

# АСТРОФИЗИКА

ТОМ 64

АВГУСТ, 2021

ВЫПУСК 3

## ВЛИЯНИЕ РАССЕЯНИЯ В НЕПРЕРЫВНОМ СПЕКТРЕ НА СТАТИСТИЧЕСКИЕ И ВРЕМЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОБРАЗОВАНИЯ СПЕКТРАЛЬНЫХ ЛИНИЙ

А.Г.НИКОГОСЯН

Поступила 7 апреля 2021

В работе представлены некоторые новые результаты начатого нами исследования влияния рассеяния излучения в континууме на различные наблюдаемые характеристики спектральных линий. Основной целью является изучение временных изменений профилей линий и некоторых статистических средних величин, описывающих диффузию излучения в среде. Для простоты рассматривается одномерная задача об образовании спектральной линии при отражении от полубесконечной атмосферы излучения единичной интенсивности в непрерывном спектре. Возможность аналитического решения стационарной задачи в формате ряда Неймана позволяет достаточно просто построить соответствующее решение нестационарной задачи. Результаты численных расчетов иллюстрируют различия в эволюции профилей и других характеристиках между эмиссионными и абсорбционными линиями.

**Ключевые слова:** *рассеяние в континууме: механизм Шустера: Erlang- $n$  распределение: эмиссионные и абсорбционные спектральные линии*

1. *Введение.* Необходимость исследования роли рассеяния в непрерывном спектре возникает при интерпретации спектров различных астрофизических объектов. Даже при сравнительно небольших значениях коэффициента рассеяния эффект может стать наблюдаемым как в континууме, так и в частотах спектральной линии [1-4]. Как и в предыдущих наших работах мотивацией такого исследования послужили вопросы, связанные с интерпретацией спектров сверхгигантов класса А и смежных классов с протяженными атмосферами. Находясь вблизи эддингтоновского предела неустойчивости, данные экзотические объекты время от времени выбрасывают свои поверхностные слои, образуя достаточно плотный звездный ветер и тем самым довольно протяженную непрозрачную оболочку. Нестационарные проявления в поведении указанных звезд вместе с их высокой светимостью предоставляют хорошую возможность изучения временных изменений их спектров, что, в свою очередь, позволяет получить дополнительную информацию о физике происходящих в них явлений.

Основной целью работы является теоретическое исследование рассеяния в непрерывном спектре на временные изменения при образовании спект-

ральных линий. Механизмом рассеяния, обычно принимаемом в рассматриваемой области, является томсоновское рассеяние на свободных электронах. Высокая степень ионизации в атмосферах упомянутых звезд обеспечивает наличие количества свободных электронов, достаточное для того, чтобы эффект стал измеримым (см., например, [5,6]). Вместе с тем следует отметить, что развивающаяся в [1] и в данной работе теория является общей и может быть применена и при других механизмах рассеяния.

*2. Задача о диффузном отражении от полубесконечной атмосферы.* В данной части работы мы ограничимся рассмотрением простейшей одномерной задачи и предположим, что рассеяние как в спектральной линии, так и в непрерывном спектре, является монохроматическим. Задачи в данном приближении обладают, по крайней мере, двумя преимуществами. Во-первых, различные представляющие для нас интерес характеристики линейчатого спектра, находятся аналитически, что существенно упрощает построение решения нестационарной задачи. Другим преимуществом является тот факт, что пренебрегая эффектами перераспределения излучения по частотам и направлениям, удается получить относительно более четкое представление о тех изменениях, которые претерпевают спектральные линии в течение времени.

