

К 100-летию со дня рождения  
академика В.А.Амбарцумяна

## ВРАЩАЮЩИЕСЯ СВЕРХПЛОТНЫЕ КОНФИГУРАЦИИ: ПУЛЬСАРЫ И ИХ АСТРОФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЯВЛЕНИЯ

Д.М.СЕДРАКЯН, Э.В.ЧУБАРЯН

Поступила 1 сентября 2009

В данной статье излагаются некоторые результаты работ последователей В.А.Амбарцумяна, основополагающие работы которого являлись началом исследований сверхплотных звезд: белых карликов и нейтронных звезд. Приводится решение уравнений Эйнштейна в случае аксиальной симметрии. Эти решения применяются для определения интегральных параметров вращающихся нейтронных звезд и белых карликов. Развивается теория генерации магнитных полей в нейтронных звездах и обосновывается наличие сильных неоднородных магнитных полей порядка  $10^{14}$  Гс в пульсарах. Предлагается теория, описывающая динамику движения нейтронных вихрей, которая применяется для объяснения наблюдаемой релаксации угловой скорости пульсаров после ее скачков.

Ключевые слова: *сверхплотные конфигурации; нейтронные звезды; пульсары*

1. *Введение.* Почти пятьдесят лет назад в *Астрономическом журнале АН СССР* были напечатаны статьи академика В.А.Амбарцумяна и академика Г.С.Саакяна [1-3], посвященные проблеме физики сверхплотных небесных тел.

Известно, что первое сообщение о возможном существовании сверхплотных звезд с центральными плотностями порядка ядерной появилось в 1932г. в работе Ландау [4]. Позже, после открытия нейтрона Чедвиком в работе Бааде и Цвикки [5] и, в особенности, в работе Оппенгеймера и Волкова [6], зародилось понятие о нейтронных звездах - небесных телах, состоящих из вырожденного газа нейтронов. Однако, после установления факта нестабильности свободного нейтрона стало ясно, что существование звезд, состоящих только из нейтронов, невозможно, и поэтому это понятие было предано забвению.

Бурное развитие физики элементарных частиц в 50-е годы прошлого века и проблемы, связанные с эволюцией звезд, подготовили почву для создания научно обоснованной теории сверхплотных звезд. Первые шаги в этом направлении были сделаны в вышеупомянутых работах В.А.Амбарцумяна и Г.С.Саакяна.

В конце пятидесятых годов двадцатого столетия в астрофизике делались

многочисленные попытки связать между собой при помощи эволюционных схем различные наблюдаемые состояния звезд. В большинстве случаев в предложенных схемах предполагается, что существует некоторое первоначальное гипотетическое состояние, когда вещество звезд (или галактик) было разреженным газом. Предполагается, что звезды возникают в результате сгущения этого разреженного газа. Однако анализ большого наблюдательного материала, относящегося к молодым звездам, а также к галактикам, позволил академику В.А.Амбарцумяну предложить гипотезу, что в процессе возникновения звездных групп и галактик развитие идет от более плотных дозвездных тел к менее плотным состояниям. Иными словами, из весьма плотных дозвездных тел возникают более или менее многочисленные группы звезд и большие массы рассеянного межзвездного вещества. Итак, благодаря гипотезе В.А.Амбарцумяна возникло противоположное представление, согласно которому обычному звездному и диффузному состоянию вещества предшествует некоторое сверхплотное состояние.

В пользу сверхплотного начального состояния звездного вещества говорят следующие три группы фактов.

Первая группа фактов относится к галактикам и группам галактик. Наблюдательные данные проанализированы в работе Амбарцумяна [7]. В частности, в этой работе указывается, что имеются данные, свидетельствующие о возникновении новых галактик и спиральных рукавов за счет вещества, заключенного в ядрах галактик. Эти ядра имеют малые размеры и высокую плотность. Поскольку такие процессы рождения звездных систем не могут происходить за счет звездного населения обычного типа, заключенного в ядрах, мы должны допустить, что ядра могут содержать значительные массы дозвездного вещества.

Другая группа фактов относится к возникновению звездных групп, составляющих звездные ассоциации. Наличие в ассоциации и, в частности, в центральных областях, больших газовых туманностей, входящих в О-ассоциации, тесных звездных групп и систем типа Трапеции, как указывалось в [8], свидетельствует против представлений об образовании звезд ассоциаций из диффузных туманностей. Свойства систем типа Трапеции свидетельствуют о том, что они возникли разделением какого-то массивного и весьма плотного тела.

И, наконец, явление вспышек в звездах типа UV Кита, а также во многих членах Т-ассоциаций следует интерпретировать как процессы освобождения энергии, выносимой большими, но дискретными порциями из глубоких недр звезд. Возникает естественное предположение, что из центральных областей наружу низвергаются массы дозвездного вещества, еще сохранившегося во внутренних частях звезды. В таком случае энергию вспышек можно истолковать как энергию перехода вещества из дозвездной фазы в обычную звездную [9].

Очевидно, что аргументация в пользу существования плотных дозвездных состояний вещества не является абсолютно убедительной и окончательной. Однако она достаточно сильна, чтобы заставить нас детально изучить возможность пребывания масс в сверхплотном состоянии, в частности, в состояниях ядерной или более высокой плотности, и выяснить свойства вещества в этих состояниях.

При плотностях чуть выше ядерной плотности мы имеем дело с вырожденным веществом, состоящим из разных видов барионов и небольшой примеси электронов, необходимой для обеспечения стабильности состояния плазмы. Концентрации всех видов барионов, в том числе и концентрация нейтронов, одинакового порядка величины, т.е. в соответствующих звездных конфигурациях нейтроны не имеют численного преобладания над другими барионами. Несмотря на это обстоятельство, для небесного тела, состоящего из ядерного вещества, было сохранено историческое название "нейтронная звезда".

В последующие годы теория нейтронных звезд интенсивно развивалась в основном усилиями сотрудников кафедр теоретической физики, общей физики и астрофизики им. В.Амбарцумяна физического факультета и кафедры теории волновых процессов и физики радиофизического факультета Ереванского государственного университета.

В истории становления физики нейтронных звезд огромную роль сыграло открытие пульсаров в 1967г., после чего нейтронные звезды из чисто теоретических построений превратились в реальные небесные тела, представляющие огромный научный интерес для астрофизики.

Нейтронные звезды имеют ряд уникальных проявлений, которые обусловлены сильными гравитационным, магнитным и электрическим полями. Эти явления имеют огромный интерес для астрофизики и являются предметом постоянного интенсивного изучения.

Реальное применение релятивистской теории гравитации ограничено областями космологии и нейтронных звезд. При этом нейтронные звезды представляют особый интерес для этой теории, так как здесь речь может идти о таких эффектах, которые в принципе могут быть проверены. В этом отношении особенно перспективными объектами являются связанные системы из двух нейтронных звезд, которые должны быть в Галактике. В частности, двойная нейтронная звезда является подходящим источником гравитационного излучения, которое, в принципе, может быть наблюдаемым. Представляет интерес также гравитационное излучение компактных объектов - одиночных нейтронных звезд и белых карликов.

*2. Теория вращения сверхплотных конфигураций.* Проблема вращения в общей теории относительности была и остается важной и сложной задачей. Ею в рамках общей теории относительности начали

заниматься в конце шестидесятых годов прошлого столетия [10-12]. Позднее появились работы, в которых рассматривались современные методы численного решения проблемы вращающихся конфигураций [13-19]. С практической точки зрения для определения интегральных характеристик астрофизических объектов важно анализировать асимптотическое разложение метрического тензора на больших расстояниях от звезды, с целью сравнения теоретических результатов с наблюдательными данными. Используя метод теории возмущений, мы вычисляем полную массу, момент инерции и геометрическую форму объекта из решения уравнений гравитационного поля в случае гидродинамического, термодинамического и химического равновесия при заданном числе барионов и угловой скорости вращения  $\Omega$  объекта.

Решения уравнений Эйнштейна в случае малых угловых скоростей были обсуждены в [20,21] в первом приближении по угловой скорости  $\Omega$ . Было показано, что в этом приближении диагональные компоненты метрического тензора вне распределения масс сохраняют шварцшильдовскую форму, но возникает недиагональная компонента метрики

$$g_{03} = -\frac{2J}{r} \sin^2\theta,$$

где  $J$  - момент инерции вращающегося объекта. Это приближение соответствует вращению с присутствием сил Кориолиса, но без изменения формы. Данное решение зависит от двух параметров, а именно, массы и момента инерции. Когда мы учитываем следующее приближение по угловой скорости (члены порядка  $\Omega^2$ ), конфигурация становится несферической, возникают центробежные силы и квадрупольные моменты. Чтобы найти интегральные характеристики вращающихся звезд в этом приближении, мы должны иметь внешние и внутренние решения уравнений Эйнштейна и сшить их на поверхности звезды.

Рассмотрим изолированную в пространстве звездную конфигурацию в состоянии стационарного твердотельного вращения. Ясно, что в этом случае распределение масс и гравитационное поле должны быть аксиально-симметричными, т.е. четырехмерный интервал может быть записан в виде

$$ds^2 = e^\lambda dr^2 + e^\mu \left[ d\theta^2 + \sin^2\theta(\Omega + \omega)^2 dt^2 \right] - e^\nu dt^2. \quad (1)$$

Здесь введены обозначения  $x^0 = t$ ,  $x^1 = r$ ,  $x^2 = \theta$ ,  $x^3 = \varphi$  и выбрана система единиц  $k=c=1$ . В (1)  $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $\nu$ ,  $\omega$  - функции  $r$ ,  $\theta$  и параметра  $\Omega = d\varphi/dx^0$ .

