронной звезды возбуждает магнитозвуковые волны, которые переводят выделенную энергию на поверхность нейтронной звезды с последующим ее излучением радиоволнами, генерированными на поверхности звезды.

Распространение линейных магнитоупругих волн в плазме коры нейтронной звезды рассматривалось в работах [7-10] для случаев бесконечного фронта волны и волновых пучков. В этих работах применялись уравнения магнитной гидродинамики с учетом поглощения и дисперсии волн и нелинейности среды. Но в общем случае неоднородной среды решения уравнений для волновых пучков довольно громоздки, поэтому для астрофизических применений, скажем, для коры нейтронной звезды, важно знать характеристики среды с целью упрощения уравнений, описывающих распространение магнитозвуковых волн. Цель данной работы - привести физические характеристики вещества в коре нейтронной звезды, находящейся в вмороженном в ней магнитном поле, что позволит обосновать применение уравнений магнитной гидродинамики и упростить некоторые уравнения при их применении к описанию распространения магнитозвуковых волн в коре нейтронной звезды. В разделе 2 приводятся основные характеристики вещества в коре нейтронной звезды, в разделе 3 - окончательный вид уравнений магнитной гидродинамики для вещества, находящегося в коре нейтронной звезды.

2. *Основные характеристики плазмы коры нейтронной звезды.* Как показывают наблюдения за двойными пульсарами, нейтронные звезды имеют массу порядка $1-2M_{\odot}$ [11,12]. Согласно общепринятой модели нейтронной звезды, она состоит из ядра звезды и коры. Ядро нейтронной звезды состоит в основном из "npe"-фазы, содержащей сверхтекучие нейтроны, сверхпроводящие протоны и нормальные электроны. В зависимости от центральной плотности и уравнения состояния, ядро звезды может содержать также гиперонное вещество и кварковую материю [13,14]. Кора нейтронной звезды представляет собой плазму из ядер атомов и электронов, состоит из двух частей - "Aen"-фазы и "Ae"-фазы, при этом "Aen"-фаза содержит также сверхтекучие нейтроны. Толщина коры порядка 1 км, а плотность меняется в довольно широком интервале - от $10^4$ г см$^{-3}$ до $2\cdot10^{14}$ г см$^{-3}$.

Существуют множество работ, посвященных изучению свойств вещества коры нейтронной звезды (см. [15,16] и цитированную там литературу). Здесь мы выделим некоторые характеристики плазмы коры нейтронной звезды, которые необходимо знать для изучения распространения возмущений в виде магнитозвуковых волн в ней.

Так как плазма коры нейтронной звезды состоит из полностью ионизированных ядер и электронов, то изучим характеристики этих компонентов в отдельности. Сначала оценим среднюю плотность частиц в плазме. Средняя плотность ионов - $n_i = N_A \rho / M$, где $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ мол$^{-1}$ - постоянная Авогадро, $\rho$ - средняя плотность массы вещества, $M$ - молярная масса ионов. Средняя плотность электронов будет $n_e = Zn_i = N_A \rho Z/M$, где $Ze$ - заряд ионов. Полагая, что $M = 56$ г/мол, $Z = 26$, оценим $n_i$ и $n_e$ для внешней ($\rho_{out} \approx 10^9$ г/см$^3$) и для внутренней ($\rho_{in} \approx 10^{13}$ г/см$^3$) коры:

$$n_i^{in} \approx 10^{35}\,\text{см}^{-3}, \quad n_e^{in} \approx 3 \cdot 10^{36}\,\text{см}^{-3},$$
$$n_i^{out} \approx 10^{31}\,\text{см}^{-3}, \quad n_e^{out} \approx 3 \cdot 10^{32}\,\text{см}^{-3}. \qquad (1)$$

Используя эти значения плотности числа частиц, вычислим температуру вырождения для обоих сортов частиц. Как увидим ниже, электроны в коре нейтронной звезды ультрарелятивистские, поэтому температуру вырождения электронов можно определить по формуле [17]

$$k_B T_F = \varepsilon_F = \left(3\pi^2\right)^{1/3} \hbar c n^{1/3}, \qquad (2)$$

