# АСТРОФИЗИКА

ТОМ 52 АВГУСТ, 2009 ВЫПУСК 3

К 100-летию со дня рождения
академика В.А.Амбарцумяна

# В.А.АМБАРЦУМЯН И ПРОБЛЕМЫ СТАТИСТИКИ ВСПЫХИВАЮЩИХ ОБЪЕКТОВ

А.А.АКОПЯН, ЭЛЬМА С.ПАРСАМЯН

Поступила 10 ноября 2008

Приводится краткий обзор применяемых в статистике звездных вспышек методов, разработанных в основном в Бюраканской обсерватории. Начало этим разработкам было положено в работах Амбарцумяна, которые привели к фундаментальному заключению, что стадия вспышечной активности является закономерной стадией эволюции красных карликовых звезд. Математические методы, разработанные Амбарцумяном для решения конкретных астрофизических задач статистики звездных вспышек, по своей научной ценности и новизне не уступают астрофизическим результатам, полученным при помощи этих методов.

Ключевые слова: *вспыхивающие звезды:статистика*

1. *Введение.* Последний крупный цикл работ В.А.Амбарцумяна, включающий более десяти работ, посвящен статистике звездных вспышек [1-11]. Данная обзорная статья полностью пронизана идеями первой, фундаментальной работы этого цикла.

Интерес к вспыхивающим звездам у Амбарцумяна возник в 50-х годах прошлого столетия, когда трудами самого Амбарцумяна, Аро и др. была установлена связь вспыхивающих звезд со звездами типа T Tau. Особенности излучения вспыхивающих звезд дали основание заключить, что вспыхивающие звезды по своей физической природе близки к звездам типа T Tau. Открытие вспыхивающих звезд в звездных системах - ассоциациях и сравнительно молодых звездных скоплениях, стало серьезным аргументом в пользу этого предположения.

В 1968г. на конференции, посвященной 60-летию Амбарцумяна, юбиляр сделал доклад, в котором предложил остроумный и неожиданно простой способ оценки количества вспыхивающих звезд в звездных системах [1]. Предложенный способ и полученные с его помощью выводы стимулировали дальнейшие исследования вспыхивающих звезд, в частности, в рамках международного сотрудничества в Бюраканской обсерватории, в обсерваториях Тонантцинтла, Асиаго и др.

Параллельно, Амбарцумяном и его сотрудниками были выполнены работы по разработке и совершенствованию статистических методов, значение и применение которых выходят далеко за рамки астрофизических задач (к сожалению, как часто бывало с работами Амбарцумяна, полученные им результаты были "переоткрыты" другими).

2. *Оценка полного числа вспыхивающих звезд.* Оценка полного числа вспыхивающих звезд в какой-либо системе была получена Амбарцумяном [1] при двух следующих предположениях:

1) Последовательность вспышек у каждой вспыхивающей звезды представляет собой случайный пуассоновский процесс.

2) Средняя частота вспышек у всех вспыхивающих звезд данной системы одинакова.

В этом случае число $n_k$ - звезд системы, у которых наблюдались по $k$ вспышек, с приемлемым приближением определяется выражением

$$n_k = Np_k\,, \quad p_k = \frac{(\nu t)^k e^{-\nu t}}{k!}\,, \tag{1}$$

где $N$ - полное число вспыхивающих звезд в системе, $\nu$ - средняя частота вспышек, а $t$ - общая эффективная продолжительность всех наблюдений системы.

Формула (1) позволяет выразить число $n_0$ тех вспыхивающих звезд системы, у которых еще не были зарегистрированы вспышки, через числа $n_1$ и $n_2$, известных вспыхивающих звезд, у которых уже наблюдались, соответственно, по одной и по две вспышки, следующим образом:

$$n_0 = \frac{n_1^2}{2n_2}. \tag{2}$$

Соответственно, полное число вспыхивающих звезд в системе определяется как сумма уже известных и еще не известных вспыхивающих звезд:

$$N = \sum_{k=0} n_k = n_0 + \sum_{k=1} n_k = n_0 + N_{obs}\,, \tag{3}$$

где $N_{obs}$ - число обнаруженных вспыхивающих звезд.

Соотношение (2) имеет место лишь между математическими ожиданиями величин $n_0$, $n_1$ и $n_2$. За неимением лучшего, для вычисления математического ожидания $n_0$ в (2) вместо математических ожиданий $n_1$ и $n_2$ используются их наблюдаемые значения.

