

ПРИЛИВНОЕ ВЛИЯНИЕ КОЛЕЦ НА
ЦЕНТРАЛЬНЫЕ ФИГУРЫ РАВНОВЕСИЯ

Б.П.КОНДРАТЬЕВ, Н.Г.ТРУБИЦЫНА

Поступила 14 декабря 2009

Принята к печати 3 марта 2010

Аналитическим методом в приливном приближении изучается воздействие гравитирующего кольца, а также тора на центральную фигуру относительного равновесия вращающейся жидкой или газовой массы. Выведена формула, описывающая приращение квадрата угловой скорости центральной фигуры. Рассмотрены три модели широких колец и одна - кругового тора. Влияние колец на сжатие планеты Сатурн или на фигуру Солнца лежит за пределами точности современных наблюдений, однако для красного сверхгиганта WOH G64 из БМО воздействие гравитирующего тора уже сравнимо с эффектом вращения звезды. Для галактик метод модифицируется и описывает влияние колец не только на звездную, но и отдельно на диффузную подсистему. В качестве примера приводится известная галактика NGC 4594 "Сомbrero". Разработанный метод может быть полезен и для оценки невидимой массы вокруг гигантских E-галактик.

Ключевые слова: *кольца; приливное влияние*

1. *Введение.* Кольца - газовые, пылевые, плазменные или состоящие из звезд - часто встречаются во Вселенной. Многие планеты Солнечной системы [1], звезды и галактики [2] окружены кольцеобразными структурами. Активно изучаются вековые возмущения от кольца из астероидов на движение планет в Солнечной системе [3]. Стационарные и нестационарные газопылевые кольца есть вне и внутри галактик [4], причем масса колец в процессе расширения может быстро нарастать. В Солнечной системе [5] кольца планет имеют малую массу в сравнении с массой центрального тела. Так, общая масса колец Сатурна примерно равна массе его небольшого спутника Мимаса. Однако масса газового кольца в планетарной туманности может составить уже до одной десятой от массы центральной звезды. Еще большей может быть относительная масса колец у некоторых звезд-гигантов. Так, масса внешнего тора в красном сверхгиганте WOH G64 (спектральный класс M 7.5) из БМО равна примерно половине массы этой звезды [6,7]. Заметное приливное влияние могут оказывать и кольца на некоторые галактики. Мощное пылевое кольцо есть, например, у известной галактики типа S0 "Сомbrero". Часто галактики содержат не только звезды, но много горячего газа, причем области рентгеновского свечения сравнимы с размерами галактик [8]. Масса звезд, как правило, значительно превышает массу газа, поэтому приливное воздействие внешнего кольца сильнее всего будет сказываться на

фигуре газовой подсистемы. Можно поставить вопрос о влиянии колец не только на звездную составляющую галактик (оно может быть и ничтожно малым), но и отдельно на диффузную. Кроме колец из барионной материи можно предположить, что вокруг галактик существуют также и кольцевые структуры из невидимой материи. Это нельзя сбрасывать со счетов, так как масса невидимой материи на порядок превышает массу барионной и может оказывать эффективное гравитационное влияние на фигуры галактик.

Следует отметить, что многие задачи о приливном возмущении ранее рассматривались с иной точки зрения - в рамках задачи двойных звезд или галактик [9,10]. Однако влияние колец, и особенно тора, на центральное тело специфично и требует отдельного рассмотрения.

В связи с этим возникает актуальная задача об оценке влияния колец на фигуру равновесия вращающегося центрального тела. До сих пор оставалось не ясным, в каких конкретных случаях влиянием кольца на сжатие центральной фигуры можно пренебрегать. В данной работе задача о влиянии гравитирующего кругового тора на внутреннюю фигуру равновесия поставлена и полностью решена в приливном приближении. В приливном приближении внутренний потенциал кольца или тора представлен квадратичной функцией от координат пробной точки. Для решения задачи применен оригинальный подход, основанный на современной теории потенциала [11], позволивший значительно сократить сложные расчеты. Рассматриваются однородные и неоднородные модели широких колец, а также кругового тора. Метод может быть применен для изучения фигур звезд в центре планетарных туманностей, а также к звездам сверхгигантам и к галактикам с мощными кольцами. В некоторых астрофизических системах влияние гравитирующего тора на фигуру центральной звезды или галактики оказывается сравнимым с эффектом вращения.

