

ВИХРЕВАЯ СТРУКТУРА НЕЙТРОННОЙ ЗВЕЗДЫ С КВАРКОВЫМ "CFL" ЯДРОМ

Д.М.СЕДРАКЯН¹, К.М.ШАХАБАСЯН¹, Д.БЛАШКЕ²,
М.К.ШАХАБАСЯН¹

Поступила 25 мая 2008

Получены уравнения Гинзбурга-Ландау для магнитного и глюомагнитного калибровочных полей неабелевых полусверхтекучих вихревых нитей в цветовом сверхпроводящем ядре нейтронной звезды, содержащем "CFL"- конденсат дикварков. Учтено взаимодействие "CFL"- конденсата дикварков с магнитным и глюомагнитным калибровочными полями. Из условий квантования определены асимптотические значения энергий этих вихревых нитей. Показано, что при вращении звезды в кварковом сверхпроводящем ядре возникает решетка полусверхтекучих вихревых нитей с наименьшим квантом циркуляции. Магнитное поле в сердцевине этого вихря порядка 10^{11} Гс. Кластер протонных вихрей в адронной фазе, возникший в адронной фазе вокруг каждого сверхтекучего нейтронного вихря из-за эффекта увлечения, создает в кварковом сверхпроводящем ядре новые полусверхтекучие вихревые нити с наименьшим квантом циркуляции.

Ключевые слова: *звезды.нейтронные.кварковое ядро - полусверхтекучие вихри*

1. **Введение.** В настоящее время с высокой степенью достоверности установлено существование в различных фазах нейтронной звезды различных типов квантованных вихревых нитей. Во внутренней коре ("Aeп"-фазе) и в адронной ("пре"-фазе) существование сверхтекучих нейтронных вихревых нитей, обусловленных вращением звезды [1], объясняет особенности вращательной динамики пульсаров: скачки угловой скорости пульсаров, релаксацию угловой скорости пульсаров после скачков [2-5], квазисинусоидальные колебания угловой скорости [6,7].

Протоны в адронной фазе представляют собой сверхпроводник второго рода и поэтому они аккумулируют реликтовое магнитное поле нейтронной звезды в квантованных магнитных вихревых нитях с потоком $\Phi_0 = \pi \hbar c/e$ [8]. Наличие взаимодействия между нейтронным и протонным конденсатами приводит к увлечению сверхпроводящих протонов вращающимися сверхтекучими нейтронами [9,10]. Вследствие эффекта увлечения вокруг нейтронного вихря возникает отличный от нуля протонный ток, который приводит к наличию у нейтронного вихря потока магнитного поля Φ_1 , не кратного Φ_0 [11,12], и к возникновению напряженности магнитного поля увлечения, которая генерирует новые протонные вихри с потоком Φ_0 [13]. В той области вокруг нейтронного вихря, где $H(r) > H_{c1}$, возникает неоднородный кластер протонных вихрей. Средняя индукция магнитного

поля нейтронной звезды, обусловленная этими кластерами, порядка 10^{12} Гс [14,15]. Влияние этих кластеров на вращательную динамику пульсаров рассматривалось в [16]. Отметим, что эффект увлечения в растворе ${}^3\text{He}$ в ${}^4\text{He}$ изучался в работе [17].

В сверхплотном ядре звезды возможно существование кваркового вещества. В этом веществе вследствие притяжения между кварками в цветовом антитриплетном канале, вызванного обменом одним глюоном, ожидается возникновение сверхпроводящего конденсата дикварков. Кварковые пары, образующие конденсат, имеют нулевой полный магнитный момент - J [18-20]. Было показано, что в киральных кварковых моделях с непертурбативным четырехточечным взаимодействием, обусловленным инстантонами [21] или непертурбативными глюонными пропагаторами [22], аномальные кварковые амплитуды спаривания порядка 100 МэВ. Следовательно, можно предположить, что конденсат дикварков будет существовать при плотностях, превышающих плотность деконфайнмента и при температурах, ниже критической температуры T_c (порядка 50 МэВ).

Возможны два вида конденсатов: изоскалярная "2SC"-фаза [18], в которой спариваются только "u" и "d"- кварки двух цветов, и "CFL"-фаза, в которой спариваются безмассовые "u", "d" и "s"-кварки всех трех цветов [23-25]. "CFL"-фаза с тремя ароматами безмассовых кварков является самой стабильной в пределе слабого взаимодействия при $T=0$ и вблизи критической температуры T_c . В работе [26] было показано, что конденсат дикварков "2SC"-фазы представляет собой сверхпроводник второго рода. Наличие электрического и цветового заряда у куперовских пар дикварков приводит к появлению электрической и цветовой сверхпроводимости в "2SC" и "CFL"-фазах. Эти два явления не независимы, потому что фотонные и глюонные калибровочные поля связаны друг с другом. Одно из результирующих смешанных полей - безмассовое, в то время как другое поле является массивным [27].

Уравнения Гинзбурга-Ландау для "2SC"-фазы, с учетом наличия смешанных полей, были получены в [28]. Эти уравнения были использованы в [29] для изучения воздействия внешнего однородного магнитного поля на сверхпроводящее кварковое ядро нейтронной звезды. Было показано, что в отсутствие вихревых нитей мейсснеровские токи в ядре экранируют внешнее магнитное поле почти полностью. В [30] найдено распределение магнитного поля нейтронной звезды с сверхпроводящим "2SC"- кварковым ядром, в котором магнитное поле генерируется в адронной "пре"-фазе из-за эффекта увлечения сверхпроводящих протонов сверхтекучими нейтронами [15] и проникает в кварковое ядро в виде кварковых магнитных вихревых нитей, образующихся из-за наличия экранирующих мейсснеровских токов.

