

ПРОСТРАНСТВЕННОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ РАССЕИВАЮЩЕГОСЯ НА ОДНОМЕРНОЙ СРЕДЕ ГАРМОНИЧЕСКОГО ВО ВРЕМЕНИ ВОЛНОВОГО ПОЛЯ

А.Ж.ХАЧАТРЯН

Поступила 9 июня 2012

Принята к печати 22 июня 2012

Обсуждается задача нахождения пространственного распределения возмущения электромагнитной волны для одномерной среды с произвольно меняющимися от точки к точке линейными оптическими характеристиками. Показано, что для произвольной точки среды формирование волнового возмущения происходит на основе эффекта многократного отражения. Рассмотрены также некоторые вопросы интерпретации свойства среды, передачи волнового возмущения от точки к точке, на основе принципов суперпозиции и принципа инвариантного погружения.

Ключевые слова: *электромагнитная волна; возмущение*

1. *Введение.* Уже много лет вызывает большой интерес проблема описания волн различной природы распространяющихся в одномерных многослойных неупорядоченных системах. Данный интерес в основном стимулирован двумя обстоятельствами. Так, в последнее время сильно возросли технологические возможности, в особенности по созданию одномерных систем с произвольными композиционными и структурными особенностями. Во-вторых, изучение волновых процессов в многослойных структурах имеет большое теоретическое значение, что обусловлено схожестью данной проблемы с представлением волнового возбуждения посредством элементарных актов рассеяния на отдельных структурных элементах системы. Как известно данная проблема имеет общность подходов с классической теории переноса, применяемой в астрофизике для задач переноса лучистой энергии, в частности, выходом излучения из недр сквозь атмосферу в межзвездное пространство [1-5].

Далее мы будем рассматривать отмеченную выше проблему на примере гармонического во времени электромагнитного поля $\exp\{-i\omega t\}$, рассеивающегося на одномерном слое с произвольно меняющимися от точки к точке линейными оптическими характеристиками. Для случая нормального падения вид пространственной зависимости поля должен удовлетворять известному одномерному волновому уравнению [6]:

$$\frac{d^2 \Psi(x)}{dx^2} + (k^2 - u(x))\Psi(x) = 0, \quad (1)$$

где введены обозначения

$$u(x) = u'(x) + iu''(x), \quad u'(x) = k^2(1 - \varepsilon'(x)), \quad u''(x) = -k^2 \varepsilon''(x), \quad k^2 = \omega^2/c^2. \quad (2)$$

Здесь $\varepsilon'(x)$, $\varepsilon''(x)$ являются реальной и мнимой частями диэлектрической проницаемости ($\varepsilon(x) = \varepsilon'(x) + i\varepsilon''(x)$).

Заметим, что формально уравнение (1) идентично с одномерным стационарным уравнением Шредингера с той лишь разностью, что в данном случае потенциал должен рассматриваться как комплексная величина. Далее, для определенности, мы будем рассматривать слой конечной толщины с границами в точках x_1 и x_2 . Для конкретизации вида рассматриваемого волнового движения (постановки задачи), как правило, волновое возмущение $\Psi(x)$ записывается в виде зависящей от параметра k функции $\Psi_k(x)$, с асимптотическим поведением вида:

$$\Psi(x, k) = \begin{cases} A_1 \exp\{ikx\} + B_1 \exp\{-ikx\}, & x < x_1, \\ A_2 \exp\{ikx\} + B_2 \exp\{-ikx\}, & x > x_2. \end{cases} \quad (3)$$

Ясно, что при условии $k > 0$ величины A_1, B_1 будут являться амплитудами сходящихся к потенциалу волн, а A_2, B_2 - амплитудами расходящихся волн. Ясно также, что при $k < 0$ A_1, B_1 и A_2, B_2 будут уже амплитудами расходящихся и сходящихся волн, соответственно.