Наше исследование мы начнем с стационарной задачи диффузного отражения от атмосферы, рассеивающей и поглощающей как в частотах спектральной линии, так и в непрерывном спектре. Предполагается, что атмосфера освещается излучением единичной интенсивности в непрерывном спектре. Очевидно, что отраженное излучение обусловлено рассеянием как в линии, так и в континууме. Если не ставить различия между двумя указанными процессами рассеяния в наблюдаемом отраженном излучении, то, как было показано в [1,3], коэффициент отражения имеет вид

$$\rho(x) = \frac{1}{\tilde{\lambda}} \left[ 2 - \tilde{\lambda}(x) - 2\sqrt{1 - \tilde{\lambda}(x)} \right], \quad (1)$$

где

$$\tilde{\lambda}(x) = \frac{\lambda\alpha(x) + \gamma}{\alpha(x) + \beta + \gamma}. \quad (2)$$

В приведенных формулах использованы обычно применяемые обозначения:  $\lambda$  представляет собой коэффициент переизлучения кванта при элементарном акте рассеяния в частотах спектральной линии,  $\alpha(x)$  - профиль коэффициента поглощения в линии в зависимости от безразмерной частоты, измеряемой смещением от центра линии в доплеровских ширинах,  $\beta$  и  $\gamma$  являются соответственно отношениями коэффициентов поглощения и рассеяния в непрерывном спектре ( $\chi_v, \sigma$ ) к коэффициенту поглощения в центре

спектральной линии  $\kappa_0$ . В предположении, что рассеяние в непрерывном спектре происходит на свободных электронах, можно написать  $\sigma = n_e \sigma_0$ , где  $n_e$  - электронная плотность и

$$\sigma_0 = \frac{8\pi}{3} \left( \frac{e^2}{mc^2} \right)^2, \quad (3)$$

где  $e$  и  $m$  - заряд и масса электрона,  $c$  - скорость света. Как было показано в [1], от значений параметров  $\lambda$ ,  $\beta$  и  $\gamma$ , фигурирующих в (2), зависит, будет ли спектральная линия наблюдаваться в эмиссии или в поглощении. В случае полубесконечной изотермической атмосферы с двухуровневыми атомами с учетом континуума условие наблюдения эмиссионной линии пишется в виде неравенства

$$(1 - \lambda)\gamma > \lambda\beta. \quad (4)$$

Физический смысл данного неравенства нетрудно понять, если представить два в взаимно обратных направлениях протекающих событий: квант рассеивается в непрерывном спектре на электронах и затем поглощается в частотах спектральной линии, с одной стороны, и квант излучается в линии и поглощается в континууме, с другой. В зависимости от того, какой из указанных двух процессов будет преобладать в среде, линия будет наблюдаваться либо в эмиссии, либо в поглощении. Другими словами, действие механизма Шустера зависит от баланса между излучательной и поглощающей способностями в частотах спектральной линии и в непрерывном спектре. Из приведенного неравенства вытекает, что наиболее вероятными кандидатами наблюдаться в эмиссии являются относительно слабые линии. Следует отметить, что существует простая связь между профилем линии, образуемой в изотермической атмосфере,  $R_0$ , и профилем, возникающей в результате отражения от полубесконечной атмосферы,  $R_*$ :  $R_0(x) + R_*(x) = 1$  [7], так что линии поглощения в одной из указанных задач соответствует эмиссионная линия в другой. Всюду ниже нас будут интересовать линии, образуемые при отражении излучения от полубесконечной атмосферы.

Влияние рассеяния в непрерывном спектре легко обнаруживается в поведении различных статистических средних величин в частотах линии. Введем в рассмотрение следующие три величины, представляющие собой среднее число рассеяний (СЧР) в зависимости от типа рассеяния. Обозначим через  $\langle N_L(x) \rangle$  и  $\langle N_\gamma(x) \rangle$  СЧР, если учитывается рассеяние, соответственно, либо только в линии, либо в непрерывном спектре. Наконец, пусть  $\langle N(x) \rangle$  обозначает суммарное СЧР, когда не ставится различие между типами рассеяния. Указанные величины определяются известными формулами ([8,9], см., также [10])

$$\langle N_L(x) \rangle = \lambda \frac{\partial \ln p(x)}{\partial \lambda}, \quad \langle N_c(x) \rangle = \gamma \frac{\partial \ln p(x)}{\partial \gamma}, \quad \langle N(x) \rangle = \tilde{\lambda} \frac{\partial \ln p(x)}{\partial \tilde{\lambda}}. \quad (5)$$