Свободная энергия Гинзбурга-Ландау однородной сверхпроводящей

"CFL"-фазы найдена в [25,31]. Калибровочно-инвариантное выражение кинетической энергии Г-Л получено в [32]. Уравнения Г-Л при наличии внешнего поля сформулированы в [33,34]. Отметим, что "CFL"-конденсат обладает как сверхпроводящими, так и сверхтекучими свойствами. Это обусловлено нарушением как локальных симметрий - цветовой $SU(3)_c$ и электромагнитной $U(1)_{EM}$, так и глобальных симметрий - ароматической $SU(3)_F$ и барионной $U(1)_B$. Поэтому естественно появление сингулярных решений: магнитных вихревых нитей и сверхтекучих вихревых нитей. В работах [33,35] рассматривались сверхтекучие кварковые вихревые нити, обусловленные нарушением глобальной $U(1)_B$ - симметрии. В работе [36], используя рассмотрение, проведенное в [34], изучались абелевы магнитные вихревые нити, обладающие потоком массивного калибровочного поля.

Однако в работе [37] на основании топологического и теоретико-группового анализа свободной энергии Г-Л "CFL"-фазы были найдены новые неабелевы полусверхтекучие вихревые нити M_1 и M_2 , которые обладают как свойствами сверхтекучих вихрей, так и свойствами магнитных вихрей. Эти вихри, в отличие от сверхтекучих и магнитных вихрей, топологически устойчивы. Один сверхтекучий кварковый $U(1)_B$ -вихрь топологически эквивалентен трем неабелевым полусверхтекучим вихрям M_i . В [38] изучалось взаимодействие между двумя параллельными полусверхтекучими вихрями. Было показано, что между двумя вихрями действует дальнедействующая сила отталкивания, а между двумя антивихрями - сила притяжения. Были сделаны выводы о возможности распада сверхтекучего $U(1)_B$ -вихря на три полусверхтекучих вихря M_i и о возможности существования устойчивой решетки вихрей M_i .

Целью настоящей работы является изучение вихревой структуры и магнитного поля нейтронной звезды с учетом наличия в кварковом "CFL"- ядре полусверхтекучих вихрей. При этом мы учитываем вращение звезды и возникновение магнитной индукции в адронной фазе вследствие эффекта увлечения. Реликтовое магнитное поле мы не рассматриваем.

2. Вихревые нити в "CFL"-фазе. В однородной "CFL"-фазе в отсутствие полей параметр порядка Φ определяется так:

$$\Phi = |k_A| \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \tag{1}$$

где $k_A = (-\alpha/8\beta)^{1/2}$.

Параметр порядка Φ_B сверхтекучего $U(1)_B$ -вихря имеет вид:

$$\Phi_B = |k_B| e^{i\phi} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \tag{2}$$

где ϑ - полярный угол радиус-вектора в плоскости $xу$. Рассмотренный в [37] неабелевый полусверхтекучий вихрь M_1 описывается следующим параметром порядка:

$$\Phi_1 = |k_A| \begin{pmatrix} f(r)e^{i\vartheta} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Параметр порядка второго неабелевого полусверхтекучего вихря M_2 есть

$$\Phi_2 = |k_A| \begin{pmatrix} f(r)e^{2i\vartheta} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Условие квантования для сверхтекучего $U(1)_B$ -вихря записывается в виде [33]

$$\frac{2}{3} m_B \oint \bar{v}_q d\bar{l} = 2\pi\hbar, \quad (5)$$

где m_B - масса бариона. Отсюда получаем следующее выражение скорости \bar{v}_q :

$$v_q = \frac{3\hbar}{2m_B} \frac{1}{r}. \quad (6)$$

Полная кинетическая энергия E_q сверхтекучего $U(1)_B$ -вихря, приходящаяся на единицу длины (линейное натяжение), есть

$$E_q = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} d\vartheta \int_{\xi}^R m_B n_S v_q^2 r dr = 12\pi K_T |k_A|^2 \hbar^2 \ln \frac{R}{\xi}, \quad (7)$$

где $n_S = 16 K_T m_B |k_A|^2 / 3$ - плотность сверхтекучей компоненты, R - наружный радиус вихря, ξ - корреляционная длина дикварковой пары или характерический радиус нормальной сердцевины вихря.

Соответственно, выражение для асимптотической скорости неабелевого полусверхтекучего вихря M_1 получается из следующего условия квантования:

$$\frac{2}{3} m_B \oint \bar{v}_{1S} d\bar{l} = \frac{2}{3} \pi n \hbar, \quad v_{1S} = \frac{\hbar}{2m_B} \frac{1}{r}, \quad (n=1), \quad (8)$$

а для вихря M_2 (при $n=2$) имеем:

$$v_{2S} = \frac{\hbar}{m_B} \frac{1}{r}. \quad (9)$$

Для асимптотического выражения линейного натяжения полусверхтекучего вихря M_1 получаем

$$E_{1S} = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} d\vartheta \int_{\xi}^R m_B n_S v_{1S}^2 r dr = \frac{4}{3} \pi K_T |k_A|^2 \hbar^2 \ln \frac{R}{\xi}. \quad (10)$$

Это выражение совпадает с полученным в [37]. Асимптотическое выражение линейного натяжения неабелевого полусверхтекучего вихря M_2 равно:

$$E_{2S} = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} d\vartheta \int_{\xi}^R m_B n_S v_{2S}^2 r dr = \frac{16}{3} \pi K_T |k_A|^2 \hbar^2 \ln \frac{R}{\xi}. \quad (11)$$

Оно также совпадает с асимптотической энергией вихря M_2 [37]. Отметим, что эти асимптотические энергии были получены в [37] из градиентно-инвариантного выражения кинетической энергии Γ -II, в котором учитывалось массивное калибровочное поле \bar{A}_x .