В зависимости от стороны барьера, на которую падает первичная волна, различают левую и правую задачи рассеяния $k > 0$:

$$\Psi_{left}(x, k) = \begin{cases} \exp\{ikx\} + r(k)\exp\{-ikx\}, & x < x_1, \\ t(k)\exp\{ikx\}, & x > x_2 \end{cases} \quad (4)$$

и

$$\Psi_{right}(x, k) = \begin{cases} s(k)\exp\{-ikx\}, & x < x_1, \\ \exp\{-ikx\} + p(k)\exp\{ikx\}, & x > x_2, \end{cases} \quad (5)$$

где $r(k)$, $t(k)$ и $p(k)$, $s(k)$ являются амплитудами отражения и прохождения волны для случаев, когда первичная волна падает на системы слева, и когда она падает на нее справа.

Далее мы будем проводить обсуждение поставленной выше задачи определения пространственной зависимости волнового поля на основе так называемого метода встречных волн. Рассмотрение задачи будет сопровождаться выведением некоторых известных результатов, полученных на основе уже ставших классическими методов, разработанных для решения задач данного класса. Так, мы будем обсуждать некоторые аспекты формирования волнового возмущения как вне, так и непосредственно внутри структуры с эффектом многократных отражений [6].

2. *Метод встречных волн.* В соответствии с методом встречных волн произвольное решение $\Psi(x)$ волнового уравнения (1) может быть

записано в виде [7-9]:

$$\Psi(x, k) = a(x, k) \exp\{ikx\} + b(x, k) \exp\{-ikx\}, \quad (6)$$

где пара функций $a(x)$, $b(x)$ удовлетворяет следующей системе линейных дифференциальных уравнений:

$$\frac{da(x)}{dx} = -\frac{iu(x)}{2k} a(x) - \frac{iu(x)}{2k} b(x) \exp\{-i2kx\}, \quad (7)$$

$$\frac{db(x)}{dx} = \frac{iu(x)}{2k} b(x) + \frac{iu(x)}{2k} a(x) \exp\{i2kx\}. \quad (8)$$

Далее, по мере необходимости мы будем то добавлять, то опускать явную зависимость от k .

Важно отметить, что рассмотрение решений уравнения Шредингера на основе формул (6)-(8), в основном обусловлено тем обстоятельством, что производная волновой функции, выраженная посредством функций $a(x)$, $b(x)$ имеет вид:

$$\frac{d\Psi(x)}{dx} = ik(a(x) \exp\{ikx\} - b(x) \exp\{-ikx\}). \quad (9)$$

Система уравнений (7), (8) может быть решена при различных начальных или краевых условиях, согласно той или иной постановке задачи или же асимптотическому поведению волновой функции.

Одно из важных свойств решения волнового уравнения (1), записанного в виде (7)-(9), следует из условий непрерывности волновой функции и ее производной на границах слоя;

$$A_1 \exp\{ikx_1\} + B_1 \exp\{-ikx_1\} = a(x_1) \exp\{ikx_1\} + b(x_1) \exp\{-ikx_1\}, \quad (10)$$

$$A_1 \exp\{ikx_1\} - B_1 \exp\{-ikx_1\} = a(x_1) \exp\{ikx_1\} - b(x_1) \exp\{-ikx_1\}, \quad (11)$$

$$A_2 \exp\{ikx_2\} + B_2 \exp\{-ikx_2\} = a(x_2) \exp\{ikx_2\} + b(x_2) \exp\{-ikx_2\}, \quad (12)$$

$$A_2 \exp\{ikx_2\} - B_2 \exp\{-ikx_2\} = a(x_2) \exp\{ikx_2\} - b(x_2) \exp\{-ikx_2\}. \quad (13)$$

Из (10)-(13) легко увидеть, что

$$a(x_1) = A_1, \quad b(x_1) = B_1 \quad \text{и} \quad a(x_2) = A_2, \quad b(x_2) = B_2. \quad (14)$$

Как следует из (14), значения функций $a(x)$, $b(x)$ на границах слоя равны значениям амплитуд сходящихся к слою и расходящихся от него с соответствующей стороны волн. Данное свойство решений (6)-(9), в конечном счете, предопределяет название представленного метода как метода встречных волн.