где $k_B = 1.38 \cdot 10^{-16}$ эрг/К - постоянная Больцмана. С учетом значений (1) плотности электронов во внутренней и внешней коре, для температуры вырождения получим, соответственно

$$T_{eF}^{in} \approx 10^{12}\,\text{К}, \quad T_{eF}^{out} \approx 2 \cdot 10^{10}\,\text{К},$$

которые на несколько порядков выше, чем максимальная температура коры пульсара - $T_{max} = 10^8$ К. Следовательно, электроны в коре пульсара представляют собой сильно вырожденный ферми - газ. Из (2) можно увидеть также, что в основной части коры выполняется условие $m_e c^2 << \varepsilon_F$, т.е. электроны действительно ультрарелятивистские. Если оценить также энергию электрон-ионного взаимодействия по формуле

$$\varepsilon_{e-i} \sim Ze^2 n_e^{1/3}, \qquad (3)$$

с использованием значений плотности электронов (1), то получим:

$$\varepsilon_{e-i}^{in} \sim 10^{-5}\,\text{эрг} << k_B T_e^{in}, \quad \varepsilon_{e-i}^{out} \sim 10^{-7}\,\text{эрг} << k_B T_e^{out},$$

где $e = 4.8 \cdot 10^{-10}\, CGSE_q$ - элементарный заряд. Следовательно, можно сказать, что электронная компонента плазмы с хорошей точностью представляет собой идеальный ультрарелятивистский вырожденный газ.

Для нахождения температуры вырождения ионов заметим, что ионы не релятивистские, поскольку $m_i c^2 >> k_B T_{max} \approx 10^{-8}$ эрг, где $m_i = M/N_A$ - масса иона. Тогда температура вырождения ионов должна определяться по формуле [17]

$$k_B T_F = \varepsilon_F = \left(3\pi^2\right)^{2/3} \frac{\hbar^2}{2m} n^{2/3}. \qquad (4)$$

Учитывая значения плотности ионов во внутренней и внешней коре из

(1), получим соответсвенно

$$T_i^{in} \sim 10^7\,\text{K} << 10^8\,\text{K}, \quad T_i^{out} \sim 10^4\,\text{K} << 10^6\,\text{K},$$

т. е. ионная компонента не вырождена. Здесь мы учли, что температура во внутренней части коры порядка $10^8$ K, а во внешней части - $10^6$ K. Аналогично (3), можно оценить также энергию ион-ионного кулоновского взаимодействия:

$$\varepsilon_{i-i} \sim Z^2 e^2 n_i^{1/3}. \tag{5}$$

Из (1) и (5) во внутренней и внешней коре получим, соответственно:

$$\varepsilon_{i-i}^{in} \sim Z^2 e^2 \left(n_i^{in}\right)^{1/3} \sim 10^{-4}\,\text{эрг}, \quad \varepsilon_{i-i}^{out} \sim Z^2 e^2 \left(n_i^{out}\right)^{1/3} \sim 10^{-6}\,\text{эрг}.$$

Из этих значений энергии ион - ионного взаимодействия видно, что во всей коре нейтронной звезды выполняется условие $\varepsilon_{i-i} >> k_B T_{max}$, следовательно ионы в плазме образуют кулоновскую кристаллическую решетку.

Наконец, оценим давление плазмы. Для сильно вырожденной электронной компоненты можно полагать $T = 0$ K, при этом давление определится как [17]

$$p_e = \frac{\left(3\pi^2\right)^{1/3}}{4} \hbar c \left(n_e\right)^{4/3}.$$

С учетом значений плотности числа электронов из (1), получим для давления электронного газа во внутренней и внешней коре, соответственно

$$p_e^{in} \approx 10^{32}\,\text{д/см}^2, \quad p_e^{out} \approx 2\cdot 10^{25}\,\text{д/см}^2. \tag{6}$$

Что касается ионного компонента, то очевидно, что его давление меньше, чем давление идеального газа с той же температурой. Тогда получим, что во внутренней и внешней коре

$$p_i^{in} < p_{id} = n_i k_B T = 10^{27}\,\text{д/см}^2 << p_e^{in}, \quad p_i^{out} < 10^{20}\,\text{д/см}^2 << p_e^{out}.$$

Таким образом, давление в плазме коры пульсара обусловлено давлением вырожденного электронного газа.