При пуассоновском процессе распределение временных интервалов между двумя последовательными событиями, а также распределение интервала между началом наблюдения и первым событием, представляется экспоненциальным законом. Используя это свойство, на основе исследования длинных рядов фотоэлектрических наблюдений некоторых вспыхивающих звезд типа UV Кита окрестности Солнца, была подтверждена возможность представления последовательности вспышек этих звезд законом Пуассона (см., например

[12]). Существуют также другие причины, благодаря которым числа наблюденных вспышек должны хорошо удовлетворять закону Пуассона, а именно вследствие отсутствия непрерывности в наблюдениях вспыхивающих звезд даже не вполне случайное распределение вспышек должно приблизиться к пуассоновскому. Иногда, ссылаясь на работу [13], пуассоновский характер последовательности вспышек ставится под сомнение, однако в этой работе, к сожалению, допущена серьезная ошибка, а именно, использовано неправильное выражение для плотности распределения временных интервалов между двумя последовательными вспышками.

Что касается второго предположения, то от него можно и отказаться. В этом случае число $n_k$ - звезд системы, у которых за время $t$ наблюдались по $k$ вспышек будет равно:

$$n_k = N\int \varphi(\nu)\frac{(\nu t)^k e^{-\nu t}}{k!}d\nu, \tag{4}$$

где $\varphi(\nu)$ - плотность распределения средней частоты вспышек. Используя неравенство Коши-Шварца, Амбарцумян и др. [2] показали, что независимо от вида $\varphi(\nu)$, равенство (2) превращается в неравенство и применение (2) дает лишь нижний предел числа $n_0$. Верхний предел числа $n_0$ был получен [2] в предположении, что плотность распределения средней частоты вспышек является экспоненциальной. В итоге имеет место неравенство:

$$\frac{n_1^2}{n_2} > n_0 > \frac{n_1^2}{2n_2}. \tag{5}$$

Первая оценка полного числа вспыхивающих звезд в Плеядах была получена в 1968г. [1] с помощью формул (2) и (3). Было установлено, что скопление Плеяды содержит, по крайней мере, несколько сот вспыхивающих звезд. Поскольку скопление Плеяды находится относительно близко и богато вспыхивающими звездами, оно было выбрано для дальнейшего подробного исследования фотографическим методом.

Исследования Плеяд, основанные на данных этих наблюдений, привели, в частности, к следующим заключениям [2-9]:

1) Число вспыхивающих звезд в этой системе, показывающих вспышки с фотографической амплитудой больше $0^m.6$, порядка одной тысячи.

2) Средние частоты вспышек у различных вспыхивающих звезд в Плеядах различны, но большинство из них испытывает в среднем одну фотографическую вспышку примерно за 3600 часов.

3) С понижением светимости в нормальном состоянии, вне вспышек (в минимуме блеска), средняя частота наблюдаемых вспышек возрастает.

Сопоставляя оценку числа вспыхивающих звезд с имеющимися оценками полного числа звезд в Плеядах, Амбарцумян пришел к главному выводу - *стадия вспышечной активности является закономерной стадией* *развития красных карликовых звезд.*

Кроме системы Плеяд, в рамках международной программы были исследованы также другие системы вспыхивающих звезд, в частности системы Ориона, Ясли, Гиад и др. В итоге были получены важные для понимания развития и эволюции красных карликовых звезд результаты. Детальное обсуждение этих результатов приводится в монографии Мирзояна [14], поэтому мы кратко остановимся лишь на некоторых из них.

3. *Определение возраста звездного агрегата по наблюдениям вспыхивающих звезд.* Впервые Аро [15,16] заметил, что спектральный класс наиболее яркой вспыхивающей звезды с возрастом системы становится более поздним. Впоследствии, анализ данных систем разных возрастов позволил установить зависимости параметров характеризующих вспышечную активность системы от возраста системы. В качестве таких параметров служили светимость наиболее яркой вспыхивающей звезды [17], средняя светимость вспыхивающих звезд системы [18,19]. На основе этих зависимостей, в работе [20] был предложен способ определения параметров начальной функции светимости вспыхивающих звезд.

Зависимость максимально возможной амплитуды вспышек от светимости была использована Парсамян [17,21] для определения возраста звездной системы по наблюдениям в ней вспыхивающих звезд. Суть метода заключается в следующем. На диаграмме "амплитуда вспышки-звездная величина" ($\Delta m, m$) для всех вспышек вспыхивающих звезд в какой-либо системе верхняя огибающая области, соответствующей амплитудам наблюденных вспышек, с хорошим приближением представляет прямую линию:

$$\Delta m_U = \kappa m_U + \Delta m_{U0} ,$$

точка пересечения которой с осью $m$ определяет светимость наиболее яркой вспыхивающей звезды данной системы. Поскольку спектральный класс/светимость наиболее яркой вспыхивающей звезды системы зависит от возраста системы ($T$), то отсюда следует, что угловой коэффициент $\kappa$ этой прямой также зависит от возраста системы . По имеющимся данным была установлена зависимость:

