

ДИФфуЗНОЕ ОТРАЖЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ В ЛИНИИ
ОТ ПОЛУБЕСКОНЕЧНОЙ ТУРБУЛЕНТНОЙ
АТМОСФЕРЫ

А.Г.НИКОГОСЯН

Поступила 2 мая 2007

Рассматривается задача о диффузном отражении излучения в частотах линии от одномерной полубесконечной турбулентной атмосферы в двух предельных режимах микро- и макротурбулентности. Для ее решения применяется принцип инвариантности Амбарцумяна. Наряду с профилем наблюдаемой спектральной линии определяются статистические средние величины, описывающие процесс диффузии в атмосфере (среднее число рассеяний, среднее время пребывания кванта в среде). Исследуется зависимость указанных величин от средней гидродинамической скорости и коэффициента рассеяния. Показывается, что в режиме микротурбулентности интенсивность в центре линии довольно слабо зависит от значения средней нетепловой скорости. В обоих режимах кванты в далеких крыльях подвергаются рассеянию чаще, чем в статической атмосфере, хотя проводят в среде в среднем меньше времени.

Ключевые слова: *атмосферы: турбулентция: перенос излучения*

1. *Введение.* В предыдущей работе [1] нами была рассмотрена задача об образовании спектральных линий при ЛТР в турбулентной атмосфере конечной оптической толщины с пространственно коррелированным полем скоростей. Для нахождения частотной зависимости средней интенсивности наблюдаемого излучения применялся метод инвариантного погружения. При этом предварительно определялась интенсивность выходящего излучения для некоторого фиксированного значения турбулентной скорости на границе среды. Было показано, что переход от режима микротурбулентности к режиму макротурбулентности, по сути, происходит в сравнительно узком интервале изменения длины корреляции.

Как известно, учет эффектов многократного рассеяния усложняет задачу переноса излучения ввиду появления отраженных пучков. В случае турбулентной атмосферы возникает дополнительная трудность, заключающаяся в том, что в процессе диффузии квант, вообще говоря, может встретить один и тот же слой при различных значениях гидродинамической скорости (см., например, [2,3]). Такое может иметь место, например, в разреженной среде большой оптической толщины при сравнительно высоких гидродинамических скоростях. Данным явлением иногда пренебрегают, что несколько упрощает решение задачи.

Однако очевидно, что законность такого приближения в каждом конкретном случае должна быть обоснована. Другая особенность образования линий в турбулентной атмосфере при отсутствии ЛТР заключается, как это было показано в [2], в появлении корреляции между частотами поглощенного и рассеянного квантов даже тогда, когда в статическом случае она отсутствует. Другими словами, в результате случайных изменений поля скоростей диффузия излучения сопровождается частичным перераспределением по частотам, что, безусловно, влияет на форму наблюдаемой спектральной линии. При этом важно отметить, что действие указанных эффектов существенным образом зависит от коэффициента корреляции, являющегося гидродинамической характеристикой турбулентного движения и описывающего взаимосвязь между скоростями на различных глубинах атмосферы. Поэтому представляет немаловажный интерес определить, как и в каких пределах меняются различные характеристики диффузии излучения (среднее число рассеяний, среднее время пребывания в среде) при переходе между двумя предельными режимами - макро- и микротурбулентности.

В настоящей работе ответ на поставленный вопрос дается в простейшей задаче диффузного отражения излучения в спектральной линии от одномерной полубесконечной атмосферы. Как и в предыдущей работе, исходным является определение среднего значения выходящей из среды излучения при фиксированном значении гидродинамической скорости на ее поверхности. Этим наш подход отличается от физической модели, рассмотренной в ряде работ (см., например, [4-7]). Задачи, которые ставятся в данных работах, сводятся к нахождению функции совместного распределения скоростей и интенсивности излучения в линии. В результате авторы получают уравнения типа Фоккера-Планка. Они достаточно сложные и решаются численно. Однако очевидно, что поле излучения в среде в каждом отдельном случае полностью определяется данной реализацией случайного вектора гидродинамической скорости. Метод решения, применяемый в нашей работе, основан на применении принципа инвариантности Амбарцумяна. Следует отметить, что при численной реализации даже простейших модельных задач из-за появления нового параметра (в данном случае - вектора нетепловой скорости) приходится иметь дело с многомерными массивами, что накладывает высокие требования на машинные ресурсы. В данной работе мы ограничимся рассмотрением лишь предельных режимов - макро- и микротурбулентности.

