

ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЧАСТОТ РЕНТГЕНОВСКИХ ВСПЫШЕК МОЛОДЫХ ЗВЕЗДНЫХ ОБЪЕКТОВ ОБЛАСТИ ρ Oph

А.А.АКОПЯН

Поступила 17 августа 2011

Принята к печати 23 ноября 2011

В статистических исследованиях вспыхивающих звезд разработаны и успешно применены методы определения функции распределения частоты оптических вспышек вспыхивающих звезд. Рентгеновские наблюдения вспыхивающих объектов дают основание распространить применение этих методов на статистическое исследование рентгеновских вспышек молодых звездных объектов. В данной статье приведено краткое описание методов, которые могут быть использованы для определения функции распределения частоты рентгеновских вспышек молодых звездных объектов. Соответствующая функция определена для выборки из 195 маломассивных молодых звездных объектов облака L1688, входящего в состав комплекса темных облаков ρ Oph. Показано, что она имеет экспоненциальный вид.

Ключевые слова: *рентгеновские вспышки; распределение частоты;
молодые звездные объекты*

1. *Введение.* В середине 70-х годов прошлого столетия рентгеновскими обсерваториями были зарегистрированы первые рентгеновские вспышки вспыхивающих звезд окрестности Солнца. Эти и дальнейшие исследования установили непосредственную связь между оптическими и рентгеновскими вспышками вспыхивающих звезд. В дальнейшем, рентгеновские вспышки были зарегистрированы также у других типов молодых звездных объектов, в частности, у звезд типа Т Тау, которые тоже показывают оптические вспышки.

В статистике вспыхивающих звезд разработаны и применены методы, которые могут быть успешно применены и в статистике рентгеновских вспышек. В этих методах предполагается случайный и независимый характер оптических вспышек. Учитывая характер связи между оптическими и рентгеновскими вспышками, это предположение можно распространить и на рентгеновские вспышки.

В этой работе, с помощью этих методов, определяется функция распределения частоты рентгеновских вспышек сравнительно малочисленной выборки маломассивных молодых звездных объектов (МЗО) области звездообразования ρ Oph. В последующих работах планируется определение той же функции для аналогичных звезд ассоциаций Ориона и Суг OB2.

2. *Использованные данные.* В работе использованы данные, представленные в [1], где приведены результаты систематических исследований рентгеновских вспышек маломассивных молодых звездных объектов облака L1688, входящего в состав комплекса ρ Oph. Кроме множества МЗО разных классов, в L1688 обнаружены также молекулярные ядра DCO+, обозначенные латинскими буквами от А до F.

Рентгеновские данные (0.5-9.0 keV) получены рентгеновской обсерваторией Chandra [2] в течение двух глубоких экспозиций частично перекрывающихся областей (табл.1) А и ВF, которые включают в себя молекулярные ядра А и В-F, соответственно. В результате анализа данных 195 рентгеновских источников, включающих в себя МЗО классов I-III (протозвезды, классические звезды типа Т Tau-CTTS, "слабые" звезды типа Т Tau- WTTS) и некоторое количество коричневых карликов, была обнаружена 71 вспышка [1]. Среди 195 звезд - 9 встречаются в обеих областях. К вспышкам были причислены те события, при которых уровень сигнала превышал средний уровень на 2σ (более детально см. [1]).

Необходимые для данной работы данные о вспышках представлены в табл.2, где в первом столбце дано название объекта, согласно [1], во втором - количество рентгеновских вспышек, в третьем - номер вспышки для данного объекта, в четвертом - момент вспышки, в пятом - общее время наблюдений за данным объектом в килосекундах. В качестве момента вспышки был выбран момент пикового значения вспышки, который определяется более уверенно и менее подвержен селективным эффектам.