$$\kappa = 1.31 - 0.06 \log T .$$

В работе [21] была установлена зависимость между возрастом и средней абсолютной величиной 20 самых ярких вспышек:

$$\overline{M}_f(U) = 1.35 \log T - 4.00 ,$$

$$\overline{M}_f(B) = 1.20 \log T - 2.17 ,$$

а также зависимость между светимостью наиболее яркой вспыхивающей звезды системы от возраста системы:

$$M_0(U) = 1.05 \log T - 3.48 ,$$
$$M_0(B) = 0.63 \log T - 0.08 .$$

Предложенный в [17,21] метод дает уникальную возможность оценить возрасты не только отдельных скоплений, в которых есть вспыхивающие звезды, но и отдельных вспыхивающих звезд окрестности Солнца по наблюденной величине максимальной вспышки звезды:

$$M_f(U) = C_1(U)\log T - C_2(U).$$

Табличные значения коэффициентов $C_1(U)$ и $C_2(U)$, а также возраст ассоциации Лебедь T1 и некоторых вспыхивающих звезд солнечной окрестности приводятся в [22]. Согласно Амбарцумяну "*...важно, что изложенный метод определения возраста отличен от метода, основанного на определении точки поворота в диаграмме Герцшпрунга-Рессела. Он является совершенно независимым. Сейчас можно только говорить о зарождении нового метода, но несомненно, что в дальнейшем открытие во многих скоплениях вспыхивающих звезд может привести к его широкому применению, по крайней мере, в смысле определения относительных возрастов. На деле, может быть, здесь все-таки придется опираться на какие-то представления относительно возраста, но зато уже с большей достоверностью можно будет говорить, что такое-то скопление моложе такого-то, такое-то старше. А это иногда бывает очень важно потому, что метод поворота Главной последовательности немножечко неопределен, особенно в случаях молодых скоплений. А новый метод применим как раз для более молодых систем*" (см. дискуссию в [22]).

Метод позволяет также определить расстояние скопления, содержащего вспыхивающие звезды [23].

4. *Альтернативные оценки.* Результаты, полученные Амбарцумяном в [1], стимулировали работы в этом направлении. Появился ряд новых оценок полного числа вспыхивающих звезд. В работе [24] была получена следующая оценка:

$$N = \frac{\sum\limits_{k=1} n_k}{1 - e^{-\nu t}}, \tag{6}$$

где $\nu t$ определяется исходя из отношения общего числа вспышек к числу вспыхивающих звезд. Оценка (6) другим путем была получена позже в работе [25], где были предложены и другие оценки на основе пуассоновского распределения. При этом были использованы известные оценки параметра $\nu t$ усеченного в точке $k=0$ пуассоновского распределения. Оценки числа вспыхивающих звезд были получены из предположения равенства этих оценок и оценки неусеченного пуассоновского распределения. Из предложенных в [25] оценок заслуживает внимания следующая оценка:

$$n_0 = n_1 \frac{\sum\limits_{k=1} n_k}{\sum\limits_{k=2} k n_k} = n_1 \frac{N_{obs}}{\sum\limits_{k=2} k n_k}, \quad N = \frac{\sum\limits_{k=1} n_k \cdot \sum\limits_{k=1} k n_k}{\sum\limits_{k=2} k n_k} = \frac{n \cdot N_{obs}}{\sum\limits_{k=2} k n_k}. \tag{7}$$

Оценка (7) также дает нижний предел для числа неизвестных вспыхивающих звезд [25].

В работах [26,27] была решена задача прогнозирования во времени количества $n_k(t)$ вспыхивающих звезд, по данным об этих величинах, известных за полное время наблюдений $T$ за агрегатом. Согласно [27],

$$n_r(t)=\sum_{k=0}^{\infty} n_k(T)\cdot C_k\left(\frac{t}{T}\right)^r\left(1-\frac{t}{T}\right)^{k-r}, \quad r=0,1\ldots$$

В частности,

$$n_0(t)=\sum_{k=0}^{\infty} n_k(T)\cdot\left(1-\frac{t}{T}\right)^k=\sum_{k=0}^{\infty} n_k(T)(-1)^k\cdot\left(\frac{t-T}{T}\right)^k.$$

В настоящее время аналогичные оценки широко используются статистиками во многих областях науки. До недавнего времени, из-за ряда причин, результаты полученные в астрономии и в статистике, были взаимно неизвестны специалистам двух областей. Это привело к тому, что многие результаты были переоткрыты с одной или с другой стороны. Важно отметить, что в подавляющем большинстве эти "общие" результаты получены из других соображений и другими способами.

