ГРАВИТАЦИОННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ОТ
ОСЦИЛЛИРУЮЩИХ НЕЙТРОННЫХ ЗВЕЗД

М.В.АЙРАПЕТЯН

Поступила 26 марта 2012

Принята к печати 4 апреля 2012

Рассмотрено гравитационное излучение двух классов нейтронных звезд - магнетаров и радиопульсаров. Предполагается, что наблюдаемые γ -вспышки магнетаров и скачки угловой скорости радиопульсаров могут возбуждать осцилляции звезд, при которых эти объекты будут излучать гравитационные волны. Обсуждается возможность детектирования гравитационных волн от магнетара SGR 1806-20 и пульсара PSR J0833-45.

Ключевые слова: *гравитационное излучение:нейтронные звезды*

1. *Введение.* Известно, что слабые изменения метрики пространства-времени могут порождать гравитационные волны двух линейных поляризаций h_x и h_+ , детектирование которых станет еще одной прямой проверкой ОТО [1]. Современные детекторы гравитационных волн LIGO, TAMA, GEO 600 нацелены на детектирование гравитационных волн, излучающихся от компактных объектов: одиночных, коллапсирующих и сталкивающихся черных дыр, нейтронных звезд и белых карликов. Для более достоверного детектирования гравитационных волн целесообразно рассмотреть источники гравитационного излучения, связанные с периодическими или квазипериодическими процессами, происходящими в компактных объектах.

Среди объектов, излучающих гравитационные волны, особенно выделяются одиночные нейтронные звезды, в которых существуют несколько возможных источников, энергия которых может преобразоваться в энергию гравитационного излучения. В частности, источником гравитационных волн может служить энергия вращения нейтронной звезды в форме трехосного эллипсоида [2]. Такую форму звезда может принять из-за неоднородного охлаждения, сверхсильного магнитного поля [3], упругих свойств кристаллической кварковой сердцевины [4], фрагментизации [5] и других факторов. Кроме того, гравитационные волны может излучать прецессирующая нейтронная звезда [6,7], а также звезда в форме двухосного эллипсоида, если в ней возбуждены различные моды осцилляций вещества [8-12].

Осцилляции вещества в нейтронных звездах могут возникать из-за нерегулярных изменений, накладываемых на вековое изменение угловой скорости вращения. Например, известно, что угловая скорость пульсара

Vela PSR J0833-45 испытывает большие скачки порядка $\Delta\Omega/\Omega \sim 10^{-6}$. Гравитационные волны от квазирадиальных осцилляций нейтронных звезд, источником которых служит энергия скачка, были рассмотрены в работе [9]. В дальнейшем (см. раздел 3) будут рассмотрены гравитационные волны при нерадиальных осцилляциях, также снабжаемых энергией скачка, передаваемых из внутренних слоев коре звезды.

Среди нейтронных звезд отдельную группу составляют аномальные рентгеновские пульсары (АХР) и источники мягкого γ -излучения (SGR). Эти объекты характеризуются значениями периода порядка $p \sim 1$ с и производной периода порядка $\dot{p} \sim 10^{-11}$, что на несколько порядков выше, чем у обычных радиопульсаров. Если считать, что замедление звезды обусловлено магнитодипольным излучением, то для объяснения столь быстрого замедления необходимо наличие магнитного поля порядка 10^{14} - 10^{15} Гс на поверхности звезды, поэтому их называют магнетарами [13]. Заметим, что у радиопульсаров магнитное поле на два-три порядка меньше, чем у магнетаров.