2. Постановка задачи. Фигура равновесия однородной вращающейся гравитирующей жидкости однородной плотности ρ находится в центре кольцевого образования или тора и вращается вокруг оси Ox_3 с угловой скоростью Ω . Внутренний потенциал самой фигуры обозначим через $\Phi_0(x_1, x_2, x_3)$; приливной потенциал кольца в данной задаче можно взять в приливном приближении

$$\Phi_r(x_1, x_2, x_3) = \alpha(x_1^2 + x_2^2 - 2x_3^2), \quad (\alpha > 0), \quad (1)$$

когда зависимость от координат возмущающего тела представлена квадратичным полиномом. Здесь введена постоянная α , значение которой зависит от принятой модели распределения вещества в кольце или в торе. Ниже используется оригинальный прием для нахождения этой постоянной, заметно облегчающий все расчеты.

Учитывая центробежные силы и формулу (1), полный потенциал во внутренней точке центральной конфигурации будет равен

$$\Phi(x_1, x_2, x_3) = \varphi_0(x) + \alpha(x_1^2 + x_2^2 - 2x_3^2) + \frac{\Omega^2}{2}(x_1^2 + x_2^2). \quad (2)$$

При изучении влияния кольца, фигуру равновесия центрального тела достаточно представить в виде сжатого сфероида Маклорена с поверхностью

$$\frac{x_1^2 + x_2^2}{a_1^2} + \frac{x_3^2}{a_3^2} = 1, \quad a_1 \geq a_3. \quad (3)$$

Тогда потенциал фигуры на внутреннюю точку ($R = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$) равен

$$\begin{aligned} \varphi_0(x) &= \pi G \rho (I - A_1 R^2 - A_3 x_3^2), \\ I &= a_1^2 a_3 \int_0^\infty \frac{ds}{(a_1^2 + s) \sqrt{a_3^2 + s}}, \\ A_1 &= a_1^2 a_3 \int_0^\infty \frac{ds}{(a_1^2 + s)^2 \sqrt{a_3^2 + s}} = \frac{\sqrt{1-e^2}}{e^3} \arcsin e - \frac{1-e^2}{e^2}, \\ A_3 &= a_1^2 a_3 \int_0^\infty \frac{ds}{(a_1^2 + s)(a_3^2 + s)^{3/2}} = \frac{2}{e^2} - \frac{\sqrt{1-e^2}}{e^3} \arcsin e. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь $e = \sqrt{1 - a_3^2/a_1^2}$ - меридиональный эксцентриситет сфероида.

Полный потенциал (2) принимает вид:

$$\Phi(r, x_3) = R^2 \left[-\pi G \rho A_1 + \alpha + \frac{\Omega^2}{2} \right] + x_3^2 [-\pi G \rho A_3 - 2\alpha] + \text{const}. \quad (5)$$

Согласно теории фигур равновесия [12,13] искомая фигура будет находиться в состоянии относительного равновесия, если ее поверхность является уровнями, т.е. в любой точке поверхности (3) сфероида полный потенциал (5) сохраняет свое постоянное значение.

3. *Формула для поправки к угловой скорости.* Указанному условию постоянства полного потенциала на поверхности искомой фигуры мы удовлетворим, если из (3) и (5) потребуем выполнения пропорции

$$\frac{\frac{\Omega^2}{2} + \alpha - \pi G \rho A_1}{-2\alpha - \pi G \rho A_3} = \frac{a_3^2}{a_1^2}. \quad (6)$$

Из (6) находим квадрат угловой скорости вращения центральной фигуры

$$\frac{\Omega^2}{2\pi G \rho} = A_1 - \frac{a_3^2}{a_1^2} A_3 - \left(\frac{\alpha}{\pi G \rho} \right) \left(1 + 2 \frac{a_3^2}{a_1^2} \right). \quad (7)$$

Заметим, что при отсутствии внешнего кольца, т.е. при $\alpha = 0$, в (7) возвращаемся к известному выражению для квадрата угловой скорости классического сфероида Маклорена.