2. Постановка задачи. Основные величины. Пусть имеется одномерная плоскопараллельная полубесконечная атмосфера, освещаемая

извне излучением в непрерывном спектре единичной интенсивности. В процессе многократного рассеяния в частотах спектральной линии кванты могут подвергаться также поглощению в континууме. В дальнейших выкладках мы будем пользоваться обозначениями $\omega(x)$ для профиля коэффициента поглощения в линии в статической атмосфере (x - безразмерная частота, измеряемая смещением от центра линии в доплеровских ширинах) и β - для отношения коэффициента поглощения в непрерывном спектре к коэффициенту поглощения в центре спектральной линии. Оптическая глубина τ вводится, как обычно, таким образом, что растет с глубиной, принимая нулевое значение на границе среды.

Как и в предыдущей работе, будем считать, что в атмосфере развита однородная турбулентность, так что вектор гидродинамической скорости v представляет собой случайную функцию, зависящую от глубины, причем средние характеристики поля скоростей не зависят от глубины в атмосфере [8]. Ввиду однородности процесса коэффициент корреляции ρ зависит лишь от расстояния между точками $l = |\tau - \tau'|$. Допустим, что не зависит от глубины и вероятностный закон, по которому гидродинамическая скорость u , измеряемая в единицах средней тепловой скорости, принимает то или иное значение. Вместе с тем предположим, что изменения скорости внутри среды коррелированы друг с другом. Нас интересует значение средней интенсивности излучения, выходящего из границы среды. Влиянием излучения на поле скоростей пренебрегается. Сформулированная таким образом задача моделирует часто реализуемый в астрофизике случай, когда оптическая толщина изучаемой среды в отсутствие турбулентности велика.

Допустим для простоты, что вероятностный процесс, описывающий случайные изменения поля скоростей в среде, задается гауссовским распределением на плоскости [9], которое в применении к рассматриваемой задаче запишем в виде

$$f(u, u', \rho) = \frac{1}{\pi u_t^2 \sqrt{1 - \rho^2}} \exp\left(-\frac{u^2 + u'^2 - 2\rho uu'}{u_t^2(1 - \rho^2)}\right), \quad (1)$$

где ρ - коэффициент корреляции, $u_t = \sqrt{\pi} \langle u_{turb} \rangle$, $\langle u_{turb} \rangle$ - средняя гидродинамическая скорость, измеренная в единицах средней тепловой скорости. Если предположить, что рассматриваемый пространственный вероятностный процесс является марковским, то коэффициент корреляции зависит от расстояния между двумя глубинами по экспоненциальному закону: $\rho(l) = \exp(-l/\Lambda)$, где $l = |\tau - \tau'|$ и Λ - средняя длина корреляции (см., также [3]). Мы будем полагать, что средняя длина корреляции не меняется с глубиной.

Отсылая читателя за математическими подробностями к упомянутой выше работе [1], отметим, что функция f допускает билинейное разложение

$$f(u, u', \rho) = \sum_{k=0}^{\infty} \rho^k \alpha_k(u) \alpha_k(u'), \quad (2)$$

где

$$\alpha_k(u) = (2^k \pi u_i^2 k!)^{-1/2} e^{-(u/u_i)^2} H_k\left(\frac{u}{u_i}\right), \quad (3)$$

и $H_k(u)$ - полиномы Эрмита. Нетрудно показать, что $\alpha_k(u)$ представляют собой ортонормированную систему функций с весом $\alpha_0(u)^{-1}$, так что функция $G(u, u', \rho) = f(u, u', \rho)/\alpha_0(u')$ нормирована на единицу. Последняя обладает следующим вероятностным смыслом: $G(u, u', \rho(l)) du$ дает условную вероятность того, что если на оптической глубине τ' значение скорости равно u' , то на глубине τ оно будет лежать в интервале $u, u + du$. Нетрудно также понять, что величина $\alpha_0(u) du$ дает абсолютную вероятность того, что на той или иной глубине значение гидродинамической скорости находится в интервале $u, u + du$. По сути дела, она может трактоваться как максвелловское распределение проекции скорости на луч зрения.

Из соотношений (1) и (2) следует

$$G(u, u', \rho) = \frac{1}{u_i \sqrt{\pi(1-\rho^2)}} \exp\left(-\frac{(u-\rho u')^2}{u_i^2(1-\rho^2)}\right) = \frac{1}{\alpha_0(u')} \sum_{k=0}^{\infty} \rho^k \alpha_k(u) \alpha_k(u'). \quad (4)$$

3. Диффузное отражение от полубесконечной атмосферы.