У нескольких магнетаров наблюдались сверхмощные γ -вспышки, при которых выделяется энергия, большая чем кинетическая энергия вращения звезды. Так, у объекта SGR 1806-20 мощность излучения составляла $\sim 10^{46}$ эрг/с. После γ -вспышки наблюдались также квазипериодические осцилляции звезды с частотами 10-100 Гц [14]. Предполагается, что при γ -вспышках энергия выделяется за счет перестройки силовых линий магнитного поля, которые жестко заморожены в коре звезды. При таких изменениях может произойти разлом коры с выбросом вещества и с последующим возбуждением различных мод осцилляций вещества звезды. Как показали наблюдения, периоды квазипериодических осцилляций магнетаров, наблюдавшихся после сверхсильных γ -вспышек, согласуются с теоретическими значениями периодов нерадиальных осцилляций нейтронных звезд с малым угловым числом $l=2, 3$ [15-17]. По сути, квазирадиальные осцилляции указывают на глобальный характер осцилляций вещества кристаллической коры звезды [18]. При γ -вспышках могут возбуждаться также квазирадиальные осцилляции вещества звезды. В обоих случаях квадрупольный момент звезды зависит от времени и звезда будет излучать гравитационные волны за счет энергии магнитного поля, преобразовавшейся в энергию осцилляций.

Цель данной работы - рассмотреть гравитационное излучение магнетаров и пульсаров типа Vela при нерадиальных осцилляциях звезды. При этом источником энергии гравитационного излучения принимается энергия, выделяемая, соответственно, при сверхсильных γ -вспышках и больших скачках угловой скорости вращения. Далее в разд.2 вычислены интенсивность гравитационного излучения и амплитуда гравитационных волн для наблюдателя на Земле при "подобных" осцилляциях нейтронной звезды -

магнетара, деформированная сильным внутренним магнитным полем. В следующем разд.3 вычислены интенсивность гравитационного излучения при нерадиальных осцилляциях звезды с угловым числом $l=2$ и обсуждается возможность детектирования гравитационных волн от магнетаров и пульсаров детекторами нового поколения.

2. *Гравитационное излучение магнетаров при "подобных" осцилляциях.* При квазирадиальных "подобных" осцилляциях с частотой ω координата x меняется со временем t по закону

$$x_{\alpha} = x_{\alpha}^0 (1 + \eta \sin \omega t), \quad (1)$$

где $\eta \ll 1$ - относительная амплитуда осцилляций, нейтронная звезда становится источником гравитационного излучения, интенсивность которого определяется как

$$J = -\frac{G}{45c^5} |\ddot{D}_{\alpha\beta}|^3. \quad (2)$$

Здесь

$$D_{\alpha\beta} = \int (3x_{\alpha}x_{\beta} - r^2\delta_{\alpha\beta})dV \quad (3)$$

компоненты тензора квадрупольного момента масс звезды, G - гравитационная постоянная, c - скорость света. Среднее значение интенсивности гравитационного излучения равно [8,9]

$$J_0 = \frac{G}{15c^5} \eta^2 \omega^6 |D_{\alpha\alpha}^0|^2, \quad (4)$$

где $D_{\alpha\alpha}^0$ - квадрупольный момент звезды относительно оси вращения без осцилляций. Амплитуда плоской гравитационной волны на расстоянии R_0 от источника связана с средней интенсивностью излучения следующим выражением:

$$h_0 = \frac{G}{3c^4 R_0} |D_{\alpha\alpha}^0| \omega^2 \eta = \frac{1}{R_0} \sqrt{\frac{5J_0 G}{3c^3 \omega^2}}. \quad (5)$$

Если осцилляции звезды не будут поддерживаться каким-либо внутренним источником, то они будут затухающими. Выражение для характерного времени затухания τ_g имеет вид [8]

$$\tau_g = \frac{15c^5}{G} \frac{I_0}{\omega^4 |D_{\alpha\alpha}^0|^2}, \quad (6)$$

где I_0 - момент инерции звезды относительно центра.

Как видно из формул (4) и (5), для вычисления интенсивности гравитационного излучения и амплитуды гравитационных волн необходимо знать значение квадрупольного момента звезды $D_{\alpha\alpha}^0$. Для оценки значений $D_{\alpha\alpha}^0$ учтем, что в магнетарах могут существовать тороидальные магнитные