3. Матрица рассеяния и матрица переноса. Решение системы уравнений (7), (8) может быть проведено при различных краевых или начальных условиях. Так, при краевом условии

$$a_1(x_1) = 1, \quad b_1(x_2) = 0, \quad (15)$$

решение будет соответствовать левой задаче рассеяния $a_l(x_2) = t(k)$, $b_l(x_1) = r(k)$, а краевое условие

$$a_r(x_1) = 0, \quad b_r(x_2) = 1, \quad (16)$$

будет описывать волновую функцию правой задачи рассеяния $a_r(x_2) = p(k)$, $b_r(x_1) = s(k)$. В (15), (16) введены обозначения $a(x) = a_l(x)$, $b(x) = b_l(x)$ для левой и $a(x) = a_r(x)$, $b(x) = b_r(x)$ задач рассеяния.

Используя (15), (16), представим волновую функцию с произвольными значениями амплитуд сходящихся к слою волн A_1 , B_2 (см. (3)) в следующем виде:

$$\Psi(x) = A_1 \Psi_{left}(x) + B_2 \Psi_{right}(x). \quad (17)$$

Согласно (6)-(8), равенство (17) равносильно следующим двум равенствам

$$a(x) = A_1 a_l(x) + B_2 a_r(x), \quad b(x) = A_1 b_l(x) + B_2 b_r(x). \quad (18)$$

Из (14) с учетом (15), (16) для (18) можем записать

$$A_2 = t(k)A_1 + p(k)B_2, \quad B_1 = r(k)A_1 + s(k)B_2. \quad (19)$$

Данные равенства определяют известный вид матрицы рассеяния для слоя с произвольно меняющимися от точки к точке оптическими характеристиками [10]:

$$\begin{pmatrix} A_2 \\ B_1 \end{pmatrix} = \hat{S} \begin{pmatrix} A_1 \\ B_2 \end{pmatrix}, \quad \hat{S} = \begin{pmatrix} t(k) & p(k) \\ r(k) & s(k) \end{pmatrix}. \quad (20)$$

Воспользовавшись (20), легко определить также матрицу переноса или трансфер матрицу рассматриваемой задачи, определяющую связь между амплитудами волн по разные стороны слоя [9-11];

$$\begin{pmatrix} A_2 \\ B_1 \end{pmatrix} = \hat{M} \begin{pmatrix} A_1 \\ B_2 \end{pmatrix}, \quad \hat{M} = \begin{pmatrix} t(k) - \frac{p(k)r(k)}{t(k)} & \frac{p(k)}{s(k)} \\ -\frac{r(k)}{s(k)} & \frac{1}{t(k)} \end{pmatrix}. \quad (21)$$

Выберем некоторую внутреннюю точку слоя y , относительно которой слой будем полагать мысленно разделенным на две части (см. рис.1). Разбиение системы на части носит совершенно произвольный характер и, далее, мы будем относить индекс I к левой от точки деления части системы, а индекс II к правой части. Отметим также, что полученный вид для матрицы рассеяния (20) и матрицы переноса (21) имеют общий вид, верный также для сред с энергетическими потерями.

Наряду с амплитудами рассеяния слоя $t = t(x_1, x_2)$, $r = r(x_1, x_2)$, $p = p(x_1, x_2)$, введем также амплитуды рассеяния для ее отдельных частей, рассматривая каждую как функцию от правой $t_I(x_1, y)$, $r_I(x_1, y)$, $p_I(x_1, y)$ и, соответственно, левой границы $t_{II}(y, x_2)$, $r_{II}(y, x_2)$, $p_{II}(y, x_2)$ (см. рис.1). Заметим, что как следует из условия унитарности матрицы

переноса амплитуды прохождения левой и правой задач рассеяния всегда равны друг другу и поэтому любой возможный процесс рассеивания может быть characterized тремя амплитудами.