Физические характеристики вращающегося объекта зависят от центробежных сил в локальной и инерциальной системе наблюдателя. В общей теории относительности, благодаря эффекту Ленза-Тирринга, эффекты вращения описываются  $\tilde{\omega}$  - разностью между угловой скоростью  $\Omega$  и угловой скоростью "увлечения" свободно падающей системы относительно неподвижного наблюдателя  $-\omega$ .

$$\tilde{\omega} = \Omega + \omega(r, \theta). \quad (2)$$

Тензор энергии-импульса звездной материи можем представить как тензор энергии-импульса идеальной жидкости

$$T_{\mu}^{\nu} = (P + \rho)u_{\mu}u^{\nu} - P\delta_{\mu}^{\nu}, \quad (3)$$

где  $u^{\mu}$  - четырехмерная скорость материи,  $P$  - давление и  $\rho$  - плотность энергии.

Мы предполагаем, что звезда, благодаря большой вязкости вещества (игнорируется сверхтекучая компонента материи), вращается стационарно как твердое вещество с угловой скоростью  $\Omega$ , которая не зависит от пространственных координат.

Следовательно, мы имеем только две исчезающие компоненты скорости

$$u^{\varphi} = \Omega u^t, \quad u^t = \frac{1}{\sqrt{e^{\nu} - e^{\mu} \omega^2 \sin^2 \theta}}. \quad (4)$$

Тензор энергии-импульса (3) определяется выбором уравнения состояния звездного вещества, а неизвестные функции метрического тензора  $\nu, \lambda, \mu, \omega$  уравнениями Эйнштейна для гравитационного поля, из которых удобно выбрать следующие четыре комбинации.

Для определения компонент метрического тензора удобно выбрать следующую систему уравнений Эйнштейна

$$G_r^r - G_t^t = 8\pi(T_r^r - T_t^t), \quad G_{\theta}^{\theta} + G_{\varphi}^{\varphi} = 8\pi(T_{\theta}^{\theta} + T_{\varphi}^{\varphi}), \quad G_{\theta}^r = 0, \quad G_{\varphi}^t = 8\pi T_{\varphi}^t. \quad (5)$$

Здесь  $G_{\mu}^{\nu}$  - компоненты тензора Эйнштейна.

Приведенные уравнения позволяют найти четыре неизвестные функции, определяющие гравитационное поле в пустом пространстве

$$G_r^r - G_t^t = 0, \quad G_{\theta}^{\theta} + G_{\varphi}^{\varphi} = 0, \quad G_{\theta}^r = 0, \quad G_{\varphi}^t = 0. \quad (6)$$

Точное решение проблемы вращения связано с большими математическими трудностями, поэтому приходится прибегать к приближенным методам. В основу излагаемого метода положена теория возмущений. В качестве малого параметра разложения мы использовали отношение энергии вращения к гравитационной энергии

$$\beta = \frac{E_{сп.}}{E_{грав.}} = \left(\frac{\Omega}{\Omega_k}\right)^2, \quad (7)$$

где  $\bar{\Omega}^2 = 8\pi\rho_c$ ,  $\rho_c$  - плотность массы в центре конфигурации. Это разложение уже в приближении  $\beta$  дает достаточно корректные решения, поскольку параметр разложения  $\beta \ll 1$  ограничен условием механической стабильности твердотельного вращения. Это легко понять, если учесть, что верхний предел угловой скорости, так называемая кеплеровская угловая скорость  $\Omega_k = \sqrt{M/R_e}$  определяется из условия отсутствия истечения вещества ( $M$  - полная масса звезды,  $R_e$  - ее экваториальный радиус). Для однородной ньютоновской сферической звезды  $\Omega < \Omega_k = \bar{\Omega}/\sqrt{6}$ .

Метрический тензор можно представить в виде

$$g_{ik}(r, \theta, \Omega) = \sum_{l=0}^{\infty} \left( \frac{\Omega}{\bar{\Omega}} \right)^l g'_{ik}(r, \theta). \quad (8)$$

Из инвариантности метрики относительно преобразования  $t \rightarrow -t$ , при котором угловая скорость меняет знак, следует, что недиагональная компонента метрического тензора должна быть нечетной, а диагональные компоненты - четными функциями от  $(\Omega/\bar{\Omega})$ . Что касается давления и плотности вещества, то очевидно, они являются четными функциями угловой скорости вращения. Итак, для диагональных коэффициентов

$$\begin{aligned} \lambda(r, \theta, \Omega) &= \lambda_0(r) + \sum_{n=1}^{\infty} \beta^n \lambda_n(r, \theta), & \nu(r, \theta, \Omega) &= \nu_0(r) + \sum_{n=1}^{\infty} \beta^n \nu_n(r, \theta), \\ \mu(r, \theta, \Omega) &= \mu_0(r) + \sum_{n=1}^{\infty} \beta^n \mu_n(r, \theta), \end{aligned} \quad (9)$$

и для членов нечетного порядка для

$$\omega(r, \theta, \varphi) = \sqrt{\beta}(r) \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \beta^n \omega_n(r, \theta). \quad (10)$$

Все функции с индексом 0 описывают решения статической конфигурации и, следовательно, являются функцией от  $r$ , остальные функции - поправки, обусловленные вращением [22]. Такое разложение в ряд позволяет преобразовать уравнения Эйнштейна в связанную систему уравнений для коэффициентов разложения, которые можно определить методом последовательных приближений. В нулевом порядке мы имеем дело со сферически-симметричными конфигурациями (уравнения Толмена-Оппенгеймера-Волкоффа).

Подставляем полученные ряды в уравнения Эйнштейна и выбираем те члены разложения, которые соответствуют той степени  $\beta$ , в приближении которого мы хотим решить проблему. Для того, чтобы записать уравнения Эйнштейна в произвольном приближении, необходимо иметь функции  $\lambda_n, \mu_n, \nu_n$  и  $\omega_n$  для всех предыдущих приближений. Следовательно, задачу можно решить шаг за шагом, начиная с нулевого приближения.

Из уравнений Эйнштейна только  $G_3^0 = 0$  содержит нечетные степени угловой скорости. Если мы подставим известные функции  $\lambda_0, \dots, \lambda_n$ ;  $\nu_0, \dots, \nu_n$ ;  $\mu_0, \dots, \mu_n$ ;  $\omega_0, \dots, \omega_{n-1}$  из предыдущих приближений, получим уравнение для  $\omega^n$  (приближение  $\Omega^{2n+1}$ ):

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \omega_n}{\partial r^2} + \frac{4}{r} \frac{\partial \omega_n}{\partial r} + \frac{1}{r(r-2m)} \left( \frac{\partial^2 \omega_n}{\partial \theta^2} + 3 \frac{\partial \omega_n}{\partial \theta} \operatorname{ctg} \theta \right) &= W_n(r, \theta), \\ W_0(r, \theta) &= 0, \quad W_1(r, \theta) = -\frac{\partial \omega_1}{\partial r} \left( 2 \frac{\partial \mu_1}{\partial r} - \frac{1}{2} \frac{\partial \lambda_1}{\partial r} - \frac{1}{2} \frac{\partial \nu_1}{\partial r} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

Для всех приближений левая сторона этого уравнения одна и та же. Отличаются друг от друга только правой частью. Здесь индекс при

функции  $\omega_{n=0}$  соответствует приближению  $\Omega$ ,  $n=1-\Omega^3 \dots$

Решение уравнения (11) можно представить в виде ряда

$$\omega_n(r, \theta) = \sum_{\ell=0}^{\infty} \omega_{\ell, n}(r) P_{\ell+1}^1(\cos\theta), \quad P_{\ell}^1(\gamma) \equiv \frac{dP_{\ell}(\gamma)}{d\gamma}. \quad (12)$$

В этом случае мы для  $\omega_{\ell, n}$  получаем

$$\omega_{\ell, n}'' + \frac{4}{r} \omega_{\ell, n}' - \frac{\ell(\ell+3)}{r(r-2m)} \omega_{\ell, n} = W_{\ell, n}(r); \quad \ell = 0, 2, \dots, 2n, \quad (13)$$

$$W_{\ell, 0}(r) = 0, \quad W_{\ell, 1}(r) = - \sum_{k=0, 2} \omega_0' \left[ 2\mu_k' - \frac{1}{2} \lambda_k' - \frac{1}{2} \nu_k' \right] \frac{\delta_{\ell, k} - \delta_{\ell, k-2}}{2\ell+1}$$

(штрих означает производную функцию по  $r$ ).

Решение уравнения (13) имеет вид

$$\omega_{\ell, n} = \frac{a_{\ell, n}}{r^{\ell+3}} F\left(\ell, \ell+3, 2\ell+4; \frac{2m}{r}\right) + W_{\ell, n}(r). \quad (14)$$

Здесь  $a_{\ell, n}$  постоянные интегрирования. Их значения определяются из условия непрерывности  $\omega(r, \theta)$  и ее первой производной на поверхности конфигурации.

$$W_{0,0}(r) = 0,$$

$$W_{0,1}(r) = \frac{3a_{0,0}A_{0,1}}{2r^4} - \frac{3a_{0,0}A_{2,1}}{16m^5r} \left[ 5 - \frac{7m}{r} - \frac{40m^2}{3r^2} + \frac{2m^3}{r^3} + \frac{r}{m} \left( \frac{5}{2} - \frac{6m}{r} + \frac{4m^3}{r^3} \right) \right] \times$$

$$\times \ln\left(1 - \frac{2m}{r}\right) - \frac{a_{0,0}^3}{10mr^6} \left(1 - \frac{27m}{r}\right), \quad (15)$$

$$W_{2,1}(r) = - \frac{a_{0,0}A_{2,1}}{8m^4r^2} \left[ 3 - \frac{2m}{r} - \frac{3m^2}{r^2} + \frac{r}{2m} \left(3 + \frac{m}{r}\right) \left(1 - \frac{2m}{r}\right) \ln\left(1 - \frac{2m}{r}\right) \right] -$$

$$- \frac{a_{0,0}^3}{60m^2r^5} \left(5 + \frac{9m}{r}\right) \left(1 - \frac{2m}{r}\right).$$

Перейдем теперь к решению уравнений Эйнштейна, содержащих четные степени угловой скорости. Как было сказано выше, левые стороны этих уравнений одинаковы в любом приближении, они отличаются друг от друга только правыми частями.

