АСТРОФИЗИКА

ТОМ 54 АВГУСТ, 2011 ВЫПУСК 3

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ОРБИТАЛЬНОГО ЭКСЦЕНТРИСИТЕТА

СЛОБОДАН НИНКОВИЧ

Поступила 15 февраля 2011
Принята к печати 25 мая 2011

Предлагается способ определения орбитального эксцентриситета как функции отношения модулей постоянных Оорта. Этот способ применим к движению звезд тонкого диска с учетом того, что для них движение в плоскости Галактики почти независимо от движения перпендикулярно к ней. Зависимость орбитального эксцентриситета от отношения модулей постоянных Оорта приблизительно линейна, что делает возможным определять эксцентриситет как функцию отношения модулей постоянных Оорта по выборкам, содержащим большое число звезд из окрестности Солнца с данными высокого качества.

Ключевые слова: *звезды:орбитальные эксцентриситеты*

1. *Введение.* Как хорошо известно, большинство звезд окрестности Солнца принадлежат тонкому диску Млечного Пути (МП). На самом деле, это значит, что их движение относительно центра МП можно исследовать отдельно по координате R (расстояние до оси симметрии - оси Z) и по координате Z. Так как любая звезда тонкого диска находится все время довольно близко от плоскости симметрии (плоскости МП), при исследовании ее движения по R зависимостью потенциала от переменной Z можно пренебречь. Таким образом, задача исследования движения какой-либо звезды, если имеется в виду изменение ее координаты R, приводится к довольно известному случаю стационарного состояния и сферической симметрии. Из четырех интегралов движения, характерных для данного случая, здесь имеются только два: минимальное и максимальное расстояния до оси Z - R_p и R_a, соответственно. Величину

$$e = (\eta - 1)/(\eta + 1), \quad \eta = R_a/R_p \tag{1}$$

в дальнейшем будем называть эксцентриситетом орбиты; как известно, ее предельными значениями являются 0 (круговая орбита) и 1 (расстояние R_p равно нулю - чисто радиальная орбита).

Конечно, определить эксцентриситет орбиты какой-либо звезды мы можем, если помимо необходимых наблюдательных данных нам также известны параметры движения Солнца вокруг центра МП. Иногда можно эксцентриситет оценить так, как это было сделано автором настоящей статьи ранее [1]. Но, как указывается в этой статье, для данных значений квадрата скорости и углового момента значение эксцентриситета зависит от показателя степени в выражении для потенциала (в статье Нинковича [1] исследовался случай кумулятивной массы, зависящей от расстояния по степенному закону).

Степенной закон для зависимости кумулятивной массы означает, что подобный закон имеет место и для зависимости круговой скорости от расстояния. Это уже более близко к случаю тонкого диска МП, так как из-за почти круговых орбит звезды из окрестности Солнца никогда не уходят слишком далеко от своего нынешнего расстояния R_0 и можно считать, что их движение происходит при довольно простой зависимости круговой скорости от расстояния, каковой является степенная функция. Поэтому в настоящей статье приводятся формулы для вычисления орбитального эксцентриситета в зависимости от показателя степени в выражении для круговой скорости. При этом они являются более простыми, чем формулы, приведенные в статье Нинковича [1], и дают не только оценку эксцентриситета.

2. *Процедура*. Если для какой-либо звезды из окрестности Солнца имеется полный набор необходимых наблюдательных данных (направление на звезду, гелиоцентрическое расстояние, собственное движение и лучевая скорость), то всегда возможно получить составляющие ее гелиоцентрической скорости в прямоугольных координатах с осями, ориентированными вдоль направлений галактических координат l и b. С известными значениями составляющих скорости Солнца относительно местного стандарта покоя (МСП), где МСП движется вокруг центра МП по окружности радиусом R_0 в плоскости МП в направлении вращения МП со скоростью, равной соответствующей круговой скорости, эти гелиоцентрические составляющие исправляются за движение Солнца. Наконец, используя значение круговой скорости, мы получаем скорость данной звезды относительно центра МП.

Так как здесь представляет интерес только движение звезды по координате R, составляющую скорости перпендикулярно к плоскости МП можно не рассматривать. Таким образом, используются две составляющие скорости, обе в плоскости МП: радиальная (вдоль направления на центр) и трансверсальная (перпендикулярно к первой). В случае сферической симметрии трансверсальная составляющая равнялась бы результату деления модуля вектора удельного углового момента на мгновенное расстояние. Здесь, однако, имеет место деление модуля составляющей вектора удельного углового момента вдоль оси Z на мгновенное значение координаты R. Между тем, так как для звезд тонкого диска МП знак составляющей удельного углового момента вдоль оси Z один и тот же, это различие не имеет значения.

