

ОЦЕНКА ВЕРОЯТНОСТИ ОТКРЫТИЯ КОНТАКТНЫХ ТДЗ В СЛУЧАЕ ПОЛНОГО ПОТЕМНЕНИЯ ДИСКА ЗВЕЗДЫ К КРАЮ

О.В.Еретнова¹, М.А.Свечников², М.А.Эбель¹

Поступила 23 февраля 2007

Принята к печати 13 февраля 2008

Для контактных тесных двойных звезд ранних спектральных классов (типа КР) вычислены вероятности их открытия как затменных переменных в зависимости от массы главной компоненты, отношения масс и угла наклона орбиты. Рассматривается случай полного потемнения диска звезды к краю (гипотеза "D"). Проведено сравнение с результатами, полученными ранее для равномерно ярких дисков звезд (гипотеза "U"). Отличие оказалось невелико.

Ключевые слова: *(звезды:)двойные.тесные - двойные.вероятность открытия*

1. *Введение.* В [1] были вычислены вероятности открытия разделенных тесных двойных звезд, обе компоненты которых принадлежат Главной последовательности, как затменных переменных в случае полного потемнения диска звезды к краю (гипотеза "D"). Оказалось, что вычисленные вероятности не очень существенно отличаются от вероятностей, полученных ранее для случая равномерно ярких дисков звезд (гипотеза "U") [2]. Однако среди тесных двойных звезд (ТДЗ) существуют системы других типов, которые по своим свойствам отличаются от разделенных звезд Главной последовательности. Поэтому представляет интерес исследовать влияние закона потемнения звезды к краю на вероятность их открытия. В данной статье рассматриваются контактные системы ранних спектральных классов (типа КР согласно классификации Свечникова [3]). У них спектр более массивной компоненты не позднее F0, периоды превышают $0^d.5$. Спутники лежат на диаграмме Герцшпрунга-Рессела либо на Главной последовательности, либо несколько выше. Ранее [4] для данных систем была вычислена вероятность открытия в случае гипотезы "U". Компоненты контактных систем из-за приливного взаимодействия не являются шаровыми звездами, поэтому для них необходимо учитывать эффект эллипсоидальности компонент. Так как компоненты деформированы, возникает эффект гравитационного потемнения диска звезды, который необходимо учитывать совместно с краевым потемнением. Поскольку у контактных двойных звезд обе компоненты наполняют

свои внутренние критические поверхности (ВКП) или близки к ним по размерам, то величина большой полуоси орбиты A для них однозначно определяется значениями массы главной компоненты M_1 и отношением масс q . В результате вероятность открытия их как затменных переменных будет зависеть от трех параметров: M_1 , q и угла наклона орбиты i .

Закон потемнения диска звезды к краю в общем случае можно представить как $I = I_0(1 - x + x \cos \omega)$, где I_0 - яркость в центре диска, ω - угол между направлением из центра звезды на Землю и направлением из центра звезды на выбранный элемент ее поверхности, x - коэффициент потемнения к краю. Если $x = 1$, то $I = I_0 \cos \omega$ - случай полного потемнения диска к краю (гипотеза "D").

Полная вероятность открытия тесной двойной звезды как затменной переменной при сравнении двух фотографических пластинок, полученных в произвольные моменты времени t_1 и t_2 , равна $W = W_1 \cdot W_2$. Здесь W_1 - геометрическая вероятность открытия затменной переменной, т.е. вероятность того, что плоскость орбиты ТДЗ будет ориентирована по отношению к наблюдателю таким образом, чтобы имели место затмения глубиной, большей чем "порог обнаружения" Δm_{min} при фотографических наблюдениях. W_2 - вероятность обнаружения при сравнении двух фотографических пластинок переменности блеска двойной звезды с амплитудой главного минимума $A_1 \geq \Delta m_{min}$ при произвольном распределении фаз, соответствующих моментам t_1 и t_2 .

2. Геометрическая вероятность. Как и в [1,4], геометрическая вероятность открытия определяется как $W_1 = \delta_{zp} = (R_1 + R_2 \cdot p_{zp}) / A = r_1 + r_2 \cdot p_{zp}$, где δ_{zp} - граничное относительное расстояние между проекциями центров компонент на картинную плоскость, при котором глубина главного минимума будет равна $\Delta m_{min} = 0^m.25$, p_{zp} - соответствующая геометрическая глубина затмения, R_1 , R_2 и r_1 , r_2 - абсолютные и относительные радиусы компонент, соответственно.

