О ФЛУКТУАЦИОННОМ МЕХАНИЗМЕ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ПРОТОННЫХ ВИХРЕЙ В СВЕРХТЕКУЧЕМ ЯДРЕ НЕЙТРОННОЙ ЗВЕЗДЫ

К.М.ШАХАБАСЯН, М.К.ШАХАБАСЯН

Поступила 3 августа 2007

Принята к печати 14 ноября 2007

Рассчитан термодинамический потенциал Гиббса протонного вихря, взаимодействующего с параллельной ему нормальной сердцевинной нейтронной вихря радиуса $r \ll \lambda$ (λ - глубина проникновения) и с внешней границей нейтронного вихря радиуса b . Показано, что при этом предположении энергетически выгодным оказывается захват сердцевинной только одного вихря. Найдена сила, действующая на протонный вихрь со стороны тока увлечения и направленная всегда к сердцевине. Соответствующая сила для протонного антивихря направлена к внешней границе нейтронного вихря. Получено решение уравнения Гинзбурга-Ландау для системы вихрь-антивихрь и рассчитан потенциал Гиббса для нее. Показано, что на большом удалении от сердцевинной возможно флуктуационное образование пары вихрь-антивихрь. Под действием тока увлечения антивихрь уходит наружу, а вихрь остается в пределах нейтронного вихря. Показано, что наилучшие условия для флуктуационного образования пары и последующего ее разделения имеются у внешней границы. Показано, что возникновение новых протонных вихрей возможно только в области, где напряженность магнитного поля увлечения $H(\rho) > H_{C1}$ (H_{C1} - нижнее критическое поле).

Ключевые слова: *звезды: нейтронные: сверхтекучее ядро*

1. *Введение.* Как известно [1], из-за эффекта увлечения сверхпроводящих протонов сверхтекучими нейтронами в сверхтекучем ядре ("пре"-фаза) нейтронной звезды нейтронные вихревые нити размерами $b \gg \lambda$ приобретают магнитный поток $\Phi_1 = k \Phi_0$, где $\Phi_0 = \pi \hbar c / e$ квант магнитного потока, k - коэффициент увлечения. Кроме того, ток увлечения приводит к появлению напряженности магнитного поля $H(\rho)$, которая, в свою очередь, в стационарном состоянии генерирует новые протонные нити с потоком Φ_0 [2,3].

В работе [4] была найдена неустойчивость состояния нейтронного вихря с потоком Φ_1 относительно флуктуаций "вихревого вакуума". При флуктуациях расстояния между вихрем и антивихрем d порядка и больше λ энергетически выгодным становится переход из состояния "вихревого вакуума" к состоянию системы протонных вихрей в области, где $H(\rho) > H_{C1}$ (H_{C1} - нижнее критическое магнитное поле). Возможным механизмом такого перехода может быть флуктуационное рождение пары вихрь-антивихрь и их разделение током увлечения. Такой механизм был

рассмотрен в работе [5] для объяснения "гигантского" термоэлектрического эффекта в сверхпроводниках [6].

Однако в работе [4] для исследования проблемы использовалось решение уравнения Гинзбурга-Ландау (ГЛ) [7], обращающееся в нуль на бесконечности, в то время как напряженность магнитного поля H обращается в нуль на границе нейтронного вихря b . Мы используем ниже полученное нами решение этого уравнения, обращающееся в нуль на границе нейтронного вихря. Это решение позволит нам учесть взаимодействие пары вихрь-антивихрь с границей нейтронного вихря.

Предположим нормальную сердцевину нейтронного вихря как бесконечный прямой круглый канал радиуса $r = \xi_2$ в "пре"-фазе, заполненный нормальными нейтронами и протонами. Рассмотрим параллельный сердцевине нейтронного вихря сверхпроводящий протонный вихрь на расстоянии $\rho_0 < b$ от центра. Заметим, что поскольку в нормальной сердцевине $H(\rho) > H_{C1}$ [8], то в ней нормальны не только нейтроны, но и протоны, которые в основном массиве "пре"-фазы являются сверхпроводником второго рода с постоянной теории ГЛ $\kappa \gg 1$ [8,9].