Пусть имеется полубесконечная рассеивающая и поглощающая турбулентная атмосфера. Будем считать, что диффузия излучения в ней сопровождается перераспределением по частотам. Введем в рассмотрение величину $R(x', x, u)$, которая описывает отражательную способность среды (т.е. вероятность отражения кванта частоты x' , если падающий квант обладает частотой x) при условии, что значение гидродинамической скорости на границе равно u . Данная вспомогательная величина представляет собой функцию отражения, осредненную по всем реализациям поля скоростей, удовлетворяющим отмеченному условию на границе.

Если к границе среды добавить слой малой оптической толщины Δ , то с применением принципа инвариантности можно написать

$$\begin{aligned} R(x', x, u) = & [1 - \Delta \varpi(x-u) - \Delta \varpi(x'-u)] \bar{R}(u, x', x, \rho(\Delta)) + \frac{\lambda}{2} \Delta [r(x-u, x'-u) + \\ & + \int_{-\infty}^{\infty} r(x-u, x''-u) \bar{R}(u, x'', x', \rho(\Delta)) dx'' + \int_{-\infty}^{\infty} \bar{R}(u, x, x'', \rho(\Delta)) r(x''-u, x'-u) dx'' + \\ & + \int_{-\infty}^{\infty} \bar{R}(u, x', x'', \rho(\Delta)) dx'' \int_{-\infty}^{\infty} r(x''-u, x''-u) \bar{R}(u, x'', x, \rho(\Delta)) dx''], \end{aligned} \quad (5)$$

где $r(x', x)$ - функция перераспределения по частотам в статической атмосфере, а также введены обозначения $\varpi(x) = \omega(x) + \beta$,

$$\bar{R}(u, x', x, \rho) = \int_{-\infty}^{\infty} G(u, u', \rho) R(x', x, u') du'. \quad (6)$$

Устремляя Δ к нулю и учитывая, что

$$R(x', x, u) - \bar{R}(x', x, u, \rho(\Delta)) = \frac{1}{\alpha_0(x)} \sum_{k=0}^{\infty} (1 - e^{-k(\Delta/\Lambda)}) \alpha_k(u) R_k(x', x), \quad (7)$$

получим

$$\begin{aligned} [\varpi(x-u) + \varpi(x'-u)] R(x', x, u) = & -\frac{1}{\Lambda} \sum_{k=0}^{\infty} k R_k(x', x) \frac{\alpha_k(u)}{\alpha_0(u)} + \frac{\lambda}{2} [r(x-u, x'-u) + \\ & + \int_{-\infty}^{\infty} r(x-u, x''-u) \bar{R}(x'', x', u) dx'' + \int_{-\infty}^{\infty} R(x, x'', u) r(x''-u, x'-u) dx'' + \\ & + \int_{-\infty}^{\infty} R(x', x'', u) dx'' \int_{-\infty}^{\infty} r(x''-u, x'''-u) R(x'', x, u) dx'''], \end{aligned} \quad (8)$$

где величины $R_k(x', x)$ суть коэффициенты в разложении $R(x', x, u)$ в ряд по системе функций $\alpha_k(u)/\alpha_0(u)$,

$$R_k(x', x) = \int_{-\infty}^{\infty} R(x', x, u) \alpha_k(u) du, \quad (9)$$

а также принято во внимание, что при $\Delta \rightarrow 0$ имеем $G(u, u', \rho(\Delta)) \rightarrow \delta(u-u')$ и потому $\bar{R}(u, x', x, \rho) = R(x', x, u)$ (δ - дельта - функция Дирака).

В предельном режиме макротурбулентности $\Lambda \rightarrow \infty$ слагаемое в правой части уравнения (8), содержащее суммирование, исчезает, и мы приходим, как и следовало ожидать, к смещенному на u стандартному уравнению для функции отражения. В дальнейших рассуждениях предположим, что в отсутствие турбулентности диффузия излучения происходит с полным перераспределением по частотам. Тогда

$$r(x', x) = \omega_0(x') \omega_0(x), \quad (10)$$

где $\omega_0(x) = \pi^{-1/4} \omega(x)$. В случае доплеровского уширения линии $\omega(x) = \exp(-x^2)$. В этом случае решение уравнения (8) может быть записано в виде

$$R(x', x, u) = R_*(x'-u, x-u) = \frac{\lambda}{2} \frac{\varphi(x'-u) \varphi(x-u)}{\varpi(x'-u) + \varpi(x-u)}, \quad (11)$$