В частности, оценка Амбарцумяна была переоткрыта в 1987г. [28]. Сравнительный анализ и численные эксперименты показали, что оценка Амбарцумяна, которая в математической статистике известна как "оценка Чао", обладает свойствами, которые делают ее одной из наиболее применимых и популярных.

С некоторыми полезными результатами, полученными в математической статистике, можно ознакомиться в [29].

5. *Определение функции распределения средней частоты вспышек*. Если для каждой вспыхивающей звезды характерна некоторая средняя частота $\nu$, то скопление в целом будет описываться распределением средних частот среди совокупности входящих в него вспыхивающих звезд. Нормированную плотность этого распределения частот обозначим через $\varphi(\nu)$. Определение $\varphi(\nu)$ путем прямых подсчетов пока практически невозможно из-за малого числа зарегистрированных вспышек у отдельных звезд.

В 1978г. Амбарцумян [10] предложил статистический метод определения $\varphi(\nu)$, основанный на решении обратной задачи, позволяющий обойти эту трудность. Для этого он использовал функцию $m_i(t)$, показывающую число звезд, у которых в промежутке от $t$ до $t+1$ наблюдались $i$-тые вспышки. Вероятность этого события равна произведению вероятности того, что до момента $t$ произошла ровно $(i-1)$ вспышка, на вероятность регистрации вспышки в промежутке от $t$ до $t+1$. Отсюда следует, что при пуассоновском процессе функция $m_i(t)$ имеет вид:

$$m_i(t) = N\int \nu \frac{(\nu t)^{i-1}}{(i-1)!} e^{-\nu t}\,\varphi(\nu)\,d\nu\,. \tag{8}$$

В частности,

$$m_1(t) = N\int \nu e^{-\nu t}\,\varphi(\nu)\,d\nu \tag{9}$$

будет число открываемых в единицу времени новых вспыхивающих звезд данного агрегата, ибо только при наблюдении вспышки звезда может быть причислена к вспыхивающим. Заметим, что число $m_1(0)$ (точнее, его математическое ожидание), вместе с тем, равно среднему числу всех вспышек в агрегате за единицу времени:

$$m_1(0) = N\nu_m = N\cdot\frac{n(t)}{t}, \tag{10}$$

где $\nu_m$ - среднее от средних частот вспышек совокупности звезд, $n(t)$ - полное число зарегистрированных к моменту $t$ вспышек.

Поскольку эволюционные эффекты сказываются только за сотни тысяч или миллионы лет, то состояние всей совокупности вспыхивающих звезд за период наших наблюдений можно считать практически неизменным. Поэтому $m_1(0)$ будет характеризовать плотность вспышек во времени не только для $t=0$, но и для всего периода наблюдений. Математическое ожидание $m_1(t)$ должно монотонно убывать, ибо вспышки уже открытых звезд не учитываются при вычислении, поскольку $m_1(t)$ означает количество вспышек в единицу времени еще не открытых к моменту $t$ звезд, число которых убывает с ростом $t$. Из (9, 10) непосредственно следует, что математическое ожидание $m_1(t)$ целиком определяется законом распределения частот $\varphi(\nu)$ и между ними существует простое соотношение:

$$\frac{m_1(t)}{m_1(0)} = \frac{\int \nu e^{-\nu t}\,\varphi(\nu)\,d\nu}{\int \nu\varphi(\nu)\,d\nu} = \frac{\int \nu e^{-\nu t}\,\varphi(\nu)\,d\nu}{\nu_m} \tag{11}$$

и вопрос об определении $\varphi(\nu)$ сводится к обратному преобразованию Лапласа наблюдаемой функции $m_1(t)/m_1(0)$. Поскольку наблюдение первой вспышки у звезды есть открытие новой вспыхивающей звезды, то получается, что в данном случае хронология открытий объектов является исходным материалом для определения распределения частот вспышек. Функция $m_1(t)/m_1(0)$ подвержена сильным флуктуациям, которые неизбежны у единожды наблюдаемой реализации функции, поэтому при поисках решения нужно выполнить предварительное сглаживание.

Из (8) следует, что математические ожидания чисел $m_i(t)$ и $m_{i+1}(t)$ тех же звезд связаны между собой следующим соотношением:

$$\frac{dm_i(t)}{dt} = \frac{(i-1)m_i(t)}{t} - \frac{i\cdot m_{i+1}(t)}{t}. \tag{12}$$

В частности, при $i=1$:

$$\frac{dm_1(t)}{dt} = -\frac{m_2(t)}{t}, \quad m_1(t) = m_1(0) - \int\limits_0^t \frac{m_2(t')}{t'} dt'. \tag{13}$$

В этом случае из-за того, что наблюдаемая функция $m_2(t)$ входит под знаком интеграла, получаемые $m_1(t)$ гораздо менее подвержены флуктуациям, чем непосредственно определяемые "подсчетом открытий" в одной реализации. Формула (13) позволяет получить на основании хронологии вторых вспышек, т.е. хронологии подтверждений открытий, более достоверную кривую "открытий", чем получаемая по хронологии открытий.