В основном массиве "пре"-фазы длина когерентности нейтронов ξ_2 намного больше длины когерентности протонов ξ_1 [9,10], а глубина проникновения магнитного поля $\lambda(T) \gg \xi_2$. Таким образом, радиус нормальной сердцевины удовлетворяет неравенству $\kappa^{-1} \ll r \ll 1$. Здесь и ниже используются относительные единицы теории ГЛ: единица длины - это $\lambda(T)$, единица напряженности магнитного поля равна $\sqrt{2} H_{cm}$, где H_{cm} - термодинамическое критическое магнитное поле. При таком выборе системы единиц $\Phi_0 = 2\pi/\kappa$. Величина поля в сердцевине нейтронного вихря $H_0 \ll H_{C2}$ [8], а на границе нейтронного вихря $H(b) = 0$. Напишем уравнение ГЛ для индукции $\vec{B}$ в виде:

$$\begin{aligned} \vec{\nabla}(\vec{\rho}) + \text{rot rot } B(\vec{\rho}) &= \frac{2\pi}{\kappa} \vec{e} \delta(\vec{\rho} - \vec{\rho}_0), \\ B|_S &= H_0, \quad B|_\Sigma = 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь S - поверхность сердцевины радиуса r , Σ - наружная поверхность радиуса b , $\vec{e}$ - единичный вектор, направленный вдоль вихря, $\vec{\rho}_0$ - двумерный радиус-вектор центра протонного вихря.

2. *Магнитное поле системы.* Перейдем к цилиндрическим координатам ρ, φ с центром на оси сердцевины. Полная магнитная индукция сверхпроводника второго рода может быть представлена в виде:

$$B(\rho, \varphi) = B_1(\rho) + B_2(\rho, \varphi), \quad (2)$$

где $B_1(\rho)$ - индукция мейсснеровских токов, удовлетворяющая следующему уравнению со следующими граничными условиями:

$$\frac{\partial^2 B_1}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial B_1}{\partial \rho} - B_1 = 0, \quad (3)$$

$$B_1(r) = H_0, \quad B_1(b) = 0,$$

а $B_2(\rho, \varphi)$ - индукция, создаваемая протонным вихрем и определяемая нижеследующим уравнением с соответствующими граничными условиями:

$$\frac{\partial^2 B_2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial B_2}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 B_2}{\partial \varphi^2} - B_2 = -\frac{2\pi}{\kappa \rho} \delta(\varphi) \delta(\rho - \rho_0), \quad (4)$$

$$B_2(r, \varphi) = 0, \quad B_2(b, \varphi) = 0,$$

Тогда решение (2) уравнения (1) имеет следующий вид:

$$B(\rho, \varphi) = \frac{H_0}{D_0} [K_0(b)I_0(\rho) - I_0(b)K_0(\rho)] + \sum_{m=-\infty}^{+\infty} B_m(\rho) e^{im\varphi}, \quad (5)$$

где функции $B_m(\rho)$ определяются следующим образом:

$$B_m(\rho) = \frac{D_{3m}(\rho_0)}{\kappa D_{4m}} [K_m(r)I_m(\rho) - I_m(r)K_m(\rho)], \quad r \leq \rho \leq \rho_0,$$

$$B_m(\rho) = \frac{D_{5m}(\rho_0)}{\kappa D_{4m}} [K_m(b)I_m(\rho) - I_m(b)K_m(\rho)], \quad \rho_0 \leq \rho \leq b. \quad (6)$$

Здесь коэффициенты выражаются через модифицированные функции Бесселя $I_m(\rho)$ и функции Макдональда $K_m(\rho)$ так:

$$D_{3m}(\rho_0) = K_m(b)I_m(\rho_0) - I_m(b)K_m(\rho_0),$$

$$D_{4m} = I_m(r)K_m(b) - I_m(b)K_m(r), \quad D_0 = D_{40}, \quad (7)$$

$$D_{5m}(\rho_0) = K_m(r)I_m(\rho_0) - I_m(r)K_m(\rho_0).$$

Здесь ρ_0 , 0 и ρ, φ - соответственно цилиндрические координаты вихря и точки, в которых определяется магнитное поле. Отметим, что первое слагаемое в (5) представляет индукцию мейсснеровских токов, а второе - индукцию, создаваемую протонным вихрем.