поля вплоть до значений порядка 10^{16} Гс. Наличие таких полей, как показывают расчеты [19], могут привести к таким деформациям, при которых звезда сплющивается к плоскости меридианального сечения, т.е. полярный радиус больше, чем экваториальный радиус. Эллиптичность ε звезды, определенная как

$$\varepsilon = \frac{2(R_p - R_e)}{R_p + R_e},$$

можно оценить как отношение магнитной и гравитационной энергий звезды:

$$\varepsilon \approx \frac{W_m}{W_g} \approx 10^{-4} B_{16}^2 R_6^4 \left(\frac{M_\odot}{M} \right)^2 \sim 10^{-4} \quad (7)$$

при $B_{16} = 0.5$. Тогда $D_{\alpha\alpha}^0$ можно оценить как

$$|D_{\alpha\alpha}^0| \sim I_0 \varepsilon \sim 10^{41} \text{ г см}^2, \quad (8)$$

где мы приняли $I_0 \approx 10^{45} \text{ г см}^2$.

Теперь предположим, что часть энергии W , выделенной во время γ -вспышки, преобразуется в энергию осцилляций. Тогда среднюю интенсивность гравитационного излучения можно оценить как

$$J_0 \approx \frac{\gamma W}{\tau_g}. \quad (9)$$

Сравнивая выражения (4) и (9) для интенсивности гравитационного излучения, и используя (6), получим следующее выражение для амплитуды "подобных" колебаний

$$\eta = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{\gamma W}{I_0}}. \quad (10)$$

Перейдем к оценкам основных характеристик гравитационных волн от магнетаров. Если предположить, что сильные магнитные поля внутри магнетаров мало влияют на значения частот квазирадиальных "подобных" осцилляций, то для магнетаров можно принять модель нейтронной звезды с следующими характеристиками: $M \approx M_\odot$, $R \approx 10$ км, $I_0 \approx 10^{45} \text{ г см}^2$, $\omega \approx 10^4$ Гц [20,21]. Подставляя эти значения в (6), и используя (8), для времени затухания квазирадиальных "подобных" осцилляций получим значение $\tau_g \sim 5.4 \cdot 10^7$ с. Тогда, принимая, что $\gamma = 10^{-2}$ часть энергии вспышки порядка $W \approx 10^{47}$ эрг преобразуется в энергию осцилляций, средняя интенсивность гравитационного излучения от магнетара SGR 1806-20 будет порядка $J_0 \approx 2 \cdot 10^{37}$ эрг/с, а относительная амплитуда осцилляций порядка $\eta \approx 10^{-4}$. Этого значения интенсивности излучения недостаточно для детектирования гравитационных волн от магнетара SGR 1806-20, так как при расстоянии $R_0 = 44.7$ кпк амплитуда гравитационных волн по формуле (5) получается $h_0 \approx 2 \cdot 10^{-28}$. Таким образом, несмотря на огромное значение энергии,

выделенной во время γ -вспышки магнетара, "подобные" осцилляции звезды не могут генерировать достаточно сильные гравитационные волны, чтобы обнаружить их даже планируемыми детектором Advanced LIGO.

3. *Гравитационное излучение магнетаров и пульсаров при нерадиальных осцилляциях.* Как отмечалось выше, наблюдаемые квазипериодические осцилляции магнетаров интерпретируются как нерадиальные осцилляции звезды с малым значением углового числа l . При таких осцилляциях плотность вещества меняется по закону

$$\rho(r, t) = \rho_0(r) + \rho'(r) e^{im\varphi} P_l(\mu) \cos \omega t, \quad (11)$$

где $\mu = \cos \theta$, $\rho_0(r)$ - плотность вещества при отсутствии осцилляций, $P_l(\mu)$ - полином Лежандра. Для упрощения вычислений рассмотрим квазиреадийный случай - $l=2$, $m=0$ (при других значениях m средняя интенсивность имеет одинаковое значение). Тогда

$$\rho(r, t) = \rho_0(r) + \rho'(r) P_2(\mu) \cos \omega t. \quad (12)$$

Подставляя выражение для плотности (12) в (3), квадрупольный момент звезды можно представить в следующем виде:

$$D_{\alpha\beta} = D_{\alpha\beta}^0 + D'_{\alpha\beta} \cos \omega t, \quad (13)$$