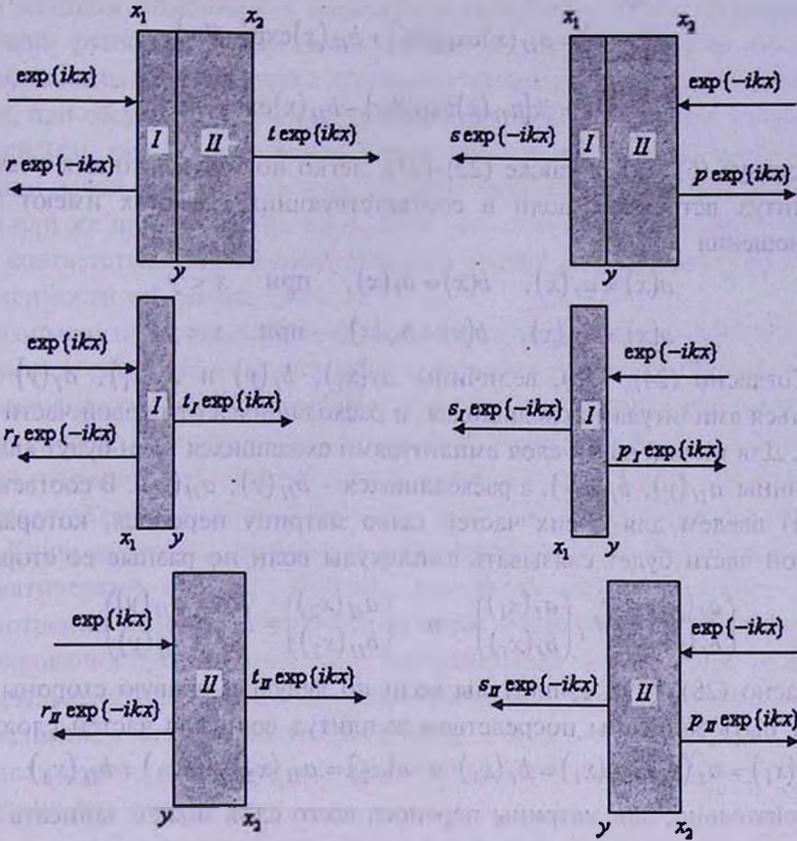


Рис.1. Амплитуды отражения левой и правой задач рассеяния для системы, а также для ее отдельных частей.

Будем записывать решение волнового уравнения посредством решений, соответствующих первой и второй частям слоя;

$$\Psi(x) = \Psi_I(x)\theta(x < y) + \Psi_{II}(x)\theta(x > y), \quad (22)$$

где $\Psi_I(x)$, $\Psi_{II}(x)$ являются решениями волнового уравнения (1) для первой и второй частей, соответственно;

$$u_I(x) = u(x)\theta(x < y), \quad u_{II}(x) = u(x)\theta(x > y). \quad (23)$$

В (22), (23) функция θ равна единице, если записанное в ее аргументе утверждение имеет место, и равна нулю в противном случае.

По аналогии с (6), (9), будем записывать волновые поля $\Psi_I(x)$, $\Psi_{II}(x)$ в виде суммы встречных волн

$$\Psi_I(x) = a_I(x) \exp\{ikx\} + b_I(x) \exp\{-ikx\}, \quad (24)$$

$$\frac{d\Psi_I(x)}{dx} = ik[a_I(x) \exp\{ikx\} - b_I(x) \exp\{-ikx\}], \quad (25)$$

$$\Psi_{II}(x) = a_{II}(x) \exp\{ikx\} + b_{II}(x) \exp\{-ikx\}, \quad (26)$$

$$\frac{d\Psi_{II}(x)}{dx} = ik[a_{II}(x) \exp\{ikx\} - b_{II}(x) \exp\{-ikx\}]. \quad (27)$$

Используя (6), (9), а также (22)-(27), легко показать, что для значений амплитуд встречных волн в соответствующих областях имеют место соотношения

$$a(x) = a_I(x), \quad b(x) = b_I(x), \quad \text{при } x < y, \quad (28)$$

$$a(x) = a_{II}(x), \quad b(x) = b_{II}(x), \quad \text{при } x > y. \quad (29)$$