Объекты в табл.2 сгруппированы по классам; от А-49 до ВF-89 включительно - МЗО класса I (протозвезды), от А-3 до ВF-88 - МЗО класса II (CTTS), от А-2 до ВF-96 - МЗО класса III (WTTS), А-12 и ВF-72 объекты - кандидаты в МЗО класса III, а от А-26 до ВF-96 неклассифицированные инфракрасные источники, остальные - неотожествленные источники. Распределение всех (вспыхнувших и невспыхнувших) объектов по классам следующее: МЗО I - 8 объектов, МЗО II- 58 объектов, МЗО III - 26 объектов, неклассифицированные инфракрасные источники - 12 объектов, коричневые карлики - 5 объектов, неотожествленные источники - 85 объектов и одна звезда поля.

Для невспыхнувших за время наблюдений звезд, которые не вошли

Таблица 1

ДАННЫЕ НАБЛЮДЕНИЙ

Область	Дата набл.	α (J2000)	δ (J2000)	Размеры области	Общее время набл. (кс)	Число звезд
ВF	13-14.04.2000	16 ^h 27 ^m 18 ^s .1	-24°34'21".9	17'.4 x 17'.4	100.6	110
А	15-17.05.2000	16 ^h 26 ^m 35 ^s .3	-24°23'12".9	17'.4 x 17'.4	96.4	94

в табл.2, известны лишь оценки снизу моментов первых вспышек. Для звезд области А она (оценка снизу) равна 96.4 кс, для звезд области ВF - 100.6 кс, а для общих для обеих областей звезд - 197 кс.

Таблица 2

ДАННЫЕ О РЕНТГЕНОВСКИХ ВСПЫШКАХ

Объект	Кол. всп.	Номер всп.	Момент всп. (кс)	Общее время набл. (кс)	Объект	Кол. всп.	Номер всп.	Момент всп.	Общее время набл. (кс)
A-49	1	1	58	96.4	BF-59	1	1	88	100.6
BF-26	1	1	18	100.6	BF-63	1	1	54	100.6
BF-61	1	1	82	100.6	BF-66	1	1	98	100.6
BF-64	2	1	22	100.6	BF-78	1	1	4	100.6
		2	87.3		BF-87	1	1	84	100.6
BF-89	3	1	4	100.6	BF-88	3	1	14	100.6
		2	88				2	46	
		3	-				3	84	
A-3	1	1	24	96.4	A-2	2	1	-	96.4
A-14	1	1	8	96.4			2	70	
A-15	3	1	2	96.4	A-5	2	1	54	96.4
		2	60				2	76	
		3	86		A-20	3	1	22	96.4
A-22	1	1	20	96.4			2	62	
A-23	2	1	56	96.4			3	76	
		2	74		A-41	1	1	90	96.4
A-24	1	1	72	96.4	A-63	1	1	52	96.4
A-25	3	1	10	96.4	A-81=B-19	1	1	117.6	197
		2	38		BF-40	1	1	88	100.6
		3	88		BF-46	1	1	72	100.6
A-34	1	1	36	96.4	BF-84	1	1	72	100.6
A-53	1	1	82	96.4	BF-96	1	1	32	100.6
A-69=BF-7	1	1	170.6	197	A-12	1	1	20	96.4
A-77=BF-15	1	1	197	197	BF-72	1	1	-	100.6
A-78=BF-16	1	1	194.6	197	A-26	3	1	2	96.4
A-79=BF-17	3	1	32	197			2	18	
		2	142.6				3	76	
		3	162.6		A-28	1	1	50	96.4
BF-8	1	1	66	100.6	A-76	1	1	72	96.4
BF-27	1	1	86	100.6	BF-55	1	1	30	100.6
BF-28	1	1	18	100.6	BF-62	2	1	20	100.6
BF-31	1	1	54	100.6			2	53	
BF-35	1	1	61	100.6	A-29	1	1	80	96.4
BF-42	1	1	76	100.6	BF-36	1	1	30	100.6
BF-51	2	1	5	100.6	BF-92	1	1	20	100.6
		2	61						

3. Методы определения функции распределения частот.