Наряду с указанными величинами, представляет также интерес среднее время, проводимое квантом в процессе диффузии в среде. Согласно [11], для этой величины имеем

$$\langle \Omega(x) \rangle = -\frac{\partial \ln p(x)}{\partial \beta}. \quad (6)$$

Все приведенные величины находятся в явном виде

$$\langle N(x) \rangle = \sqrt{[v(x) + \gamma]/u(x)}, \quad \langle \Omega(x) \rangle = 1/\sqrt{u(x)v(x)}, \quad (7)$$

$$\langle N_L(x) \rangle = \sqrt{v(x)/u(x)}, \quad \langle N_c(x) \rangle = \sqrt{[v(x) + \gamma]/v(x)}, \quad (8)$$

где для краткости введены обозначения:  $u(x) = (1 - \lambda)\alpha(x) + \beta$ ,  $v(x) = \alpha(x) + \beta$ .

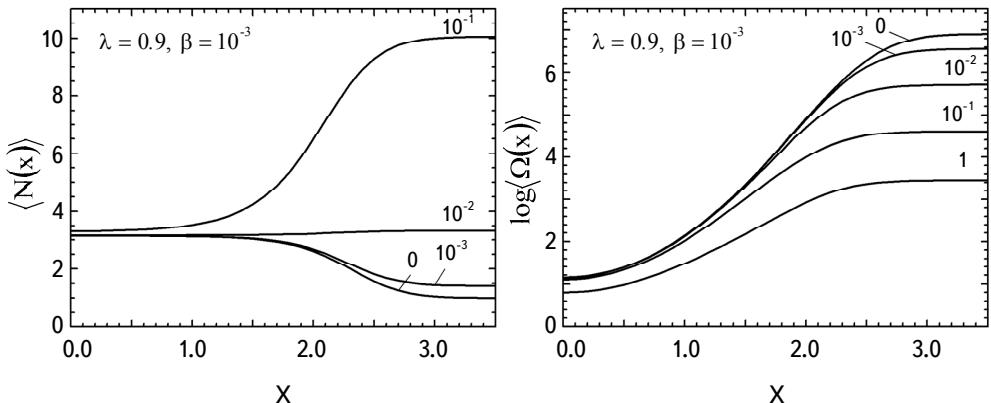


Рис.1. Зависимость от частоты среднего числа рассеяний и среднего времени, проводимого квантом при диффузии в среде, при отмеченных значениях параметра  $\gamma$ .

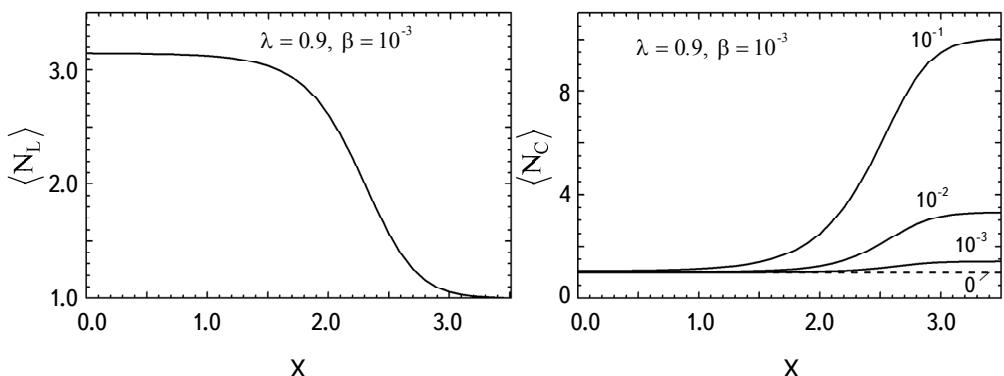


Рис.2. Среднее число рассеяний, с учетом рассеяния только в линии (слева) и только в непрерывном спектре (справа) при указанных значениях  $\gamma$ .