где функция $\varphi(x, u)$ является решением функционального уравнения

$$\varphi(z) = \omega_0(z) + \frac{\lambda}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\varphi(z') \varphi(z)}{\varpi(z') + \varpi(z)} \omega_0(z') dz'. \quad (12)$$

Отсюда для искомой величины средней интенсивности отраженного излучения и профиля наблюдаемой линии соответственно получаем

$$\langle R(x', x) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} R_*(x'-u, x-u) \alpha_0(u) du, \quad (13)$$

$$\langle R(x) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \langle R(x', x) \rangle dx'. \quad (14)$$

Рассмотрим теперь предельный режим микротурбулентности ($\Lambda \rightarrow 0$). Как явствует из уравнения (8), в этом случае все коэффициенты $R_k(x', x)$ ($k \neq 0$) стремятся к нулю при любых x и x' . Это означает, что величина $R(x', x, u)$ не зависит более от значения параметра u , что физически нетрудно понять: поскольку изменения поля скоростей на разных глубинах в этом случае происходят независимо друг от друга.

Что касается функции $R_0(x', x)$, то она определяется из следующего уравнения

$$\begin{aligned} [\varpi(x-u) + \varpi(x'-u)]R_0(x', x) &= \frac{\lambda}{2} [\omega_0(x-u)\omega_0(x'-u) + \\ &+ \omega_0(x-u) \int_{-\infty}^{\infty} \omega_0(x'-u)R_0(x'', x')dx'' + \omega_0(x'-u) \int_{-\infty}^{\infty} \omega_0(x''-u)R_0(x, x'')dx'' + \\ &+ \int_{-\infty}^{\infty} R_0(x', x'')dx'' \int_{-\infty}^{\infty} \omega_0(x''-u)\omega_0(x''-u)R_0(x'', x)dx'']. \end{aligned} \quad (15)$$

С другой стороны, на основе соотношений (9), (11), (13) заключаем, что $R_0(x', x)$ есть не что иное, как искомая средняя интенсивность $\langle R(x, x) \rangle$. Тогда, умножая обе стороны уравнения (15) на $\alpha_0(u)$ и интегрируя по всем u , окончательно находим

$$\begin{aligned} [\gamma(x) + \gamma(x')] \langle R(x', x) \rangle &= \frac{\lambda}{2} \left[\Phi(x, x') + \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(x, x'') \langle R(x'', x') \rangle dx'' + \right. \\ &\left. + \int_{-\infty}^{\infty} \langle R(x, x'') \rangle \Phi(x'', x') dx'' + \int_{-\infty}^{\infty} \langle R(x', x'') \rangle dx'' \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(x'', x'') \langle R(x'', x) \rangle dx'' \right], \end{aligned} \quad (16)$$

где мы ввели следующие обозначения:

$$\gamma(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \varpi(x-u) \alpha_0(u) du, \quad \Phi(x', x) = \int_{-\infty}^{\infty} \varpi_0(x'-u) \varpi_0(x-u) \alpha_0(u) du. \quad (17)$$

Таким образом, в режиме микротурбулентности осредняется не только профиль коэффициента поглощения, но и функция перераспределения, на что впервые обратил внимание Маньян [5]. В этой же работе было получено билинейное разложение для найденной в этом случае функции перераспределения. При доплеровском уширении спектральной линии интегралы (17) легко вычисляются

$$\gamma(x) = \beta + \frac{1}{\sqrt{(1+u_i^2)}} \exp\left(-\frac{x}{\sqrt{1+u_i^2}}\right), \quad (18)$$

$$\Phi(x', x) = \frac{1}{\sqrt{\pi(2u_t^2 + 1)}} \exp \left\{ -\frac{(1 + u_t^2)(x^2 + x'^2) - 2u_t^2 x x'}{2u_t^2 + 1} \right\}. \quad (19)$$

Билинейное разложение функции $\Phi(x', x)$ можно вывести и непосредственно, способом, описанным в [1]. Оно имеет вид

$$\Phi(x', x) = \sum_{k=0}^{\infty} A_k \bar{\alpha}_k(x) \bar{\alpha}_k(x'), \quad (20)$$

где

$$A_k = \left(\frac{u_t^2}{u_t^2 + 1} \right)^k, \quad \bar{\alpha}_k(x) = \frac{c_k}{\sqrt{1 + u_t^2}} \exp \left(-\frac{x^2}{1 + u_t^2} \right) H_k \left(\frac{x}{\sqrt{1 + u_t^2}} \right), \quad (21)$$

и $c_k = (2^k k! \sqrt{\pi})^{-1/2}$. Тогда функцию $\gamma(x)$ можно представить в виде $\gamma(x) = \beta + \pi^{1/4} \bar{\alpha}_0(x)$.