Теперь переходим к двум безразмерным величинам: φ - отношение модуля галактоцентрической скорости в плоскости и значения круговой скорости (в точке, где находится звезда, например положение Солнца), φ_t - отношение модуля трансверсальной составляющей скорости и значения круговой скорости. Переработка формул из статьи Нинковича [1] дает уравнение, которое служит для определения третьей безразмерной величины x, являющейся отношением нынешнего расстояния до оси симметрии МП к экстремальному значению расстояния (R_p или R_a). Это уравнение имеет вид

$$\begin{aligned} &\varphi_t^2 x^2 + 2(\beta-1)^{-1}\left[x^{1-\beta}-1\right] - \varphi^2 = 0, \quad && \beta \neq 1; \\ &\varphi_t^2 x^2 - 2\ln x - \varphi^2 = 0, && \beta = 1. \end{aligned} \tag{2}$$

Здесь, как и в статье Нинковича [1], используется величина β - показатель степени в выражении для кумулятивной массы. Она находится в пределах $0 \le \beta \le 3$. Этим пределам соответствуют пределы для показателя степени круговой скорости, которые равны -1/2 и 1, соответственно. Для изучения движений звезд окрестности Солнца удобнее использовать отношение модулей постоянных Оорта (постоянная А в числителе), обозначенное через α. Показатель степени β и отношение α связаны между собой простым выражением

$$\alpha = (3-\beta)/(\beta+1). \tag{3}$$

Из последнего выражения легко определить, что значениям $\alpha = 0$ и $\alpha = 3$ соответствуют предельные значения $\beta = 3$ и $\beta = 0$, соответственно.

Так как всегда имеются два вещественных решения для уравнения (2), мы на самом деле получаем минимальное и максимальное расстояния до оси симметрии Z, R_p и R_a, соответственно. Точнее, нами получены отношения нынешнего расстояния к этим двум расстояниям. Наконец, применение формулы (1) даст нам значение эксцентриситета. В данном случае оно будет функцией безразмерной величины α - отношения модулей постоянных Оорта. Еще в статьях [1,2] отмечалось, что орбитальный эксцентриситет для одной и той же звезды увеличивается с убыванием показателя β или, что имеет тот же смысл, с возрастанием отношения α (3). Однако эти замечания основывались только на оценке орбитального эксцентриситета.

По этой причине здесь рассмотрен ряд примеров, где значение эксцентриситета получается как функция α. В результате найдено следующее приближенное соотношение

$$e(\alpha) = e(0) + k\alpha, \tag{4}$$

где, по-прежнему, e - эксцентриситет орбиты, α - отношение модулей постоянных Оорта. Иначе говоря, имеет место простая линейная связь.

В чем смысл формулы (4)? Обратим внимание на то, что для значений $\alpha = 0$ и $\alpha = 3$ уравнение (2) приобретает самый простой вид. Оно становится алгебраическим рациональным уравнением с показателем степени многочлена, равным 2 ($\beta = 0$) или 4 ($\beta = 3$). Во втором случае уравнение превращается в биквадратное уравнение. Во всех остальных случаях данное уравнение значительно сложнее: например, при $\beta = 2$ оно рационально, но показатель степени многочлена равен 3, а в других случаях оно всегда иррационально, или даже трансцендентно, если $\beta = 1$. Напомним, что переход от β к α делается с помощью соотношения (3). Поэтому, если мы имеем выборку, состоящую из большого числа звезд, то в случае каждой звезды целесообразно определить орбитальный эксцентриситет посредством (2) сначала только для $\alpha = 0$ и $\alpha = 3$, а потом с помощью линейной связи (4) для любого значения отношения α. Ясно, что значение коэффициента k легко определяется из (4):

$$k = [e(3) - e(0)]/3,$$

где $e(0)$ и $e(3)$ представляют собой значения эксцентриситета соответствующие предельным случаям $\alpha = 0$ и $\alpha = 3$.

3. *Обсуждение*. Возникает вопрос, какое влияние на значения эксцентриситета, получаемые с помощью настоящей процедуры, оказывают принимаемые значения величин, касающихся положения и движения Солнца относительно центра МП. В первую очередь, надо отметить, что расстояние R_0 от Солнца до центра МП не оказывает никакого влияния, потому что расстояния R_p и R_a, используемые при определении эксцентриситета, относительны; на самом деле важны только их отношения к R_0. Что касается значения круговой скорости, его влияние слабо, потому что в описанной выше процедуре мы используем безразмерные величины φ_l и φ (2), где принятое значение круговой скорости влияет на значения и числителя, и знаменателя. Самое большое влияние оказывают составляющие скорости Солнца относительно МСП, причем надо помнить, что здесь учитываются только две компоненты (составляющая скорости по Z не играет никакой роли). Лучше всего это можно показать на примере движения самого Солнца.