Для определения величины магнитного поля H_0 в сердцевине нужно использовать условие квантования магнитного потока и второе уравнение ГЛ, которое в условиях "пре"-фазы ($\kappa \gg 1$, $H_0 \ll H_{C2}$), имеет следующий вид:

$$\text{rot } \bar{B} = \frac{1}{\kappa} \nabla \theta - \bar{A} + \frac{k}{\kappa \rho} \bar{e}_\varphi, \quad (8)$$

где θ - фаза волновой функции сверхпроводящих протонов, $\bar{A}$ - векторный потенциал, $\bar{e}_\varphi$ - азимутальный орт. Последнее слагаемое в (8) представляет собой ток увлечения протонов нейтронами. Интегрируя уравнение (8) по контуру сердцевины, получаем

$$r \int_0^{2\pi} \text{rot}_\varphi \bar{B}(r) d\varphi = \frac{2\pi}{\kappa} (n+k) - \pi r^2 H_0. \quad (9)$$

Подставляя решение (5) в уравнение (9) и интегрируя, получаем

$$H_0 = \frac{2}{\kappa r^2} \left[(n+k) \frac{D_{40}}{D_1} + \frac{D_{30}(\rho_0)}{D_1} \right], \quad (10)$$

где коэффициенты D_1 и D_2 определяются следующим образом:

$$D_1 = I_2(r)K_0(b) - K_2(r)I_0(b), \quad D_2 = K_0(b)I_1(r) + I_0(b)K_1(r). \quad (11)$$

Первое слагаемое (10) - это поле, создаваемое n - квантами магнитного потока, захваченного сердцевинной. Второе слагаемое (10) - собственное поле нейтронного вихря. Это поле создается в сердцевине вихря током увлечения и оно не квантуется. Третье слагаемое (10) представляет поле в сердцевине, создаваемое протонной вихревой нитью. При $\kappa^{-1} \ll r < \rho_0 < b < 1$ имеем:

$$\frac{D_{40}}{D_1} = \frac{K_0(r)}{K_2(r)}, \quad \frac{D_{30}(\rho_0)}{D_1} = \frac{K_0(\rho_0)}{K_2(r)}, \quad \frac{D_2}{D_{40}} = -\frac{K_1(r)}{K_0(r)}, \quad \frac{D_{30}(\rho_0)}{D_{40}} = \frac{K_0(\rho_0)}{K_0(r)}. \quad (12)$$

Учитывая, что при $r \ll 1$, $K_2(r) \sim 2r^{-2}$ окончательно получим:

$$H_0 = \frac{k}{\kappa} K_0(r) + \frac{n}{\kappa} K_0(r) + \frac{1}{\kappa} K_0(\rho_0). \quad (13)$$

При приближении протонной нити к сердцевине, поле H_0 непрерывно увеличивается. В тот момент, когда $\rho_0 = r$, протонная нить исчезнет, связанные с нею токи совпадут с токами, обтекающими сердцевину, и, следовательно, H_0 станет равным $(n+1+k)K_0(r)/\kappa$. Таким образом, сердцевина захватывает еще один квант магнитного потока. Отметим, что выражение поля (13) было получено в работе [4].

Используя разложения модифицированных функций Бесселя при больших значениях аргументов ($r \gg \lambda$, $\rho_0 \gg \lambda$, $b \gg \lambda$), получим для H_0 следующее выражение (в размерных единицах):

$$H_0 = \frac{\Phi_0}{\pi r^2} \left[(n+k) + \sqrt{\frac{r}{\rho_0}} \exp\left(-\frac{\rho_0 - r}{\lambda}\right) \right]. \quad (14)$$

Это выражение отличается от полученного в работе [5] предэкспоненциальным множителем. Отметим, что выражение (13) соответствует типичным условиям в ядре нейтронной звезды.

3. *Термодинамический потенциал Гиббса одиночного протонного вихря.* Следуя работе [4], запишем термодинамический потенциал Гиббса сверхпроводящей системы во внешнем магнитном поле $H(\rho)$ в виде:

$$G = \int_V \left[\bar{B}^2 + (\text{rot } \bar{B})^2 \right] dV - 2 \int_V \bar{B} \bar{H} dV. \quad (15)$$

Первый интеграл в (15) - это свободная энергия системы Z . Следуя работам [7,11] и подставляя в (15) решения (5), (6) и (10), получим следующее выражение свободной энергии Z :

$$\mathfrak{Z} = -\frac{2\pi r H_0^2 D_2}{D_{40}} + \frac{2\pi}{\kappa} B_2(\rho_0 - \kappa^{-1}, 0), \quad (16)$$

где

$$B_2(\rho_0 - \kappa^{-1}, 0) = \frac{1}{\kappa} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{D_{3m}(\rho_0)}{D_{4m}} [K_m(r) I_m(\rho_0 - \kappa^{-1}) - I_m(r) K_m(\rho_0 - \kappa^{-1})]. \quad (17)$$