Из формул (5) и (8) следует, что кванты циркуляций сверхтекучего $U(1)_B$ -вихря и полусверхтекучего вихря M_1 соответственно равны: $\kappa_B = 3\pi\hbar/m_B$ и $\kappa_1 = \pi\hbar/m_B$. Поскольку квант циркуляции κ_B в три раза больше кванта циркуляции κ_1 и между полусверхтекучими вихрями M_1 действуют дальнедействующие силы отталкивания [38], постольку каждый сверхтекучий $U(1)_B$ -вихрь, возникший в "CFL"-фазе, распадется на три вихря M_1 . Следовательно, в кварковом "CFL"- ядре нейтронной звезды при наличии определенных внешних условий возможно возникновение устойчивой решетки полусверхтекучих вихрей M_1 . Из формулы (9) следует, что квант циркуляции полусверхтекучего вихря M_2 равен $\kappa_2 = 2\pi\hbar/m_B$.

3. Уравнения Гинзбурга-Ландау для магнитного и глюомагнитного полей полусверхтекучих вихрей. В работе [37] на основании топологического анализа было сформулировано следующее условие квантования для массивного калибровочного поля \bar{A}_x :

$$q_x \oint_L \bar{A}_x d\bar{l} = 2\pi\hbar c, \quad (12)$$

где $q_x = \sqrt{3g^2 + 4e^2}/2$. Отметим, что $q_x = 3q_{CFL}$, где q_{CFL} - величина смешанного заряда, принятая в [36]. Смешанные поля \bar{A}_x и \bar{A}_y определяются следующим образом [32]:

$$\bar{A}_x = \bar{A} \sin\alpha + \bar{A}^8 \cos\alpha, \quad \bar{A}_y = \bar{A} \cos\alpha - \bar{A}^8 \sin\alpha, \quad (13)$$

где $\cos\alpha = \sqrt{3}g/\sqrt{3g^2 + 4e^2}$, \bar{A} - векторный потенциал магнитного поля, \bar{A}^8 - векторный потенциал глюомагнитного поля. Здесь g - постоянная сильного взаимодействия ($g^2/4\pi\hbar c \approx 1$), постоянная электромагнитного взаимодействия ($e^2/4\pi\hbar c \approx 1/137$). Тогда условие квантования (12) запишется в виде:

$$e \int \text{rot } \bar{A} d\bar{S} + \frac{\sqrt{3}}{2} g \int \text{rot } \bar{A}^8 d\bar{S} = 2\pi\hbar c. \quad (14)$$

Далее, подставляя в уравнения (12) и (13) работы [39] $\Phi(r) = |k_A| f(r) e^{i\theta}$, $\chi(r) = \sqrt{2}|k_A|$, $q = q_x/3$, получим уравнения Γ -II, описывающие магнитное и глюомагнитное поля полусверхтекучего вихря M_1 :

$$\lambda_V^2 \text{rot rot } \bar{A} + \bar{A} \sin^2\alpha = \frac{3f^2(r) \sin\alpha \nabla\theta}{q_x [2f^2(r) + 1]} - \bar{A}^8 \sin\alpha \cos\alpha, \quad (15)$$

$$\lambda_q^2 \text{rotrot} \bar{A}^8 + \bar{A}^8 \cos^2 \alpha = \frac{3f^2(r) \cos \alpha \nabla \vartheta}{q_x [2f^2(r) + 1]} - \bar{A}^8 \sin \alpha \cos \alpha, \quad (16)$$

где глубина проникновения λ_q равна:

$$\lambda_q^{-2} = \frac{32\pi}{9} K_T q_x^2 |k_A|^2 [2f^2(r) + 1]. \quad (17)$$

Поскольку на большом расстоянии от вихря $f(r) \rightarrow 1$, то уравнения (15) и (16) запишутся в виде:

$$\lambda_q^2 \text{rotrot} \bar{A} + \bar{A} \sin^2 \alpha = \frac{\Phi_x \sin \alpha \nabla \vartheta}{2\pi} - \bar{A}^8 \sin \alpha \cos \alpha, \quad (18)$$

$$\lambda_q^2 \text{rotrot} \bar{A}^8 + \bar{A}^8 \cos^2 \alpha = \frac{\Phi_x \cos \alpha \nabla \vartheta}{2\pi} - \bar{A} \sin \alpha \cos \alpha. \quad (19)$$

Здесь лондоновская глубина λ_q и поток массивного поля Φ_x равны $\lambda_q^{-2} = 32\pi K_T q_x^2 |k_A|^2 / 3$, $\Phi_x = 2\pi \hbar c / q_x$. Проинтегрируем уравнение (18) по контуру L , проходящему по границе кваркового ядра. Так как ток на границе равен нулю, то

$$\oint_L \text{rotrot} \bar{A} d\bar{l} = \oint_L \text{rot} \bar{B} d\bar{l} = 0. \quad (20)$$

Условие же конфайнмента запишется в виде:

$$\oint_L \bar{A}^8 d\bar{l} = 0. \quad (21)$$

Полный поток магнитного поля через ядро равен:

$$\oint_L \bar{A} d\bar{l} = \int_S \bar{B} d\bar{S} = \frac{\Phi_x}{\sin \alpha} N_q, \quad (22)$$

где N_q - полное число полусверхтекучих вихрей M_1 в ядре. Используя значение $\sin \alpha = 2e / \sqrt{3g^2 + 4e^2}$, получаем следующее выражение потока магнитного поля Φ_M полусверхтекучего вихря M_1 :

$$\Phi_M = 2\pi \hbar c / e = 2\Phi_0, \quad (23)$$

где $\Phi_0 = 2 \cdot 10^{-7}$ Гс см² - квант магнитного потока. Таким образом, эти вихри обладают удвоенным квантом магнитного потока. Отметим, что это значение потока является следствием условия однозначности волновой функции:

$$\oint_L \nabla \vartheta d\bar{l} = 2\pi, \quad (24)$$

следующего из условия квантования (8).