Согласно (24), (25), величины $a_I(x_1)$, $b_I(y)$ и $b_I(x_1)$, $a_I(y)$ будут являться амплитудами сходящихся и расходящихся от первой части слоя волн. Для второй части слоя амплитудами сходящихся волн будут являться величины $a_{II}(y)$, $b_{II}(x_2)$, а расходящихся - $b_{II}(y)$, $a_{II}(x_2)$. В соответствии с (21) введем для обеих частей свою матрицу переноса, которая для каждой части будет связывать амплитуды волн по разные ее стороны;

$$\begin{pmatrix} a_I(y) \\ b_I(y) \end{pmatrix} = \hat{M}_I \begin{pmatrix} a_I(x_1) \\ b_I(x_1) \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad \begin{pmatrix} a_{II}(x_2) \\ b_{II}(x_2) \end{pmatrix} = \hat{M}_{II} \begin{pmatrix} a_{II}(y) \\ b_{II}(y) \end{pmatrix}. \quad (30)$$

Согласно (28), (29), амплитуды волн по левую и правую стороны слоя могут быть записаны посредством амплитуд волн для частей слоя;

$$a(x_1) = a_I(x_1), \quad b(x_1) = b_I(x_1) \quad \text{и} \quad a(x_2) = a_{II}(x_2), \quad b(x_2) = b_{II}(x_2). \quad (31)$$

Следовательно, для матрицы переноса всего слоя можем записать

$$\begin{pmatrix} a_{II}(x_2) \\ b_{II}(x_2) \end{pmatrix} = \hat{M} \begin{pmatrix} a_I(x_1) \\ b_I(x_1) \end{pmatrix}. \quad (32)$$

Для того, чтобы функция $\Psi(x)$, записанная в виде (22) являлась решением волнового уравнения (1), она и ее производная в точке y должны удовлетворять условия непрерывности;

$$\Psi_I(y-0) = \Psi_{II}(y+0), \quad \frac{d\Psi_I(y-0)}{dx} = \frac{d\Psi_{II}(y+0)}{dx}. \quad (33)$$

Так, используя (24)-(27), из (33) легко получить

$$a_I(y) = a_{II}(y) \quad \text{и} \quad b_I(y) = b_{II}(y). \quad (34)$$

Из (30), (32) и (34) непосредственно следует основной результат метода матриц переноса [11,12]:

$$\hat{M} = \hat{M}_{II} \cdot \hat{M}_I, \quad (35)$$

в соответствии с которым матрица переноса произвольной системы равна

произведению взятых в определенном порядке матриц переноса ее отдельных частей.

4. *Метод расслоения.* В соответствии с методом погружения, а также методом комбинации параметров рассеяния, задача нахождения волновой функции может быть сведена к задаче решения системы дифференциальных уравнений с заданными начальными условиями. Вообще говоря, при обсуждении задач рассеяния возможны четыре вида начальных условий (см. рис.1). Две задачи Коши будут соответствовать волновой функции левой задачи рассеяния, когда та рассматривается как функция левой или же правой границ слоя. Ясно, что остальные две задачи Коши будут соответствовать волновой функции правой задачи рассеяния также в зависимости от границ слоя.

Возможно также рассмотрение, когда волновая функция представляется посредством решений, соответствующих обоим задачам Коши. Иначе говоря, волновая функция может быть записана в виде, содержащем одновременно как амплитуды рассеяния слоя с переменной левой, так и с переменной правой границами. На первый взгляд может показаться, что привлечение для представления волновой функции решений обеих форм возможных задач Коши усложняет проблему и может представлять собой только лишь математический интерес. Однако, как будет показано ниже, такое рассмотрение позволяет наиболее полным образом раскрыть механизм формирования пространственного распределения волнового возмущения как результат эффекта многократных отражений. Данный подход известен под названием метода расслоения [13,14].

Рассмотрим для первой и второй частей слоя левую и правую задачи рассеяния (см. рис.1)

$$\Psi_{left}^I(x) = \begin{cases} \exp\{ikx\} + r_I(x_1, y)\exp\{-ikx\}, & x < x_1, \\ t_I(x_1, y)\exp\{ikx\}, & x > y, \end{cases} \quad (36)$$

$$\Psi_{right}^I(x) = \begin{cases} t_I(x_1, y)\exp\{-ikx\}, & x < x_1, \\ \exp\{-ikx\} + p_I(x_1, y)\exp\{ikx\}, & x > y, \end{cases} \quad (37)$$