3. *Основные уравнения магнитогидродинамики плазмы.* Как известно, нейтронные звезды обладают значительными магнитными полями, чем и объясняется замедление этих звезд. В коре нейтронной звезды имеется почти однородное, перпендикулярное к экваториальной плоскости звезды магнитное поле, которое достигает до значений порядка $10^{12}$-$10^{13}$ Гс. В находящейся в магнитном поле ионизированной плазме могут распросраняться магнитозвуковые волны, так как при малых частотах волн плазму коры можно считать сплошной средой. Тогда, для описания распространения волн в коре нейтронной звезды можно применять известные уравнения классической магнитогидродинамики. Первое из них - это уравнение непрерывности:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\nabla\left(\rho\bar{V}\right)=0, \tag{7}$$

где $\bar{V}$ - средняя скорость движения среды. Второе - это уравнение движения или уравнение Эйлера, которое имеет вид:

$$\rho\frac{d\bar{V}}{dt}=-\nabla p+\frac{1}{c}\left[\bar{j}\bar{B}\right]+\bar{\mathcal{F}}, \tag{8}$$

где $p$ - давление вещества, $\bar{j}$ - вектор плотности электрического тока, $\bar{B}$ - индукция магнитного поля, $\frac{1}{c}\left[\bar{j}\bar{B}\right]$ - сила Ампера, действующая на единичный объем плазмы, в силу $\bar{\mathcal{F}}$ входят все остальные силы, тоже действующие на единицу объема, а $\frac{d}{dt}=\frac{\partial}{\partial t}+\left(\bar{V}\nabla\right)$ - материальное производное. В силу $\bar{\mathcal{F}}$ дают вклад силы вязкости, электрические силы, а в вращающейся звезде - также кориолисова сила. Как покажем ниже, последние две перечисленные силы на много порядков меньше силы вязкости, и поэтому ими можно пренебречь.

Электрическая сила, действующая на единицу объема плазмы, равна $\mathcal{F}_{el}=\rho_{el}E$, где $\bar{E}$ - напряженность электрического поля, а $\rho_{el}$ - средняя плотность заряда, которая равна $\rho_{el}=\left(Zn_i-n_e\right)e$. Так как плазма коры в среднем электронейтральна, т.е. $n_e\approx Zn_i$, то для средней плотности заряда получим $\rho_{el}<<en_e$. Даллее, из закона Фарадея имеем:

$$\operatorname{rot}\bar{E}=-\frac{1}{c}\frac{\partial\bar{B}}{\partial t}, \tag{9}$$

где при изучении волновых процессов можно заменить $\nabla\sim\bar{k}$, $\partial/\partial t\sim\omega$, где $\bar{k}$ и $\omega$ - соответственно волновой вектор и частота волны. Тогда из (9) получим, что напряженность электрического поля по порядку величины равна

$$E\sim\frac{\omega h}{kc}=\frac{c_n h}{c}, \tag{10}$$

где $h$ - возмущение магнитного поля в волне, а $c_n=\omega/k$ - фазовая скорость распространения магнитозвуковых волн в плазме. Учитывая это выражение, для плотности электрической силы получим:

$$F_{el}\sim\frac{\rho_{el}c_n h}{c}. \tag{11}$$

Сравним это выражение с силой Ампера, т.е с вторым слагаемым в правой части уравнения (8). Поскольку $j\sim en_eV$, то сила Ампера по порядку величины равна

$$\mathcal{F}_A\sim\frac{jB}{c}\sim\frac{en_eVB}{c}, \tag{12}$$

следовательно, отношение электрической силы к силе Ампера порядка

$$\frac{\mathcal{F}_{el}}{\mathcal{F}_A} \sim \frac{\rho_{el}}{en_e} \cdot \frac{h/B}{V/c_n}. \qquad (13)$$

Как показано в работе [9], $h/B \sim V/c_n$, и если учесть также электронейтральность плазмы в среднем, то получим, что $\mathcal{F}_{el}/\mathcal{F}_A \ll 1$.