Далее, подставляя в уравнения (12) и (13) работы [39] $\Phi(r) = |k_A| f(r) e^{2i\vartheta}$, $\chi(r) = \sqrt{2} |k_A|$, $q = q_x / 3$ получим уравнения Г-Л, описывающие магнитное и глюомагнитное поля полусверхтекучего вихря M_1 :

$$\lambda_q^2 \text{rotrot} \bar{A} + \bar{A} \sin^2 \alpha = \frac{6f^2(r) \sin \alpha \nabla \vartheta}{q_x [2f^2(r) + 1]} - \bar{A}^8 \sin \alpha \cos \alpha, \quad (25)$$

$$\lambda_q^2 \text{rotrot} \bar{A}^8 + \bar{A}^8 \cos^2 \alpha = \frac{6 f^2(r) \cos \alpha \nabla \vartheta}{q_x [2 f^2(r) + 1]} - \bar{A} \sin \alpha \cos \alpha, \quad (26)$$

На большом расстоянии от вихря M_2 уравнения (25) и (26) запишутся в виде

$$\lambda_q^2 \text{rotrot} \bar{A} + \bar{A} \sin^2 \alpha = \frac{2 \Phi_x \sin \alpha \nabla \vartheta}{2\pi} - \bar{A}^8 \sin \alpha \cos \alpha, \quad (27)$$

$$\lambda_q^2 \text{rotrot} \bar{A}^8 + \bar{A}^8 \cos^2 \alpha = \frac{2 \Phi_x \cos \alpha \nabla \vartheta}{2\pi} - \bar{A} \sin \alpha \cos \alpha. \quad (28)$$

Соответственно, вихри M_2 будут обладать на границе кваркового ядра потоком магнитного поля $4\Phi_0$.

4. Уравнения Гинзбурга-Ландау для смешанных полей полусверхтекучих вихрей. Запишем второе уравнение Г-Л для полусверхтекучего вихря M_1 [37] в виде:

$$-\bar{e}_\vartheta \frac{dB_x^z}{dr} = \frac{32\pi}{3c} K_T q_x |k_A|^2 \left\{ \hbar f^2(r) \nabla \vartheta - \frac{q_x}{3c} [2 f^2(r) + 1] \bar{A}_\vartheta \right\}, \quad (29)$$

где $\bar{A}_\vartheta = (\hbar c \gamma(r) / q_x r) \bar{e}_\vartheta$ - единственная отличная от нуля компонента потенциала \bar{A}_x , $B_x^z - z$ - компонента массивного поля $\bar{B}_x = \text{rot} \bar{A}_x$, \bar{e}_ϑ - единичный вектор полярных координат. Уравнение Максвелла для массивного поля (29) можно представить в виде:

$$-\frac{dB_x^z}{dr} = \frac{4\pi}{c} j_{1x}, \quad (30)$$

где $j_{1x} = n_{1S} q_x v_{1x}$ - плотность тока. Здесь плотность вещества n_{1S} и "сверхтекучая" скорость v_{1x} определяются так:

$$n_{1S} = \frac{16}{3} K_T m_B |k_A|^2 f^2(r), \quad v_{1x} = \frac{\hbar}{2m_B} \frac{1}{r} - \frac{q_x}{m_B c} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6 f^2(r)} \right) A_\vartheta. \quad (31)$$

Следовательно квант циркуляции этого вихря опять равен кванту циркуляции сверхтекучего нейтронного вихря. Так как на большом удалении $\gamma(r) \rightarrow 1$, $f(r) \rightarrow 1$, то "сверхтекучая" скорость v_{1x} и плотность тока j_{1x} обращаются в нуль, а плотность $n_{1S} = n_S$.

Для абелевого "магнитного" вихря A_x , рассмотренного в работе [36], уравнение Максвелла запишется в виде:

$$-\bar{e}_\vartheta \frac{dB_x^z}{dr} = \frac{4\pi}{c} \left\{ \frac{16}{3} K_T m_B q_x |k_A|^2 \left(\frac{3\hbar}{2m_B} \nabla \vartheta - \frac{q_x}{2m_B c} \bar{A}_\vartheta \right) \right\}. \quad (32)$$

Из формулы (32) следует, что квант циркуляции абелевого магнитного вихря равен κ_B , т.е. в три раза больше кванта циркуляции κ_1 . Отметим также, что при $r \rightarrow \infty$ ток \bar{j}_x обращается в нуль для векторного потенциала $\bar{A}_\vartheta = (3\hbar c \gamma(r) / q_x r) \bar{e}_\vartheta$, соответствующего потоку массивного поля $3\Phi_x$.