Физический смысл геометрической глубины затмения p таков: если затмевается малая звезда, то p равно отношению расстояния от центра затмеваемой звезды до ближайшей точки затмеваемой звезды к радиусу затмеваемой звезды ($p = (\delta - r_1) / r_2$) [5]. В начале затмения, в момент первого контакта, $\delta = r_1 + r_2$ и $p = 1$. В начале же полной фазы затмения, когда происходит второй контакт и малая звезда полностью заходит за большую, $\delta = r_1 - r_2$ и $p = -1$. В момент, когда центры дисков звезд совпадают, $\delta = 0$ и $p = -r_1 / r_2 = -1/k$.

Так как обе компоненты КР-систем полностью заполняют свои ВКП, то, согласно [6], радиус главной компоненты

$$R_1 = 0.378 q^{-0.2084}, \quad (1)$$

а радиус спутника

$$R_2 = 0.377 q^{0.2743}. \quad (2)$$

Следовательно, геометрическая вероятность открытия для КР-систем

$$W_1 = 0.378 q^{-0.2084} + 0.377 p_{zp} q^{0.2743}. \quad (3)$$

Геометрическая глубина затмения p_{zp} является функцией от отношения радиусов компонент $k = R_2/R_1$ и фотометрической фазы затмения α : $p_{zp} = p(k, \alpha_{zp})$.

У КР-систем главному минимуму соответствует затмение типа М → Б (малая звезда затмевает большую). Так как величина W_1 определяется более глубоким минимумом, при вычислении геометрической глубины затмения будем рассматривать затмение типа М → Б.

Фотометрической фазой затмения называют отношение потери блеска в данный момент L_D к потере блеска в момент внутреннего касания дисков L_{DA} [5]:

$$\alpha = \frac{L_D}{L_{DA}} = \frac{\iint_{\Omega} I(\omega) d\sigma}{\iint_{\Omega_1} I(\omega) d\sigma}, \quad (4)$$

где Ω - область интегрирования, соответствующая затемненной части большой звезды при данном расстоянии между центрами δ , т.е. при данных p и k , Ω_1 - область интегрирования, распространенная по поверхности диска большой звезды, закрытой малой, I - яркость единицы поверхности диска звезды, а ω - угол между направлением из центра звезды на Землю и направлением из центра звезды на выбранный элемент ее поверхности $d\sigma$. Для случая полного потемнения диска звезды к краю

$$L_D = I_0 \iint_{\Omega} \cos\omega d\sigma \quad \text{и} \quad L_{DA} = I_0 \iint_{\Omega_1} \cos\omega d\sigma. \quad (5)$$

Как и в [1], обозначим наибольшую возможную фотометрическую фазу затмения при данном значении k через α_M ($\alpha_M > 1$). Она осуществляется при совпадении центров дисков звезд. Если обозначить через L_{DM} соответствующую этому расположению потерю блеска, то

$$\alpha_M = \frac{L_{DM}}{L_{DA}} \quad (6)$$

Деля (4) на (6), имеем

$$\frac{\alpha}{\alpha_M} = \frac{L_D}{L_{DM}} = \frac{L_D}{L_1} \cdot \frac{L_1}{L_{DM}}, \quad (7)$$

где L_1 - блеск большой звезды.

Как упоминалось ранее, $\Delta m_{min} = 0^m.25$, поэтому $L_D = 1 - L_{\varphi} = 0.2057$, где L_{φ} - блеск системы, соответствующий значению Δm_{min} .

Потеря блеска при совпадении центров дисков звезд L_{DM} и блеск большой звезды L_1 выражаются также интегралами (5). Только область интегрирования для L_{DM} соответствует поверхности диска большой звезды, закрытой малой, а для L_1 - всей поверхности диска большой звезды. Вычисляя данные интегралы в полярных координатах, имеем:

$$L_{DM} = \frac{2}{3} \pi I_0 r_1^2 \left(1 - (1 - k^2)^{3/2} \right); \quad L_1 = \frac{2}{3} \pi I_0 r_1^2.$$

Так как $\alpha_M = 1 + A(k)$, где $A(k)$ - функция, зависящая только от отношения радиусов звезд и табулированная для различных значений k в работе Цесевича [5], то, подставляя все в (7), получаем

$$\alpha_{\varphi} = \frac{0.2057(1 + A(k))}{L_1(1 - (1 - k^2)^{3/2})}. \quad (8)$$

Величину L_1 можно найти следующим образом. Рассмотрим отношение поверхностных яркостей J_1 и J_2 компонент (считая их излучение чернотельным)

$$\gamma = \frac{J_1}{J_2} = \frac{L_1}{L_2} \cdot \frac{R_2^2}{R_1^2} = \frac{e^{c_2/\lambda T_2} - 1}{e^{c_2/\lambda T_1} - 1},$$

где T_1, T_2 - эффективные температуры компонент ТДЗ; λ - длина волны, на которой наблюдается звезда; $c_2 = hc/k = 1.43883 \text{ см/град}$.