Теперь оценим отношение кориолисовой силы к силе Ампера. При вращении звезды с угловой скоростью $\Omega$ кориолисова сила по порядку величины равна

$$\mathcal{F}_K \sim \rho V \Omega. \qquad (14)$$

Из (11) и (14) можно найти отношение этой силы к силе Ампера:

$$\frac{\mathcal{F}_K}{\mathcal{F}_A} \sim \frac{c\rho\Omega}{en_e B}. \qquad (15)$$

Подставляя в вырежение (15) значения плотности электронов (1), магнитного поля порядка - $B \sim 10^{12}$ Гс и угловой скорости вращения пульсаров - $\Omega \sim 100$ с$^{-1}$, получим $\mathcal{F}_K/\mathcal{F}_A \ll 1$. Таким образом, из вышеприведенных оценок следует, что в силу $\bar{\mathcal{F}}$, входящей в уравнение Эйлера (8), дает вклад только действующая на единицу объема сила вязкости.

Как известно, компоненты силы вязкости вычисляются по формуле

$$\mathcal{F}_\alpha = -\frac{\partial \pi_{\alpha\beta}}{\partial x_\beta}, \qquad (16)$$

где $\pi_{\alpha\beta}$ - тензор вязких напряжений и определяется как:

$$\pi_{\alpha\beta} = -\eta\left(\frac{\partial V_\alpha}{\partial x_\beta} + \frac{\partial V_\beta}{\partial x_\alpha} - \frac{2}{3}\delta_{\alpha\beta}\left(\nabla\bar{V}\right)\right) - \xi\delta_{\alpha\beta}\left(\nabla\bar{V}\right), \qquad (17)$$

где $\eta$ и $\xi$ - коэффициенты поверхностной и объемной вязкости соответственно. Подставляя (17) в (16), для силы вязкости получим выражение

$$\bar{\mathcal{F}} = \eta\nabla^2\bar{V} + \left(\frac{\eta}{3} + \xi\right)\nabla\left(\nabla\bar{V}\right). \qquad (18)$$

При получении формулы (18) предполагалось, что $\eta$ и $\xi$ слабо зависят от координат. В действительности, выражение (18) для силы вязкости должно было содержать члены, пропорциональные производным кинетических коэффициентов, которые порядка $\nabla\bar{V}(\partial\eta/\partial x_\alpha)$ и $\nabla\bar{V}(\partial\xi/\partial x_\alpha)$. Сравнивая их с остальными членами, входящими в выражение (18), по порядку величин получим

$$\frac{\left|\nabla\bar{V}(\partial\eta/\partial x_\alpha)\right|}{\left|\eta\nabla\bar{V}\right|} \sim \frac{kV\eta}{\eta k^2 Vl} \sim \frac{1}{kl} \sim \frac{c_n}{\omega l} \ll 1, \qquad (19)$$

$$\frac{\left|\nabla\bar{V}(\partial\xi/\partial x_\alpha)\right|}{\left|\xi\nabla\bar{V}\right|} \sim \frac{kV\xi}{\xi k^2 Vl} \sim \frac{1}{kl} \sim \frac{c_n}{\omega l} \ll 1. \qquad (20)$$

Здесь мы учли, что толщина коры порядка $l \sim 1$ км, в спектре радиоизлучения пульсаров частота $\omega > 10^7$ Гц, и согласно работе [18], значение скорости магнитозвуковых волн порадкя $c_n \sim 10^9$ см/с. Таким образом, при получении выражения (18) зависимостью кинетических коэффициентов $\eta$ и $\xi$ от координат можно было пренебречь.

Отметим, что кинетические коэффициенты среды в общем случае зависят от магнитного поля, т.е. являются тензорами. Но для слабых полей этой зависимостью можно пренебречь и считать кинетические коэффициенты скалярными величинами. Поле называется слабым, если в нем $\omega\tau \ll 1$, где $\omega = qB/mc$ - циклотронная частота частицы с массой $m$ и зарядом $q$, а $\tau$ - среднее время между двумя соседними столкновениями частиц. В коре нейтронной звезды $B \sim 10^{12}$ Гс, так что циклотронная частота для электронов и ионов будет порядка:

$$\omega_e = \frac{eB}{m_e c} \approx 2\cdot 10^{19}\ \text{c}^{-1}, \quad \omega_i = \frac{ZeB}{m_i c} \approx 5\cdot 10^{15}\ \text{c}^{-1}. \tag{21}$$

Выражения времен столкновений для электронов $\tau_e$ и $\tau_i$ для полностью ионизованной плазмы даны в работе [19]:

$$\tau_e = \frac{3.5\cdot 10^5}{\lambda}\cdot\frac{T^{3/2}}{Zn_e}, \quad \tau_i = \frac{3\cdot 10^7}{\lambda}\cdot\left(\frac{m_i}{2m_p}\right)^{1/2}\frac{T^{3/2}}{Z^3 n_e}, \tag{22}$$