Кривые на рис.1, 2 показывают изменения введеных выше величин при переходе от центра линии к ее крыльям. В частности, из рис.1 можно заключить, что наличие рассеяния в континууме, как и следовало ожидать, не отражается на частотной зависимости СЧР и среднего времени в ядре линии: кванты в крыльях спектральной линии ввиду прозрачности среды рассеиваются меньше, но проводят больше времени в ней вследствие того, что покрывают большие расстояния. Возрастание роли рассеяния в непрерывном спектре способствует выходу квантов из среды, сокращая тем самым время пребывания квантов в среде. Слева на рис.2 отдельно изображена частотная зависимость СЧР при отсутствии рассеяния в континууме. На правом рисунке принимается, что отсутствует рассеяние в линии (пунктирной линией отмечено предельное значение СЧР, когда отсутствуют все типы рассеяния). Приведенные рисунки свидетельствуют о том, что в случае сильной линии (здесь  $\lambda = 0.9$ ) влияние рассеяния в непрерывном спектре начинает обнаруживаться в крыльях линии. Однако при относительно больших концентрациях свободных электронов оно важно и в ядре линии.

*3. Влияние рассеяния в континууме на эволюцию профиля линии, образуемой в результате отражения от полубесконечной атмосферы.* Переходим к определению временных характеристик образования спектральной линии, образуемой при отражении. С этой целью рассмотрим нестационарную задачу, принимая в расчет время, затрачиваемое квантами различной частоты в процессе диффузии в среде. Задачи нестационарной теории переноса излучения рассматривались различными авторами. Здесь мы ограничимся упоминанием лишь работ Соболева [12], Минина [13,14], Мацумото [15] и Ганапола [16]. Были предложены различные методы решения задач с теми или иными упрощающими предположениями. В частности, в отмеченных выше работах Минина был предложен метод, основанный на определении преобразований Лапласа соответствующих известных характеристик переноса излучения в стационарной задаче. Таким способом им была решена задача диффузного отражения от полубесконечной атмосферы в случае изотропного рассеяния. Другой метод, предполагающий определение искомых величин в виде разложения в ряд Неймана, был развит в [15,16]. Центральное место в этих работах занимает аналогия между формами рядов Неймана у искомых величин в нестационарных и соответствующих им стационарных задачах. Это обстоятельство позволяет получить нужные множители в искомом, зависящем от времени ряде непосредственно через соответствующие множители в стационарной задаче. Что касается последних, то они определяются посредством рекуррентных соотношений (см., например, [10,16]).

Обращаясь к рассматриваемой нами задаче, вместо переменной времени

$t$  введем безразмерное время  $\omega = t/(t_1 + t_2)$ , где  $t_1$  - среднее время, требуемое возбужденному атому на излучение, и  $t_2$  - среднее время, затрачиваемое квантом на пробег между двумя последовательными актами рассеяния. Если принять, что среда состоит из двухуровенных атомов, то с учетом рассеяния в континууме можно написать,  $t_2 = 1/[(1 + n^+/n_1)n_1 k_0 c]$ , где  $n_1$  - число атомов на основном уровне и  $c$  - скорость света, а также принято, что  $n_e \approx n^+$ . Следует отметить, что время, расходуемое квартом на прохождение пути между рассеяниями, и время, требуемое атому на излучение, являются независимыми случайными величинами, распределенными одинаково - по экспоненциальному закону.

Решение нестационарной задачи, как указывалось выше, значительно упрощается, если известно аналитическое решение стационарной задачи. В рассматриваемой нами задаче это решение задается формулой (1). Переходя к нестационарному аналогу задачи, введем в рассмотрение функцию  $\bar{\rho}(x, \omega)$  так, что  $\bar{\rho} d\omega$  представляет собой вероятность отражения от среды кванта частоты  $x$  в промежутке времени  $(\omega, \omega + d\omega)$ .

Напомним, что ряд Неймана для функции отражения в стационарной задаче представимо в виде

$$\rho(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \rho_n \tilde{\lambda}^n(x), \quad (9)$$

где  $\rho_1 = 0.25$ ,  $\rho_2 = 0.125$ , а остальные коэффициенты более высокого порядка определяются рекуррентным образом

$$\rho_n = \frac{1}{2} \left( \rho_{n-1} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n-2} \rho_k \rho_{n-k-1} \right). \quad (10)$$

Нетрудно понять, что каждое слагаемое в сумме (9) является не чем иным, как вероятность отражения кванта от среды после определенного количества  $n$  рассеяний.