Тогда в пределе $\kappa^{-1} \ll r < \rho_0 < b < 1$ выражение для свободной энергии запишется в виде:

$$\mathfrak{Z} = \mathfrak{Z}_0 + \frac{4\pi}{\kappa^2} \left[\frac{1}{2} \ln \left(1 - \frac{r^2}{\rho_0^2} \right) + \frac{1}{2} \ln \left(1 - \frac{\rho_0^2}{b^2} \right) + (n+k) K_0(\rho_0) - \frac{I_0^2(\rho_0) K_0(b)}{I_0(b)} \right], \quad (18)$$

$$\mathfrak{Z}_0 = \frac{4\pi}{\kappa} \left[H_{C1} + \frac{(n+k)^2}{2\kappa} K_0(r) \right]. \quad (19)$$

Здесь $\mathfrak{Z}_0$ - часть свободной энергии системы, которая представляет собой сумму собственных энергий протонной вихревой нити и сердцевины с магнитным потоком $(n+k)\Phi_0$. Первое слагаемое в (18) дает энергию притяжения между протонной нитью и ее зеркальным изображением относительно поверхности сердцевины, второе слагаемое - это энергия притяжения между нитью и ее зеркальным изображением относительно наружной поверхности радиуса b , третье - энергия взаимодействия нити с сердцевинной. Для случая $\kappa^{-1} \ll r \ll 1$, $1 \ll \rho_0 \ll b$, эта формула переходит в формулу (12) работы [4]. В формуле (19) использовано известное выражение для первого критического поля H_{C1} при $\kappa \gg 1$: $H_{C1} = (2\kappa)^{-1} \ln \kappa$.

Вычислим второй интеграл в формуле (15). Используя для этого следующее выражение для напряженности магнитного поля увлечения [2]:

$$H(\rho) = (k/\kappa) \ln(b/\rho), \quad (20)$$

получаем:

$$-2 \int_V \mathbf{B} H dV = \frac{4\pi k}{\kappa} H_0 \left[\frac{D_2 r}{D_{40}} \ln \frac{b}{r} + 1 \right] + \frac{4\pi k}{\kappa^2} \left[\frac{D_{30}(\rho_0)}{D_{40}} \ln \frac{b}{r} - \ln \frac{b}{\rho_0} \right]. \quad (21)$$

Учитывая, что в пределе $\kappa^{-1} \ll r < \rho_0 < b < 1$, $I_0(r) \sim 1$, $I_0(\rho_0) \sim 1$, $I_0(b) \sim 1$, и используя формулы (12), (18) и (21), запишем потенциал Гиббса системы (15) в виде $G = G(n+k) + G(\rho_0)$, где $G(n+k)$ - термодинамический потенциал системы без вихря, определяемый формулой (16) работы [4], а $G(\rho_0)$ - часть потенциала Гиббса, связанная с протонным вихрем:

$$G(\rho_0) = \frac{4\pi}{\kappa^2} \left[\frac{1}{2} \ln \kappa + \frac{1}{2} \ln \left(1 - \frac{r^2}{\rho_0^2} \right) + \frac{1}{2} \ln \left(1 - \frac{\rho_0^2}{b^2} \right) + (n+2k) K_0(\rho_0) - k \ln \frac{b}{\rho_0} - \frac{1}{2} K_0(b) \right]. \quad (22)$$

Для случая $\kappa^{-1} \ll r \ll 1$, $1 \ll \rho_0 \ll b$, эта же часть потенциала запишется в виде:

$$G(\rho_0) = \frac{4\pi}{\kappa^2} \left[\frac{1}{2} \ln \kappa + (n+2k)K_0(\rho_0) - k \ln \frac{b}{\rho_0} \right]. \quad (23)$$

Имея потенциал Гиббса, мы можем определить силу, действующую на протонный вихрь в пределе $\kappa^{-1} \ll r < \rho_0 < b < 1$:

$$f = \left. \frac{\partial G}{\partial \rho_0} \right|_{\rho_0} = \frac{4\pi}{\kappa^2} \left[(n+2k)K_1(\rho_0) - \frac{r^2}{\rho_0(\rho_0^2 - r^2)} + \frac{\rho_0}{b^2 - \rho_0^2} - \frac{k}{\rho_0} \right]. \quad (24)$$

Второе слагаемое (24) - это сила, действующая на протонный вихрь со стороны внутреннего изображения, третье слагаемое - сила, действующая со стороны внешнего изображения, последнее слагаемое - сила, обусловленная током увлечения. Из формулы (24) следует, что энергетически выгодным оказывается захват сердцевинной только одного вихря.