и

$$\Psi_{left}^{II}(x) = \begin{cases} \exp\{ikx\} + r_{II}(y, x_2)\exp\{-ikx\}, & x < y, \\ t_{II}(y, x_2)\exp\{ikx\}, & x > x_2 \end{cases} \quad (38)$$

$$\Psi_{right}^{II}(x) = \begin{cases} t_{II}(y, x_2)\exp\{-ikx\}, & x < y, \\ \exp\{-ikx\} + p_{II}(y, x_2)\exp\{ikx\}, & x > x_2. \end{cases} \quad (39)$$

Тогда, согласно (21), матрицы переноса каждой части слоя, записанные посредством амплитуд отражения и прохождения обеих задач рассеяния для части, будут иметь вид:

$$\hat{M}_I = \begin{pmatrix} t_I - \frac{p_I r_I}{t_I} & \frac{p_I}{t_I} \\ -\frac{r_I}{t_I} & \frac{1}{t_I} \end{pmatrix}, \quad \hat{M}_{II} = \begin{pmatrix} t_{II} - \frac{p_{II} r_{II}}{t_{II}} & \frac{p_{II}}{t_{II}} \\ -\frac{r_{II}}{t_{II}} & \frac{1}{t_{II}} \end{pmatrix}. \quad (40)$$

Используя (40), для матричного соотношения (35) можем записать:

$$\begin{pmatrix} t - \frac{pr}{t} & \frac{p}{s} \\ -\frac{r}{s} & \frac{1}{t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_{II} - \frac{p_{II} r_{II}}{t_{II}} & \frac{p_{II}}{t_{II}} \\ -\frac{r_{II}}{t_{II}} & \frac{1}{t_{II}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_I - \frac{p_I r_I}{t_I} & \frac{p_I}{t_I} \\ -\frac{r_I}{t_I} & \frac{1}{t_I} \end{pmatrix}, \quad (41)$$

из которого, в частности, следует, что амплитуды рассеяния всего слоя t , r , p могут быть выражены посредством амплитуд рассеяния отдельных ее частей $t_I(x_1, x)$, $r_I(x_1, x)$, $p_I(x_1, x)$ и $t_{II}(x, x_2)$, $r_{II}(x, x_2)$, $p_{II}(x, x_2)$, согласно следующим формулам [13,14] (см., также):

$$t(x_1, x_2) = \frac{t_I(x_1, y) t_{II}(y, x_2)}{1 - p_I(x_1, y) r_{II}(y, x_2)}, \quad (42)$$

$$r(x_1, x_2) = r_I(x_1, y) + \frac{t_I(x_1, y)^2 r_{II}(y, x_2)}{1 - p_I(x_1, y) r_{II}(y, x_2)}, \quad (43)$$

$$p(x_1, x_2) = p_{II}(y, x_2) + \frac{p_I(x_1, y) t_{II}(y, x_2)^2}{1 - p_I(x_1, y) r_{II}(y, x_2)}. \quad (44)$$

Таким образом, мы на основе метода трансфер матрицы воспроизвели классический результат метода расслоения, при этом обобщая его на случай сред с энергетическими потерями.

5. *Эффект многократных отражений.* Представленный выше результат (42)-(44) имеет довольно прозрачный физический смысл, связанный с эффектом многократного отражения волны внутри слоистой структуры. Разлагая выражение t (42) в ряд по степеням $p_I r_{II}$, можем записать

$$t = t_I t_{II} + t_I (r_{II} p_I) t_{II} + t_I (r_{II} p_I)^2 t_{II} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} t_I (r_{II} p_I)^n t_{II}. \quad (45)$$

Легко увидеть, что первое слагаемое суммы (45) (член $n=0$) представляет собой вклад в полную амплитуду прохождения амплитуды процесса, при котором отражение от слоев не происходит. Второе слагаемое соответствует амплитуде реализации процесса, при котором волна, прошедшая сквозь первый слой структуры, отражается от его второго слоя и далее, отражаясь от первого слоя, волна уже проходит через второй слой. Ясно, что произвольный n -тый член суммы представляет процесс передачи волнового возмущения сквозь структуру, который сопровождается n -кратным переотражением волны между слоями (см. рис.2).