Отметим еще один, очень простой в применении, но пока неиспользованный способ сглаживания функции $m_1(t)$. Легко заметить, что из (4) и (9), (10) следует:

$$\frac{m_1(t)}{m_1(0)} = \frac{n_1(t)}{n(t)},$$

где $n(t)$ - полное число зарегистрированных к моменту $t$ вспышек, а $n_1(t)$ - число однократно вспыхнувших звезд.

Для скопления Плеяд, где к тому моменту было известно около 500 вспыхивающих звезд, вычисления показали, что значения $m_1(t)$, полученные по формуле (13), дают гладкую кривую, которая близко совпадает с сглаженной кривой для $m_1(t)$, определенной из непосредственных подсчетов. Оба эти результата оказались в удовлетворительном согласии с предположением, что $m_1(t)$ имеет форму:

$$\frac{m(t)}{m(0)} = \frac{1}{(1+at)^b}, \tag{14}$$

где $a = 0.0026$, $b = 2/3$.

Амбарцумяном был предложен следующий алгоритм определения плотности функции распределения средних частот вспышек $\varphi(\nu)$:

а) Посредством прямых подсчетов вычисляется функция $m_1(t)/m_1(0)$.

б) Вычисляется функция $m_2(t)$ и на основании формулы (13) производится сглаживание функции $m_1(t)/m_1(0)$.

в) Посредством обратного преобразования Лапласа на основе формулы (11) из $m_1(t)/m_1(0)$ определяется $\varphi(\nu)$.

Правильность найденного решения $\varphi(\nu)$ была проверена на основании других наблюдательных данных, полученных независимо от $m_1(t)$ и $m_2(t)$. В частности, зная $\varphi(\nu)$, были определены отношения

$$\frac{n_k}{n_1} = \frac{\int \varphi(\nu) \frac{(\nu t)^k e^{-\nu t}}{k!} d\nu}{\int \varphi(\nu) \nu t e^{-\nu t} d\nu}.$$

и затем сравнены с наблюденной реализацией.

Решение уравнения (11), при аналитическом виде левой части (14), имеет вид:

$$\varphi(\nu) = Ce^{-\nu s}\, \nu^{-4/3}\,, \tag{15}$$

где параметр $s$, имеющий размерность времени, для скопления Плеяд оказался равным $s=385$ часов. Из (15) следует, что часть вспыхивающих звезд имеет средние частоты меньшие, чем 0.001 час$^{-1}$.

Полученная плотность функции распределения $\varphi(\nu)$ сингулярна в точке $\nu = 0$, вследствие чего интеграл по всему промежутку частот расходится. Это обстоятельство не дало возможности определить значение $C$ на основании нормировки. Конечно, при малых значениях $\nu$ истинная функция должна вести себя иначе. Очевидно, что $T$ часов наблюдения не могут дать нам никакой весомой информации о статистике вспышек тех звезд, для которых средний промежуток между вспышками больше $T$. Поэтому Амбарцумян предположил, что истинная функция должна иметь вид:

$$\varphi(\nu) = Ce^{-\nu s}\, \nu^{-4/3}\, g(\nu),$$

где $g(\nu)$ может быть принято равным единице для больших $\nu$ и быстро стремится к нулю при $\nu \to 0$. Это соображение позволило путем нормировки определить произведение $NC$ и оценить полное число вспыхивающих звезд скопления Плеяд с частотой вспышек, большей некоторого $\nu_0$.

В дальнейшем этот метод был применен в работе [30] к вспыхивающим звездам ассоциации Ориона. Как и в случае Плеяд, данные хорошо представляются формулой (14), со значениями постоянных $a=0.00072$, $b=2/3$. Соответственно, решение получается в виде (15), где $s=1389$ час.

В работах [31,32] была получена функция распределения частот вспышек для слабых звезд скопления Плеяд. При этом для подтверждения хронологии "первых вспышек" (сглаживание) использована хронология "третьих вспышек":

$$m_1(t) = m_1(0) + t\frac{dm_1(0)}{dt} + 2t\int_0^t \frac{m_3(t')}{t'^2}dt' - 2\int_0^t \frac{m_3(t')}{t'}dt'\,.$$

Выражение можно получить из (12) путем некоторых преобразований.

Возможность использования хронологий вспышек высших порядков обсуждена в [33], где приведены соответствующие выражения и проведены численные эксперименты с целью выяснения эффективности метода.