Главные компоненты КР-систем приблизительно удовлетворяют эмпирическому соотношению масса (M) - эффективная температура (T_{φ}) для звезд Главной последовательности. Для звезд, более ранних, чем спектральный класс M0 (т.е. практически для компонент всех наблюдаемых систем типа КР), из [7] имеем:

$$\log M = 1.504 \cdot \log T_{\varphi} - 5.598, \quad (9)$$

откуда $T_{1\varphi} = 5275 \cdot M^{0.665}$.

Спутники маломассивных КР-систем ($\log M_2 \leq 0.3$) обладают избытками светимости по сравнению со звездами Главной последовательности той же массы. Поэтому для них можно воспользоваться статистической зависимостью $T_{набл}/T_{м-сп}$ от M_2 , полученной по данным каталога [8] и приведенной на рис.1:

$$\log \frac{T_{набл}}{T_{м-сп}} = 0.101 - 0.462 \cdot \log M_2, \quad (10)$$

где $T_{набл}$ - наблюдаемая эффективная температура звезды, $T_{м-сп}$ - эффективная температура, которую имела бы звезда, если бы находилась на Главной последовательности.

Используя (9) и (10), для спутников маломассивных КР-систем можно получить $T_{2эф} = 6653 \cdot M_2^{0.203}$. Для спутников массивных систем

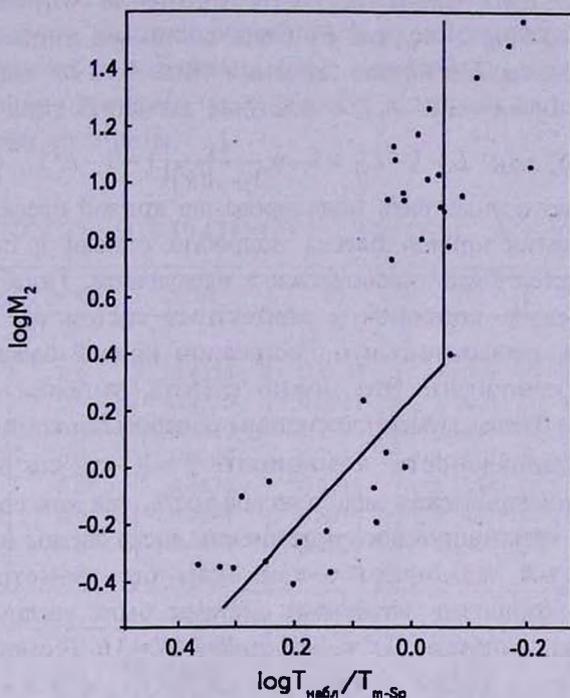


Рис.1. Статистическая зависимость $\log T_{набл} / T_{м-сп}$ от $\log M_2$ для спутников КР-систем.

можно приближенно воспользоваться соотношением $M - T_{эф}$ для звезд Главной последовательности, так как они, как правило, не обладают существенными избытками светимости.

Зная γ , легко найти L_1 из соотношений $L_1/L_2 = \gamma/k^2$ и $L_1 + L_2 = 1$ при различных значениях M_1 и M_2 : $L_1 = \gamma / (\gamma + k^2)$.

После нахождения α_{zp} , можно определить $p_{zp} = p(k, \alpha_{zp})$ (по таблицам Цесевича [5]), а затем, используя (3), не трудно найти геометрическую вероятность.