Если для каждого вспыхивающего объекта характерна некоторая средняя

частота ν , то выборка в целом будет описываться распределением средних частот среди совокупности входящих в него объектов. Нормированную плотность этого распределения частот обозначим через $\varphi(\nu)$. В данном случае определение $\varphi(\nu)$ путем прямых подсчетов пока практически невозможно из-за малого числа зарегистрированных вспышек у отдельных объектов. Однако в статистике вспыхивающих звезд разработаны и применены методы определения функции распределения частоты вспышек, которые могут быть использованы при статистических исследованиях других эруптивных звезд, и в частности, для исследования рентгеновских вспышек. В этих методах базовым является предположение о случайном и независимом характере вспышек. Это позволяет рассматривать последовательность вспышек как пуассоновский процесс. В этом случае, вероятность обнаружения у отдельной звезды k вспышек за время наблюдений t определяется выражением:

$$p_k = \frac{(\nu t)^k e^{-\nu t}}{k!} \quad (1)$$

Метод 1. Метод Амбарцумяна. Первый метод был разработан Амбарцумяном [3] в 1978г. При решении задачи он ввел функцию $m_1(t)$, показывающую число звезд, у которых в промежутке от t до $t+1$ наблюдались первые вспышки. Вероятность этого события равна произведению вероятности того, что до момента t вспышка не произошла на вероятность регистрации вспышки в промежутке от t до $t+1$. Отсюда следует, что при пуассоновском процессе функция $m_1(t)$ имеет вид:

$$m_1(t) = N \int \nu e^{-\nu t} \varphi(\nu) d\nu, \quad (2)$$

где N - неизвестное число вспыхивающих звезд.

Заметим, что число $m_1(0)$, точнее, его математическое ожидание, вместе с тем, равно среднему числу всех вспышек в агрегате за единицу времени:

$$m_1(0) = N \nu_m = N \frac{n(t)}{t}, \quad (3)$$

где ν_m - средняя от средних частот вспышек совокупности звезд, $n(t)$ - полное число зарегистрированных к моменту t вспышек.

Учитывая характерные временные масштабы эволюционных изменений, можно считать, что состояние всей совокупности вспыхивающих звезд за период наблюдений остается практически неизменным. Поэтому $m_1(0)$ будет характеризовать плотность вспышек во времени не только для $t=0$, но и для всего периода наблюдений. Из (2) непосредственно следует, что математическое ожидание $m_1(t)$ целиком определяется законом распределения частот $\varphi(\nu)$ и между ними существует простое соотношение:

$$\frac{m_1(t)}{m_1(0)} = \frac{\int v e^{-vt} \varphi(v) dv}{\int v \varphi(v) dv} = \frac{\int v e^{-vt} \varphi(v) dv}{v_m}, \quad (4)$$

и вопрос об определении $\varphi(v)$ сводится к обратному преобразованию Лапласа наблюдаемой функции $m_1(t)/m_1(0)$:

$$\varphi(v) = \frac{v_m}{v} L^{-1} \left[\frac{m_1(t)}{m_1(0)} \right], \quad (5)$$

где L^{-1} - оператор обратного преобразования Лапласа, а v_m можно определить путем нормировки.

Функция $m_1(t)/m_1(0)$ подвержена сильным флуктуациям, которые неизбежны у одиножды наблюдаемой реализации функции, поэтому при поисках решения нужно выполнить предварительное сглаживание. В частности, для этого Амбарцумян использовал хронологию вторых вспышек:

$$\frac{m_1(t)}{m_1(0)} = 1 - \int_0^t \frac{m_2(t')}{m_1(0)} \frac{dt'}{t'}. \quad (6)$$

В этом случае, из-за того, что наблюдаемая функция $m_2(t)/m_1(0)$ входит под знаком интеграла, получаемые $m_1(t)/m_1(0)$ гораздо менее подвержены флуктуациям, чем непосредственно определяемые "подсчетом открытий" в одной реализации. Отметим еще один, очень простой в применении способ сглаживания функции $m_1(t)/m_1(0)$ [4]:

$$\frac{m_1(t)}{m_1(0)} = \frac{n_1(t)}{n(t)}, \quad (7)$$

где $n(t)$ - полное число зарегистрированных к моменту t вспышек, а $n_1(t)$ - число однократно вспыхнувших звезд.