Таким образом, поправка к квадрату угловой скорости фигуры

равновесия, возникающая за счет гравитационного воздействия тора (кольца), оказывается равной

$$\delta \left(\frac{\Omega^2}{2\pi G \rho} \right) = - \left(\frac{\alpha}{\pi G \rho} \right) \left(1 + 2 \frac{\dot{a}_3^2}{a_1^2} \right). \quad (8)$$

Знак минус в формуле (8) физически означает, что внешнее кольцо растягивает центральную конфигурацию в экваториальной плоскости, увеличивая тем самым ее сплюснутость при прежней угловой скорости.

4. Нахождение α для широкого кольца и однородного кругового тора.

4.1. *Кольцо А.* Дано однородное плоское кольцо с граничными радиусами R_1 , R_2 , и поверхностной плотностью σ . Для нахождения постоянной α применим прием, упрощающий все расчеты. А именно, вначале найдем потенциал данного кольца на оси симметрии Ox_3 , причем ограничимся предположением, что пробная точка расположена на малой высоте. Тем самым мы предполагаем, что размеры центральной фигуры равновесия малы в сравнении с размерами внешнего кольца. Тогда

$$\begin{aligned} \varphi_r(x_3) &= 2\pi G \sigma \int_{R_1}^{R_2} \frac{r dr}{\sqrt{r^2 + x_3^2}} = 2\pi G \sigma \sqrt{r^2 + x_3^2} \Big|_{R_1}^{R_2} = 2\pi G \sigma r \left(1 + \frac{x_3^2}{2r^2} + \dots \right) \Big|_{R_1}^{R_2} = \\ &= 2\pi G \sigma \left\{ R_2 \left(1 + \frac{x_3^2}{2R_2^2} \right) - R_1 \left(1 + \frac{x_3^2}{2R_1^2} \right) \right\} = 2\pi G \sigma \left\{ R_2 - R_1 - \frac{x_3^2}{2} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \right\}. \end{aligned} \quad (9)$$

Сравнивая выражение (9) с потенциалом (1), взятым на оси симметрии при $x_1 = x_2 = 0$, находим величину коэффициента α для однородного широкого кольца в виде

$$\alpha_r = \frac{1}{2} \pi G \sigma \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \frac{\pi G \sigma}{2} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right). \quad (10)$$

Далее это значение α подставим в (7). Получим формулу для поправки к квадрату угловой скорости

$$\delta \left(\frac{\Omega^2}{2\pi G \rho} \right) \approx - \frac{\sigma(3 - 2e^2)}{2\rho} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right). \quad (11)$$

Формулу (11) можно представить и в другом виде, записав неизвестное отношение плотностей через отношение масс кольца и центрального тела

$$\frac{\sigma}{\rho} = \frac{4}{3} \frac{M_r}{M_0} \frac{a_1^3 \sqrt{1 - e^2}}{R_2^2 - R_1^2}. \quad (12)$$

Здесь a_1 - экваториальная полуось центрального сфероидального тела. Подставляя (12) в (11), получим искомую поправку в конечном виде

$$\delta \left(\frac{\Omega^2}{2\pi G \rho} \right) \approx - \frac{2 M_r}{3 M_0} \frac{a_1^3 (3 - 2 e^2) \sqrt{1 - e^2}}{R_1 R_2 (R_1 + R_2)}. \quad (13)$$

4.2. *Кольцо В.* Для практических приложений важно рассмотреть и неоднородное кольцо с законом распределения плотности, которое обычно принимается для протопланетного кольца, из которого впоследствии образовались все планеты и малые тела Солнечной системы. В литературе математическая форма этого закона часто принимается такой, которая создает при расчетах излишние математические сложности. Мы упростим расчеты, сохранив физическую суть модели и полагая, что характерным для протопланетных колец является обращение в нуль плотности на внутренней и внешней границе кольца. Этому условию можно удовлетворить, если взять распределение плотности в виде

$$\sigma(r) = C \sqrt{(R_2 - r)(r - R_1)}. \quad (14)$$

Масса такого кольца оказывается равной

$$M_r = 2\pi C \int_{R_1}^{R_2} r \sqrt{(R_2 - r)(r - R_1)} dr = \frac{1}{8} \pi^2 C (R_2 - R_1) (R_2^2 - R_1^2). \quad (15)$$