где $m_p$ - масса протона, а величина $\lambda$ называется кулоновским логарифмом и вычисляется по формуле [19]

$$\lambda = 25.3 - 1.15\log n_e + 2.3\log T. \tag{23}$$

Подставляя числовые значения величины $n_e$ из (1), и учитывая, что температура в внутренней и внешней коре порядка $10^8$ К и $10^6$ К соответсвенно, из формулы (23) получим значения $\lambda$. Подставляя их в (22) и учитывая (21), для электронного и ионного газа окончательно получим:

$$\begin{gathered}\omega_e\tau_e^{in} \approx 6\cdot 10^{-2} \ll 1, \quad \omega_i\tau_i^{in} \approx 10^{-5} \ll 1, \\ \omega_e\tau_e^{out} \le 1, \quad \omega_i\tau_i^{out} \approx 5\cdot 10^{-4} \ll 1.\end{gathered} \tag{24}$$

Если иметь в виду, что третье условие из (24) выполняется при значениях плотности выше $2\cdot 10^8$ г/см$^3$ [18], то можно утверждать, что в большей части коры нейтронной звезды зависимостью кинетических коэффициентов $\eta$ и $\xi$ от магнитного поля можно пренебречь.

Как было сказано выше, кора нейтронной звезды находится в замороженном в ней поперечном магнитном поле, и распространение магнитозвуковой волны в коре сопровождается изменением как плотности, так и магнитного поля. Чтобы получить уравнения, описывающие совместные изменения плотности и магнитного поля, сначала преобразуем уравнение (8), исключив из него ток $\vec{j}$ с помощью теоремы циркуляции магнитного поля:

$$\operatorname{rot}\bar{H}=\frac{4\pi}{c}\bar{j}+\frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial\bar{E}}{\partial t}. \qquad (25)$$

Для частот из радиодиапазона, в котором в основном излучают пульсары, током смещения в уравнении (25) по сравнению с током проводимости можно пренебречь. Действительно, по порядку величины

$$\left|\frac{\partial\bar{E}}{\partial t}\right|\sim\omega E,\quad\left|\operatorname{rot}\bar{H}\right|\sim kh,$$

и из (9) получим:

$$\left|\frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial\bar{E}}{\partial t}\right|\Big/\left|\operatorname{rot}\bar{H}\right|\sim\frac{\omega E}{ckh}\sim\left(\frac{c_n}{c}\right)^2\ll 1,$$

следовательно,

$$\bar{j}=\frac{c}{4\pi}\left[\nabla\bar{H}\right]. \qquad (26)$$

Полагая $\bar{B}\approx\bar{H}$, окончательно из уравнений (8), (18) и (26) получим:

$$\rho\frac{d\bar{V}}{dt}-\frac{1}{4\pi}\left(\bar{H}\nabla\right)\bar{H}=-\nabla\left(p+\frac{H^2}{8\pi}\right)+\eta\nabla^2\bar{V}+\left(\xi+\frac{\eta}{3}\right)\nabla\left(\nabla\bar{V}\right). \qquad (27)$$

Теперь получим уравнение, описывающее изменение магнитного поля. Напишем закон Фарадея в виде:

$$\frac{\partial\bar{H}}{\partial t}=-c\operatorname{rot}\bar{E}. \qquad (28)$$

Поле $\bar{E}$ можно найти из обобщенного закона Ома, имееющий вид:

$$\bar{j}=\sigma\left\{\bar{E}+\frac{1}{c}\left[\bar{V}\bar{H}\right]+\frac{1}{en_e}\nabla p-\frac{1}{ecn_e}\left[\bar{j}\bar{H}\right]\right\}. \qquad (29)$$

Покажем, что последние два члена в (29) малы по сравнению с $\bar{E}$, а первые два - сравнимы по порядку величины. Действительно, используя оценку (10) и результаты работ [8,9], согласно которым $h\sim10^{-8}H_0$, получим

$$\left|\frac{\nabla p}{en_eE}\right|\sim\left|\frac{kp}{en_eE}\right|\sim\frac{\omega pc}{en_ehc_n^2}\sim\frac{\omega cc_s^2\rho}{en_ehc_n^2}<\frac{\omega c\rho_0}{en_eH_0}\ll 1,$$