В [34], с помощью функции светимости вспыхивающих звезд Плеяд и зависимости средних частот вспышек от абсолютных величин звезд, была получена функция распределения частоты вспышек. Для построения функции светимости, по оценке Амбарцумяна (2) были вычислены количества вспыхивающих звезд в отдельных интервалах светимости.

В работе [27] было предложено, вместо определения функции распределения $\varphi(\nu)$, решить задачу прогнозирования во времени количества $n_k(t)$ вспыхивающих звезд. Такая постановка задачи обоснована, в частности, тем, что прогнозирование $n_k(t)$ в бесконечное будущее эквивалентно нахождению функции $\varphi(\nu)$.

В работе [35] был предложен другой метод определения функции распределения частоты вспышек случайно вспыхивающих объектов (вспыхивающие звезды, сверхновые). Суть метода состоит в определении искомой функции через собственные моменты распределения. В задаче определения функции распределения частоты вспышек в качестве исходного эмпирического распределения служит распределение числа наблюденных вспышек вспыхивающих звезд, а не распределение соответствующих частот. Однако можно выразить моменты функции распределения частоты вспышек через соответствующие моменты числа вспышек. Для выборки вспыхивающих объектов с плотностью распределения частоты $\varphi(\nu)$, моменты распределения числа вспышек соответственно равны:

$$\mu k_1 = \int \sum_{k=0}^{\infty} k p_k \, \varphi(\nu) d\nu, \quad \mu k_j = \int \sum_{k=0}^{\infty} (k - \mu k_1)^j \, p_k \, \varphi(\nu) d\nu, \quad j = 2, 3, 4, \tag{16}$$

где, в частности, $\mu k_1$ - среднее числа вспышек, $\mu k_2$ - дисперсия числа вспышек.

Из (1) и (16) следуют соотношения, связывающие моменты частоты вспышек с моментами функции распределения числа вспышек:

$$\mu\nu_1 = \frac{\mu k_1}{t}, \quad \mu\nu_2 = \frac{(\mu k_2 - \mu k_1)}{t^2}, \quad \mu\nu_3 = \frac{(\mu k_3 - 3\mu k_2 + 2\mu k_1)}{t^3},$$

$$\mu\nu_4 = \frac{(\mu k_4 - 6\mu k_3 - 6\mu k_2 \cdot \mu k_1 + 11\mu k_2 - 6\mu k_1 + 3\mu k_1^2)}{t^4}, \tag{17}$$

где

$$\mu\nu_1 = \int \nu\varphi(\nu) d\nu, \quad \mu\nu_j = \int (\nu - \mu\nu_1)^j \varphi(\nu) d\nu, \quad j = 2, 3, 4.$$

Подставляя эмпирические моменты распределения числа вспышек в (17), получим соответствующие эмпирические моменты функции распределения частоты вспышек. Таким образом, задача сводится к определению функции распределения с помощью известных моментов распределения. Для этого в [35] был использован метод подгонки кривых семейства распределений Пирсона методом моментов. Численные эксперименты показали, что метод достаточно эффективен. Метод был применен к системам вспыхивающих звезд ассоциации Ориона и скопления Плеяд.

Разработанные методы открывают новые возможности для исследования вспыхивающих звезд. Например, Амбарцумян [1] допускал, что в течение эволюции звезды частота вспышки испытывает вековые (долговременные) изменения, характер которых можно определить, сравнивая частоты вспышек звезд агрегатов разных возрастов. Знание соответствующих функций распределений дает принципиальную возможность для реализации этой идеи. Такая попытка была предпринята в [36], где различие между полученными функциями интерпретировано как следствие эволюции и эффектов наблюдательной селекции.

6. *Вспышки сверхновых в галактиках.* Уже в первой работе, посвященной статистике вспыхивающих звезд, Амбарцумян [1] обратил внимание на аналогию между проблемами статистики вспыхивающих звезд и статистики сверхновых. Для этого, согласно Амбарцумяну [37], следует рассматривать в качестве "вспыхивающих объектов" галактики и заменить в вышеприведенных рассуждениях слово "вспыхивающая звезда" словом "галактика", а понятие "вспышка звезды" понятием "вспышка сверхновой в галактике". Таким образом может быть по аналогии рассмотрена возможность вывода функции распределения частот для разных совокупностей галактик.

Однако, несмотря на отмеченное сходство, есть определенные отличия, вызванные спецификой наблюдательного материала, которые не позволяют применить этот метод в первозданном виде. Во-первых, в отличие от общего числа вспыхивающих звезд, общее число галактик в выборке в большинстве случаев известно, поскольку обычно выборка составляется самим исследователем, исходя из поставленной задачи. Во-вторых, длительность времени наблюдений за отдельными галактиками выборки разная: в случае вспыхивающих звезд она почти одинакова. Конечно, можно обрезать данные до минимально общего времени наблюдений, однако это приведет к значительному уменьшению и без того скудных данных.