Формула (15) позволяет выразить постоянную C через массу кольца. Поступая как и выше, находим потенциал данного кольца на оси Ox_3 при малых x_3

$$\varphi_r(x_3) = 2\pi G \cdot C \int_{R_1}^{R_2} \frac{r \sqrt{(R_2 - r)(r - R_1)}}{\sqrt{r^2 + x_3^2}} dr \approx 2\pi G \cdot C \int_{R_1}^{R_2} \sqrt{(R_2 - r)(r - R_1)} \left(1 - \frac{x_3^2}{2r^2} \right) dr. \quad (16)$$

Следовательно,

$$\alpha = \frac{1}{4} \pi^2 G \cdot C \frac{(\sqrt{R_2} - \sqrt{R_1})^2}{\sqrt{R_1 R_2}} = \frac{2 G M_r}{(R_2 - R_1) (R_2^2 - R_1^2)} \cdot \frac{(\sqrt{R_2} - \sqrt{R_1})^2}{\sqrt{R_1 R_2}}. \quad (17)$$

В итоге, подставляя (17) в (8) и полагая сжатие тела малым, находим поправку

$$\delta \left(\frac{\Omega^2}{2\pi G \rho} \right) \approx - 8 \frac{M_r}{M_0} \frac{(\sqrt{R_2} - \sqrt{R_1})^2}{\sqrt{R_1 R_2}} \frac{R_0^3}{(R_2 - R_1) (R_2^2 - R_1^2)}. \quad (18)$$

4.3. *Кольцо С (модель кольца для галактик).* Прилагая формулу (8) к кольцевым галактикам, распределение плотности в широком кольце представим законом

$$\sigma(r) = \frac{C}{r}, \quad R_1 \leq r \leq R_2. \quad (19)$$

Масса такого кольца

$$M_r = 2\pi C (R_2 - R_1). \quad (20)$$

Потенциал кольца с распределением плотности (19) на оси симметрии

$$\varphi_r(x_3) = 2\pi G \cdot C \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{\sqrt{r^2 + x_3^2}} \approx 2\pi G \cdot C \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r} \left(1 - \frac{x_3^2}{2r^2}\right). \quad (21)$$

Из (21) следует, что постоянная α для такого кольца будет равна

$$\alpha = \frac{1}{4} \pi G \cdot C \left(\frac{1}{R_1^2} - \frac{1}{R_2^2} \right). \quad (22)$$

Подставим (22) в (8) и заменим с помощью (20) постоянную C через массу кольца; в общем случае внутреннюю фигуру звездной системы опять считаем сфероидом с эксцентриситетом e , а внутренний радиус кольца положим равным экваториальному радиусу центральной фигуры. В итоге:

$$\delta \left(\frac{\Omega^2}{2\pi G \bar{\rho}} \right) \approx -\frac{1}{6} \frac{M_r}{M_0} (3 - 2e^2) \sqrt{1 - e^2} \frac{R_1(R_1 + R_2)}{R_2^2}. \quad (23)$$

Здесь $\bar{\rho}$ - средняя плотность центральной фигуры.

4.4. Модификация метода для галактик. Приливное влияние кольца на газовую подсистему. Необходимо учитывать, что многие галактики содержат не только звезды, но также газ и пыль. Масса звезд, как правило, значительно превышает массу газа, поэтому приливное воздействие внешнего кольца будет сильнее всего сказываться на фигуре газовой подсистемы. Возникает новая интересная задача: как учесть приливное влияние кольца не на всю галактику (оно может быть и ничтожно малым), а только на газовую составляющую. Полную плотность вещества ρ представим суммой

$$\rho = \rho_1 + \rho_2 \quad (24)$$

плотностей звезд (ρ_1) и газа (ρ_2), причем, в согласии с наблюдениями, считаем $\rho_1 \gg \rho_2$. Рассмотрим соотношение (7)

$$\frac{\Omega^2}{2\pi G \rho} = A_1 - \frac{a_3^2}{a_1^2} A_3 - \left(\frac{\alpha}{\pi G \rho} \right) \left(1 + 2 \frac{a_3^2}{a_1^2} \right) \quad (25)$$