Метод Амбарцумяна был применен к системам вспыхивающих звезд Плеяд [3] и Ориона [5]. При этом обратное преобразование Лапласа было выполнено после аналитической аппроксимации функции $m_1(t)/m_1(0)$ в виде:

$$\frac{m(t)}{m(0)} = \frac{1}{(1 + at)^b}. \quad (8)$$

Метод 2. Задача определения функции распределения частоты вспышек вспыхивающих звезд имеет две особенности:

- общее число исследуемых вспыхивающих звезд (объем выборки) неизвестно,
- времена наблюдений за отдельными звездами одинаковы.

Часто, однако, имеет место ситуация с точностью до наоборот; объем выборки известен, но времена наблюдений за отдельными объектами разные, как в рассматриваемой в данной работе задаче. Эти отличия, естественно, находят свое отражение при решении задачи, в частности,

возникает необходимость использования цензурированных наблюдений и соответствующих методов для обработки таких данных. В данной задаче цензурированным является наблюдение за тем объектом, у которого за все время наблюдений не зарегистрировано ни одной рентгеновской вспышки.

Доработанный для данного случая метод Амбарцумяна представлен в работе [6]. Согласно [6], искомая функция плотности распределения средней частоты вспышек равна обратному преобразованию Лапласа функции выживания:

$$\varphi(v) = L^{-1}[F_1(T)], \quad (9)$$

где $F_1(T) = 1 - M_1(T)$ - функция надежности, или функция выживания, $M_1(T)$ - функция распределения моментов первых вспышек:

$$M_1(t) = \int_0^t \frac{m_1(t')}{N} dt'. \quad (10)$$

Обозначим через t_i моменты времени, в которых зарегистрированы вспышки. Пусть T' - момент первой вспышки данного объекта, если она имела место, если же вспышка не имела место, то T' - общее время наблюдений за этим объектом и пусть n_i - число объектов, для которых $T' \geq t_i$, а k_i - число объектов, у которых в момент условного времени t_i зарегистрированы первые вспышки. В этом случае оценкой максимального правдоподобия функции выживания $F_1(T)$ является оценка Каплана-Мейера (см., например, [7]):

$$F_1(T) = \prod_{i=1}^T \left(1 - \frac{k_i}{n_i}\right), \quad (11)$$

где Π - произведение по всем i , $t_i \leq T$. Дисперсия этой оценки равна [7]:

$$\text{var}[F_1(T)] = [F_1(T)]^2 \sum_{i=1}^T \frac{k_i}{n_i(n_i - k_i)}, \quad (12)$$

где Σ - сумма по всем i , $t_i \leq T$.

При практическом решении обратной задачи, к числу которых относится данная задача, полезным условием является знание предварительной информации о характере исходной функции. Функция $F_1(T)$ в значительной степени удовлетворяет этому условию: по своему определению она является монотонно убывающей функцией T и меняется строго в пределах от 1 до 0. Представляется очень важной также возможность оценки ошибки определения $F_1(T)$.

Метод 3. В двух перечисленных выше методах использовалась статистика первых вспышек. В работе [8] был предложен другой метод определения функции распределения частоты вспышек, в котором используется только количество вспышек, т.е. в качестве исходного эмпирического распределения служит распределение числа наблюдаемых вспышек.