Полученный результат является не чем иным, как аналогом конти-

нуального интеграла или интеграла по возможным траекториям Фейнмана для амплитуды вероятности реализации того или иного процесса [15]. В случае (45) таким процессом является процесс передачи волнового возмущения, возникшего в области по одну сторону системы, в область

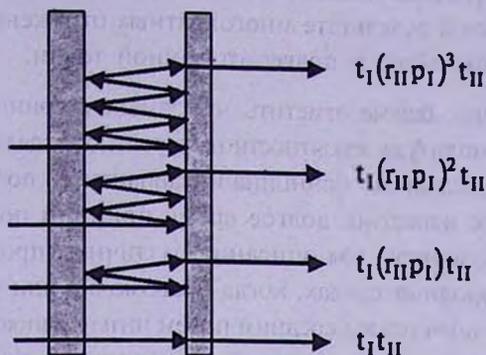


Рис.2. Схематическое представление амплитуды прохождения волны сквозь двухслойную структуру, как результат наложения процессов многократных отражений между слоями.

по другую сторону. Как известно в подходе Фейнмана базовым понятием является амплитуда вероятности осуществления или реализации события, для которого имеет место принцип суперпозиции: амплитуда вероятности события равна сумме амплитуд вероятностей для всевозможных альтернативных способов его осуществления. Для амплитуд вероятности имеет место также закон их умножения, согласно которому амплитуда вероятности сложного процесса равна произведению амплитуд вероятностей, составляющих его элементарных процессов.

Воспользовавшись (36)-(39), а также (22), (28), (29) для волновых функций левой и правой задач рассеяния слоя, можем записать

$$\Psi_{left}(x) = \frac{t_I(x_1, x)}{1 - p_I(x_1, x)r_{II}(x, x_2)} \exp\{ikx\} + \frac{t_I(x_1, x)r_{II}(x, x_2)}{1 - p_I(x_1, x)r_{II}(x, x_2)} \exp\{-ikx\}, \quad (46)$$

$$\Psi_{right}(x) = \frac{t_{II}(x, x_2)p_I(x_1, x)}{1 - p_I(x_1, x)r_{II}(x, x_2)} \exp\{ikx\} + \frac{t_{II}(x, x_2)}{1 - p_I(x_1, x)r_{II}(x, x_2)} \exp\{-ikx\}. \quad (47)$$

Как легко заметить из (46) и (47), для левой задачи рассеяния отношение амплитуд встречных волн в каждой точке пространства определяется амплитудой отражения для части системы правее данной точки.

$$\frac{b(x)}{a(x)} = R_{II}(x), \quad (48)$$

в то время как для правой задачи рассеяния оно определяется амплитудой отражения части системы левее данной точки;

$$\frac{a(x)}{b(x)} = P_I(x). \quad (49)$$

Разлагая выражения для амплитуд встречных волн в ряд по степеням $\rho_I(x_1, x) \rho_{II}(x, x_2)$, легко увидеть, что в каждой точке пространства волновое поле формируется в результате многократных отражений, происходящих от частей системы левее и правее от данной точки.

6. Заключение. Важно отметить, что замена в принципе суперпозиции словосочетания амплитуда вероятности на вероятность делает его утверждение созвучным с утверждением принципа инвариантного погружения Амбарцумяна [16,17]. Как известно, долгое время принцип погружения являлся основным инструментом для описания различных процессов переноса в случайно-неоднородных средах, когда правомочна или удовлетворительна замена волнового поля неким средним полем интенсивности. Применительно к нашей задаче для случая среды без энергетических потерь принцип инвариантного погружения приводит к следующему результату [17]:

$$\tau = \frac{\tau_I \tau_{II}}{1 - \rho_I \rho_{II}}, \quad \rho = \rho_I + \frac{\tau_I^2 \rho_{II}}{1 - \rho_I \rho_{II}}, \quad (50)$$

где величины τ , τ_I , τ_{II} и ρ , ρ_I , ρ_{II} представляют собой усредненные по случайным параметрам среды коэффициенты прохождения и отражения волны для слоя, а также для его первой и второй частей, соответственно. Заметим, что для среды без энергетических потерь коэффициенты отражения левой и правой задач рассеяния равны друг другу.