и заметим, что в левой его части $1/\rho$ с достаточной точностью можно представить в виде

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_1 + \rho_2} \approx \frac{1}{\rho_1} \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right). \quad (26)$$

В правой же части (25), где α мала в сравнении с Ω^2 , пренебрегая малой величиной второго порядка $\alpha \rho_2 / \rho_1$, можно заменить просто $1/\rho$ на $1/\rho_1$. Имеем тогда

$$\frac{\Omega^2}{2\pi G \rho_1} \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) = A_1 - \frac{a_3^2}{a_1^2} A_3 - \frac{\alpha}{\pi G \rho_1} (3 - 2e^2). \quad (27)$$

В нулевом приближении по возмущению плотности

$$\frac{\Omega^2}{2\pi G \rho_1} = A_1 - \frac{a_3^2}{a_1^2} A_3, \quad (28)$$

так что из (27) получим формулу

$$\delta \left(\frac{\Omega^2}{2\pi G \rho_1} \right) \approx \frac{\alpha}{\pi G \rho_2} (3 - 2e^2). \quad (29)$$

Это и есть искомое приращение квадрата угловой скорости газовой подсистемы.

Подставляя в правую часть (29) α из (22) и выразив ρ_2 через массу газа $M_g = (4/3)\pi R_1^3 \sqrt{1-e^2} \rho_2$ получим

$$\delta \left(\frac{\Omega^2}{2\pi G \rho_1} \right) \approx \frac{1}{6} \frac{M_r}{M_g} (3 - 2e^2) \sqrt{1-e^2} \frac{R_1}{R_2} \left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right). \quad (30)$$

4.5. Модель однородного кругового тора. Дан тор с уравнением поверхности

$$(R - R_0)^2 + x_3^2 = r_0^2, \quad (31)$$

где R_0 и r_0 - радиусы осевой и вспомогательной окружности. Внутренний потенциал однородного кругового тора в приближении, достаточном для решения данной задачи, можно взять в виде [14]

$$\Phi_r(r, \theta) = D_0 + D_2 r^2 P_2(\cos \theta), \quad (32)$$

что дает

$$\alpha = -\frac{D_2}{2} = \frac{2}{3} \frac{M_r G}{\pi r_0} \cdot \frac{1}{2kR_0^2} \left[(1-2k^2)E(k) - (1-k^2)K(k) \right]. \quad (33)$$

Здесь $K(k)$ и $E(k)$ - стандартные полные эллиптические интегралы Лежандра первого и второго рода, а модуль $k = r_0/R_0 \leq 1$. Подставляя (33) в формулу (8), находим влияние гравитирующего тора на угловую скорость, а значит и на сплюснутость центральной конфигурации.

5. Численные оценки.

5.1. Вначале рассмотрим влияние колец Сатурна на сплюснутость планеты. Для этого применим формулу (13), где

$$e^2 = 0.19; \quad a_1 = 60.24 \cdot 10^3 \text{ км}; \quad \frac{M_r}{M_0} \approx 8.5 \cdot 10^{-8}; \quad (34)$$

$$R_1 = 77 \cdot 10^3 \text{ км}; \quad R_2 = 137 \cdot 10^3 \text{ км}.$$

Подстановка численных данных (34) в формулу (13) дает

$$\delta \left(\frac{\Omega^2}{2\pi G \bar{\rho}} \right) \approx -2.5 \cdot 10^{-8}. \quad (35)$$

Поскольку для самого Сатурна $\Omega^2/2\pi G \bar{\rho} \approx 0.09$, то величина найденной поправки (35) от кольца оказывается совершенно незначительной в сравнении с эффектом вращения самой планеты:

$$\chi = \frac{\delta\left(\frac{\Omega^2}{2\pi G \bar{\rho}}\right)}{\frac{\Omega^2}{2\pi G \bar{\rho}}} \approx 2.8 \cdot 10^{-7}. \quad (36)$$

Главная причина - в малости самого отношения масс кольца и планеты.