где $H_0$ невозмущенное значение магнитного поля, $c_s$ - скорость распространения звука. Далее, имеем

$$\frac{\left|\left[\bar{V}\bar{H}\right]\right|}{cE}\sim\frac{V/c_n}{h/H}\sim 1,$$

т.е. вторым членом в правой части (29) нельзя пренебречь. Для оценки последнего члена подставим в него значение тока $\bar{j}$ в нулевом приближении, т.е. $\bar{j}=\sigma\bar{E}$. Тогда получим, что

$$\left|\frac{\left[\bar{j}\bar{H}\right]}{en_e cE}\right| \sim \frac{\sigma H}{ecn_e} \ll 1, \tag{30}$$

где учтены значения (1) плотности числа электронов и значения электропроводности $\sigma$ плазмы во внетренней и внешней коре нейтронной звезды из работ [7,18]. Тогда, подставляя $\bar{E}$ из уравнения (29), в уравнение (28), с учетом (26), получим:

$$\frac{\partial \bar{H}}{\partial t} = -\frac{c^2}{4\pi\sigma}\operatorname{rot}\operatorname{rot}\bar{H} + \operatorname{rot}\left[\bar{V}\bar{H}\right],$$

или

$$\frac{\partial \bar{H}}{\partial t} - \left(\bar{H}\nabla\right)\bar{V} + \bar{H}\left(\nabla\bar{V}\right) = \nu_m \Delta \bar{H}, \tag{31}$$

где величина $\nu_m = c^2/4\pi\sigma$ называется коэффициентом магнитной вязкости.

Для полноты системы уравнений (7), (27) и (31) к ним надо добавить уравнение, выражающее закон возрастания энтропии и уравнение, связывающее термодинамические величины среды. Первое из них записывается в виде:

$$\rho\frac{Tds}{dt} = -\left(\nabla\bar{q}\right) - \pi_{\alpha\beta}\frac{\partial V_\alpha}{\partial x_\beta} + \frac{j^2}{\sigma}, \tag{32}$$

где

$$\bar{q} = -\kappa\nabla T.$$

Здесь $T$ - температура среды, $s$ - энтропия единицы массы, $\bar{q}$ - плотность потока теплоты, $\kappa$ - коэффициент теплопроводности. Второе уравнение устанавливает связь между термодинамическими величинами среды $p$, $\rho$, $T$. Изменение давления в каком-либо процессе можно представить в виде

$$dp = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s d\rho + \left(\frac{\partial p}{\partial s}\right)_\rho ds. \tag{33}$$

Из первого закона термодинамики

$$dw = Tds - pd\frac{1}{\rho},$$

где $w$ - внутренняя энергия единичной массы, видно, что

$$\left(\frac{\partial p}{\partial s}\right)_\rho = -\left(\frac{\partial T}{\partial(1/\rho)}\right)_s. \tag{34}$$

Из уравнения адиабаты $T/\rho^{\gamma-1} = \mathrm{const}$ следует, что

$$\left(\frac{\partial T}{\partial(1/\rho)}\right)_s = (1-\gamma)T\rho, \tag{35}$$

где $\gamma = 4/3$ - показатель адиабаты идеального ультрарелятивистского газа. Если учесть также, что величина

$$c_s=\sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s} \tag{36}$$

представляет собой скорость распространения звука в данной среде, из (33)-(36) получим:

$$\rho T\frac{ds}{dt}=\frac{1}{\gamma-1}\left(\frac{dp}{dt}-c_s^2\frac{d\rho}{dt}\right). \tag{37}$$

Таким образом, поведение плазмы в коре нейтронной звезды, находящейся в магнитном поле, с учетом сил вязких трений и наличия конечной электро- и теплопроводности среды, можно описать следующей системой уравнений