Уравнение (16) решается стандартным способом, разработанным для решения задач переноса излучения при частичном перераспределении по частотам с использованием билинейного разложения функции перераспределения (см., например, [10-12]). Используя разложение (20), из уравнения (16) имеем

$$\langle R(x', x) \rangle = \frac{\lambda}{2} \sum_{k=0}^{\infty} A_k \frac{\bar{\varphi}_k(x') \bar{\varphi}_k(x)}{\gamma(x') + \gamma(x)}, \quad (22)$$

где

$$\bar{\varphi}_k(x) = \bar{\alpha}_k(x) + \int_{-\infty}^{\infty} \langle R(x', x) \rangle \bar{\alpha}_k(x') dx'. \quad (23)$$

Поэтому вопрос сводится к решению системы функциональных уравнений для φ -функций Амбарцумяна:

$$\bar{\varphi}_k(x) = \bar{\alpha}_k(x) + \frac{\lambda}{2} \sum_{m=0}^{\infty} A_m \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\bar{\varphi}_m(x) \bar{\varphi}_m(x')}{\gamma(x) + \gamma(x')} \bar{\alpha}_m(x') dx', \quad (24)$$

после чего профиль спектральной линии определяется по формуле

$$\langle R(x) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \langle R(x', x) \rangle dx' = \frac{\lambda}{2} \sum_{k=0}^{\infty} A_k \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\bar{\varphi}_k(x) \bar{\varphi}_k(x')}{\gamma(x) + \gamma(x')} dx'. \quad (25)$$

Для облегченного решения бесконечной системы уравнений типа (24) были предложены простые алгоритмы (см. [12]). Вместе с тем следует отметить, что в данном случае решение усеченных систем уравнений обеспечивает большую точность, нежели, например, при чисто доплеровском перераспределении по частотам (случай r_1 по нумерации Хаммера [13,14]). Это обусловлено более быстрой сходимостью рядов (20), (22) ввиду того, что в задачах, представляющих астрофизический интерес, величина гидродинамической скорости обычно сравнительно мала и лишь

ненамного может превосходить среднюю тепловую скорость (так обстоит дело, в частности, в спокойных солнечных протуберанцах (см., например, [15])). Поэтому обычно имеем $A_k \leq (1/2)^k$ [2].

На рис.1 показаны профили спектральной линии, образуемой при диффузном отражении от микро- и макротурбулентных полубесконечных атмосфер, при различных значениях средней скорости гидродинамической скорости u_i . Для режима макротурбулентности мы приходим к известному результату о постоянстве эквивалентной ширины. Вместе с тем, как это явствует из левого рисунка, в режиме микротурбулентности остается практически неизменной интенсивность в центре линии, в то время как полуширина и эквивалентная ширина линии быстро растут с увеличением среднего значения гидродинамической скорости. Качественная картина поведения профилей линии с изменением нетепловой скорости не меняется при других значениях коэффициента рассеяния λ . В заключение заметим, что, аналогично случаю статической атмосферы, величина $1 - \langle R(x) \rangle$ дает контур спектральной линии, образующейся в изотермической турбулентной атмосфере с источниками энергии единичной мощности [16].