Для вихря M_2 уравнение Максвелла имеет следующий вид:

$$-\bar{e}_0 \frac{dB_x^2}{dr} = \frac{4\pi}{c} \left\{ \frac{16}{3} K_T m_B q_x |k_A|^2 f^2(r) \left(\frac{\hbar}{m_B} \nabla \vartheta - \frac{q_x}{m_B c} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6 f^2(r)} \right) \bar{A}_0 \right) \right\}. \quad (33)$$

Из уравнения (33) следует следующее выражение скорости:

$$v_{2x} = \frac{\hbar}{m_B} \frac{1}{r} - \frac{q_x}{m_B c} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6 f^2(r)} \right) \bar{A}_0. \quad (34)$$

Отсюда следует, что квант циркуляции $\kappa_2 = 2\pi\hbar/m_B$. Отметим, что при $r \rightarrow \infty$ скорость v_{2x} и ток \bar{j}_x обращается в нуль для векторного потенциала $\bar{A}_0 = (2\hbar c \gamma(r)/q_x r) \bar{e}_0$, соответствующего потоку массивного поля $2\Phi_x$.

Рассмотрим теперь уравнения Г-Л для параметров порядка в "CFL"-фазе:

$$-2 K_T \left(\nabla - \frac{2}{3} \frac{i q_x \bar{A}_x}{\hbar c} \right)^2 \Phi + \bar{\alpha} \Phi + 2\beta_1 (|\Phi|^2 + |\chi|^2) \Phi + 2\beta_2 |\Phi|^2 \Phi = 0, \quad (35)$$

$$-2 K_T \left(\nabla + \frac{1}{3} \frac{i q_x \bar{A}_x}{\hbar c} \right)^2 \chi + \bar{\alpha} \chi + 2\beta_1 (|\Phi|^2 + |\chi|^2) \chi + \beta_2 |\chi|^2 \chi = 0. \quad (36)$$

Подставляя в уравнения (35) и (36) $\Phi(r) = |k_A| f(r) e^{i\vartheta}$, $\chi(r) = \sqrt{2} |k_A|$, $\beta_1 = \beta_2 = \beta$ получаем уравнения, описывающие полусверхтекучий вихрь M_1 :

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{df}{dr} \right) - f \left(\nabla \vartheta - \frac{2 q_x \bar{A}_0}{3 \hbar c} \right)^2 - \frac{\bar{\alpha} + 4\beta |k_A|^2}{2 K_T} f - \frac{2\beta}{K_T} |k_A|^2 f^3 = 0, \quad (37)$$

$$\bar{\alpha} + 2\beta |k_A|^2 f^2 + 6\beta |k_A|^2 = 0. \quad (38)$$

Как мы покажем ниже, область вблизи ствола вихря, в которой безразмерная функция $f(r)$ отлична от единицы, мала. Тогда из уравнения (38) следует, что $\bar{\alpha} = -8\beta |k_A|^2$. Подставляя это значение $\bar{\alpha}$ в уравнение (37), получаем

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{df}{dr} \right) - f \left(\nabla \vartheta - \frac{2 q_x \bar{A}_0}{3 \hbar c} \right)^2 + \frac{m_\Phi^2 c^2}{\hbar^2} f - \frac{m_\Phi^2 c^2}{\hbar^2} f^3 = 0, \quad (39)$$

где $m_\Phi = |k_A| (2\beta/K_T)^{1/2}$ - хиксовская масса, $\xi = \hbar/cm_\Phi$ - корреляционная длина. Мейсснеровская масса определяется следующим образом:

$$m_A^2 = \frac{8}{3} K_T q_x^2 |k_A|^2 \approx 2 K_T g^2 |k_A|^2. \quad (40)$$

Отметим, что эти выражения для масс совпадают с полученными в работе [40]. Для значений параметров $g=2.0$, $K_T=0.42$, $\beta=1.26$ и $|k_A|=100$ МэВ [37] получаем $\xi=0.76$ фм и $\lambda=1$ фм. Для этих значений корреляционных длин λ и ξ конденсат дикварков представляет собой сверхпроводник второго рода с параметром Г-Л $\kappa=1.32$.

Получим вихревое решение вблизи ствола вихря M_1 , т.е. при $r \rightarrow 0$. Тогда векторный потенциал $A_x(r) = B_x(0)r/2$ и уравнение (39) запишется в виде:

$$\frac{\xi^2}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{df}{dr} \right) - \xi^2 \left(\frac{1}{r} - \frac{2}{3} \frac{\pi B_x(0)r}{\Phi_x} \right)^2 f + f - f^3 = 0. \quad (41)$$

Решение этого уравнения имеет вид:

$$f(r) = c_1 r \left[1 - r^2 \left[\frac{1}{8\xi^2} + \frac{\pi B_x(0)}{6\Phi_x} \right] \right], \quad (42)$$

где постоянная $c_1 = 1/2\xi$ [41]. Нарастание функции $f(r)$ прекращается при $r = 2\xi$. Следовательно, асимптотическое выражение линейного натяжения вихря M_1 (10) отличается от истинного в небольшой области вблизи ствола вихря M_1 размером несколько фм, в то время, как мы увидим ниже, значение внешнего радиуса вихря порядка 10^{-3} см.