Эти отличия, естественно, нашли свое отражение при решении задачи. В задаче определения функции распределения средней частоты вспышек сверхновых звезд мы сталкиваемся с необходимостью использовать цензурированные наблюдения и соответствующие методы для обработки таких данных. В данном случае цензурированным является наблюдение за той галактикой, в которой за все время наблюдений не зарегистрировано ни одной вспышки сверхновой звезды.

Согласно [38], искомая функция плотности распределения средней частоты вспышек сверхновых $\varphi(\nu)$ равна обратному преобразованию Лапласа функции выживания:

$$\varphi(\nu) = L^{-1}[F_1(T)],$$

где $L^{-1}$ - оператор обратного преобразования Лапласа, а $F_1(T) = 1 - M_1(T)$ - функция надежности, или функция выживания, $M_1(T)$ - функция распределения моментов вспышек первых зарегистрированных сверхновых:

$$M_1(t) = \int_0^t \frac{m_1(t')}{N} dt'.$$

Обозначим через $t_i$ моменты условного времени, в которых зарегистрированы вспышки сверхновых. Пусть $T'$ - момент первой вспышки в данной галактике, если она имела место, если же вспышка не имела место, то $T'$ - общее время наблюдений за этой галактикой и пусть $n_i$ - число галактик, для которых $T' \geq t_i$, а $k_i$ - число галактик, у которых в момент условного времени $t_i$ зарегистрированы первые вспышки сверхновых. В этом случае, оценкой максимального правдоподобия функции выживания $F_1(T)$ является оценка Каплана-Мейера (см., например, [39]):

$$F_1(T) = \prod^{T}\left(1 - \frac{k_i}{n_i}\right),$$

где через $\Pi$ обозначено произведение по всем $i$, $t_i \leq T$. Дисперсия этой оценки равна [39]:

$$\operatorname{var}[F_1(T)] = [F_1(T)]^2 \sum^{T} \frac{k_i}{n_i(n_i - k_i)},$$

где $\Sigma$ - сумма по всем $i$, $t_i \leq T$.

При практическом решении обратной задачи, к числу которых относится данная задача, полезным условием является знание предварительной информации о характере исходной функции. Функция $F_1(T)$ в значительной степени удовлетворяет этому условию: по своему определению она является монотонно убывающей функцией $T$ и меняется строго в пределах от 1 до 0. Представляется очень важной также возможность оценки ошибки определения $F_1(T)$.

Однако данных пока недостаточно для применения приведенных выше статистических методов, ибо вспышки сверхновых наблюдались пока в малом числе галактик.

7. *Заключение*. Приводится краткий обзор методов, разработанных, в основном в Бюраканской обсерватории, и применяемых в статистике звездных вспышек. Начало этим разработкам было положено в работах Амбарцумяна, где в очередной раз проявились его огромный математический талант и интуиция.

Нередко математические методы, разработанные Амбарцумяном для решения конкретных астрофизических задач, по своей научной ценности и новизне, по крайней мере, не уступали астрофизическим результатам, полученным при помощи этих методов и положили основы новым математическим направлениям. Не стали исключением и рассмотренные в данном обзоре методы. Обзор аналогичных методов математической статистики показывает, что и здесь Амбарцумян был первопроходцем.

Работы Амбарцумяна в области статистики звездных вспышек привели к фундаментальному заключению, что стадия вспышечной активности является закономерной стадией эволюции красных карликовых звезд.

Ограниченный объем не позволил более детально представить астрофизические результаты, касающиеся статистике звездных вспышек. Они подробно представлены во многих обзорных статьях и монографиях, посвященных вспыхивающим звездам.

Авторы выражают благодарность А.Г.Никогосяну за полезное обсуждение.

Бюраканская астрофизическая обсерватория им. В.А.Амбарцумяна, Армения, e-mail: aakopian@bao.sci.am eparsam@bao.sci.am

## V.A.AMBARTSUMIAN AND PROBLEMS OF STAR FLARES STATISTICS

A.A.AKOPIAN, ELMA S.PARSAMIAN

The brief review of the star flares statistics methods developed, basically in the Byurakan observatory, is presented. The beginning of these methods lie in works of Ambartsumian, which have led to the fundamental conclusion, that the stage of flaring activity is a natural stage of evolution of red dwarf stars. The mathematical methods developed by Ambartsumian for the solution of astrophysical problems of the statistics of star flares, by their scientific value and novelty, do not concede to the astrophysical results obtained by means of these methods.