3. *Фотометрическая вероятность.* Для вероятности W_2 при сравнении одной пары пластинок, полученных в произвольные моменты t_1 и t_2 , которым соответствуют фазовые углы θ_1 и θ_2 , воспользуемся функцией, полученной Плаутом [9]:

$$F(\Delta m) = \begin{cases} 0, & \Delta m \leq 0^m.25, \\ -0.04 + 0.5\Delta m, & 0^m.25 \leq \Delta m \leq 1^m.7, \\ \approx 0.83, & \Delta m \geq 1^m.7. \end{cases} \quad (11)$$

где $\Delta m = |m(\theta_1) - m(\theta_2)|$ - разность звездных величин двойной системы в моменты времени t_1 и t_2 . Величина Δm при данных значениях θ_1

и θ_2 определяется формой кривой блеска и глубинами минимумов. Она зависит от физических параметров компонент системы и угла наклона орбиты: $\Delta m = \Delta m(M_1, q, i)$. Величина m определяется соотношением $m = -2.5 \log L + m_0$, где L - блеск системы в данный момент времени. Блеск системы L в случае затмения типа Б \rightarrow М выражается формулой $L = 1 - \alpha L_2 = 1 - \alpha(1 - L_1)$, а в случае затмения типа М \rightarrow Б, используя (7) и (8), как $L = 1 - L_D = 1 - \alpha \frac{L_1}{1 + A(k)} \left(1 - (1 - k^2)^{3/2}\right)$.

Далее необходимо осуществить моделирование кривой блеска звезды. Процесс моделирования кривой блеска подробно описан в статье [1]. Отличие для КР-систем будет заключаться в следующем. Поскольку из-за приливных эффектов компоненты контактных систем не являются шаровыми звездами, необходимо при построении кривой блеска учесть эллипсоидальность компонент. Это можно сделать, умножая ординату каждой точки кривой блеска затменной системы с шаровыми компонентами на фактор эллипсоидальности компонент $f = (1 - z_{fm} \cos^2 \theta)^{1/2}$, где $z_{fm} = Nz_{geom}$ - фотометрическая эллипсоидальность, так как совместное действие краевого и гравитационного потемнения диска звезды на кривую блеска вызывает тот же эффект, как если бы геометрическая эллипсоидальность компонент затменной системы была увеличена в N раз. Согласно [10], для гипотезы "D" коэффициент $N=3.6$. Геометрическая эллипсоидальность $z_{geom} = \varepsilon^2 \sin^2 i$, где $\varepsilon = (1 - b^2/a^2)^{1/2}$, a и b - малая и большая полуоси звезд, $b/a = 0.867 + 0.076q$, согласно [6]. Фактор эллипсоидальности учитывался и в геометрической вероятности при вычислении фотометрической фазы (8).

Найдя $m(\theta_1)$ и $m(\theta_2)$, можно вычислить $F(\Delta m) = F(\theta_1, \theta_2)$ по формуле (11). Величина W_2 определяется (при сравнении одной пары фотопластинок) по формуле:

$$W_2 = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} F(\theta_1, \theta_2) d\theta_1 d\theta_2. \quad (12)$$

Оценка W_2 выполнялась методом Монте-Карло. Для этого производилась выборка n независимых пар случайных чисел ξ_i, η_i , равномерно распределенных в интервале $[0; 2\pi]$. Интеграл в (12) оценивался как

$$W_2 = F < (\xi, \eta) > = \frac{1}{n} \sum_i F(\xi_i, \eta_i).$$

Объем выборки определяет точность оценки и должен быть достаточно большим. В нашей работе $n=5000$.

Переход от $W_2(1)$ (сравнение одной пары фотопластинок) к $W_2(4)$ (сравнение четырех независимых пар фотопластинок) осуществлялся согласно $W(4) = 1 - [1 - W(1)]^4$.

4. *Полная вероятность. Обсуждение результатов.* Найдя W_1 и W_2 , можно вычислить полную вероятность открытия тесных двойных систем типа КР как затменных переменных: $W = W_1 \cdot W_2$. Так как в данной работе искомая вероятность рассматривается как функция от массы главной компоненты (M_1), отношения масс компонент (q) и угла наклона орбиты (i), то в качестве исходных данных использовались следующие величины:

Таблица 1

ВЕРОЯТНОСТЬ ОТКРЫТИЯ КР-СИСТЕМ, W (x10). ГИПОТЕЗА "D"