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\nabla\left(\rho\bar{V}\right)=0,$$

$$\rho\frac{d\bar{V}}{dt}-\frac{1}{4\pi}\left(\bar{H}\nabla\right)\bar{H}=-\nabla\left(p+\frac{H^2}{8\pi}\right)+\eta\nabla^2\bar{V}+\left(\xi+\frac{\eta}{3}\right)\nabla\left(\nabla\bar{V}\right),$$

$$\frac{d\bar{H}}{dt}-\left(\bar{H}\nabla\right)\bar{V}+\bar{H}\left(\nabla\bar{V}\right)=\nu_m\Delta\bar{H},$$

$$\rho\frac{Tds}{dt}=-\left(\nabla\bar{q}\right)-\pi_{\alpha\beta}\frac{\partial V_\alpha}{\partial x_\beta}+\frac{j^2}{\sigma},$$

$$\rho\frac{Tds}{dt}=\frac{1}{\gamma-1}\left(\frac{dp}{dt}-c_s^2\frac{d\rho}{dt}\right).$$

Эти уравнения позволят нам изучить распространение возмущения магнитного поля в форме "конечных пучков" [8-10]. Эти пучки образуются на границе ядра и коры нейтронной звезды вследствие высвобождения магнитной энергии протонных вихрей. Распространяясь до поверхности нейтронной звезды, они могут возбудить электрические токи на ее поверхности, которые могут стать источником радиоизлучения пульсара [2].

Работа одного из авторов (М.В.А) финансировалась в рамках темы 11-1с107 Государственного Комитета по Науке Армении.

Ереванский государственный университет,
Армения, e-mail: dsedrak@ysu.am

# EQUATIONS OF MAGNETOHYDRODYNAMICS FOR THE CRUST OF A NEUTRON STAR

D.M.SEDRAKIAN, A.S.HARUTYUNYAN, M.V.HAYRAPETYAN

Physical characteristics of the matter in the crust of a neutron star are given. The conditions of application of magnetohydrodynamic equations with the viscous friction forces and the presence of a finite electrical and thermal conductivity of the medium are discussed. It is shown that it is possible to simplify some of the equations of magnetohydrodynamics in studying the propagation of magnetosonic waves in an inhomogeneous crust of a neutron star.

Key words: *neutron stars: magnetohydrodynamics*

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Д.М.Седракян*, *А.Д.Седракян*, ЖЭТФ, **100**, 353, 1991.
2. *Д.М.Седракян*, *М.В.Айрапетян*, Астрофизика, **55**, 421, 2012.
3. *Д.Пайнс*, УФН, **131**, 479, 1980.
4. *В.С.Бескин*, *А.В.Гуревич*, *Я.Н.Истомин*, УФН, **150**, 257, 1986.
5. *Д.М.Седракян*, *К.М.Шахабасян*, УФН, **161**, 1, 1991.
6. *Д.М.Седракян*, Астрофизика, **49**, 97, 2006.
7. *Д.М.Седракян*, Астрофизика, **31**, 101, 1989.
8. *А.Г.Багдоев*, *Д.М.Седракян*, Астрофизика, **44**, 139, 2001.
9. *А.Г.Багдоев*, *Д.М.Седракян*, Астрофизика, **45**, 63, 2002.
10. *Д.М.Седракян*, *А.Г.Багдоев*, *М.В.Айрапетян*, Астрофизика, **50**, 547, 2007.
11. *Р.Манчестер*, *Дж.Тейлор*, Пульсары, М., Мир, 1980.
12. *P.B.Demorest*, *T.Pennucci*, *S.M.Ransom*, *M.S.E.Roberts*, *J.W.T.Hessels*, Nature, **467**, 1081, 2010.
13. *N.D.Ippolito*, *M.Ruggieri*, *D.H.Richke*, *A.Sedrakian*, *F.Weber*, Phys. Rev. D, **77**, 023004, 2008.
14. *L.Bonanno*, *A.Sedrakian*, Astron. Astrophys., **539**, A16, 2012.
15. *P.Haensel*, *A.Y.Potekhin*, *D.G.Yakovlev*, Neutron stars 1, Equation of state and structure, Springer, 2007.
16. *N.Chamel*, *P.Haensel*, Living Rev. Relativity, **11**, 10, 2008.
17. *Л.Д.Ландау*, *П.М.Лифшиц*, Статистическая физика, М., Наука, 1976.
18. *Д.М.Седракян*, *А.К.Аветисян*, Астрофизика, **26**, 489, 1987.
19. *С.И.Брагинский*, В сб.: "Вопросы тоерии плазмы", вып.1, М., Госатомиздат, с.183, 1963.