Найдем силу, действующую на протонный вихрь, находящийся на наружной поверхности:

$$f = \left. \frac{\partial G}{\partial \rho_0} \right|_{\rho_0=b-\kappa^{-1}} = \frac{4\pi}{\kappa^2} \left[\frac{1}{2\kappa^{-1}} + \frac{n+k}{b} - \frac{r^2}{b^3} \right]. \quad (25)$$

Поскольку величина коэффициента увлечения порядка единицы, то главным слагаемым формулы (25) является первое слагаемое, и, следовательно, вблизи наружной поверхности на вихрь действует сила отталкивания. Для случая $\kappa^{-1} \ll r \ll 1$, $1 \ll \rho_0 \leq b$, из формулы (23) следует, что на протонный вихрь действует сила притяжения со стороны тока увлечения.

Найдем силу, действующую на протонный вихрь вблизи наружной поверхности, для случая $\kappa^{-1} \ll r \ll 1$, $1 \ll \rho_0 \leq b$:

$$f = \left. \frac{\partial G}{\partial \rho_0} \right|_{\rho_0=b-\kappa^{-1}} = \frac{4\pi}{\kappa^2} \left[\frac{3e^{-2\kappa^{-1}}}{2b} - \frac{k}{b} \right]. \quad (26)$$

Таким образом, вблизи наружной поверхности на вихрь действует сила отталкивания.

4. *Рождение пары вихрь-антивихрь током увлечения.* Пусть в нашей системе имеются вихрь и антивихрь, расположенные соответственно вдоль радиуса на расстояниях ρ_1 и ρ_2 от центра сердцевинны. Переходя к цилиндрическим координатам и учитывая, что нити расположены в точках с координатами $(\rho_1, 0)$ и $(\rho_2, 0)$, запишем уравнение ГЛ в виде:

$$\frac{\partial^2 B}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial B}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 B}{\partial \varphi^2} - B = -\frac{2\pi}{\kappa \rho} \delta(\varphi) \delta(\rho - \rho_1) + \frac{2\pi}{\kappa \rho} \delta(\varphi) \delta(\rho - \rho_2), \quad (27)$$

$$B(r, \varphi) = H_0, \quad B(b, \varphi) = 0.$$

Решение уравнения (27) по-прежнему определяется формулой (5). Коэффициенты $B_m(\rho)$ ряда Фурье определяются теперь таким образом:

$$B_m(\rho) = \frac{[D_{3m}(\rho_1) - D_{3m}(\rho_2)]}{\kappa D_{4m}} [K_m(r)I_m(\rho) - K_m(\rho)I_m(r)], \quad r \leq \rho \leq \rho_1, \quad (28)$$

$$B_m(\rho) = \frac{D_{3m}(\rho_1)}{\kappa D_{4m}} (K_m(b)I_m(\rho) - K_m(\rho)I_m(b)) + \\ + \frac{D_{3m}(\rho_2)}{\kappa D_{4m}} (K_m(\rho)I_m(r) - K_m(r)I_m(\rho)), \quad \rho_1 \leq \rho \leq \rho_2. \quad (29)$$

Значение $B_m(\rho)$ при $\rho_2 \leq \rho \leq b$ получается из (28) заменой D_{3m} на D_{5m} и $r \rightarrow b$. Для определения величины магнитного поля H_0 используем второе уравнение ГЛ (8). Подставляя (28) в решение (5) и интегрируя уравнение (8) по контуру этой сердцевине, получаем:

$$H_0 = \frac{2}{\kappa r^2} \left[(n+k) \frac{D_{40}}{D_1} + \frac{D_{30}(\rho_1)}{D_1} - \frac{D_{30}(\rho_2)}{D_1} \right]. \quad (30)$$

Третье слагаемое в (30) - это поле, создаваемое в сердцевине антивихрем. Учитывая (12), можно показать, что оно не квантуется и противоположно по направлению полю, создаваемому вихрем. Найдем потенциал Гиббса системы вихрь-антивихрь. Определим сперва свободную энергию системы. Используя формулы (27), (28) и (29), имеем для свободной энергии слоя единичной толщины следующее выражение:

$$\mathfrak{Z} = -\frac{2\pi r H_0^2 D_2}{D_{40}} + \frac{2\pi}{\kappa} B_2(\rho_1 - \kappa^{-1}, 0) + \frac{2\pi}{\kappa} B_2(\rho_2 - \kappa^{-1}, 0). \quad (31)$$