Соответствующие уравнения очень громоздки, поэтому их приводить не будем. Ниже выписаны их решения в приближении  $\beta$ .

Вне распределения масс уравнения аналитически интегрируются. Имеем

$$e^{-\lambda} = 1 - \frac{2m}{r} + \beta \sum_{\ell} \left[ A_{\ell} \Phi_{\ell}(r) - \frac{24 C_1^2}{r^4} \delta_{0\ell} \right] P_{\ell}(\cos\theta),$$

$$e^{\nu} = 1 - \frac{2m}{r} + \beta \sum_{\ell} A_{\ell} \Phi_{\ell}(r) P_{\ell}(\cos\theta), \quad (16)$$

$$e^{\mu} = r^2 \left[ 1 + \beta \sum_{\ell} \mu_{\ell}(r) \Phi_{\ell}(r) P_{\ell}(\cos\theta) \right],$$

где

$$\Phi_\ell(r) = \frac{1}{r^{\ell+1}} F\left(\ell+1, \ell-1, 2\ell+2, \frac{2m}{r}\right) + \frac{C_1^2}{r^4 A_\ell} \left(\frac{1}{2} - \frac{2m}{r}\right) \delta_{0\ell} - \frac{C_1^2}{2mr^3 A_\ell} \left(\frac{4m^2}{r^2} + \frac{2m}{r} - 2\right) \delta_{2\ell}, \quad (17)$$

$$\mu_\ell(r) = \int \left\{ -\frac{A_\ell}{1-2m/r} \frac{d\Phi_\ell}{dr} - \frac{6C_1^2}{\ell(\ell+1)-2} \frac{1}{r^5} \left(\frac{2m/r}{1-2m/r} + 2\right) (\delta_{0\ell} - \delta_{2\ell}) \right\} dr,$$

$A_\ell$  - постоянные, определяемые путем сшивки полученного решения с внутренним решением, а  $F$  - гипергеометрическая функция. В рядах (16) суммирование проводится только по четным  $\ell$ , что является следствием симметрии относительно экваториальной плоскости.

Внутри распределения масс уравнения интегрируются численно (они представляют собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений по  $r$ ). Из условия сшивки на поверхности звезды

$$r(\theta) = R_0 + \beta \sum_{\ell=0}^{\infty} d_\ell P_\ell(\cos\theta) \quad (18)$$

определяются все постоянные, входящие как во внешнее, так и во внутреннее решения. Что касается постоянных  $d_\ell$ , то их можно связать с постоянными, входящими во внутреннее решение, используя условие равенства нулю плотности на поверхности звезды.

Проведенные расчеты позволили вычислить релятивистский момент инерции, массу, экваториальный и полярный радиусы, квадрупольный момент, энергию вращения, минимальный период вращения и внутреннюю

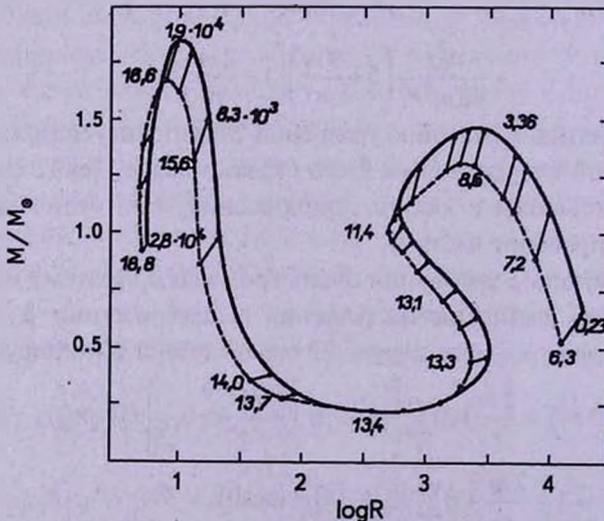


Рис.1. Зависимость массы от радиуса (для вращающихся конфигураций зависимость массы от экваториального радиуса). Пунктирная кривая - невращающиеся конфигурации, сплошная - вращающиеся с  $\Omega = \Omega_{\max}$ .

структуру ряда сверхплотных конфигураций. Результаты приведены на рис.1 и 2 [22-23].

На рис.1 приведены кривые зависимости массы от радиуса. Пунктирная кривая относится к невращающимся конфигурациям, а сплошная - к вращающимся с максимально возможной без истечения вещества угловой скоростью. Цифрами отмечены соответствующие центральные плотности. Конфигурации с одинаковыми центральными плотностями соединены стрелками, вдоль которых растет угловая скорость вращения конфигурации.

Наибольшее различие в массах имеет место вблизи точек максимума и составляет примерно 8% вблизи  $\rho_c \approx 2 \cdot 10^9 \text{ г см}^{-3}$  и 17% вблизи  $\rho_c \approx 2.44 \cdot 10^{15} \text{ г см}^{-3}$ . Экстремальные точки на верхней кривой смещены в сторону малых плотностей по сравнению с соответствующими точками статистических конфигураций.

На рис.2 приведена зависимость квадрупольного момента от значения плотности в центре [23].

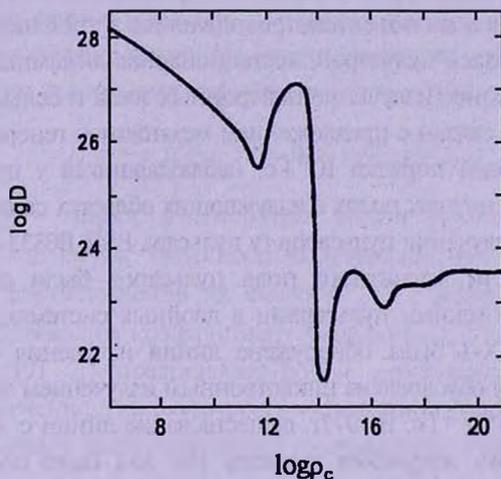


Рис.2. Зависимость квадрупольного момента  $D(R_0)$  от центральной плотности.  $D(R_0)$  измерен в единицах CGS:  $6 \cdot 10^{20}$ .

Таким образом, учет вращения не вносит существенных изменений в значения параметров барионных конфигураций. Все характеристики конфигураций теперь зависят от двух параметров (плотности в центре  $\rho_c$  и значения угловой скорости  $\Omega$ ).

Проблема устойчивости самогравитирующих звездных масс является одной из важных актуальных проблем звездной космогонии. Чандрасекаром [25] был предложен метод, основанный на вариационном принципе в общей теории относительности, позволяющий определить динамическую устойчивость и частоты радиальных пульсаций сферически-симметричных конфигураций. Этот метод был модернизирован Мелтцером и Торном [26].

Ясно, что вращение также может оказать некоторое влияние на устойчивость звезд. Причем при рассмотрении вопроса устойчивости барионных звезд необходимо учитывать связанные с вращением релятивистские эффекты. Действительно, члены порядка  $\Omega^2 r^2/c^2$ , входящие в уравнения гидродинамического равновесия (при максимально возможной без истечения вещества угловой скорости вращения), на расстояниях порядка радиуса конфигурации, дают поправки, сравнимые с релятивистскими поправками, обусловленными распределением вещества [27].

Как и следовало ожидать, в рамках теории тяготения Ньютона вращение стабилизирует звезду. Однако учет релятивизма во вращении смещает точку потери устойчивости в сторону меньших плотностей, соответствующих барионным конфигурациям, стабилизирующая роль вращения в теории гравитации Ньютона полностью компенсируется релятивистскими поправками к вращению.

**3. Генерация магнитных полей в нейтронных звездах.** Исследования свойств компактных объектов продолжились в трех направлениях: генерация магнитных полей пульсаров, нестационарная динамика вращения пульсаров и гравитационное излучение нейтронных звезд и белых карликов.

Первый класс задач связан с предложением механизмов генерации сверхсильных магнитных полей порядка  $10^{12}$  Гс, наблюдавшихся у пульсаров. О весьма интенсивных магнитных полях в излучающих областях свидетельствует сильная поляризация излучения пульсаров (у пульсара PSR B0833-45 до 95%). Значения напряженности магнитного поля пульсаров были оценены из наблюдений за рентгеновскими пульсарами в двойных системах. В 1976г. в спектре пульсара Her X-1 была обнаружена линия излучения с энергией  $E_\gamma = 58 \pm 5$  кэВ, которая обусловлена циклотронным излучением электронов в магнитном поле  $H = 5 \cdot 10^{12}$  Гс. В 1977г. существование линии с  $E_\gamma = 64$  кэВ в жестком рентгеновском излучении пульсара Her X-1 было подтверждено наблюдениями со спутника "Ариэль-5" и "Тинга". Циклотронная линия при  $E_\gamma = 11 - 20$  кэВ наблюдалась в спектре рентгеновского пульсара 4U 0115+63. Величина напряженности магнитного поля порядка  $1.2 \cdot 10^{12}$  Гс. В настоящее время циклотронные линии наблюдались в спектрах четырнадцати рентгеновских пульсаров [28].