Подставляя в уравнения (35) и (36) $\Phi(r) = |k_A| f(r) e^{2i\theta}$, $\chi(r) = \sqrt{2}|k_A|$, $\beta_1 = \beta_2 = \beta$, находим уравнение для параметра порядка полусверхтекучего вихря M_2 :

$$\frac{\xi^2}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{df}{dr} \right) - 4\xi^2 \left(\nabla\theta - \frac{1}{3} \frac{q_x \bar{A}_x}{c\hbar} \right)^2 f + f - f^3 = 0. \quad (43)$$

Уравнение же (38) не изменится. Используя выражение векторного потенциала вблизи ствола вихря $A_x(r) = B_x(0)r/2$, запишем уравнение (43) в виде:

$$\frac{\xi^2}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{df}{dr} \right) - 4\xi^2 \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{3} \frac{\pi B_x(0)r}{\Phi_x} \right)^2 f + f - f^3 = 0. \quad (44)$$

Решение этого уравнения есть

$$f(r) = c_2 r^2 \left[1 - r^2 \left[\frac{1}{12\xi^2} + \frac{2\pi B_x(0)}{9\Phi_x} \right] \right]. \quad (45)$$

Для определения векторного потенциала \bar{A}_x вихря M_1 представим уравнение (29) в виде:

$$\frac{d^2 \gamma}{dr^2} - \frac{1}{r} \frac{d\gamma}{dr} - \lambda^{-2} \left(\frac{2f^2 + 1}{3} \right) \gamma + \lambda^{-2} f^2 = 0. \quad (46)$$

Решение этого уравнения вблизи центра вихря M_1 ищем в виде:

$$\gamma(r) = \frac{q_x B_x(0) r^2}{\hbar c} = c_3 \frac{r^2}{2}. \quad (47)$$

Подставляя в уравнение (46) $f(r) = r/2\xi$, получаем $c_3 = 3/2\xi^2$. Соответствующее значение массивного поля в центре вихря M_1 равно

$$B_x(0) = \frac{3\Phi_x}{4\pi\xi^2} = 0.92 \cdot 10^{18} \text{ Гс}. \quad (48)$$

Такое же значение поля в центре вихря M_1 получается в результате численного интегрирования уравнений (39) и (46). Заметим, что верхнее критическое

поле разрушения сверхпроводимости $-H_{c2} = \Phi_x / 2\pi\xi^2 = 1.05 \cdot 10^{18}$ Гс.

5. *Возникновение вихревой структуры в кварковом ядре.* Сверхтекучие $U(1)_B$ -вихри и полусверхтекучие вихри M_1 и M_2 могут появиться в кварковом ядре из-за вращения звезды. Критическая угловая скорость возникновения сверхтекучего $U(1)_B$ -вихря равна [33]:

$$\omega_{c1}^B = \frac{3\hbar}{2m_B R_q^2} \ln \frac{R_q}{\xi}, \quad (49)$$

где R_q - радиус кваркового ядра. Для определения критической угловой скорости возникновения полусверхтекучего вихря M_1 ω'_{c1} найдем его момент импульса L_{1S} :

$$L_{1S} = \int_0^{2\pi} d\vartheta \int_{\xi}^{R_q} m_B n_{S1} v_{1S} r dr = \frac{8}{3} \pi K_T m_B |k_A|^2 \hbar R_q^2. \quad (50)$$

Далее из условия $E_{1S} - \omega'_{c1} L_{1S} = 0$ находим ω'_{c1} :

$$\omega'_{c1} = \frac{\hbar}{2m_B R_q^2} \ln \frac{R_q}{\xi}. \quad (51)$$

Момент импульса L_{2S} полусверхтекучего вихря M_2 определяется так:

$$L_{2S} = \int_0^{2\pi} d\vartheta \int_{\xi}^{R_q} m_B n_{S2} v_{2S} r dr = \frac{16}{3} \pi K_T m_B |k_A|^2 \hbar R_q^2. \quad (52)$$

Критическую угловую скорость возникновения ω'_{c1} полусверхтекучего вихря M_2 находим из условия $E_{2S} - \omega'_{c1} L_{2S} = 0$:

$$\omega'_{c1} = \frac{\hbar}{m_B R_q^2} \ln \frac{R_q}{\xi}. \quad (53)$$

Следовательно, при вращении звезды в "CFL"-фазе для значений угловой скорости $\omega > \omega'_{c1}$ возникает решетка полусверхтекучих вихрей M_1 . Эта решетка будет стабильной, потому что между полусверхтекучими вихрями M_1 действуют дальнедействующие силы отталкивания [38]. Для определения их плотности n , найдем циркуляцию сверхтекучей скорости v_{1S} по контуру L , проходящему по границе кваркового ядра:

$$\oint_L \vec{v}_{1S} d\vec{l} = \int_S \text{rot} \vec{v}_{1S} d\vec{S} = 2\omega \pi R_q^2 = \kappa_1 N_q, \quad (54)$$

где N_q - полное число вихрей M_1 . Отсюда для плотности вихрей n , имеем $n_v = 2\omega/\kappa_1$.

Возникшие при вращении звезды в "CFL"-фазе сверхтекучие $U(1)_B$ -вихри нестабильны, потому что они топологически эквивалентны трем вихрям M_1 , их энергия E_q и критическая угловая скорость ω_{c1}^B , соответственно в 9 и в 3 раза больше энергии E_{1S} и угловой скорости ω'_{c1} , и между вихрями M_1 действуют дальнедействующие силы отталкивания. Следовательно, сверх-

текущие $U(1)_B$ -вихри распадутся на 3 полусверхтекучих вихря M_1 . Соответственно, появившиеся при вращении в "CFL"-фазе полусверхтекучие вихри M_2 распадутся на два вихря M_1 .