Ясно, что формулы (50) могут иметь место только лишь в случае некогерентного рассеяния, когда фазовым вкладом рассеянных от различных областей среды возбуждений в интенсивности отраженной и прошедших волн пренебрегается. Заметим, что при учете набега фаз замкнутые по отношению к интенсивности волн уравнения не имеют места, т.е. в уравнениях проявляется также наличие амплитуд волн. Из формул (50) также следует, что если величины, характеризующие свойства отражения и прохождения отдельных слоев системы подчиняются условию нормировки, т.е.

$$\tau_I + \rho_I = 1, \quad \tau_{II} + \rho_{II} = 1, \quad (51)$$

то соответствующие величины для всей системы также подчиняются данному условию;

$$\tau + \rho = 1. \quad (52)$$

В соответствии с принципом инвариантного погружения, формирующийся в результате многократных отражений процесс переноса излучения может быть для случайно-неоднородных сред описан на основе вероятностных законов. В указанном выше смысле принцип суперпозиции для

амплитуд вероятности является, по сути, обобщенным принципом инвариантного погружения. Амплитуды вероятности переходов, аналогично вероятностям в случае принципа инвариантного погружения, также подчиняются законам сложения и умножения для альтернативных и сложных событий.

В конце автор выражает благодарность академику Д.М.Седракяну за обсуждение результатов настоящей работы.

Государственный инженерный университет Армении,
Армения, e-mail: ashot.khachatryan@gmail.com

THE SPATIAL DISTRIBUTION OF A TIME-HARMONIC WAVE FIELD SCATTERED BY A ONE-DIMENSIONAL MEDIUM

A.Zh.KHACHATRIAN

We discuss the determination problem of a spatial distribution of an electromagnetic wave perturbation for a one-dimensional medium having arbitrary varying from point to point linear optical properties. It is shown that the wave field formation takes place on the base of the effect of multiple reflections. We also consider some questions related to the problem of characteristics interpretation of a medium, its property to transfer from point to point a wave perturbation, based on the principles of superposition and invariant imbedding.

Key words: *electromagnetic wave:perturbation*

ЛИТЕРАТУРА

1. В.А.Амбарцумян, ДАН Арм. ССР, 38, 225, 1964.
2. Н.Б.Енгибарян, Астрофизика, 1, 297, 1965.
3. А.Г.Никогосян, 1, 285, 1965.
4. Н.Б.Енгибарян, А.Х.Хачатрян, Матем. Моделирование, 16, 67, 2004.
5. М.А.Мнацаканян, ДАН ССР, 262, 856, 1982.
6. М.Борн, Э.Вольф, Основы оптики. М., Наука, 1973, с.721.

7. Д.М.Седракян, А.Ж.Хачатрян, ДАН Армении, 99, 247, 1999.
8. A.Zh.Khachatryan, Armenian Journal of Physics, 3, 178, 2010.
9. A.Zh.Khachatryan, Armenian Journal of Physics, 4, 90, 2011.
10. Л.Д.Фадеев, Тр. МИАН СССР, 73, 314, 1964.
11. В.И.Арнольд, Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений, М., Наука, 1978, с.304.
12. P.Erdos, R.C.Herndon, Adv. Phys., 31, 65, 1982.
13. В.К.Игнатович, ОИЯИ Р4-10778, Дубна, 1977.
14. V.K.Ignatovich, The physics of ultra cold neutrons. Clarendon Press. Oxford, 1990.
15. Р.Фейнман, А.Хиббс, Квантовая механика и интегралы по траекториям. М., Мир, 1968, с.382.
16. В.А.Амбарцумян, ДАН ССР, 38, 257, 1943.
17. В.А.Амбарцумян, Принцип инвариантности и его приложения. (М.А.Мнацаканян, О.В.Пикичян ред.) Труды всесоюзного симпозиума приуроченного к 40-летию введения принципа инвариантности в теорию переноса излучения, Бюракан, 1981, 26-30 октябрь.