Используя решения уравнения (28) и (29), найдем второе слагаемое в формуле (31) для случая $\kappa^{-1} \ll r < \rho_1 < \rho_2 < b < 1$:

$$B_2(\rho_1 - \kappa^{-1}, 0) = \frac{1}{\kappa} \left[K_0(\kappa^{-1}) - \frac{K_0^2(\rho_1)}{K_0(r)} + \ln \left(1 - \frac{r^2}{\rho_1^2} \right) + \ln \left(1 - \frac{\rho_1^2}{b^2} \right) + \right. \\ \left. + \frac{K_0(\rho_1)K_0(\rho_2)}{K_0(r)} - \ln \left(1 - \frac{r^2}{\rho_1\rho_2} \right) - \ln \left(1 - \frac{\rho_1\rho_2}{b^2} \right) - K_0(\rho_2 - \rho_1) \right]. \quad (32)$$

Для случая $\kappa^{-1} \ll r \ll 1$, $1 \ll \rho_1 < \rho_2 \ll b$ это же слагаемое запишется в виде:

$$B_2(\rho_1 - \kappa^{-1}, 0) = \frac{1}{\kappa} \left[K_0(\kappa^{-1}) - \frac{K_0^2(\rho_1)}{K_0(r)} + \frac{K_0(\rho_1)K_0(\rho_2)}{K_0(r)} - K_0(\rho_2 - \rho_1) \right]. \quad (33)$$

Третье слагаемое в (31) получается заменой в (32) и (33) $\rho_1 \rightarrow \rho_2$, $\rho_2 \rightarrow \rho_1$. Для свободной энергии в первом случае имеем следующее выражение:

$$\begin{aligned} \mathfrak{Z} = \mathfrak{Z}_0 + \frac{4\pi}{\kappa^2} \left\{ \frac{1}{2} \ln \left(1 - \frac{r^2}{\rho_1^2} \right) + \frac{1}{2} \ln \left(1 - \frac{r^2}{\rho_2^2} \right) - \ln \left(1 - \frac{r^2}{\rho_1 \rho_2} \right) + \frac{1}{2} \ln \left(1 - \frac{\rho_1^2}{b^2} \right) + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \ln \left(1 - \frac{\rho_2^2}{b^2} \right) - \ln \left(1 - \frac{\rho_1 \rho_2}{b^2} \right) - K_0(\rho_2 - \rho_1) + (n+k)[K_0(\rho_1) - K_0(\rho_2)] \right\}. \end{aligned} \quad (34)$$

Здесь $\mathfrak{Z}_0$ - часть свободной энергии, представляющая собой сумму собственных энергий вихря, антивихря и сердцевин. Второе слагаемое в (34) представляет энергию взаимодействия между антивихрем и его зеркальным изображением относительно поверхности сердцевин, третье слагаемое - это энергия отталкивательного взаимодействия между вихрем и зеркальным изображением антивихря и между антивихрем и зеркальным изображением вихря, пятое слагаемое - энергия взаимодействия между антивихрем и его зеркальным изображением относительно наружной поверхности радиуса b , шестое слагаемое - энергия отталкивательного взаимодействия между вихрем и зеркальным изображением антивихря и между антивихрем и зеркальным изображением вихря относительно наружной поверхности, седьмое - энергия притяжения между вихрем и антивихрем. Для случая $\kappa^{-1} \ll r \ll 1$, $1 \ll \rho_1 < \rho_2 \ll b$, эта формула переходит в формулу (29) работы [4].

Вычислим второй интеграл в выражении (15)

$$-2 \int_V BHdV = \frac{4\pi k}{\kappa} H_0 \left[\frac{D_2 r}{D_{40}} \ln \frac{b}{r} + 1 \right] + \frac{4\pi k}{\kappa^2} \left[\frac{D_{30}(\rho_1) - D_{30}(\rho_2)}{D_{40}} \ln \frac{b}{r} - \ln \frac{b}{\rho_1} + \ln \frac{b}{\rho_2} \right]. \quad (35)$$