Суть метода состоит в определении искомой функции распределения частот через собственные статистические моменты распределения, которые можно выразить через соответствующие моменты числа вспышек. Для выборки вспыхивающих объектов с плотностью распределения частоты $\varphi(v)$, моменты распределения числа вспышек соответственно равны:

$$\mu k_1 = \int \sum_{k=0}^{\infty} k p_k \varphi(v) dv, \quad \mu k_j = \int \sum_{k=0}^{\infty} (k - \mu k_1)^j p_k \varphi(v) dv, \quad j = 2, 3, 4, \quad (13)$$

где, в частности, μk_1 - среднее число вспышек, μk_2 - дисперсия числа вспышек.

Из (1) и (13) следуют соотношения, связывающие моменты частоты вспышек с моментами функции распределения числа вспышек:

$$\begin{aligned} \mu v_1 &= \frac{\mu k_1}{f}, \quad \mu v_2 = \frac{(\mu k_2 - \mu k_1)}{f^2}, \quad \mu v_3 = \frac{(\mu k_3 - 3\mu k_2 + 2\mu k_1)}{f^3}, \\ \mu v_4 &= \frac{(\mu k_4 - 6\mu k_3 - 6\mu k_2 \cdot \mu k_1 + 11\mu k_2 - 6\mu k_1 + 3\mu k_1^2)}{f^4}, \end{aligned} \quad (14)$$

где

$$\mu v_1 = \int v \varphi(v) dv, \quad \mu v_j = \int (v - \mu v_1)^j \varphi(v) dv, \quad j = 2, 3, 4. \quad (15)$$

Подставляя эмпирические моменты распределения числа вспышек в (14), получим соответствующие эмпирические моменты функции распределения частоты вспышек.

Таким образом, задача сводится к определению функции распределения с помощью известных моментов распределения. Для этого может быть использован метод подгонки кривых семейства распределений Пирсона методом моментов [8]. Плотности распределений семейства Пирсона подчиняются уравнению:

$$\frac{df}{dx} = \frac{(x-a)f}{b_0 + b_1 x + b_2 x^2}. \quad (16)$$

Коэффициенты a и b , могут быть выражены через первые четыре момента распределения. В зависимости от значений величин D и λ :

$$D = b_0 b_2 - b_1^2, \quad \lambda = \frac{b_1^2}{b_0 b_2} \quad (17)$$

можно различить 12 типов распределений, среди которых такие известные, как гамма-распределение, бета-распределение, нормальное и т.д. [9]. Метод подгонки состоит из следующих шагов:

1. Определяются первые четыре момента эмпирического распределения.
2. Вычисляются значения D , λ и определяется тип распределения.
3. Эмпирические моменты приравниваются теоретическим моментам подходящего распределения, которые выражены через его параметры.
4. Полученные уравнения разрешаются относительно неизвестных

параметров, и находится искомое распределение.

Развитие вычислительной техники и методов значительно сузили область применения аналогичных методов. В частности, имеет смысл применить метод моментов в тех случаях, когда, по каким-то причинам, известно не само эмпирическое распределение, а его моменты. Именно этот случай имеет место в данной задаче.

Численные эксперименты показали, что метод достаточно эффективен [10]. Он был применен к системам вспыхивающих звезд ассоциации Ориона и скопления Плеяд. Этот метод можно применить и в том случае, когда времена наблюдений за отдельными объектами разные. В этом случае, эмпирические моменты распределения числа вспышек вычисляются для числа вспышек за единицу времени.

4. *Результаты и обсуждение.* Имеющиеся данные позволяют применить методы 2 и 3 из предыдущего раздела. Использование параллельных методов, при совпадении полученных с их помощью результатов, может существенно повысить доверие к ним. Это представляется важным в данном случае, учитывая сравнительную малочисленность данных, и особенности использованных методов.