При вращении звезды в адронной фазе для значений $\omega > \omega'_{c1} = (\hbar/2m_B R_n^2) \ln(R_n/\xi)$ возникает решетка сверхтекучих нейтронных вихрей с квантами циркуляции $\kappa_n = \pi\hbar/m_B$ и с плотностью $n_n = 2\omega/\kappa_n$. Принимая радиус адронного ядра $R_n = 5 \cdot 10^5$ см и длину когерентности нейтронов $\xi_n = 3.1 \cdot 10^{-12}$ см имеем $\omega'_{c1} = 1.3 \cdot 10^{-14}$ с⁻¹. Вычисляя критическую угловую скорость возникновения полусверхтекучих вихрей M_1 по формуле (51), получаем для значения радиуса кваркового ядра $R_q = 10^5$ см, $\omega'_{c1} = 1.3 \cdot 10^{-12}$ с⁻¹. Поскольку угловые скорости вращения пульсаров намного превосходят критическую угловую скорость ω'_{c1} , то в пульсарах с кварковым ядром возникнет решетка полусверхтекучих вихрей M_1 с плотностью $n_v = 10^3 \omega$ см⁻². Так как кванты циркуляции и плотности обоих вихрей равны, то эти полусверхтекучие вихри соединятся на границе адронной и "CFL"-фаз с нейтронными сверхтекучими вихрями. При этом химический потенциал барионов будет непрерывен на границе. Заметим, что нейтронные сверхтекучие вихри и кварковые полусверхтекучие вихри M_1 образуют треугольные решетки с постоянной $d = (\pi\hbar/\sqrt{3} m_B \omega)^{1/2}$. Значения d для пульсаров порядка 10^3 см.

Как уже отмечалось выше, в адронной фазе из-за эффекта увлечения внутри каждого нейтронного вихря возникает кластер протонных вихрей радиусом $\delta_n = 10^{-5}$ см, содержащий порядка 10^{12} вихрей. Средняя магнитная индукция кластера порядка 10^{14} Гс [14,16]. Из-за сохранения потока магнитного поля кластер протонных вихрей создаст вокруг первоначального полусверхтекучего вихря M_1 радиусом $R = 10^{-3}$ см новые полусверхтекучие вихри M_1 радиусом $\lambda_p = 10^{-11}$ см, причем два протонных вихря с потоком Φ_0 соединятся на границе адронной и "CFL"-фаз с одним новым полусверхтекучим

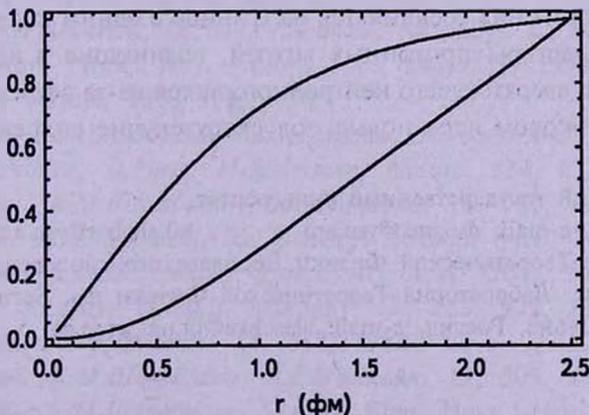


Рис.1. Зависимость безразмерных функций $f(r)$ и $\gamma(r)$ от расстояния r от центра вихря M_1 . Верхняя кривая соответствует функции $f(r)$, а нижняя кривая - функции $\gamma(r)$.

вихрем M_1 . Результаты численного интегрирования (39), (46) и (43), (46) представлены соответственно на рис.1 и 2.

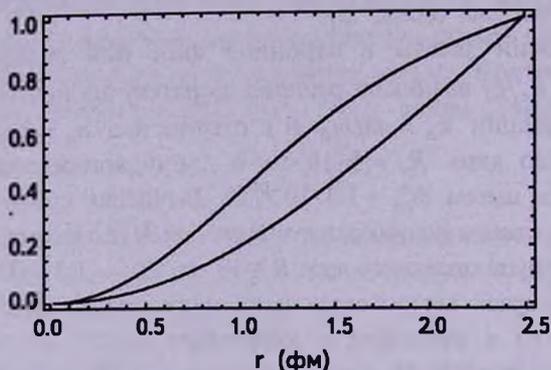


Рис.2. Зависимость безразмерных функций $l(r)$ и $\gamma(r)$ от расстояния r от центра вихря M_2 . Верхняя кривая соответствует функции $l(r)$, а нижняя кривая - функции $\gamma(r)$.

6. Заключение. Мы получили уравнения Г-Л для магнитного и глюомагнитного калибровочных полей неабелевых полусверхтекучих вихревых нитей в цветовом сверхпроводящем ядре нейтронной звезды, содержащем "CFL"- конденсат дикварков. Мы определили асимптотические значения энергий этих вихревых нитей и критические угловые скорости их возникновения из условий квантования. Мы классифицировали все возможные вихревые нити в "CFL"- фазе по их квантам циркуляции. Показано, что при вращении звезды в кварковом сверхпроводящем ядре возникает решетка полусверхтекучих вихревых нитей M_1 с наименьшим квантом циркуляции. Мы численно проинтегрировали уравнения для параметров порядка и векторных потенциалов вихрей M_1 и M_2 . В адронной же фазе возникает устойчивая решетка сверхтекучих нейтронных вихрей, причем каждый из них соединяется на границе с одним полусверхтекучим вихрем M_1 . Кластеры протонных вихрей, возникшие в адронной фазе вокруг каждого сверхтекучего нейтронного вихря из-за эффекта увлечения, создают в кварковом ядре новые полусверхтекучие вихревые нити M_1 .