где $D_{\alpha\beta}^0$ - невозмущенное значение квадрупольного момента, а

$$D'_{\alpha\beta} = \int_0^{R_0} r^2 \rho'(r) dr \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-1}^1 P_2(\mu) (3x_\alpha x_\beta - r^2 \delta_{\alpha\beta}) d\mu. \quad (14)$$

Подставляя (13) в выражение (2) и учитывая, что $D'_{xx} = D'_{yy} = -D'_{zz}/2$, а смешанные компоненты равны нулю, для среднего значения интенсивности гравитационного излучения и амплитуды волн получим:

$$J = \frac{G \omega^6}{60 c^5} |D'_{zz}|^2, \quad (15a)$$

$$h_0 = \frac{G \omega^2}{3 c^4 r_0} |D'_{zz}|, \quad (15b)$$

где

$$D'_{zz} = \frac{8\pi}{5} \int r^4 \rho'(r) dr. \quad (16)$$

Для окончательной оценки интенсивности гравитационного излучения от магнетаров необходимо знать зависимость $\rho'(r)$ внутри звезды.

Уравнение для определения $\rho'(r)$ можно получить в ньютоновском приближении из уравнения Пуассона для гравитационного потенциала

$$\Delta \phi = 4\pi G \rho \quad (17)$$

и уравнения равновесия вращающейся звезды

$$\nabla P = -\rho \nabla \phi + \rho \Omega^2 \vec{r} \quad (18)$$

при заданном уравнении состояния $P = P(\rho)$. Для упрощения задачи будем использовать уравнение политропы $n = 1$:

$$P = k \rho^2. \quad (19)$$

Заметим, что вследствие медленного вращения магнетаров ($\Omega \approx 1$ рад/с) вторым слагаемым в правой части уравнения (18) можно пренебречь. Если подставить выражение для плотности (12) в систему уравнений (17)-(19) и перейти к безразмерным величинам

$$x = r \sqrt{\frac{2\pi G}{k}}, \quad \psi = \frac{\phi}{2k\rho_c}, \quad q = \frac{\rho}{\rho_c}, \quad (20)$$

где ρ_c - центральная плотность звезды, то для безразмерных возмущений плотности вещества $q' = \rho'/\rho_c$ и гравитационного потенциала $\psi' = \phi'/2k\rho_c$ можно получить следующую систему уравнений:

$$\frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(x^2 \frac{\partial \psi'(x) P_2(\mu)}{\partial x} \right) + \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial \mu} \left((1 - \mu^2) \frac{\partial \psi'(x) P_2(\mu)}{\partial \mu} \right) = q'(x) P_2(\mu), \quad (21)$$

$$q'(x) = -\psi'(x). \quad (22)$$

Структура решений системы уравнений (21), (22) хорошо изучена, и следуя работе [22], находим решение для $q'(x)$:

$$q' = c' \left(\frac{\sin x}{x} + \frac{3 \cos x}{x^2} - \frac{3 \sin x}{x^3} \right), \quad (23)$$

где x принимает значения от 0 в центре до $x_0 = \pi$ на поверхности звезды. В выражении (23) c' постоянная, которую можно определить, задав относительное изменение плотности вещества на поверхности звезды. Мы приняли, что c' мала и равна $c' = 10^{-4}$ [11]. Используя (20) и (23), можно получить выражение для D'_{zz} :

$$D'_{zz} = \frac{8\pi}{5} \left(\frac{k}{2\pi G} \right)^{5/2} \rho_c \int x^4 q'(x) dx. \quad (24)$$

Если нерадиальные осцилляции испытывает вся звезда, то в (24) интегрирование по x проводится от 0 до π , что приводит к следующему результату:

$$D'_{zz} \approx 2.5 \cdot 10^{42} R_6^5 \rho_{c15} \text{ г см}^2, \quad (25)$$