Key words: *flare stars:statistics*

## ЛИТЕРАТУРА

1. *В.А.Амбарцумян*, Звезды, Туманности, Галактики, Изд.-во АН Арм ССР, 1969, с.283.
2. *В.А.Амбарцумян, Л.В.Мирзоян, Э.С.Парсамян и др.*, Астрофизика, 6, 7, 1970.
3. *В.А.Амбарцумян*, Астрофизика, 6, 31, 1970.
4. *В.А.Амбарцумян, Л.В.Мирзоян, Э.С.Парсамян и др.*, Астрофизика, 7, 319, 1971.
5. *V.A.Ambartsumian, L.V.Mirzoyan*, IAU Colloquium N15, Bamberg, 1971, p.98.
6. *В.А.Амбарцумян, Л.В.Мирзоян, Э.С.Парсамян и др.*, Астрофизика, 8, 485, 1972.
7. *В.А.Амбарцумян, Л.В.Мирзоян, Э.С.Парсамян и др.*, Астрофизика, 9, 461, 1973.
8. *В.А.Амбарцумян, Л.В.Мирзоян*, Материалы симпозиума МАС №67 "Переменные звезды в звездных системах", 1974, 3, "Variable Stars and Stellar Evolution", eds. V.E.Sherwood, L.Plaut, 1975.

9. *В.А.Амбарцумян, Л.В.Мирзоян*, Вспыхивающие звезды, Ереван, Изд.-во АН Арм. ССР, 1977, с.63.
10. *В.А.Амбарцумян*, Астрофизика, **14**, 367, 1978.
11. *В.А.Амбарцумян*, Вспыхивающие звезды, фуоры и объекты Хербига-Аро, Изд.-во АН Арм. ССР, 1980, с.85.
12. *В.С.Осканян, В.Ю.Теребиж*, Астрофизика, 7, 83, 1971.
13. *V.Pazzani, M.Rodono*, Astrophys. Space Sci., 77, 347, 1981.
14. *Л.В.Мирзоян*, Нестационарность и эволюция звезд, Изд.-во АН Арм. ССР, Ереван, 1981.
15. *G.Haro*, IAU symp. N20, The Galaxy and the Magellanic Clouds, Rodgers, 1964, p.30.
16. *G.Haro, E.Chavira*, Vistas in Astronomy, **8**, 89, 1966.
17. *Э.С.Парсамян*, Астрофизика, **12**, 235, 1976.
18. *Л.В.Мирзоян, Г.А.Брутян*, Астрофизика, **16**, 97, 1980.
19. *Л.В.Мирзоян, В.В.Амбарян*, Астрофизика, **28**, 375, 1988.
20. *А.А.Акопян*, Астрофизика, **38**, 279, 1995.
21. *Э.С.Парсамян*, Астрофизика, **38**, 369, 1995.
22. *Э.С.Парсамян*, Вспыхивающие звезды, Изд.-во АН Арм. ССР, 1977, с.87.
23. *E.S.Parsamian*, Star Cluster Symposium, Roland Eotvos Univ., Budapest, 1978, p.119.
24. *Л.В.Мирзоян, О.С.Чавушян, Л.К.Ерастова и др.*, Астрофизика, **13**, 205, 1977.
25. *А.А.Акопян*, Астрофизика, **41**, 73, 1998.
26. *М.А.Мнацаканян*, Астрофизика, **24**, 621, 1986.
27. *М.А.Мнацаканян, А.Л.Мирзоян*, Астрофизика, **29**, 32, 1988.
28. *A.Chao*, Biometrics, **43**, 783, 1987.
29. *A.Chao*, "Encyclopedia of Statistical Sciences", Second Edition, v.12, 7907, eds. N.Balakrishnan, C.B.Read, B.Vidakovic, Wiley, New York, 2005.
30. *Э.С.Парсамян*, Астрофизика, **16**, 677, 1980.
31. *Э.С.Парсамян*, Докторская диссертация, Бюракан, 1983.
32. *Э.С.Парсамян*, Астрофизика, **45**, 23, 2002.
33. *Г.А.Арутюнян*, Астрофизика, **21**, 163, 1984.
34. *Р.Е.Гершберг*, Вспыхивающие звезды и родственные объекты, Изд.-во АН Арм. ССР, Ереван, 1986, с.162.
35. *А.А.Акопян*, Астрофизика, **46**, 75, 2003.
36. *А.А.Акопян*, Астрофизика, **51**, 63, 2008.
37. *В.А.Амбарцумян*, Научные труды, т.3, 360, Изд.-во АН Арм. ССР, 1988. Доклад на симпозиуме "Фундаментальные проблемы теоретической и математической физики", Дубна, 23-27 августа 1979.
38. *А.А.Акопян*, Астрофизика, **39**, 561, 1996.
39. *Д.Р.Кокс, Д.Оукс*, "Анализ данных типа времени жизни", Финансы и статистика, М., 1988.