¹ Ереванский государственный университет,
Армения, e-mail: dsedrak@ysu.am kshahabas@ysu.am

² Институт Теоретической Физики Вроцлавского университета, Вроцлав,
Польша и Лаборатория Теоретической Физики им. Боголюбова,
ОИЯИ, Дубна, Россия, e-mail: blaschke@ift.uni.wroc.pl

THE VORTEX STRUCTURE OF A NEUTRON STAR
WITH "CFL" QUARK CORED.M.SEDRAKIAN¹, K.M.SHAHABASYAN¹, D.BLASCHKE²,
M.K.SHAHABASYAN¹

The Ginzburg-Landau equations for magnetic and gluomagnetic gauge fields of the semi-superfluid strings in the color superconducting core of the neutron star with diquark "CFL" - condensate are derived. The simultaneous coupling of the diquark "CFL" - condensate to the magnetic and gluomagnetic gauge fields is taken into account. The asymptotic values of these strings energies are defined from quantization conditions. It is shown that the lattice of semi-superfluid strings with minimal quantum of circulation emerge in the superconducting quark core during rotation of the star. The magnetic field in the core of this string is of the order of 10^{18} Gs. The cluster of proton vortices, appeared in the hadronic phase around each superfluid neutron vortex due to entrainment effect, creates in the superconducting quark core new semi-superfluid strings with minimal quantum of circulation.

Key words: *stars:neutron:quark cores - semi-superfluid strings*

ЛИТЕРАТУРА

1. В.Л.Гинзбург, Д.А.Киржниц, Ж. Экспер. и Теор. Физ., 47, 2006, 1964.
2. G.Baum, C.Pethick, D.Pines, M.Ruderman, Nature, 224, 872, 1969.
3. P.W.Anderson, N.Itoh, Nature, 256, 25, 1975.
4. M.A.Alpar, P.W.Anderson, D.Pines, J.Shaham, Astrophys. J., 276, 325, 1984.
5. P.V.Jones, Mon. Notic. Roy. Astron. Soc., 246, 315, 1990.
6. M.Ruderman, Nature, 225, 619, 1970.
7. Д.М.Седракян, К.М.Шахабасян, М.В.Айрапетян, Астрофизика, 38, 257, 1995.
8. G.Baum, C.Pethick, D.Pines, M.Ruderman, Nature, 224, 673, 1969.
9. Д.М.Седракян, К.М.Шахабасян, Астрофизика, 16, 727, 1980.
10. Г.А.Варданян, Д.М.Седракян, Ж. Экспер. и теор. физ., 54, 919, 1981.
11. Д.М.Седракян, К.М.Шахабасян, Докл. АН Арм. ССР, 70, 28, 1980.
12. M.A.Alpar, S.A.Langer, J.Sauls, Astrophys. J., 282, 533, 1984.
13. Д.М.Седракян, Астрофизика, 18, 417, 1982.
14. Д.М.Седракян, К.М.Шахабасян, А.Г.Мовсесян, 19, 303, 1983.
15. Д.М.Седракян, К.М.Шахабасян, Успехи Физ. Наук, 161, 3, 1991.
16. A.D.Sedrakian, D.M.Sedrakian, J.M.Cordes, Y.Terzian, Astrophys. J., 447, 324, 1995.

17. *A.Ф.Андреев, Е.Р.Башкин, Ж. Экспер. и Теор. Физ.*, **69**, 317, 1975.
18. *D.Bailin, A.Love, Phys. Rep.*, **107**, 325, 1984.
19. *M.Alford, K.Rajagopal, F.Wilczek, Phys. Lett.*, **B422**, 247, 1998.
20. *R.Rapp, E.V.Shuryak, M.Velkovsky, Phys. Rev. Lett.*, **81**, 53, 1998.
21. *G.W.Carter, D.Diakonov, Phys. Rev.*, **D60**, 016004, 1999.
22. *D.Blaschke, C.D.Roberts, Nucl. Phys.*, **A642**, 197, 1998.
23. *M.Alford, K.Rajagopal, F.Wilczek, Nucl. Phys.*, **B537**, 443, 1999.
24. *T.Schäfer, F.Wilczek, Phys. Rev. Lett.*, **82**, 3956, 1999.
25. *T.Schäfer, Nucl. Phys.*, **B575**, 269, 2000.
26. *D.Blaschke, D.M.Sedrakian, K.M.Shahabasyan, Astron. Astrophys.*, **350**, L47, 1999.
27. *M.Alford, J.Berges, K.Rajagopal, Nucl. Phys.*, **B571**, 269, 2000.
28. *D.Blaschke, D.M.Sedrakian, nucl-th/0006038*, 2000.
29. *Д.М.Седракян, Д.Блашке, К.М.Шахабасян, Д.Н.Воскресенский, Астрофизика*, **44**, 443, 2001 (hep-ph/0012383).
30. *Д.М.Седракян, Д.Блашке, Астрофизика*, **45**, 203, 2002.
31. *K.Iida, G.Baум, Phys. Rev.*, **D63**, 074018, 2001.
32. *E.V.Gorbar, Phys. Rev.*, **D62**, 014007, 2000.
33. *K.Iida, G.Baум, Phys. Rev.*, **D66**, 014015, 2002.
34. *I.Giannakis, H.-C.Ren, Nucl. Phys.*, **B669**, 462, 2003.
35. *M.M.Forbes, A.R.Zhitnitsky, Phys. Rev.*, **D65**, 085009, 2002.
36. *K.Iida, Phys. Rev.*, **D71**, 054011, 2005.
37. *A.P.Balachandran, S.Digal, T.Matsuura, Phys. Rev.*, **D73**, 074009, 2006.
38. *E.Nakano, M.Nitta, T.Matsuura, hep-ph/0708.4096*, 2007.
39. *Д.М.Седракян, К.М.Шахабасян, М.К.Шахабасян, Астрофизика*, **50**, 87, 2007.
40. *T.Matsuura, K.Iida, T.Hatsuda, G.Baум, Phys. Rev.*, **D69**, 074012, 2004.
41. *M.Tinkham, Introduction to Superconductivity, McGraw-Hill, NY*, 1996.