5.2. Оценим теперь влияние на сплюснутость Солнца от кольца планет и других малых тел в Солнечной системе. Для этой цели достаточно применить формулу (18), где в данном примере, согласно наблюдениям,

$$e^2 = 0; \quad \frac{M_r}{M_0} \approx \frac{1}{700}; \quad R_0 = 6.96 \cdot 10^5 \text{ км};$$

$$R_1 = 58 \cdot 10^6 \text{ км}; \quad R_2 = 59 \cdot 10^8 \text{ км}. \quad (37)$$

Расчеты дают:

$$\delta\left(\frac{\Omega^2}{2\pi G \bar{\rho}}\right) \approx -1.8 \cdot 10^{-13}; \quad \frac{\Omega^2}{2\pi G \bar{\rho}} \approx -1.3 \cdot 10^{-5}; \quad (38)$$

но, несмотря на малость найденной поправки, отношение величин

$$\chi \approx 1.4 \cdot 10^{-8} \quad (39)$$

оказывается лишь немногим меньше, чем для Сатурна (36).

5.3. По данным [6,7], одна из самых крупных известных астрономам звезд - красный сверхгигант WOH G64, находящаяся в БМО, имеет массу примерно $M = 17 M_\odot$ и радиус $R = 1540 R_\odot$. Эта звезда окружена огромным по размерам тором с массой $M_{\text{torus}} = 8 M_\odot$, осевым радиусом $R_0 = 15060 \text{ а.е.}$ и радиусом рукава $r_0 = 14940 \text{ а.е.}$ Оценим вначале по формулам (8) и (33) поправку к нормированному квадрату угловой скорости центральной звезды:

$$\delta\left(\frac{\Omega^2}{2\pi G \bar{\rho}}\right) \approx -\frac{3\alpha}{\pi G \bar{\rho}} = -\frac{4}{3} \frac{M_{\text{torus}}}{M} \frac{R^3}{r_0^2 R_0} \left[(1-2k^2)E(k) - (1-k^2)K(k) \right]. \quad (40)$$

Здесь зависимость выражения в квадратных скобках

$$\Phi = (1-2k^2)E(k) - (1-k^2)K(k) \quad (41)$$

от модуля k показана на графике (рис.1)

При $k \approx 1$ функция Φ примерно равна 0.7. Тогда, с учетом известных данных для тора звезды WOH G64, получим вариацию равной

$$\delta\left(\frac{\Omega^2}{2\pi G \bar{\rho}}\right) \approx -8 \cdot 10^{-6}. \quad (42)$$

Сразу обратим внимание на то, что величина (42) на 3 (7) порядка больше, чем в случаях с Сатурном (Солнцем). Уже это говорит о том, что влияние тора на фигуру звезды WOH G64 является заметным.

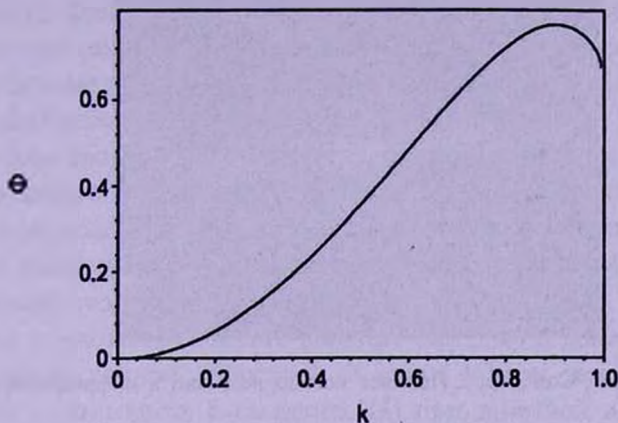


Рис.1. Зависимость функции Φ от модуля k .