Общепринятым механизмом генерации магнитных полей в сверхплотных звездах является сжатие звезды с одновременным сохранением первоначального магнитного потока [29]. Сохранение магнитного потока обеспечивается "вмороженностью" магнитных силовых линий, которая обусловлена очень большой проводимостью вещества звезды. Индукция магнитное поля  $B$  растет при изотропном сжатии обычной звезды пропорционально  $r^{-2}$  или  $\rho^{2/3}$  ( $r$  - некоторый средний радиус,  $\rho$  - средняя плотность звезды). Однако в процессе сжатия или коллапса обычной звезды после взрыва сверхновой

неизбежно возникнет турбулентное движение вещества, которое приведет к резкому уменьшению электрической проводимости  $\sigma$ . Кроме того, при взрыве сверхновой часть вещества вместе с сопутствующим ему магнитным полем может быть выброшена из звезды. Эти факторы приводят к значительному уменьшению конечного магнитного поля. Даже если механизм усиления при сжатии звезды приводит к появлению сильного поля, то это поле может распасться из-за омической диссипации.

Ниже рассмотрим механизм генерации магнитных полей в нейтронных звездах, который был предложен в работе [30] и развит в [31]. Этот механизм обусловлен взаимодействием протонного и нейтронного конденсатов, приводящим к увлечению сверхпроводящих протонов вращающимися сверхтекучими нейтронами [32]. Далее мы будем рассматривать модель нейтронной звезды с жестким уравнением состояния, состоящей из сверхпроводящего кваркового ядра, адронной фазы, содержащей сверхтекучий конденсат нейтронов, сверхпроводящий конденсат протонов и нормальную электронную ферми-жидкость, и твердой коры.

Учитывая эффект увлечения сверхпроводящих протонов вращающимися сверхтекучими нейтронами, запишем электрический ток протонов в виде [33]:

$$\vec{j}_e = \frac{e}{m_1} \vec{j}_1 = \frac{e}{m_1} (\rho_{11} \vec{v}_1 + \rho_{12} \vec{v}_2) = \vec{j}_{11} + \vec{j}_{12}, \quad (19)$$

где  $e$  и  $m_1$  - заряд и инертная масса протона,  $\rho_{11} = m_1^2 n_1 / m_1^*$  и  $\rho_{12} = m_1 (m_1^* - m_1) n_1 / m_1^*$  - плотности масс неувлеченных и увлеченных протонов,  $\vec{v}_1$  и  $\vec{v}_2$  - соответственно их скорости,  $n_1$  - плотность сверхпроводящих протонов. Определим коэффициент увлечения  $k = (m_1^* - m_1) / m_1 = \rho_{12} / \rho_{11}$ . В уравнении (19)  $\vec{j}_{11}$  представляет собой мейсснеровский ток протонов, а  $\vec{j}_{12}$  - ток увлечения. Напряженность магнитного поля, обусловленного токами увлечения, может быть определена из уравнения Максвелла [30]:

$$\text{rot } \vec{H} = \frac{4\pi}{c} \vec{j}_{12}, \quad H(r) = \frac{\Phi_1}{2\pi\lambda^2} \ln\left(\frac{b}{r}\right), \quad H(b) = 0, \quad (20)$$

где  $b$  - радиус нейтронного вихря, связанный с плотностью вихрей соотношением  $n_n(r) = 1/\pi b^2$ . Наличие неувлеченных сверхтекучих протонов приводит к отличию напряженности магнитного поля  $\vec{H}$  от магнитной индукции  $\vec{B}$ , которая определяется из уравнения

$$\text{rot } \vec{B} = \frac{4\pi}{c} (\vec{j}_{11} + \vec{j}_{12}). \quad (21)$$

Подставляя (19) в (21) и учитывая [33], что

$$\text{rot } \vec{v}_1 = -\frac{e}{m_1 c} \vec{B} + \kappa_1 \vec{i}_1 \sum_j \delta(\vec{r} - \vec{r}_j), \quad \text{rot } \vec{v}_2 = \kappa_2 \vec{i}_2 \sum_j \delta(\vec{r} - \vec{r}_j),$$

получаем

$$\bar{B} + \lambda^2 \text{rot rot } \bar{B} = \Phi_0 \bar{i}_1 \sum_i \delta(\bar{r} - \bar{r}_i) + \Phi_1 \bar{i}_2 \sum_j \delta(\bar{r} - \bar{r}_j), \quad (22)$$

где кванты потока  $\Phi_0$ ,  $\Phi_1$  и глубина проникновения магнитного поля  $\lambda$  определяется так:

$$\Phi_0 = \frac{\pi \hbar c}{e}, \quad \Phi_1 = \frac{m_1 \rho_{12}}{m_2 \rho_{11}} \Phi_0, \quad \lambda^2 = \frac{m_1^2 c^2}{4\pi e^2 \rho_{11}}. \quad (23)$$

Для учета вращения в (22) нужно ввести  $\bar{B}' = \bar{B} + 2m_1 c \bar{\Omega} / e$ . Здесь  $\bar{i}_1$  и  $\bar{i}_2$  - единичные векторы по направлению протонных и нейтронных вихревых нитей,  $\bar{r}_i$  и  $\bar{r}_j$  - соответственно радиусы-векторы центров нитей,  $\kappa_1 = \pi \hbar / m_1$  и  $\kappa_2 = \pi \hbar / m_2$  - кванты циркуляций протонов и нейтронов. Таким образом, мы имеем уравнение Лондонов с возможными двумя отличными друг от друга областями вихрей. Отметим, что система уравнений трехскоростной магнитной гидродинамики сверхтекучих растворов была получена в работе [32].

Для определения вихревой структуры жидкости запишем ее свободную энергию [31,34]:

$$F = \frac{1}{2} \int (\rho_{11} \bar{v}_1^2 + 2\rho_{12} \bar{v}_1 \bar{v}_2 + \rho_{22} \bar{v}_2^2 + \rho_n \bar{v}_n^2) dV + \frac{1}{8\pi} \int \bar{B}^2 dV - \bar{M} \bar{\Omega}, \quad (24)$$

где  $\rho_n = \rho - \rho_1 - \rho_2$  - плотность нормальной компоненты,  $\rho_1 = \rho_{11} + \rho_{12}$ ,  $\rho_2 = \rho_{22} + \rho_{12}$  - плотности масс протонов и нейтронов,  $\rho$  и  $\bar{M}$  - полная плотность и момент импульса жидкости:

$$\bar{M} = \int [\bar{r} \cdot (\bar{j} + \rho_n \bar{v}_n)] dV, \quad \bar{j} = \bar{j}_1 + \bar{j}_2. \quad (25)$$

Здесь скорость  $\bar{v}_1$  определяется из уравнения Максвелла

$$\text{rot } \bar{B} = \frac{4\pi}{c} \left( \bar{j}_1 + \bar{j}_2 - \frac{e}{m_1} \rho_1 \bar{v}_n \right). \quad (26)$$

Подставляя  $\bar{v}_1$  в (24), получаем

$$F = \frac{1}{8\pi} \int \left\{ \bar{B}^2 + \lambda^2 (\text{rot } \bar{B})^2 \right\} dV + \frac{1}{2} \int \rho'_{22} (\bar{v}_2 - [\bar{\Omega} \bar{r}])^2 dV - \frac{1}{2} \int \rho [\bar{\Omega} \bar{r}]^2 dV, \quad (27)$$

где  $\rho'_{22} = \rho_{22} - \rho_{12}^2 / \rho_{11}$ . Термодинамическим потенциалом при наличии заданных токов увлечения является свободная энергия Гиббса:

$$G = F - \frac{1}{c} \int \bar{j}_2 \bar{A} dV = F - \frac{1}{4\pi} \int \bar{H} \bar{B} dV. \quad (28)$$

Здесь напряженность магнитного поля  $\bar{H}$  определяется из уравнения (20).

Магнитная структура нейтронного вихря определяется распределением плотности  $n_p(r)$  протонных вихрей, образованных напряженностью магнитного поля увлечения  $H(r)$  (20). Для нахождения  $n_p(r)$  минимизируем потенциал Гиббса одиночного нейтронного вихря:

$$G_p = G + \int n_p \varepsilon_p dV, \quad \varepsilon_p = \left( \frac{\Phi_0}{4\pi\lambda} \right)^2 \ln \frac{\lambda}{\xi_1}. \quad (29)$$

Результат минимизации дает простое решение: вокруг каждого нейтронного

вихря образуется кластер протонных вихрей с плотностью

$$n_p(r) = \frac{H(r) - H_{c1}}{\Phi_0}, \quad (30)$$

где  $H_{c1} = (\Phi_0/2\pi\lambda^2)\ln\lambda/\xi_1$  - первое критическое поле в нейтронной звезде, определенное сверхпроводимостью протонов. Магнитная индукция  $B = n_p(r)\Phi_0$  максимальна вблизи центра нейтронного вихря, ее среднее значение порядка  $10^{14}$  Гс и радиус кластера на порядок меньше радиуса нейтронного вихря:  $b \approx 10^{-3} - 10^{-4}$  см.

Для нахождения магнитного поля внутри звезды необходимо определить области звезды, где можно ввести понятие непрерывной плотности протонных и нейтронных вихрей. Для этого межвихревое расстояние между протонными и нейтронными вихрями должно быть гораздо меньше характеристических размеров их расположения. Во вращающейся звезде существуют три характеристических расстояния: размеры адронной фазы  $R$ , безвихревой зоны  $\Delta R$  и нейтронного вихря  $b$ . Средняя плотность нейтронных вихрей определяется минимизацией следующего потенциала Гиббса:

$$G_n = G + \int n_n \epsilon_n dV, \quad \text{где} \quad \epsilon_n = \rho'_{22} \frac{\kappa_2^2}{4\pi} \ln \frac{b}{\xi_2} + \frac{\bar{B}^2}{8\pi} \pi b^2 + \left( \frac{\Phi_1}{4\pi\lambda} \right)^2 \ln \frac{\lambda}{\xi_1}. \quad (31)$$

Здесь  $\epsilon_n$  - энергия нейтронного вихря, учитывающая наличие вокруг него кластера протонных вихрей, образованного токами увлечения,  $\xi_2$  - радиус сердцевинки нейтронного вихря,  $\bar{B}$  - средняя индукция нейтронного вихря, отличная от нуля только в вихревой зоне:

$$\bar{B} = \frac{1}{\pi b^2} \int_0^{r_1} n_p(r) \Phi_0 2\pi r dr = \frac{1}{\pi b^2} \int_0^{r_1} (H(r) - H_{c1}) 2\pi r dr = \frac{k \Phi_0}{4\pi\lambda^2} \left( \frac{\xi_1}{\lambda} \right)^{|k|}, \quad (32)$$

где  $r_1 = (\lambda/\xi_1)^{-1/2|k|}$  - радиус протонного кластера,  $H_{c1} = (\Phi_0/4\pi\lambda^2)\ln(\lambda/\xi_1)$  - критическое поле возникновения протонных вихрей,  $\xi_1$  - радиус сердцевинки протонного вихря. Здесь мы учли, что напряженность магнитного поля увлечения генерирует протонный вихревой кластер с плотностью  $n_p(r)$  при условии  $H(r) > H_{c1}$ .