где R_6 - радиус звезды в единицах 10^6 см, а ρ_{c15} - центральная плотность в единицах 10^{15} г см $^{-3}$. Теперь можно оценить интенсивность гравитационного излучения и амплитуду гравитационных волн от магнетаров. Подставляя выражение для D'_{zz} (25) в (15а) и (15b), получим:

$$\bar{J} \approx 3 \cdot 10^{35} \omega_2^6 R_6^{10} \rho_{c15}^2, \quad (26a)$$

$$h_0 \approx 2.5 \cdot 10^{-25} \frac{\omega_2^2 R_6^5 \rho_{c15}}{r_0 \text{ kpc}}, \quad (26b)$$

где ω_2 - частота осцилляций в единицах 10^2 Гц. Для типичных моделей нейтронных звезд с центральной плотностью $\rho_{c15} = 2$ можно принять $R_g = 1.3$ [23-25], и следуя наблюдениям квазипериодических осцилляций, принять также $\omega_2 = 1$ [14]. В этом случае из (26a) и (26b) имеем $\bar{J} \approx 1.5 \cdot 10^{37}$ эрг/с, $h_0 \approx 0.6 \cdot 10^{-25}$, где учтено, что для объекта SGR 1806-20 $r_{0kps} = 44.7$. Значение h_0 ниже порога чувствительности современных детекторов гравитационных волн [26], однако наличие более близких объектов повысило бы возможность детектирования гравитационных волн детекторами нового поколения.

Нерадиальные осцилляции малой амплитуды могут испытать также такие пульсары, как VELA PSR J0833-45, угловая скорость вращения которых претерпевает большие скачки. Например, у пульсара VELA величина самого большого скачка порядка $\Delta\Omega/\Omega \sim 3 \cdot 10^{-6}$ [27]. Энергия, выделенная во время скачка, порядка $W \approx I\Omega^2(\Delta\Omega/\Omega)$. Если считать, что часть этой энергии может преобразоваться в энергию осцилляций, можно оценить также интенсивность гравитационного излучения и амплитуду гравитационных волн во время скачков угловой скорости вращения. Учитывая, что расстояние до пульсара PSR J0833-45 равно $r_{0kps} = 0.5$, и используя вышепринятые параметры нейтронных звезд, для пульсара Vela из формулы (26b) получим $h_0 \approx 3.5 \cdot 10^{-24}$, что существенно больше, чем у магнетаров. Это значение h_0 лежит вблизи порога чувствительности детектора Advanced LIGO. Важно также знать среднее время затухания нерадиальных осцилляций из-за излучения гравитационных волн. Эту величину можно оценить как

$$\tau_g \sim \frac{\gamma W}{\bar{J}}. \quad (27)$$

Если принять для пульсара Vela $I \approx 10^{45}$ г см², $\Omega \approx 70$ рад/с, $\gamma = 10^{-2}$, и используя найденное выше значение средней интенсивности гравитационного излучения, получим $\tau_g \approx 10^4$ с. Отметим, что пульсар Vela находится под постоянным наблюдением телескопов разных обсерваторий. Скачки угловой скорости этого пульсара регистрируются достаточно точно во времени. Это позволит быстро реагировать на скачок угловой скорости и задействовать детектор гравитационных волн. Последний обзор детектора LIGO в течение нескольких десятков тысяч секунд по обнаружению гравитационных волн от пульсара Vela проводился на частоте 1000 Гц, и позволил обнаружить гравитационные волны с амплитудой порядка 10^{-21} [28]. Но проводимый выше расчет показывает, что возможное гравитационное излучение от пульсара Vela можно детектировать лишь планируемым и более чувствительным детектором Advanced LIGO.

Автор выражает благодарность академику НАН Армении Д.М.Седракяну за обсуждение результатов и профессору А.Седракяну (университет Франкфурта им. В.Гете) за замечания при подготовке статьи. Работа выполнена

в рамках темы 11-1с107 Государственного комитета по науке Армении и при поддержке гранта Volkswagen Stiftung Az: 85182.

Ереванский государственный университет,
Армения, e-mail: mexhayr160871@gmail.com

GRAVITATIONAL RADIATION FROM OSCILLATING NEUTRON STARS

M.V.HAYRAPETYAN

We consider the gravitational radiation of two classes of neutron stars - magnetars and radiopulsars. It is assumed that the observed γ -flares of magnetars and glitches of radiopulsars can excite oscillations of the stars under which these objects will emit gravitational waves. The possibility of detection of the gravitational waves from the magnetar SGR 1806-20 and the pulsar PSR J0833-45 is discussed.