Оценим теперь относительное приращение квадрата угловой скорости χ . К сожалению, в литературе отсутствуют данные наблюдений о периоде вращения этой звезды. Прибегнем поэтому к косвенным физическим оценкам и сравним WOH G64 с другим красным гигантом, звездой Бетельгейзе, сходной по массе ($15 - 20 M_{\odot}$) с рассматриваемой WOH G64. Радиус звезды Бетельгейзе $R_B = 200 R_{\odot}$, ее период вращения $T_B = 18$ лет, угловая скорость вращения $\Omega_B = 2\pi/18 \text{ лет} \approx 1.1 \cdot 10^{-8} \text{ с}^{-1}$. Если бы звезда Бетельгейзе расширилась до размеров WOH G64, т.е. до $R \approx 1540 R_{\odot}$, то, по закону сохранения углового момента, ее угловая скорость уменьшилась бы и стала равной

$$\Omega = \frac{\Omega_B}{\left(\frac{1540}{200}\right)^2} \approx 1.9 \cdot 10^{-10} \text{ с}^{-1}, \quad (43)$$

что отвечает линейной скорости на экваторе звезды $v_{\text{rot}} \approx 0.2 \text{ км/с}$. С учетом значения угловой скорости (43), для WOH G64 имеем

$$\frac{\Omega^2}{2\pi G \bar{\rho}} = \frac{2 \Omega^2 R^3}{3 GM} \approx 1.3 \cdot 10^{-5}. \quad (44)$$

Согласно (43) и (44), для данной системы звезда-тор

$$\chi \approx -0.6. \quad (45)$$

Такое большое (по модулю) значение относительного приращения χ резко выделяет пример со звездой WOH G64 среди ранее рассмотренных задач. Здесь влиянием тора на фигуру центральной звезды пренебрегать уже нельзя.

Рассмотрим теперь известную галактику "Сомбреро", обладающую мощным пылевым кольцом, см. рис.2.

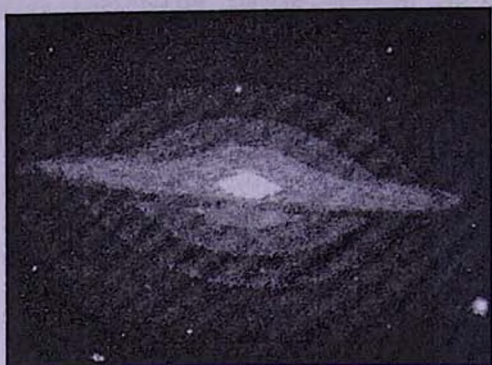


Рис.2. Галактика "Сомбреро". Пылевое кольцо показано в инфракрасном свете.

Для оценки его влияния на газовую подсистему в этой галактике используем формулу (30), где для приближенных оценок можно взять [15]

$$e^2 \approx 0.75; \quad \frac{M_r}{M_g} \approx 1; \quad R_1 = 8 \text{ кпк}, \quad R_2 = 33 \text{ кпк}, \quad \frac{R_1}{R_2} \approx 0.24. \quad (46)$$

Расчеты по формуле (30) тогда дают

$$\delta \left(\frac{\Omega^2}{2\pi G \bar{\rho}} \right) \approx 3.8 \cdot 10^{-2}. \quad (47)$$

Сравнивая (47) с (35) или (38) выясняется, что пылевое кольцо в галактике "Сомбреро" заметно влияет на форму газовой подсистемы в ней. Действительно, оценивая по теории фигур равновесия при $e \approx 0.868$ [13]

$$\frac{\Omega^2}{2\pi G \rho_1} \approx 0.21, \quad (48)$$

находим относительное значение приливного влияния кольца на газ

$$\chi = \frac{\delta \left(\frac{\Omega^2}{2\pi G \rho_1} \right)}{\frac{\Omega^2}{2\pi G \rho_1}} \approx 0.18. \quad (49)$$

Таким образом, влияние кольца на фигуру газовой подсистемы в галактике "Сомбреро" заметно и составляет 18% от влияния вращения самого газового сфероида.

6. Заключение. Применяя и развивая методы современной теории потенциала и теории фигур равновесия, получены общие формулы для оценки приливного влияния широкого круглого кольца или кругового тора на сплюснутость центральной вращающейся фигуры равновесия.