При временном описании процесса отражения важно учесть, что времена, затрачиваемые квартом между двумя последовательными актами рассеяния, являются взаимно независимыми случайными величинами. Тогда суммарное время пребывания кванта в среде при диффузии представляет собой случайную величину, являющуюся суммой некоторого количества одинаково распределенных случайных величин. Функция распределения времени, затраченного при  $n$ -кратном рассеянии, задается распределением Эрланга -  $n$

$$e^{-\omega} \frac{\omega^{n-1}}{(n-1)!}, \quad (11)$$

являющимся частным случаем гамма-распределения. Тогда функция распределения случайной величины  $\bar{\rho}(x, \omega)$  записывается в виде

$$\bar{\rho}(x, \omega) = e^{-\omega} \sum_{n=1}^{\infty} \rho_n \tilde{\lambda}^n(x) \frac{\omega^n}{(n-1)!}, \quad (12)$$

Она описывает временное распределение вероятности отражения квантов различных частот от среды. В то же время немаловажный интерес представляет, так называемая кумулятивная функция распределения, описывающая эволюцию профиля спектральной линии до некоторого определенного момента времени  $\omega_0$ . Обозначая ее через  $P(x, \omega_0)$ , с учетом (12) находим

$$P(x, \omega_0) = e^{-\omega_0} \sum_{n=1}^{\infty} \bar{\rho}_n \tilde{\lambda}^n(x) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\omega_0^{n+k}}{(n+k)!}. \quad (13)$$

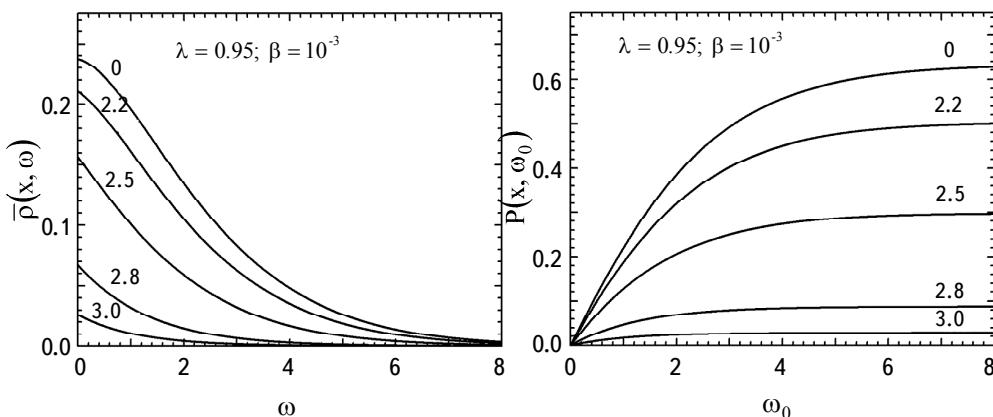


Рис.3. Функция плотности вероятности отражения квантов различных частот внутри линии в зависимости от времени (левый рисунок). На рисунке справа изображена кумулятивная функция распределения, описывающая эволюцию профиля спектральной линии в различных частотах (значения последних отмечены над кривыми) при продолжении освещения среды до некоторого фиксированного момента времени  $\omega_0$ .

Рис.3 демонстрирует зависимость указанных двух распределений от частоты в пределах спектральной линии. Расположение кривых на рисунках показывает, что в данном случае ( $\lambda = 0.95$ ) образуется эмиссионная линия (для изотермической атмосферы - линия поглощения). В то же время кривые на правом рисунке показывают, что разные части спектральной линии принимают свой окончательный вид за различные промежутки времени. Нетрудно видеть, что в данном случае раньше устанавливаются крылья линии, опережая центр линии на  $\Delta\omega_0 > 10$ , что в зависимости от плотности среды и степени ионизации может соответствовать достаточно большим промежуткам времени. Пример, рассмотренный на рис.3, относится к сильной линии, каковыми обычно являются резонансные линии. В то же время, как было показано нами в [1,2], влияние рассеяния в непрерывном спектре велико для слабых линий, и от него зависит образуется эмиссионная или абсорбционная линия.