$\log M_1$	$i = 40$	50	60	70	80	90
$q = 0.3$						
0.2	0.0	0.4253	0.8134	1.1558	1.3919	1.4413
0.4	0.0	0.4756	0.8031	1.1800	1.3669	1.4374
0.6	0.0	0.4870	0.7986	1.1447	1.3736	1.4329
0.8	0.0	0.4900	0.7954	1.1417	1.3786	1.4159
1.0	0.0	0.4834	0.8215	1.1423	1.3744	1.4321
1.2	0.0	0.4644	0.8214	1.1641	1.3726	1.4318
1.4	0.0	0.4577	0.8223	1.1719	1.3555	1.4317
1.6	0.0	0.4653	0.8080	1.1654	1.3737	1.4341
$q = 0.5$						
0.2	0.0	0.3739	0.7433	0.9575	1.0666	1.0833
0.4	0.0	0.4071	0.8393	1.1478	1.3301	1.3290
0.6	0.0	0.4113	0.8737	1.2146	1.4305	1.4493
0.8	0.0	0.4059	0.8221	1.0898	1.4150	1.2823
1.0	0.0	0.4131	0.7996	1.0330	1.2259	1.2543
1.2	0.0	0.3979	0.7573	1.0490	1.1892	1.2121
1.4	0.0	0.3895	0.7285	1.0276	1.1642	1.1965
1.6	0.0	0.3871	0.7369	0.9887	1.1873	1.1168
$q = 0.7$						
0.2	0.0	0.2940	0.6190	2.0075	2.7362	1.2398
0.4	0.0	0.3190	0.6955	1.1153	1.4673	1.5987
0.6	0.0	0.3194	0.6506	1.0574	1.3682	1.5008
0.8	0.0	0.3203	0.6559	1.0245	1.3196	1.4569
1.0	0.0	0.3028	0.6377	1.0072	1.2558	1.4137
1.2	0.0	0.3318	0.6462	0.9829	1.2960	1.3360
1.4	0.0	0.2976	0.6239	0.9900	1.2639	1.3715
1.6	0.0	0.2941	0.6268	0.9313	1.2669	1.3919
$q = 0.9$						
0.2	0.0	0.1901	0.5065	0.8208	1.1335	1.2823
0.4	0.0	0.2237	0.6473	1.0543	1.4493	1.6542
0.6	0.0	0.2011	0.5433	0.8875	1.2589	1.4738
0.8	0.0	0.2110	0.5390	0.9133	1.2753	1.4146
1.0	0.0	0.2003	0.5340	0.8826	1.2960	1.4936
1.2	0.0	0.1899	0.5255	0.8847	1.2868	1.4420
1.4	0.0	0.2092	0.5310	0.9010	1.2992	1.4794
1.6	0.0	0.2008	0.5454	0.8946	1.3003	1.4243

1. отношение масс компонент: $q = 0.3, 0.5, \dots, 0.9$;
2. логарифм массы главной компоненты: $\log M_1 = 0.2, 0.4, \dots, 1.6$;
3. угол наклона орбиты: $i = 50^\circ, 60^\circ, \dots, 90^\circ$.

Масса главной компоненты и большая полуось орбиты измеряются в солнечных единицах.

Полученные результаты представлены в табл.1. Как видно из таблицы, полные вероятности открытия КР-систем слабо зависят от массы главной компоненты M_1 и отношения масс q . Зависимость вероятностей от угла наклона орбиты i представлена на рис.2. С ростом

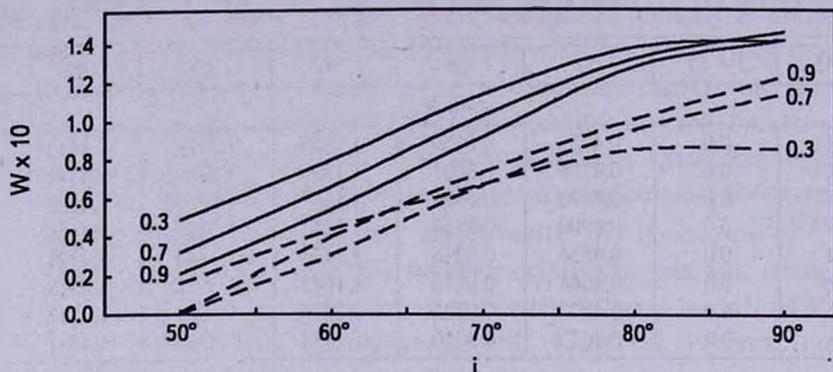


Рис.2. Сравнение вероятностей W открытия КР-систем как затменных переменных в зависимости от угла наклона орбиты i и отношения масс q при $\log M_1 = 0.8$ для "D" гипотезы (сплошная линия) и для "U" гипотезы (пунктирная линия). Цифры у кривых указывают соответствующие отношения масс.