Пусть $\alpha = 3$. Будем варьировать только значение составляющей вдоль направления $l = 90°$, $b = 0°$, так как на основании недавно полученных результатов (например, Франсис и Андерсон, [3]; Шенрих и др., [4]) ее значение является менее надежным, чем другой составляющей ($l = 0°$, $b = 0°$). Для эксцентриситета получаются следующие значения: $e = 0.069$ (5,5); $e = 0.113$ (11); в скобках приведены значения упомянутой составляющей в км/с. При получении этих значений эксцентриситета всегда принимались значения 10 км/с скорости Солнца относительно МСП вдоль $l = 0°$, $b = 0°$ и 220 км/с для круговой скорости. Если $\alpha = 0$, то соответствующие значения будут равны $e = 0.0256$ (5,5); $e = 0.0330$ (11).

Для каждого из этих двух случаев формула (4) дает возможность определить значения эксцентриситета, соответствующие промежуточным значениям α (между 0 и 3). Например, во втором случае, если α равняется 1,5, то соответствующее значение эксцентриситета будет 0.073. В качестве примера приводится наиболее широко используемый случай плоской кривой вращения, $\alpha = 1$ (модули постоянных Оорта равны друг другу). Если пользоваться формулой (2), случай $\beta = 1$, значения эксцентриситета для орбиты Солнца были бы: 0.039 (5.5), 0.064 (11). Однако приближение (4) дало бы 0.040 и 0.060, соответственно, причем в качестве входных данных используются значения эксцентриситета, соответствующие значениям α равным 0 и 3, приведенным в начале этого абзаца. Видно что последние значения эксцентриситета совсем мало отличаются от более точных, получаемых с помощью формулы (2). При этом в данном примере имеется только одна звезда, а можно представить себе, что бы случилось если бы предметом обработки была огромная выборка, состоящая из, например, нескольких тысяч звезд. К этому надо добавить, что в случае $\alpha = \beta = 1$ уравнение (2) становится самым сложным (оно трансцендентно) и затрата времени ЭВМ была бы больше всего.

Надо добавить, что линейная связь (4) имеет место не только для почти круговых орбит. Однако ее применение в случае широкого интервала $[R_p, R_a]$ сталкивается с трудностью, поскольку не ясно, насколько имеет смысл для такой ситуации (в МП она бы соответствовала толстому диску) принимать простую зависимость круговой скорости от расстояния и каким является степенной закон.

4. *Заключение*. В последние годы получено много данных высокого качества, характеризующих движение звезд, находящихся вблизи Солнца, по отношению к центру МП. Поэтому вычисление орбит этих звезд становится важной задачей. Однако тщательное изучение орбит не всегда нужно. Часто надо оценить только элементы орбит. Среди этих элементов эксцентриситет занимает важное место. Процедура его определения, изложенная выше, дает возможность получить эксцентриситет как функцию показателя степени в зависимости круговой скорости от расстояния до центра МП, причем степенной закон используется здесь как локальное приближение.

Настоящая работа сделана в рамках Гранта №176011 "Кинематика и динамика небесных тел и систем" Министерства науки и технологического развития Республики Сербии.

Astronomical Observatory Volgina 7 11060 Beograd 38,
Serbia, e-mail: sninkovic@aob.rs

ON THE DETERMINATION OF ORBITAL ECCENTRICITY

S.NINKOVIĆ

A method to determine an orbital eccentricity as function of the ratio of Oort constants' modules is proposed. This method is applicable to the motion of thin-disc stars, bearing in mind that their motion in the main Galactic plane is almost independent on that perpendicular to the plane. The eccentricity dependence on the ratio of Oort constants' modules is approximately linear that makes possible to determine the eccentricity as function of the ratio of Oort constants' modules using by samples containing many stars from the Solar neighborhood with high-quality data.

Key words: *stars:orbital eccentricities*

ЛИТЕРАТУРА

1. *С.Нинкович*, Астрофизика, **24**, 411, 1986.
2. *S.Ninković*, Astrophys. Space Sci., **136**, 299, 1987.
3. *C.Francis*, *E.Anderson*, New Astronomy, **14**, 615, 2009.
4. *R.Schönrich*, *J.Binney*, *W.Dehnen*, Mon. Notic. Roy. Astron. Soc., **403**, 1829, 2010.