Данный эффект иллюстрируют рис.4, 5, на которых приводятся результаты расчетов, относящихся к слабой линии при  $\lambda = 0.5$ , но к двум различным соотношениям между значениями параметров  $\beta$  и  $\gamma$ . Последние выбраны таким образом, чтобы было проще видеть, является ли спектральная линия эмиссионной, или абсорбционной. Из неравенства (4) следует, что в данном случае форма линии зависит только от относительной эффективности процессов рассеяния и поглощения в непрерывном спектре. Сравнивая между собой расположение кривых в зависимости от  $x$  на рис.4 и 5, легко заметить, что оно в них взаимно обратное. Это обусловлено, очевидно, тем, что кривые на рис.4 соответствуют линии поглощения, а на рис.5 - эмиссионной линии. Рисунки справа показывают, что указанные линии эволюционируют по-

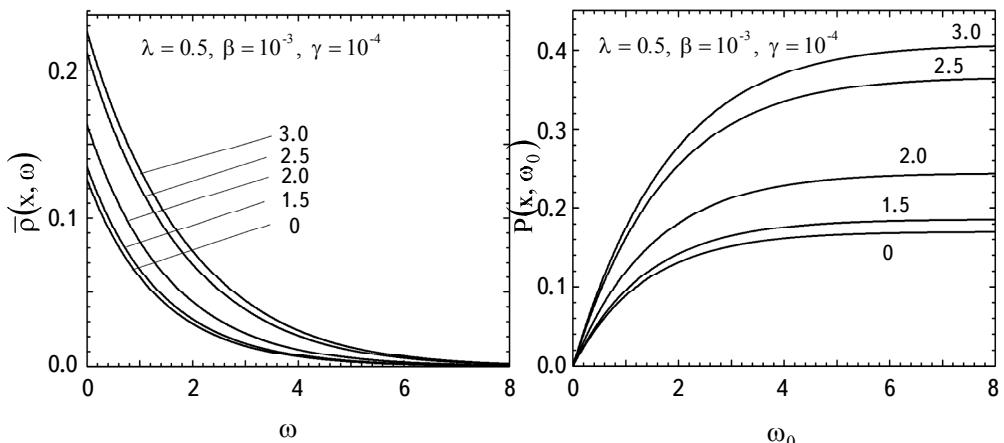


Рис.4. То же, что на рис.3, для слабой линии, когда она наблюдается в поглощении. коэффициент рассеяния в линии выбран равным 0.5, в результате чего форма линии и ее изменения со временем зависят от того, какой из процессов излучения и поглощения в непрерывном спектре преобладает (в данном случае  $\beta > \gamma$  ).

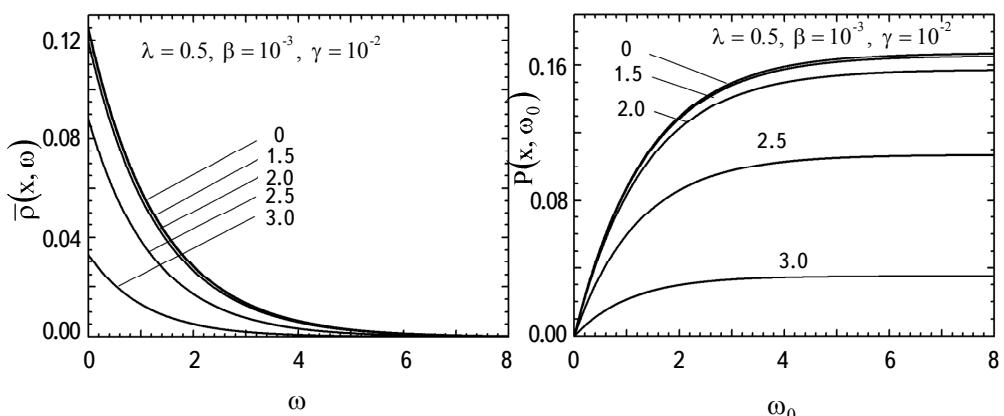


Рис.5. То же самое, что на рис.4 для эмиссионной линии ( $\gamma > \beta$  ).