Определение искомой функции по методу 2. Используя данные табл.1, можно получить оценку Каплана-Мейера (11) для функции выживания (ступенчатая линия на рис.1). Функцию выживания удалось аппроксимировать кривой типа

$$\frac{1}{1+aT} \quad (18)$$

с параметром $a = 0.004 \text{ кс}^{-1}$ (сплошная линия на рис.1). Если применить статистическое взвешивание данных, то коэффициент получается равным

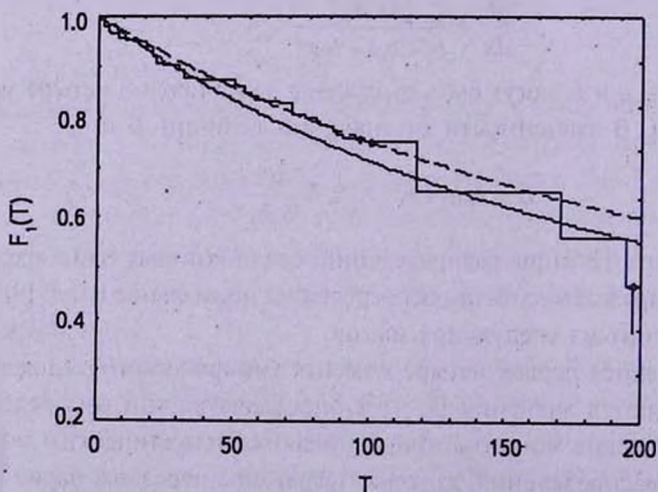


Рис.1. Функция выживания и ее аппроксимации. На оси абсцисс время в килосекундах.

$a = 0.0033 \text{ кс}^{-1}$ (прерывистая линия на рис.1). Соответственно, согласно (9) и (18),

$$\varphi(v) = L^{-1} \left[\frac{1}{1 + aT} \right] = \frac{1}{a} e^{-v/a}. \quad (19)$$

Определение искомой функции по методу 3. Как было отмечено выше, в этом методе тип распределения определяется через величины D , λ . Согласно использованным данным, обе величины оказались близкими к нулю, что указывает на экспоненциальный тип распределения. Соответственно, плотность функции распределения частот рентгеновских вспышек искалась в виде:

$$\varphi(v) = \frac{1}{a} e^{-(v-v_0)/a}, \quad (20)$$

и в результате параметры распределения получились равными $a = 0.0035 \text{ кс}^{-1}$, $v_0 = 0$.

Как видно, оба метода дают почти одно и то же распределение. Соответствующая куммулятивная функция распределения имеет вид:

$$\Phi(v) = 1 - e^{-v/a}. \quad (21)$$

На рис.2 приведены функция распределения (сплошная линия) и функция надежности (прерывистая линия) частот рентгеновских вспышек с параметром $a = 0.0035 \text{ кс}^{-1}$. Из нее следует, что в исследуемой выборке звезд около 10 звезд, которые показывают рентгеновские вспышки один раз в день, и более 30, вспыхивающих примерно один раз в два дня (табл.3). Очевидно, что T часов наблюдения могут дать нам более весомую информацию в статистике рентгеновских вспышек тех звезд, для которых

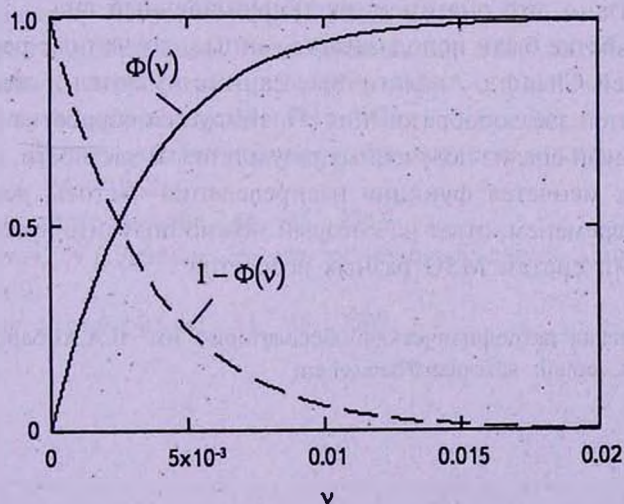


Рис.2. Функция распределения (сплошная линия) и функция надежности (прерывистая линия) частот рентгеновских вспышек.