Минимизируя  $G_2$  по  $\bar{B}$ , получаем уравнение, определяющее магнитную индукцию звезды [34]:

$$\begin{aligned} \bar{B} + \lambda^2 \text{rot rot } \bar{B} &= \bar{B}, & r < R_1 \\ \bar{B} + \lambda^2 \text{rot rot } \bar{B} &= 0, & R_1 < r < R. \end{aligned} \quad (33)$$

Здесь  $R_1$  - радиус вихревой зоны. Решение этого уравнения запишется в виде:

$$\begin{aligned} B(r) &= \bar{B}, & r < R_1, \\ B(r) &= \bar{B} \exp(-(r - R_1)/\lambda), & R_1 < r < R. \end{aligned} \quad (34)$$

Следовательно, средняя магнитная индукция в вихревой зоне постоянна, а в безвихревой зоне магнитное поле отсутствует из-за его экранирования мейсснеровскими токами сверхтекучих протонов. Так как  $\Delta R \approx (R/2)\delta^{1/2}$ ,

$R \approx 10^6$  см,  $\delta \approx 10^{-6}$ , то  $\Delta R \approx 5 \cdot 10^2$  см [34]. Таким образом, вблизи экватора звезды имеется небольшая безвихревая зона, которая входит в адронную фазу на расстояние  $\Delta R$ . Следовательно, при нахождении магнитных полей в вихревой зоне будем считать объемом этой зоны весь объем адронной фазы. Средняя магнитная индукция, генерируемая протонными вихрями, порядка  $10^{12}$  Гс [31,33].

Рассмотрим проникновение магнитного поля в сверхпроводящее кварковое ядро. Возможны два вида сверхпроводящих конденсатов: изоскалярная "2SC"-фаза, в которой спариваются только "u" и "d" - кварки двух цветов, и "CFL"-фаза, в которой спариваются безмассовые "u", "d" и "s" - кварки всех трех цветов. "CFL"-фаза с тремя ароматами безмассовых кварков является самой стабильной в пределе слабого взаимодействия при температуре  $T=0$  и вблизи критической температуры  $T_c$ . В [35] было показано, что конденсат дикварков "2SC"-фазы представляет собой сверхпроводник второго рода, в котором может возникнуть решетка кварковых магнитных вихревых нитей. Наличие электрического и цветового зарядов у куперовских пар дикварков приводит к появлению электрической и цветовой сверхпроводимости в "2SC" и "CFL"-фазах. Эти два явления не независимы, потому что фотонные и глюонные калибровочные поля связаны друг с другом. Одно из результирующих смешанных полей - безмассовое, в то время как другое поле является массивным. Уравнения Гинзбурга-Ландау для "2SC"-фазы с учетом наличия смешанных полей были получены в [36]. Эти уравнения были использованы в [37] для изучения воздействия внешнего однородного магнитного поля на сверхпроводящее кварковое ядро нейтронной звезды. Было показано, что в отсутствие вихревых нитей мейсснеровские токи в ядре экранируют внешнее магнитное поле почти полностью. В [38] найдено распределение магнитного поля нейтронной звезды с сверхпроводящим "2SC"-кварковым ядром, в которой магнитное поле генерируется в адронной "пре"-фазе из-за эффекта увлечения сверхпроводящих протонов сверхтекучими нейтронами и проникает в кварковое ядро в виде магнитных кварковых вихревых нитей, образующихся из-за наличия экранирующих мейсснеровских токов.

Различные типы квантованных кварковых вихревых нитей в цветовом сверхпроводящем "CFL"-ядре вращающейся нейтронной звезды изучались в [39]. Рассматривались абелевы сверхтекучие, абелевы магнитные и неабелевы полусверхтекучие вихревые нити. Было показано, что при вращении звезды в кварковом "CFL"-ядре возникает стабильная решетка полусверхтекучих вихрей с наименьшим квантом циркуляции [40]. Эти вихри на границе "CFL"-фазы соединяются с нейтронными вихрями из-за равенства их квантов циркуляции. Коллективные упругие колебания объединенной решетки нейтронных сверхтекучих и кварковых полусверхтекучих вихрей [41] объясняют наблюдаемые вариации вращения

пульсара PSR B1828-11 порядка 256 дней [42]. В работе [43] эти вариации объясняются коллективными колебаниями решетки нейтронных вихрей.

Кластеры протонных вихрей, возникшие в адронной фазе вокруг каждого сверхтекучего нейтронного вихря, создают из-за сохранения магнитного потока в кварковом ядре вокруг первоначального полусверхтекучего вихря радиусом  $R = 10^{-3}$  см новые полусверхтекучие вихри радиусом  $\lambda_p = 10^{-11}$  см, причем два протонных вихря с потоком  $\Phi_0$  соединяются на границе с одним новым полусверхтекучим вихрем. Таким образом, магнитное поле проникает в кварковое ядро. Распределение магнитного поля в этом случае рассматривалось в [44]. Вне звезды магнитное поле имеет дипольный характер.

#### 4. Скачки угловых скоростей пульсаров и их релаксация.

Второй класс задач, связанный с нейтронными звездами, возник в связи с возможностью исследования внутренней структуры, свойства которой проявляются в нестационарной динамике вращения пульсаров. Начиная с 1967г., когда пульсары были обнаружены как источники периодических импульсов радиоволн, наблюдаены около 1500 таких объектов. Из известных пульсаров самый короткий период имеет пульсар PSR 1937+214 с периодом  $p = 1.558$  мс. Самый длинный период имеет пульсар PSR 1845-19 с периодом  $p = 4.308$  с. Как следует из наблюдений, производная периода  $\dot{p}$  пульсаров имеет положительное значение:  $\dot{p} > 0$ , т.е. период увеличивается со временем с средним темпом  $\dot{p} \sim 10^{-15}$  с/с. Такое "вековое изменение" периода впервые было обнаружено у пульсара PSR 0531+21 в Крабовидной туманности, для которого  $\dot{p} = 4.2 \cdot 10^{-13}$  с/с.

На вековое изменение периода пульсаров накладываются нерегулярные флуктуации в виде скачков и микроскачков. Такое поведение, характерное для большинства пульсаров, по-видимому, случайно, и его нельзя предсказать. Скачки периода достаточно редки, и наблюдались пока примерно у тридцати пульсаров. Пятнадцать скачков наблюдались у пульсара PSR 0833-45 в созвездии Парусов, у которого относительное изменение периода  $\Delta p/p$  порядка  $10^{-9} + 10^{-6}$ . При каждом скачке уменьшение периода пульсара сопровождается увеличением производной периода. Относительное изменение  $\Delta \dot{p}/\dot{p} = \Delta \dot{\Omega}/\dot{\Omega}$  составляет примерно  $10^{-2} - 10^{-3}$ . У большинства пульсаров, проявляющих скачки, наблюдается общий характер в послескачковом поведении. Угловая скорость  $\Omega$  и ее производная в основном медленно релаксируют к своим предскачковым значениям. Послескачковый релаксационный процесс можно представить в виде экспоненциальной зависимости с характерными временами от нескольких часов до 1000 дней, а для некоторых пульсаров релаксационная кривая для  $\dot{\Omega}(t)$  имеет выраженную структуру, состоящую из нескольких экспоненциальных кривых и одной линейной зависимости. В дополнение к большим скачкам угловой скорости вращения, наблюдавшихся у малого количества пульсаров, у

значительного числа пульсаров наблюдаются также меньшие по амплитуде временные вариации угловой скорости. Эти нерегулярные изменения угловой скорости пульсара называют микроскачками. Они имеют порядок  $\Delta\Omega/\Omega \sim 10^{-9}$  и не могут быть интерпретированы как малые по масштабу скачки, так как при скачках пара  $(\Delta\Omega, \Delta\dot{\Omega})$  имеет сигнатуру (+; -), а при микроскачках она показывает всевозможную сигнатуру.

Теории, объясняющие поведение угловой скорости вращения нейтронной звезды должны быть основаны на представлениях сверхтекучести внутренних слоев звезды. Из-за сильного нуклон-нуклонного взаимодействия нейтроны в коре и ядре звезды переходят в сверхтекучее состояние, а протоны в ядре при определенных плотностях - в сверхпроводящее состояние. При этом во вращающейся нейтронной жидкости возникает система вихрей, параллельных оси вращения звезды. Теория скачков и релаксации угловой скорости пульсаров на основе динамики вращения сверхтекучей нейтрон-протонной системы в ядре нейтронной звезды развивалась в работах [45-48]. Основой теории является механизм связывания заряженной нормальной компоненты звезды - электронов и ядерной решетки коры, с сверхтекучей компонентой звезды. Как было сказано выше, из-за эффекта увлечения нейтронными вихрями сверхпроводящих протонов возникает магнитный поток у нейтронных вихрей. Энергетически более выгодным является формирование протонного вихревого кластера вокруг ствола нейтронного вихря. Тогда связь нормальной компоненты ядра с сверхтекучей осуществляется рассеянием релятивистских электронов на магнитном поле вихревого кластера. В рамках диссипативной трехскоростной гидродинамики взаимодействующего раствора жидкостей сверхтекучих нейтронов, сверхпроводящих протонов и нормальных электронов были получены уравнения непрерывности нейтронных вихрей и движения вихревого кластера. Совместно с уравнением движения нормальной компоненты они определяют динамику вращения нейтронной звезды.