разному: если в первом случае быстрее устанавливается центральная часть спектральной линии, то во втором случае насыщение кривых происходит быстрее в крыльях линии. Обращает на себя внимание также практически одинаковое поведение во времени эмиссионной линии в ее центральных частотах (рис.5), что связано с колоколообразным профилем линии [1].

При исследовании временных характеристик изменения наблюдаемых спектров, кроме профилей спектральных линий, представляет также интерес эволюция средних характеристик, описывающих диффузию излучения в среде. Рис.6, 7 демонстрируют изменение среднего числа рассеяний в линии в ее центре ( $x=0$ ) и крыльях (например, при  $x=2.5$ ) в зависимости от роли

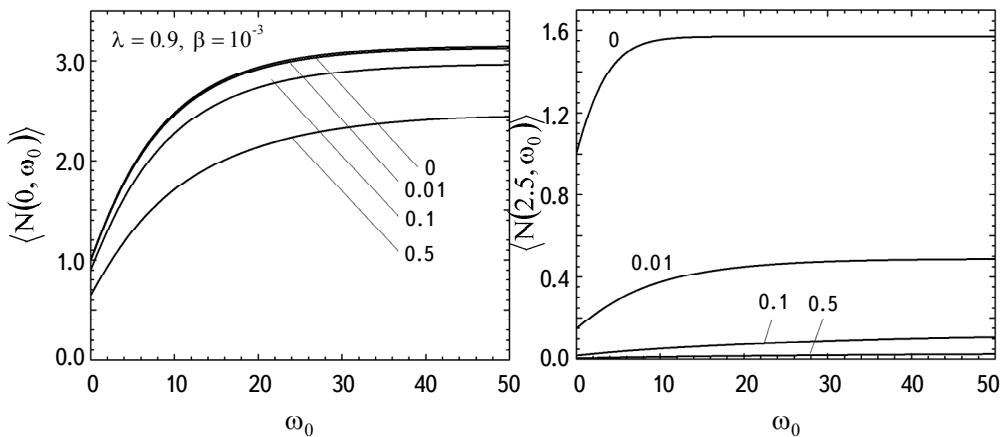


Рис.6. Эволюция среднего числа рассеяний в зависимости от величины  $\gamma$  (значения которой отмечены на графиках) при продолжении освещения среды до некоторого фиксированного момента времени  $\omega_0$ .

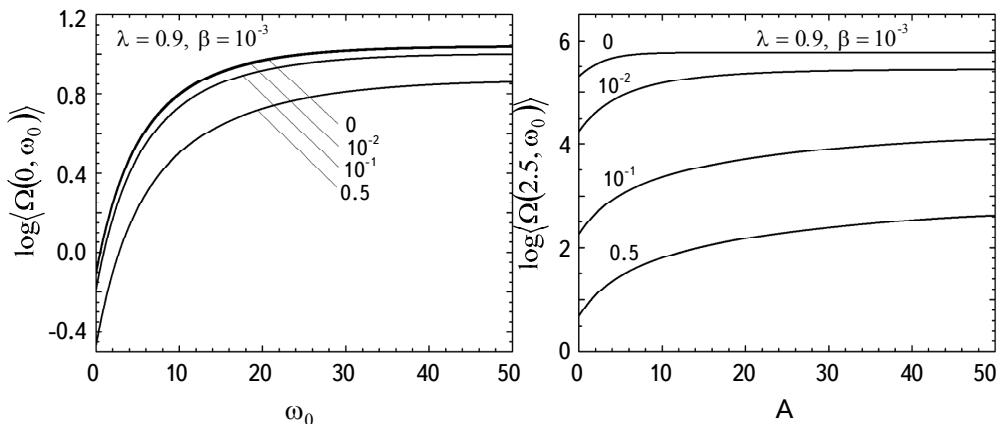


Рис.7. Эволюция среднего времени пребывания кванта в процессе диффузии в среде в зависимости от величины  $\gamma$  (значения которой отмечены на графиках) при продолжении освещения среды до некоторого фиксированного момента времени  $\omega_0$ .