i вероятности открытия увеличиваются, а при $i \geq 80^\circ$ становятся практически постоянными. Это можно объяснить тем, что при $i \geq 80^\circ$ затмения в главном минимуме становятся полными, и дальнейшее увеличение i не может существенно повлиять на глубину главного минимума, а, следовательно, и на вероятность открытия. Также на рис.2 приведено сравнение полной вероятности открытия КР-систем для "U" и "D" гипотез. Из рисунка следует, что полная вероятность открытия ТДЗ данного типа для "D" гипотезы больше, чем для "U", но отличие не слишком велико. Это объясняется следующим: 1) Для наблюдения затмения необходимо, чтобы диски звезд перекрывались настолько, чтобы разность в блеске компонент была равна порогу обнаружения. В нашем случае диски звезд неравномерно яркие, причем изменение яркости диска звезды обусловлено двумя причинами. Во-первых, краевым потемнением, которое должно вести к уменьшению геометрической вероятности открытия, так как доля затмеваемой поверхности для достижения порога обнаружения в этом случае должна быть больше, чем в гипотезе "U". Во-вторых, из-за наличия эффекта эллипсоидальности

возникает гравитационное потемнение диска. На поверхности деформированной звезды сила тяжести больше у полюсов, а меньше на экваторе. Поэтому на полюсах может появиться не потемнение, а повышение яркости, что приведет к увеличению геометрической вероятности. 2) Фотометрическая вероятность определяется формой кривой блеска и разностью глубин минимумов, которые отличаются для "U" и "D" гипотез. Так, в главном минимуме у КР-систем затмение типа М → Б, поэтому в случае "D" гипотезы после второго контакта блеск системы продолжает уменьшаться, и глубина минимума будет больше, чем для "U" гипотезы. А это ведет к увеличению фотометрической вероятности открытия.

Результаты данной статьи и статьи [1] позволяют сделать вывод, что учет потемнения диска звезды к краю не оказывает существенного влияния на величину вероятностей открытия ТДЗ различных типов как затменных переменных звезд, хотя для контактных систем вероятности отличаются сильнее. Также надо отметить, что метод оценки вероятности в случае гипотезы "U" гораздо более прост и менее трудоемок.

¹ Челябинский государственный университет,
Россия, e-mail: eretnova@csu.ru, ebelma@mail.ru

² Уральский государственный университет им. М.Горького,
Россия

ESTIMATING OF THE DISCOVERY PROBABILITIES FOR CONTACT CBS IN CASE OF TOTAL LIMB DARKENING

O.V.ERETNOVA¹, M.A.SVECHNIKOV², M.A.EBEL¹

The probabilities of discovering contact close binary stars of early spectral types (CE-systems) as eclipsing variable depending on the values M_1 , q and i are calculated. The case of total limb darkening (the hypothesis "D") is described. This is compared with earlier results for uniformly bright stellar disks (hypothesis "U"). The difference is not great.

Key words: (stars:)binaries:close - binaries:probabilities of discovery

ЛИТЕРАТУРА

1. *О.В.Еретнова, М.А.Свечников, М.А.Эбель*, *Астрофизика*, **49**, 151, 2006.
2. *М.А.Свечников, О.В.Еретнова*, *Астрономо-геодезические исследования*, Екатеринбург, **75**, 1991.
3. *М.А.Свечников*, *Каталог орбитальных элементов, масс и светимостей тесных двойных звезд*, Свердловск, 1969.
4. *О.В.Еретнова, М.А.Свечников*, *Астрономо-геодезические исследования*, Екатеринбург, **115**, 1995.
5. *В.П.Цесевич*, *Методы исследования затменных переменных звезд*, ОГИЗ: Гостехгеориздат, М.-Л., **3**, 1947.
6. *M.Plavec, P.Kratochvil*, *Bull. Astron. Inst. Czechosl.*, **15**, № 5, 165, 1964.
7. *С.Ю.Горда, М.А.Свечников*, *Астрон. ж.*, **76**, №8, 598, 1999.
8. *М.А.Свечников*, *Каталог орбитальных элементов, масс и светимостей тесных двойных звезд*, Изд. УрГУ, Иркутск, с.226, 1986.
9. *L.Pluut*, *Bull. Astron. Inst. Netherlands. Suppl. Ser.*, **1**, № 3, 105, 1966.
10. *Затменные переменные звезды*. Под ред. В.П.Цесевича., Наука, М., **352**, 1971.