Система уравнений, описывающая динамику вращения двухкомпонентной нейтронной звезды, имеет вид [45]:

$$\text{rot } \bar{v}_s(\bar{r}, t) = \bar{\chi}_0 n(\bar{r}, t), \quad (35)$$

$$\frac{\partial n(\bar{r}, t)}{\partial t} + \text{div} [n(\bar{r}, t) \bar{v}_L(\bar{r}, t)] = 0, \quad (36)$$

$$\rho_s(\bar{r}) [\bar{v}_s - \bar{v}_L, \bar{\chi}_0] - \eta(\bar{r}) (\bar{v}_L - \bar{v}_e) + \beta(\bar{r}) [\bar{v}_L - \bar{v}_e, \bar{\chi}_0] = 0, \quad (37)$$

$$I_e \frac{d\Omega_e}{dt} + \int \frac{\partial \Omega_s(\bar{r}, t)}{\partial t} dI_s = K_{ext}, \quad (38)$$

где  $\bar{v}_s$  и  $\bar{v}_e$ ,  $\Omega_s(\bar{r}, t)$  и  $\Omega_e(t)$ ,  $I_s$  и  $I_e$  - скорость движения, угловая скорость и момент инерции сверхтекучей и нормальной компоненты соответственно,  $n$  - плотность вихрей,  $\chi_0 = \pi \hbar / m_n$  - квант циркуляции скорости нейтронов,  $\bar{\chi}_0 / \chi_0$  - единичный вектор в направлении вихря,  $\bar{v}_L$  - локальная скорость нейтронного вихря,  $\eta$  и  $\beta$  - продольная и тангенциальная коэффициенты

трения между вихрем и нормальной компонентой,  $\rho_s$  - плотность сверхтекучей компоненты,  $K_{ext}$  - внешний тормозящий момент сил, действующих на звезду, который предполагается постоянным за время наблюдения пульсаров. Из системы уравнений (35)-(38) можно найти наблюдаемую угловую скорость вращения  $\Omega_e(t)$  нормальной компоненты и  $\Omega_s(\bar{r}, t)$  сверхтекучей компоненты, если известны величины  $\eta, \beta, K_{ext}$  и распределение плотности и момента инерции внутри звезды, а также начальные значения  $\Omega_e(0)$  и  $\Omega_s(\bar{r}, 0)$  сразу после скачка угловой скорости пульсара. При этом принимается, что в равновесном состоянии в нейтронной звезде нормальная и сверхтекучая компоненты имеют одинаковый темп замедления, а во время скачка возникает отклонение от этого состояния. Важной характеристикой задачи является время релаксации звезды, которая показывает за какое характерное время устанавливается равновесное состояние системы после скачка. Время релаксации определяется следующим выражением [45-47]

$$\tau = \frac{1}{2\Omega_s(0)} \frac{\rho_s \chi_0}{\eta} \left[ 1 + \left( \frac{\eta}{\rho_s \chi_0} \right)^2 \right] \quad (39)$$

и зависит от микроскопических параметров вещества звезды и пропорционально периоду пульсара.

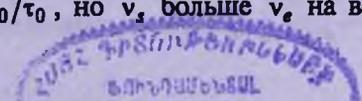
Как было отмечено, релаксация угловой скорости пульсаров описывается суммой экспоненциальных зависимостей с определенными временными константами и одной линейной зависимостью [49]. Для последней можно сказать, что она также имеет экспоненциальный характер, но время релаксации много меньше времени наблюдений. Дискретный ряд временных констант означает, что отдельные сверхтекучие области реагируют на скачок независимо друг от друга. На основе такой трактовки проблемы релаксации область ядра разделялась на сверхтекучие слои, в каждой из которых время релаксации принималось постоянным. Решения системы (35)-(38), записанные для частот вращения  $\nu_e = \Omega_e/2\pi$ ,  $\nu_s = \Omega_s/2\pi$  и производной  $\dot{\nu}_e$ , имеют вид [48]

$$\nu_e(t) = \nu_0 - \frac{\nu_0}{\tau_0} t - \sum_k \frac{p_k}{1+p_k} \left[ \frac{\nu_0}{\tau_0} \tau_k (1+p_k) - \Delta \nu_{sk} \right] \left( 1 - e^{-t/\tau_k} \right), \quad (40)$$

$$\dot{\nu}_e(t) = -\frac{\nu_0}{\tau_0} - \sum_k \frac{p_k}{1+p_k} \left[ \frac{\nu_0}{\tau_0} \tau_k (1+p_k) - \Delta \nu_{sk} \right] \frac{e^{-t/\tau_k}}{\tau_k}, \quad (41)$$

$$\nu_{sk} = \nu_{sk}(0) - \frac{\nu_0}{\tau_0} t + \frac{1}{1+p_k} \left[ \frac{\nu_0}{\tau_0} (1+p_k) - \Delta \nu_{sk} \right] \left( 1 - e^{-t/\tau_k} \right), \quad (42)$$

где  $\tau_0$  - время жизни пульсара, а  $k$  - номер области, где время релаксации считается постоянным,  $\nu_0$  - начальное значение частоты вращения звезды после скачка,  $\Delta \nu_{sk}(0) = \nu_{sk}(0) - \nu_0$ . Как видно из (41) и (42), в равновесном состоянии нормальная и сверхтекучая компоненты имеют одинаковый темп замедления:  $\dot{\nu}_e(\infty) = \dot{\nu}_s(\infty) = -\nu_0/\tau_0$ , но  $\nu_s$  больше  $\nu_e$  на величину



$v_{sk}(\infty) - v_e(\infty) = v_0 \tau_k (1 + p_k) / p_k$ . Однако полное равновесное состояние не может быть достигнуто по причинам пиннинга вихрей к границе ядра и коры звезды, и флуктуации плотности вихрей от равновесного значения. Поэтому начальное значение для уравнений, описывающих релаксацию пульсара после скачка будет иметь вид  $\Delta v_{sk}(0) = v_0 \tau_k (1 + p_k) / p_k + \Delta v_{sk}^{ex} - \Delta v$ , где  $\Delta v$  - величина скачка,  $\Delta v_{sk}^{ex}$  - отклонение  $\Delta v_s$  от равновесного значения непосредственно перед скачком. В работе [49] на основе наблюдательных данных пульсара Vela выведена интерполяционная формула для  $\dot{v}_e(t)$  после шести скачков угловой скорости в следующем виде:

$$\dot{v}_e(t) = \dot{v}_0 + \dot{v}_I + \dot{v}_s e^{-t/\tau_s} + \dot{v}_I e^{-t/\tau_I} + (\ddot{v}_0 + \ddot{v}_I)t, \quad (43)$$

где  $\dot{v}_0$ ,  $\dot{v}_I$ ,  $\dot{v}_s$ ,  $\ddot{v}_0$ ,  $\ddot{v}_I$ ,  $\tau_s$ ,  $\tau_I$  считаются известными для каждого скачка. Для сравнения с наблюдениями было допущено существование следующих областей в сверхтекучем ядре звезды: 1) три активные области, ответственные за релаксацию с коротким  $\tau_s$ , средним  $\tau_I$  и длинным  $\tau_I$  характерными временами, где  $\Delta v^{ex} = 0$ , т.е. эти области достигли равновесного состояния перед скачком. Отклик этих областей на скачок угловой скорости проявляется как 3-й, 4-й и 5-й члены в сумме (43); 2) пассивные области, где  $\Delta v^{ex} = \Delta v$ , так что эти области переходят в равновесное состояние после скачка и не дают вклада в релаксацию. Благодаря этим допущениям для данной модели нейтронной звезды удастся найти те области звезды, которые активно и пассивно реагируют на скачок угловой скорости пульсара. Местоположения и размеры этих областей меняются в зависимости от скачка таким образом, чтобы обеспечить наблюдаемую релаксацию с соответствующими параметрами.