где поле в сердцевине H_0 определяется формулой (30). Потенциал Гиббса системы есть:

$$G = G(n+k) + G(\rho_1, \rho_2), \quad (36)$$

где $G(n+k)$ - термодинамический потенциал системы в отсутствие вихрей, а $G(\rho_1, \rho_2)$ - часть потенциала, обусловленная существованием пары вихрь-антивихрь. Для случая $\kappa^{-1} \ll r < \rho_1 < \rho_2 < b < 1$ $G(\rho_1, \rho_2)$ задается формулой:

$$\begin{aligned} G(\rho_1, \rho_2) = \frac{4\pi}{\kappa^2} \left\{ \ln k + \frac{1}{2} \ln \left(1 - \frac{r^2}{\rho_1^2} \right) \left(1 - \frac{r^2}{\rho_2^2} \right) - \ln \left(1 - \frac{r^2}{\rho_1 \rho_2} \right) + k \ln \frac{b}{\rho_2} - k \ln \frac{b}{\rho_1} + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \ln \left(1 - \frac{\rho_1^2}{b^2} \right) \left(1 - \frac{\rho_2^2}{b^2} \right) - \ln \left(1 - \frac{\rho_1 \rho_2}{b^2} \right) - K_0(\rho_2 - \rho_1) + (n+2k)[K_0(\rho_1) - K_0(\rho_2)] \right\}. \end{aligned} \quad (37)$$

Для случая, $\kappa^{-1} \ll r \ll 1$, $1 \ll \rho_1 < \rho_2 \ll b$ эта часть потенциала запишется в виде:

$$G(\rho_1, \rho_2) = \frac{4\pi}{\kappa^2} \left\{ \ln k + k \ln \frac{b}{\rho_2} - k \ln \frac{b}{\rho_1} - K_0(\rho_2 - \rho_1) + (n+2k)[K_0(\rho_1) - K_0(\rho_2)] \right\}. \quad (38)$$

Потенциалы (37) и (38) удовлетворяют необходимым условиям в

отсутствие антивихря, выражения $G(\rho_1, \rho_2)$ совпадают с (22) и (23): при наличии в системе вихря и антивихря $G(\rho_1, \rho_2) = 0$ при любом значении $\rho_1 = \rho_2 = \rho_0$. Это равенство означает, что присутствие в системе вихря и антивихря в одной и той же точке ρ_0 не меняет энергию, поскольку их поля взаимно компенсируют друг друга, и не меняет параметр порядка сверхпроводящих протонов. Следовательно, в любой точке сверхпроводящей системы возможно флуктуационное зарождение пары вихрь-антивихрь, для чего не требуется затраты энергии. Однако при раздвижке вихря и антивихря на них действуют противоположно направленные силы. Действительно, из (37) и (38) следует, что вихрь и антивихрь притягиваются друг к другу, в то же время ток увлечения стремится их раздвинуть, смещая вихрь к сердцевине, а антивихрь - наружу.

Используя потенциал (37), найдем силу, действующую на протонный антивихрь вблизи наружной поверхности радиуса b ($b < 1$). Предположим, что вихрь находится в точке с координатами $b - 2\kappa^{-1}, 0$, а антивихрь в точке $b - \kappa^{-1}, 0$. Сила, действующая на антивихрь, находящийся на расстоянии κ^{-1} от вихря, определяется так:

$$f = \left. \frac{\partial G(b - 2\kappa^{-1}, \rho_2)}{\partial \rho_2} \right|_{\rho_2 = b - \kappa^{-1}} = -\frac{4\pi}{\kappa^2} \left[\frac{5}{6\kappa^{-1}} + \frac{n+k}{b} \right]. \quad (39)$$

Из формулы (39) видно, что сила, действующая на антивихрь, всегда направлена к сердцевине нейтронного вихря. Таким образом, на расстояниях $\rho_2 = b - \kappa^{-1}$ для системы вихрь-антивихрь существует барьер, препятствующий их раздвижке.

Предположим, что вихрь находится на расстоянии $R \gg 1$ от центра сердцевины, а в результате флуктуаций в системе антивихрь удалится от вихря на расстояние $d > 1$. Используя потенциал (38), найдем силу, действующую на антивихрь:

$$f = -\frac{4\pi}{\kappa^2} \left[\frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2d}} e^{-d} - \frac{k}{R+d} \right]. \quad (40)$$

Барьер исчезнет в точке d_0 , в которой выполняется условие $f = 0$. Для расстояний $d > d_0$ сила отталкивания будет доминировать и антивихрь двинется к внешней границе b ($b \gg 1$).