Формулы конкретизированы для трех моделей колец, а также для модели однородного кругового тора. Показано, что влияние колец на сжатие Сатурна и Солнца мало и лежит за пределами современной точности наблюдений. Однако для красного сверхгиганта WOH G64, окруженного мощным массивным тором, влияние этого тора на фигуру центральной звезды оказывается на 6-7 порядков больше, чем для Сатурна и Солнца, и этим влиянием уже нельзя пренебрегать.

Выведена теоретическая формула, описывающая приливное влияние гравитирующего кольца на одну только газовую подсистему галактики. Применение модифицированного метода позволило выяснить, что влияние мощного пылевого кольца вокруг галактики NGC 4594 "Сомbrero" на сплюснутость газовой подсистемы составляет примерно 18% от эффекта вращения газового облака. Это влияние ощутимо и должно учитываться при изучении данной галактики. В связи с этим заметим, что малое вращение у гигантских E-галактик [16] при заметной их сплюснутости может отражать не только анизотропию дисперсии скоростей в них [17], как это ранее считалось, но в некоторых случаях и быть следствием влияния на фигуры этих галактик массивных внешних колец. В частности, это могут быть и кольца из невидимой темной материи. Поэтому метод, разработанный в данной работе, может быть полезным и при оценке влияния на галактики окружающей их невидимой материи.

Удмуртский государственный университет, Ижевск,
Россия, e-mail: kond@uni.udm.ru

THE TIDAL INFLUENCE OF RINGS ON CENTRAL EQUILIBRIUM FIGURES

B.P.KONDRATYEV, N.G.TRUBITSYNA

Tidal influence of a gravitating ring or circular torus on a central figure of the relative equilibrium of the rotating liquid or gas mass is studied. The general formula of influence for the ring and the torus on a central figure is derived. Three models of wide rings and the one for circular torus are viewed. Influence of rings on oblateness of the Saturn or on the Sun lays outside of accuracy of modern observations, however for the red supergiant WOH G64 from LMC the torus action already is comparable with effect of rotation of the star. For galaxies the method is modified and ring action only on a diffuse subsystem of a galaxy is found. As an example widely known galaxy NGC

4594 "Sombreros" is given. The developed method can be useful and at an estimate of dark matter around large E-galaxies.

Key words: *rings;tidal influence*

ЛИТЕРАТУРА

1. *А.В.Витязев, Г.В.Печерникова, В.С.Сафронов*, Планеты земной группы, М., Наука, 1990.
2. *Б.П.Кондратьев*, Астрон. ж., 77, 323, 2000.
3. *Е.В.Питьева*, Астрон. вестн., 39, 202, 2005.
4. *В.А.Антонов, О.А.Железняк*, Астрофизика, 29, 178, 1988.
5. *М.Я.Маров*, УФН, 175, 668, 2005.
6. *E.M.Levesque, P.Massey, B.Plez, K.A.G.Olsen*, Astro-ph. SR. 12 Mar 2009, p.1-25.
7. *K.Ohnaka, T.Driebe, K.-H.Hofmann, G.Weigelt, M.Wittkowski*, Astron. Astrophys., 484, 371, 2008.
8. *Е.В.Волков*, Астрофизика, 32, 133, 1990.
9. *Г.С.Бисноватый-Коган*, Pis'ma Astron. Zh., 10, 181, 1984.
10. *Г.С.Бисноватый-Коган*, Mon. Notic. Roy. Astron. Soc., 174, 203, 1976.
11. *Б.П.Кондратьев*, Теория потенциала, Новые методы и задачи с решениями, М., Мир, 2007.
12. *М.Ф.Субботин*, Курс небесной механики, ГИТТЛ, Л.-М., 1949.
13. *С.Чандрасекар*, Эллипсоидальные фигуры равновесия, М., Мир, 2007.
14. *Б.П.Кондратьев, Н.Г.Трубицына*, Ж. техн. Физики, 80, 23, 2010.
15. *Б.А.Воронцов-Вельяминов*, Внегалактическая астрономия, М., Наука, 1978.
16. *J.J.Binney*, Mon. Notic. Roy. Astron. Soc., 183, 501, 1978.
17. *Б.П.Кондратьев*, Письма в Астрон. ж., 7, 83, 1981.