Несмотря на то, что после каждого скачка поведение угловой скорости пульсара в общих чертах одинаково, величины скачка и параметры релаксации меняются от скачка к скачку. В работе [46] эти различия объясняются явлением, сопровождающим движение вихрей - их пиннингом и специфическим поведением времени пиннинга  $\tau_p(r)$  в зависимости от координаты вихря. Введением функции  $\tau_p(r)$  можно с единой точки зрения интерпретировать как явление скачка угловой скорости пульсара, так и ее релаксацию. Так, если предположить, что в так называемой "области скачка" выполняется условие  $\tau_p \ll t_g$ , где  $t_g$  время между двумя последовательными скачками, то в этой зоне за время между двумя скачками из-за сильного пиннинга может накопиться достаточное количество нейтронных вихрей. Когда сила Магнуса, действующая на вихрь, превосходит силу пиннинга, катастрофическое освобождение вихрей и их движение сопровождается передачей момента количества движения от сверхтекучей компоненты к нормальной за время  $\tau_g \leq 2$  мин, которое и приводит к наблюдаемому скачку величины порядка  $(\Delta \Omega_e)_0 / \Omega_e \sim (I_g / I)(t_g / \tau_0) \sim 10^{-6}$ , если  $t_g \sim 900$  дней, а относительный момент инерции области скачка порядка  $I_g / I \sim 10^{-2}$ . Противоположное условие  $\tau_p \gg t_g$  должно выполняться в "области релаксации", где роль

пиннинга заключается в установлении начального распределения вихрей, в конечном счете приводящей к релаксации угловой скорости с наблюдаемыми характеристиками. Соответствующее решение для отклонения величины  $\dot{\Omega}_e(t)$  от стационарного значения имеет вид [46]:

$$\dot{\Omega}_e(t) = - \int (\Delta\Omega' - \Delta\Omega_e) \frac{e^{-t/\tau}}{\tau} dp, \quad (44)$$

где  $\Delta\Omega' = I_p^2 / \tau_0 \tau_p$ . Для объяснения наблюдаемых параметров релаксации для различных скачков пульсара необходимо предположить, что время пиннинга  $\tau_p$  постоянно во времени между двумя скачками, но меняется от скачка к скачку. Последнее допущение менее естественно, так как время пиннинга может зависеть только от микроскопических параметров вещества звезды. Для преодоления этих трудностей в работе [50] предлагалось рассматривать также депиннинг нейтронных вихрей. Депиннинг вихрей неизбежен, так как в "период подготовки" нового скачка угловая скорость звезды претерпевает микроскачки и флуктуации, которые создают необходимые условия для депиннинга вихрей. Было предположено, что для параметра  $\alpha = \tau_d / \tau_p$ , где  $\tau_d$  - время депиннинга, выполняется условие  $\alpha \ll 1$  в "области релаксации" и  $\alpha \gg 1$  в "области скачка". В этом случае релаксационное решение для  $\Delta\dot{\Omega}_e(t)$  после скачка имеет вид [50]:

$$\Delta\dot{\Omega}_e(t) = - \frac{1}{1 + \lambda p_0} \int_0^{\mu p_0} (\Delta\Omega_e - \Delta\Omega' - \Delta\Omega_s) \frac{e^{-t/\tau}}{\tau} dp, \quad (45)$$

где  $\Delta\Omega_e$  и  $\Delta\Omega_s$  - величины скачка сверхтекучей и нормальной компонент,  $\Delta\Omega' = \Omega_e \Delta\alpha \tau / \tau_0$ . В формуле (45)  $\lambda p_0$  означает относительный момент инерции области, где время релаксации меньше времени жизни пульсара, т.е. в нем  $\tau \ll \tau_0$ , а  $\mu p_0$  - относительный момент инерции области, где  $\tau$  меньше или порядка наблюдаемых времен релаксации (для пульсара Vela  $\tau \leq 1000$  дней). Выражение (45) для  $\Delta\dot{\Omega}_e(t)$  сравнивалось с результатом анализа первых восьми скачков пульсара Vela [51] с целью решения обратной задачи теории релаксации, который заключается в нахождении выражения  $\Delta\Omega_e - \Delta\Omega' - \Delta\Omega_s$  в зависимости от радиуса  $r$ . Для сравнения формулы (45) с интерполяционной формулой

$$\Delta\dot{\Omega}_e(t) = - \sum_{j=1}^3 a_j e^{-t/\tau_j} + At - A \quad (46)$$

из [51] предположено, что каждый член в (46) представляет собой отклик четырех слоев активной области ядра нейтронной звезды: в трех из них среднее время релаксации равно наблюдаемому времени  $\tau_j$  ( $\tau_1 = 10$  часов,  $\tau_2 = 3.2$  дня,  $\tau_3 = 32.7$  дня), а в четвертом - время релаксации порядка межскачковых времен.

На рис.3 показана зависимость величины  $\Delta\Omega' + \Delta\Omega_s$  от радиуса звезды  $r$ , найденная для первого скачка угловой скорости пульсара Vela. Сначала

рассмотрим первые две части области экспоненциальной релаксации, т.е. при  $9.533 \text{ км} \leq R \leq 9.61 \text{ км}$ . Эта область граничит с областью "скачка", в котором существенным является пиннинг вихрей. Следовательно, в этой

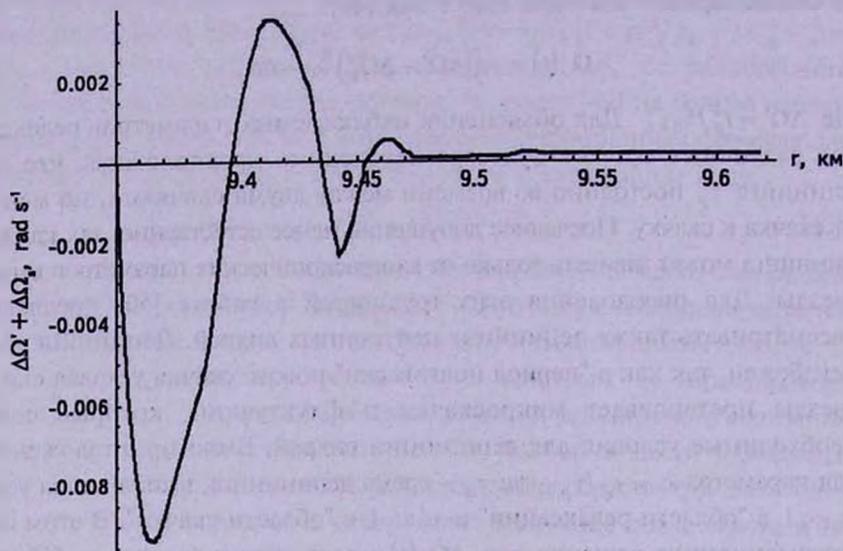


Рис.3. Зависимость величины  $\Delta\Omega' + \Delta\Omega_2$  от  $r$ , найденная из решения обратной задачи для первого скачка угловой скорости пульсара Vela.

области перераспределение нейтронных вихрей маловероятно, т.е.  $\Delta\Omega_2 \approx 0$ . Тогда должно выполняться условие  $\Delta\Omega' > 0$ , что согласуется с результатом работы [46], где рассматривался только пиннинг нейтронных вихрей. Малые нерегулярные изменения величины  $\Delta\Omega' + \Delta\Omega_2$  в этой области могут быть обусловленными изменением  $\Delta\Omega_2$ , которое может быть случайным.

Начиная с  $r \leq 9.533 \text{ км}$ , величина  $\Delta\Omega' + \Delta\Omega_2$  знакопеременная, при этом по абсолютному значению она может намного превосходить величину скачка. Такое поведение  $\Delta\Omega' + \Delta\Omega_2$  можно объяснить, если одновременно учесть явление депиннинга нейтронных вихрей и их переброса из одной области в другую во время скачка угловой скорости. Если считать, что величина  $\alpha$  увеличивается после скачка и релаксации угловой скорости пульсара и заметить, что время релаксации  $\tau$  является быстро возрастающей функцией плотности, тогда  $\Delta\Omega' = \gamma_2 \tau \Delta\alpha$  есть отрицательная величина, абсолютное значение которой увеличивается при увеличении плотности. При таком рассмотрении можно объяснить асимметричное поведение величины  $\Delta\Omega_2 + \Delta\Omega'$  в области экспоненциальной релаксации с характерным временем релаксации  $\tau \approx 32$  дня и в области линейной релаксации. В частности, глубокие отрицательные минимумы в области линейной релаксации можно объяснить увеличением величины  $\tau \Delta\alpha$  с ростом плотности вещества. При анализе

восьми скачков выявлена также некоторая корреляция между величиной скачка угловой скорости и количеством переброшенных вихрей.

5. *Излучение гравитационных волн.* Третий класс задач, связанный с применением теории компактных объектов - гравитационное излучение нейтронных звезд и белых карликов. Детектирование гравитационных волн от них послужит дополнительным источником информации о свойствах материи при больших плотностях и процессов, происходящих в этих объектах. Для гравитационного излучения необходимо, чтобы квадрупольный момент объекта зависел от времени. В работах [52-54] рассматривалось гравитационное излучение нейтронных звезд и белых карликов, испытывающих незатухающие квазирадиальные осцилляции по закону  $x_{\alpha} = x_{\alpha}^0(1 + \eta \sin \omega t)$ , где  $\eta$  - относительная амплитуда осцилляций,  $\omega$  - их частота. В этом случае квадрупольный момент звезды зависит от времени:

$$D_{\alpha\beta} = D_{\alpha\beta}^0(1 + 2\eta \sin \omega t). \quad (47)$$

Интенсивность гравитационного излучения равняется

$$J = \frac{6G}{5c^5} \eta^2 \omega^6 |Q^0|^2 \cos^2 \omega t' = J_0 \cos^2 \omega t', \quad (48)$$

а амплитуда гравитационных волн на расстоянии  $r$  от источника равна

$$h_0 = \sqrt{\frac{15GJ_0}{2c^3}} \frac{1}{r\omega} \sin^2 \theta. \quad (49)$$

Для того чтобы осцилляции были незатухающими, необходимо указать источники энергии для их непрерывного поддержания. В работах [52,54] впервые рассматривалось гравитационное излучение намагниченных белых карликов, замедляющихся из-за магнито-дипольного излучения. Замедление звезды будет сопровождаться стремлением перейти из более сплюснутого состояния в менее сплюснутое, которому будет препятствовать твердое вещество звезды. В результате растрескиваний поверхности звезды в нем будет возбуждаться основная мода осцилляций вещества - квазирадиальные осцилляции, а часть энергии деформации звезды преобразуется в энергию гравитационного излучения. Среднее значение  $h_0$  от галактической популяции белых карликов получается порядка  $10^{-26}$ . Рассматривалось также гравитационное излучение дифференциально вращающихся белых карликов [55]. При заданном начальном распределении угловой скорости часть энергии вращения, выделившаяся до установлении однородного вращения, уносится гравитационными волнами. Амплитуда волн на Земле, согласно этому механизму, имеет порядок  $10^{-28}$ . В результате исследований выяснилось также, что на частоте порядка 1 Гц фон гравитационного излучения от популяции галактических белых карликов превосходит ожидаемый космологический фон на этой частоте. Этот факт необходимо учесть при планировании детекторов гравитационного излучения на рабочей частоте порядка 1 Гц. Эффективным механизмом излучения

гравитационных волн может быть быстрое вращение белого карлика, на поверхности которого существуют неоднородности в виде гор. Как показали исследования [56], поверхность белого карлика с массой порядка солнечной может выдержать гору размером 0.1 км. Тогда вращающийся с угловой скоростью порядка  $\Omega \approx 0.5 \text{ с}^{-1}$  белый карлик может излучать гравитационные волны на частоте  $2\Omega$  с амплитудой порядка  $h_0 \sim 10^{-24}$ .