Рассмотрим теперь образования пары вихрь-антивихрь вблизи наружной поверхности радиуса b ($b \gg 1$). Предположим, что вихрь находится в точке с координатами $b - d - \kappa^{-1}, 0$, а антивихрь в точке $b - \kappa^{-1}, 0$. Тогда сила, действующая на антивихрь, находящийся в результате флуктуаций в системе на расстоянии $d > 1$ от вихря, определяется так:

$$f = \frac{4\pi}{\kappa^2} \left[\frac{k}{b} + \frac{3e^{-2\kappa^{-1}}}{2b} - \sqrt{\frac{\pi}{2d}} e^{-d} - \frac{3e^{-d}}{2b\sqrt{1-d/b}} \right]. \quad (41)$$

Здесь первое слагаемое - это сила отталкивания, вызванная током увлечения, второе - это сила отталкивания, обусловленная взаимодействием с наружной поверхностью, третье - сила притяжения между вихрем и антивихрем. Следовательно взаимодействие антивихря с поверхностью приводит к появлению дополнительной силы отталкивания, сравнимой по величине с силой, обусловленной током увлечения. Барьер, препятствующий раздвижке, опять исчезнет в точке d_0 , в которой выполняется условие $f=0$. Таким образом, вблизи наружной поверхности создаются наиболее благоприятные условия для флуктуационного образования пары вихрь-антивихрь и ее последующей раздвижки.

После раздвижки вихря и антивихря для потенциала Гиббса $G_0(\rho_1)$, оставшегося в системе протонного вихря, согласно формуле (38) имеем:

$$G_0(\rho_1) = \frac{4\pi}{\kappa} [H_{C1} - H(\rho_1)], \quad (42)$$

и возникновение протонного вихря возможно только в той области, где $H(\rho_1) > H_{C1}$.

Авторы благодарят Д.М.Седракяна за полезные обсуждения.

Авторы выражают благодарность гранту CRDF/NFSAT ARP2-3232-YE-04 за финансовую поддержку.

Ереванский государственный университет,
Армения, e-mail: kshahabas@ysu.am mshahabas@ysu.am

ON THE FLUCTUATIONAL MECHANISM OF FORMATION OF PROTON VORTICES IN THE SUPERFLUID CORE OF A NEUTRON STAR

K.M.SHAHABASYAN, M.K.SHAHABASYAN

The Gibbs thermodynamic potential of a proton vortex, interacting with normal core of a neutron vortex of radius $r \ll \lambda$ parallel to it (λ is the depth of penetration) and with outer boundary of the neutron vortex of radius b , is calculated. It is shown that under this assumption, the capture by the core of only one vortex is energetically favorable. The force exerted on the proton vortex by the entrainment current, always directed towards

the core, is found. The corresponding force for a proton antivortex is directed outward toward the outer boundary of the neutron vortex. The solution of the Ginzburg-Landau equation of the proton vortex-antivortex system is found and the Gibbs potential is calculated. It is shown, that the fluctuational formation of a proton vortex-antivortex pair is possible at a large distance from the core. Under the action of the entrainment current, the antivortex travels outward, while the vortex remains inside the neutron vortex. It is shown, that the best conditions for the fluctuational formation of the pair and its following separation exist near the outer boundary. It is shown, that the formation of new proton vortices is possible only in the region, in which the entrainment magnetic field strength is $H(\rho) > H_{C1}$ (H_{C1} - lower critical field).

Key words: *stars: neutron: superfluid core*

ЛИТЕРАТУРА

1. Д.М.Седрабян, К.М.Шахабасян, *Астрофизика*, **16**, 727, 1980.
2. Д.М.Седрабян, *Астрофизика*, **18**, 417, 1982.
3. Д.М.Седрабян, К.М.Шахабасян, А.Г.Мовсисян, *Астрофизика*, **19**, 303, 1983.
4. Д.М.Седрабян, К.М.Шахабасян, *Астрофизика*, **42**, 225, 1999.
5. Р.М.Арутюнян, В.Л.Гинзбург, Г.В.Жарков, *Ж. Эксперим. и теор. физ.*, **111**, 2175, 1997.
6. D.J. Van Harlingen, D.F.Heidel, J.C.Garland, *Phys. Rev.*, **B21**, 1842, 1980.
7. Г.С.Мкртчян, В.В.Шмидт, *Ж. Эксперим. и теор. физ.*, **61**, 367, 1971.
8. К.М.Шахабасян, *Астрофизика*, **25**, 533, 1986.
9. Д.М.Седрабян, К.М.Шахабасян, Ю.М.Брук, *Астрофизика*, **40**, 497, 1997.
10. M.V.Baldo, J.Cignoni, A.Lejeune, U.Lombardo, *Nucl. Phys. A*, **536**, 349, 1992.
11. В.В.Шмидт, *Ж. Эксперим. и теор. физ.*, **61**, 398, 1971.