Key words: *gravitational radiation:neutron stars*

ЛИТЕРАТУРА

1. Л.Д.Ландау, И.М.Лифшиц, Теория поля., М., Наука, 1972.
2. M.Zimmerman, Phys. Rev. D, 21, 891, 1980.
3. C.Cutler, Phys. Rev. D, 66, 084025, 2002.
4. B.Knippel, A.Sedrakian, Phys. Rev. D, 79, 083007, 2009.
5. C.J.Horowitz, Phys. Rev. D, 81, 103001, 2010.
6. D.I.Jones, N.Andersson, Mon. Notic. Roy. Astron. Soc., 324, 811, 2001.
7. A.Sedrakian, I.Wasserman, J.Cordes, Astrophys. J., 524, 341, 1999.
8. Ю.Л.Вартамян, Г.С.Аджян, Астрон. ж., 54, 1047, 1977.
9. Д.М.Седракиян, М.Бенаквиста, К.М.Шахабасян, А.А.Садоян, М.В.Айрапетян, Астрофизика, 46, 545, 2003.
10. M.Benacquista, D.M.Sedrakian, M.V.Hayrapetyan, K.M.Shahabasyan, A.A.Sadoyan, Astrophys. J., 596, L223-L226, 2003.
11. E.Garcia-Berro, P.Lorén-Aguilar, A.H.Córsico et al., Astron. Astrophys., 446, 259, 2006.
12. K.Kokkotas, N.Andersson, In Recent developments in general relativity. 14th

- SIGRAV Conference on General Relativity and Gravitational Physics, Genova, Italy, September 18-22, 2000, edited by R.Cianci, R.Collina, M.Francaviglia, P.Fré: Springer, p.121-139, 2002.
13. *R.Duncan, C.Thompson*, High velocity neutron stars and gamma-ray bursts. AIP Conference Proceedings, 366, 111, 1996.
 14. *A.L.Watts, T.E.Strohmayer*, *Astrophys. Space Sci.*, 308, 625, 2007.
 15. *P.N.McDermott, H.M. van Horn, C.J.Hansen*, *Astrophys. J.*, 325, 725, 1988.
 16. *A.Colaiuda, H.Beyer, K.D.Kokkotas*, *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*, 396, 1441, 2009.
 17. *A.Colaiuda, K.D.Kokkotas*, *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*, 414, 3014, 2011.
 18. *T.E.Strohmayer, A.L.Watts*, *Astrophys. J.*, 613, 593, 2006.
 19. *K.Kiuchi, K.Kotake, S.Yoshida*, *Astrophys. J.*, 698, 541, 2009.
 20. *Г.Г.Арутюнян, Д.М.Седракян, Э.В.Чубарян*, *Астрон. ж.*, 49, 1216, 1972.
 21. *K.D.Kokkotas, J.Ruoff*, *Astron. Astrophys.*, 366, 565, 2001.
 22. *В.В.Папоян, Д.М.Седракян, Э.В.Чубарян*, *Астрофизика*, 3, 41, 1967.
 23. *В.В.Папоян, Д.М.Седракян, Э.В.Чубарян*, *Астрофизика*, 8, 405, 1972.
 24. *G.B.Cook, S.L.Shapiro, S.A.Teukolsky*, *Astrophys. J.*, 398, 203, 1992.
 25. *G.B.Cook, S.L.Shapiro, S.A.Teukolsky*, *Astrophys. J.*, 422, 227, 1994.
 26. *B.Zink, P.D.Lasky, K.D.Kokkotas*, *Phys. Rev. D*, 85, 024030, 2012.
 27. *R.G.Dodson, P.M.McCulloch, D.R.Lewis*, *Astrophys. J.*, 564, L85-L88, 2002.
 28. *J.Abadie, B.P.Abbott, R.Abbott et al.*, *Phys. Rev. D*, 83, 042001, 2011.