Более оптимистическими источниками гравитационных волн могут быть нейтронные звезды из-за их быстрого вращения и скачков угловой скорости. В работах [53,57] в качестве источника энергии, снабжающей незатухающие осцилляции нейтронной звезды, принимались энергия деформации замедляющейся звезды и энергия, переданная из внутренних сверхтекучих слоев твердой коре во время скачка. Оценки амплитуды гравитационных волн для пульсаров Vela и Crab по вышеуказанным механизмам дают значения, соответственно  $h_0 \sim 10^{-26}$  и  $h_0 \sim 10^{-25}$ .

Здесь приведены только некоторые астрофизические проявления теории сверхплотных звезд, основанной В.Амбарцумяном и Г.Саакяном. Дальнейшие работы для понимания наблюдаемых особенностей пульсаров продолжаются, и, в частности, венцом этих усилий может стать выявление механизма радиоизлучения пульсаров и объяснение особенностей спектра этого излучения.

Ереванский государственный университет,  
Армения, e-mail: dsedrak@ysu.am

## ROTATING SUPERDENSE CONFIGURATIONS: PULSARS AND THEIR ASTROPHYSICAL MANIFESTATIONS

D.M.SEDRAKIAN, E.V.CHUBARIAN

In this paper some results of V.A.Ambartsumian followers are presented. His fundamental works lay as a basis for investigation of the superdense stars: white dwarfs and neutron stars. The solutions of Einstein's equations in the case of axial symmetry is presented. These solutions are applied to determine the integral parameters of rotating neutron stars and white dwarfs. The theory of generation of magnetic fields in neutron stars is suggested and the presence of strong non-uniform magnetic fields of the order of  $10^{14}$  Gs in pulsars is established. The theory describing the dynamics of neutron vortices is offered, which is applied to explain the relaxation of angular velocity of pulsar observed after the glitch.

Key words: *superdense configurations:neutron stars:pulsars*

## ЛИТЕРАТУРА

1. В.А.Амбарцумян, Г.С.Саакян, Астрон. ж., 37, 193, 1960.
2. В.А.Амбарцумян, Г.С.Саакян, Астрон. ж., 38, 785, 1961.
3. В.А.Амбарцумян, Г.С.Саакян, Астрон. ж., 38, 1016, 1961.
4. L.Landau, Physik Zeits Sowjetunion, 1, 285, 1932.
5. W.Baade, F.Zwicky, Proc. Nat. Acad. Sci., 20, 259, 1934.
6. J.R.Oppenheimer, G.M.Volkoff, Phys. Rev., 55, 374, 1939.
7. В.А.Амбарцумян, Изв. АН Арм.ССР (серия физ-мат. наук), 11, 9, 1958; см. также Докл.Солвейской Конф., с.241, Брюссель, 1958.
8. V.Ambartsumian, Rev. Mod. Phys., 30, 944, 1958.
9. В.А.Амбарцумян, Сообщ. Бюр. обсерватории, 15, 3, 1954.
10. Д.М.Седракян, Э.В.Чубарян, Астрофизика, 4, 239, 551, 1968.
11. J.B.Hartle, Astrophys. J., 150, 1005, 1967.
12. J.B.Hartle, K.S.Thorne, Astrophys. J., 153, 807, 1968.
13. H.Komatsu, Y.Eriguchi, Jo Hachusu, Mon. Notic. Roy. Astron. Soc., 237, 355, 1989.
14. X.Wu, H.Muther, M.Soffel, H.Herold, H.Ruder, Astron. Astrophys., 246, 411, 1991.
15. S.Bonazzola, E.Gourgoulon, M.Salgado, J.A.Marck, Astron. Astrophys., 278, 421, 1993.
16. S.Bonazzola, E.Gourgoulon, J.A.Marck, Phys. Rev. Lett., 82, 892, 1999.
17. T.W.Baumgarte, G.B.Cook, S.L.Shapiro, S.A.Teukolsky, Phys Rev. D, 57, 7299, 1998.
18. S.A.Teukolsky, Astrophys. J., 504, 442, 1998.
19. K.Uryu, Y.Eriguchi, Phys. Rev. D, 61, 124023, 2000.
20. J.B.Hartle, Astrophys. J., 147, 317, 1967,
21. А.Папепетру, Proc. Rev. Irish. Acad., 52, 11, 1948.
22. Э.В.Чубарян, Н.Абазян, XI International Conference Symmetry Methods in Physics, Prague, June 21-24, 2004.
23. В.В.Папоян, Д.М.Седракян, Э.В.Чубарян, Астрофизика, 5, 415, 1969.
24. Г.Г.Арутюнян, Д.М.Седракян, Э.В.Чубарян, Астрон. ж., 48, 496, 1971.
25. S.Chandrasekhar, Phys. Rev. Lett., 19, 437, 1964; Astrophys. J., 140, 417, 1964.
26. D.M.Meltzer, K.S.Thorne, Astrophys. J., 145, 514, 1966.
27. В.В.Папоян, Д.М.Седракян, Э.В.Чубарян, Астрофизика, 7, 549, 1971; Астрон. ж., 49, 750, 1972.
28. W.A.Heindl, R.E.Rothschild, W.Coburn et al., AIP Conference Proceedings, 714, 323, 2004.
29. В.Л.Гинзбург, Л.М.Озерной, ЖЭТФ, 47, 1030, 1964.
30. Д.М.Седракян, Астрофизика, 18, 417, 1982.
31. Д.М.Седракян, К.М.Шахабасян, А.Г.Мовсесян, Астрофизика, 19, 303, 1983.
32. Г.А.Варданян, Д.М.Седракян, ЖЭТФ, 81, 1731, 1981.
33. Д.М.Седракян, К.М.Шахабасян, Успехи физ. наук, 161, 3, 1991.
34. Д.М.Седракян, Астрофизика, 43, 377, 2000.

35. *D.Blaschke, D.M.Sedrakian, K.M.Shahabasyan*, *Astron. Astrophys.*, 350, L47, 1999.
36. *D.Blaschke, D.M.Sedrakian*, *arXiv:nucl/th 0006038*, 2000.
37. *Д.М.Седракян, Д.Блашке, К.М.Шахабасян, Д.Н.Воскресенский*, *Астрофизика*, 44, 443, 2001.
38. *Д.М.Седракян, Д.Блашке*, *Астрофизика*, 45, 203, 2002.
39. *A.P.Balachandran, S.Digal, T.Matsuura*, *Phys. Rev. D*, 73, 074009, 2006.
40. *Д.М.Седракян, К.М.Шахабасян, Д.Блашке, М.К.Шахабасян*, *Астрофизика*, 51, 633, 2008.
41. *М.К.Шахабасян*, *Астрофизика*, 52, 165, 2009.
42. *I.H.Stairs, A.G.Lyne, S.L.Shemar*, *Nature*, 406, 484, 2000.
43. *J.Noronha, A.Sedrakian*, *Phys. Rev. D*, 77, 023008, 2008.
44. *Д.М.Седракян, К.М.Шахабасян, М.К.Шахабасян*, *Астрофизика*, 50, 87, 2007.
45. *А.Д.Седракян, Д.М.Седракян*, *ЖЭТФ*, 102, 721, 1992.
46. *А.Д.Седракян, Д.М.Седракян*, *ЖЭТФ*, 108, 631, 1995.
47. *A.D.Sedrakian, D.M.Sedrakian*, *Astrophys. J.*, 447, 305, 1995.
48. *A.D.Sedrakian, D.M.Sedrakian, Y.Terzian, J.Cordes*, *Astrophys. J.*, 447, 324, 1995.
49. *J.M.Cordes, G.S.Downs, J.Krause-Polstorff*, *Astrophys. J.*, 330, 847, 1988.
50. *Д.М.Седракян, М.В.Айрапетян*, *Астрофизика*, 39, 593, 1996.
51. *M.A.Alpar, H.F.Chau, K.S.Cheng, D.Pines*, *Astrophys. J.*, 459, 706, 1996.
52. *D.M.Sedrakian, M.Benacquista, M.V.Hairapetyan, K.M.Shahabasyan, A.A.Sadoyan*, *Astrophys. J.*, 596, L223, 2003.
53. *Д.М.Седракян, М.Бенаквиста, К.М.Шахабасян, А.А.Садоян, М.В.Айрапетян*, *Астрофизика*, 46, 549, 2003.
54. *М.Бенаквиста, Д.М.Седракян, М.В.Айрапетян, К.М.Шахабасян, А.А.Садоян*, *Астрофизика*, 47, 381, 2004.
55. *D.M.Sedrakian, M.J.Benacquista, M.V.Hairapetyan, K.M.Shahabasyan, A.A.Sadoyan*, *Classical and Quantum Gravity*, 21, 5493, 2004.
56. *Д.М.Седракян, М.В.Айрапетян, А.А.Садоян*, *Астрофизика*, 48, 69, 2005.
57. *Д.М.Седракян, М.В.Айрапетян, К.М.Шахабасян*, *Астрофизика*, 49, 222, 2006.