средний промежуток между вспышками меньше T . Поэтому в табл.3 приводится только количество звезд с частотой больше $1/T$.

Таблица 3

ЧИСЛО ЗВЕЗД С ВЫСОКОЙ ЧАСТОТОЙ ВСПЫШЕК

Частота ν , кс ⁻¹	Средний промежуток между вспышками, час	Число звезд с частотой $\nu' > \nu$
0.02	13.9	1
0.015	18.5	3
0.01	27.8	11
0.005	55.6	47

5. Заключение. В статистических исследованиях вспыхивающих звезд разработаны и успешно применены методы определения функции распределения частоты оптических вспышек вспыхивающих звезд. Рентгеновские наблюдения вспыхивающих объектов установили ожидаемую связь и аналогию (в смысле временного поведения последовательности вспышек) между оптическими и рентгеновскими вспышками. Это дает основание распространить применение этих методов на статистическое исследование рентгеновских вспышек молодых звездных объектов.

В данной статье приведено краткое описание методов, которые могут быть использованы для определения функции распределения частоты рентгеновских вспышек молодых звездных объектов. Соответствующая функция определена для выборки из 195 маломассивных молодых звездных объектов облака L1688, входящего в состав комплекса темных облаков ρ Oph. Показано, что она имеет экспоненциальный вид.

При обработке были использованы данные, полученные рентгеновской обсерваторией Chandra. Аналогичные данные имеются и для некоторых других областей звездообразования. Планируется обработка этих данных и сравнительный анализ полученных результатов. В частности, представляет интерес, как меняется функция распределения частоты рентгеновских вспышек со временем, ответ на который можно получить путем сравнения этой функции систем МЗО разных возрастов.

Бюраканская астрофизическая обсерватория им. В.А.Амбарцумяна,
Армения, email: aakopian@bao.sci.am

THE FREQUENCY DISTRIBUTION FUNCTION OF X-RAY FLARES OF YOUNG STELLAR OBJECTS OF ρ Oph

A.A.AKOPIAN

In statistical studies of flare stars are developed and successfully applied methods for determining the distribution function of the frequency of optical flares of flare stars. The results obtained in X-ray observations of flare stars give basis to extend the application of these methods to the statistical study of X-ray flares of young stellar objects. This article gives a brief description of the methods that can be used to determine the distribution function of the frequency of X-ray flares of young stellar objects. The corresponding function is determined for a sample of 195 low-mass young stellar objects of L1688 cloud, which is the part of a complex of dark clouds ρ Oph. It is shown that it has an exponential form.

Key words: *X-ray flares; frequency distribution; young stellar objects*

ЛИТЕРАТУРА

1. *K.Imanishi, H.Nakajima, M.Tsujimoto et al.*, Publ. Astron. Soc. Japan, 55, 653, 2003.
2. *M.C.Weisskopf, B.Brinkman, C.Canizares et al.*, Publ. Astron. Soc. Pacif., 114, 1, 2002.
3. *В.А.Амбарцумян*, Астрофизика, 14, 367, 1978.
4. *А.А.Акопян, Э.С.Парсаян*, Астрофизика, 52, 353, 2009.
5. *Э.С.Парсаян*, Астрофизика, 16, 677, 1980.
6. *А.А.Акопян*, Астрофизика, 39, 561, 1996.
7. *Д.Р.Кокс, Д.Оукс*, Анализ данных типа времени жизни, Финансы и статистика, М., 1988.
8. *А.А.Акопян*, Астрофизика, 46, 75, 2003.
9. *W.P.Elderton, N.L.Johnson*, Systems of frequency curves, Cambridge Univ. Press, 1969.
10. *А.А.Акопян*, Астрофизика, 51, 63, 2008.