рассеяния в непрерывном спектре. Приведенные графики показывают, каким образом и насколько уменьшается среднее число рассеяний в спектральной линии вследствие рассеяния в континууме. Нетрудно видеть, что действие указанного рассеяния особенно велико в крыльях линии, которые устанавливаются при этом раньше. Аналогичная картина наблюдается для среднего времени пребывания квантов в центре и крыльях линии при блуждании в среде.

**4. Заключение.** В работе на примере конкретной простейшей задачи переноса излучения проведено подробное исследование двух вопросов, возникающих часто при интерпретации спектров различных астрофизических объектов. Первый из них касается эффекта, который оказывает рассеяние излучения в непрерывном спектре на формирование линейчатого спектра, в частности, на профили линий и связанные с ними величины, статистически описывающие диффузию излучения в них. Другая цель заключалась в исследовании изменений профилей линий с течением времени, с изучением процесса, при котором эмиссионный спектр превращается в абсорбционный и наоборот. Полученные результаты позволяют получить представление о том, каким образом происходят указанные изменения, и оценить характерные для них промежутки времени. Их величины в зависимости от плотности среды и степени ионизации могут варьироваться в достаточно широких пределах. Подход, реализованный в работе, легко может быть обобщен и применен в случае среды конечной оптической толщины, а также при достаточно общих предположениях относительно элементарного акта рассеяния.

Бюраканская астрофизическая обсерватория им. В.А.Амбарцумяна,  
Армения, e-mail: nikoghoss@bao.sci.am

## EFFECT OF CONTINUUM SCATTERING ON STATISTICAL AND TEMPORAL CHARACTERISTICS OF SPECTRAL LINES FORMATION

A.G.NIKOGHOSSIAN

The paper describes various effects of radiation scattering in the continuum on different observable characteristics of spectral lines are investigated. The main purpose is to study the temporal changes in the line profiles and some statistical mean values describing the diffusion of radiation in the medium. For simplicity,

we consider a one-dimensional problem of spectral line formation during reflection from a semi-infinite atmosphere of radiation of unit intensity in a continuous spectrum. The possibility to solve the stationary problem analytically in the Neumann series format allowed to construct the corresponding solution of the nonstationary problem quite easily. The results of numerical calculations illustrate the differences in the evolution of profiles and other characteristics between the emission and absorption lines.

**Keywords:** *continuum scattering: Shuster mechanism: Erlang-n distribution: emission and absorbtion spectral lines*

## ЛИТЕРАТУРА

1. *A.G.Nikogosyan*, Астрофизика, **63**, 611, 2020, (Astrophysics, **63**, 534, 2020).
2. *G.L.Israelian, A.G.Nikoghossian*, J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer, **56**, 501, 1996.
3. *A.G.Nikoghossian*, ComBAO, **67**, 1, 2020.
4. *A.G.Nikoghossian*, ComBAO, **67**, 21, 2020.
5. *S.C.Wolf*, The A-type Stars, Problems and Perspectives, NASA, Sp., 46, 1983.
6. *B.A.Амбарцумян*, Труды АО ЛГУ, **23**, 6, 1938.
7. *Г.А.Арутюнян, А.Г.Никогосян*, ДАН СССР, **242**, 66, 1978.
8. *В.А.Амбарцумян*, ДАН АрмССР, **8**, 101, 1948.
9. *В.А.Амбарцумян*, Научные труды, т.1, Изд. АН АрмССР, Ереван, 1960.
10. *А.Г.Никогосян*, Астрофизика, **21**, 323, 1984, (Astrophysics, **21**, 528, 1984).
11. *А.Г.Никогосян*, Астрофизика, **24**, 149, 1986, (Astrophysics, **24**, 89, 1986).
12. *В.В.Соболев*, Перенос излучения в атмосферах звезд и планет, М., Гостехиздат, 1956.
13. *И.Н.Минин*, Вестник ЛГУ, **13**, 137, 1959.
14. *И.Н.Минин*, ДАН СССР, **154**, 1059, 1964.
15. *M.Matsumoto*, J. Math. Anal. Appl., **51**, 403, 1976.
16. *B.D.Ganapol*, J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer, **25**, 159, 1981.