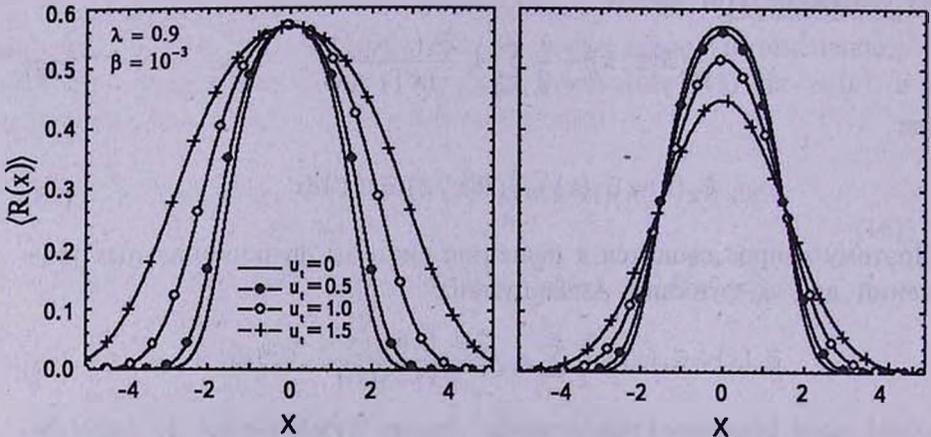


Рис.1. Профили линий, образуемые при отражении от полубесконечной микротурбулентной (слева) и макротурбулентной (справа) атмосфер. С увеличением средней скорости нетеплового движения интенсивность линии, образуемой при отражении от микротурбулентной атмосферы, практически не меняется. В режиме макротурбулентности неизменна эквивалентная ширина линии.

4. *Среднее число рассеяний и среднее время пребывания кванта в среде.* Рассмотрим сначала режим микротурбулентности. Обозначим через $\langle N(x) \rangle$ среднее число рассеяний, претерпеваемых квантом в процессе диффузии, прежде чем он испытает истинное поглощение и будет термализован в среде или покинет ее. Для времени, затрачиваемого при блуждании в атмосфере, введем обозначение $\langle \Omega(x) \rangle$ (временем,

затрачиваемым на пребывание атома в возбужденном состоянии, мы пренебрегаем). Величина $\langle \Omega(x) \rangle$ является безразмерной и измеряется в единицах $1/nk_{\nu_0}c$, где n - число поглощающих атомов в единице объема, k_{ν_0} - коэффициент поглощения в центральной частоте линии, рассчитанный на один атом. В обоих рассматриваемых нами режимах макро- и микротурбулентности данные величины могут быть найдены методами, описанными нами в [17,18].

4.1. *Режим микротурбулентности.* В этом случае величины $\langle N(x) \rangle$ и $\langle \Omega(x) \rangle$ определяются соответственно из уравнений

$$\gamma(x)\langle N(x) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x', x) \langle N(x') \rangle dx' + \gamma(x) + \int_{-\infty}^{\infty} \gamma(x') \langle R(x', x) \rangle dx', \quad (26)$$

$$\gamma(x)\langle \Omega(x) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x', x) \langle \Omega(x') \rangle dx' + 1 + \int_{-\infty}^{\infty} \langle R(x', x) \rangle dx', \quad (27)$$

где введено обозначение

$$\psi(x', x) = \Phi(x', x) + \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(x', x'') \langle R(x'', x) \rangle dx'', \quad (28)$$

или с учетом (20) и (23)

$$\psi(x', x) = \frac{\lambda}{2} \sum_{k=0}^{\infty} A_k \bar{\alpha}_k(x') \bar{\varphi}_k(x). \quad (29)$$

Подставляя разложение (29) в уравнения (26) и (27), получим соответственно

$$\gamma(x)\langle N(x) \rangle = \frac{\lambda}{2} \sum_{k=0}^{\infty} A_k \bar{\varphi}_k(x) N_k + \pi^{1/4} \bar{\varphi}_0(x) + \beta [1 + \langle R(x) \rangle], \quad (30)$$

$$\gamma(x)\langle \Omega(x) \rangle = \frac{\lambda}{2} \sum_{k=0}^{\infty} A_k \bar{\varphi}_k(x) \Omega_k + 1 + \langle R(x) \rangle, \quad (31)$$

где

$$N_k = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{\alpha}_k(x) \langle N(x) \rangle dx, \quad \Omega_k = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{\alpha}_k(x) \langle \Omega(x) \rangle dx. \quad (32)$$

Из соотношений (30) и (31) явствует, что для нахождения требуемых средних величин $\langle N(x) \rangle$ и $\langle \Omega(x) \rangle$ достаточно определить постоянные N_k и Ω_k . Для последних из тех же соотношений (30) и (31) нетрудно получить системы алгебраических уравнений

$$N_k = \frac{\lambda}{2} \sum_{m=0}^{\infty} A_m b_{km} N_m + \pi^{1/4} b_{k0} + \beta \alpha_k \quad \Omega_k = \frac{\lambda}{2} \sum_{m=0}^{\infty} A_m b_{km} \Omega_m + \alpha_k, \quad (33)$$

где

$$b_{km} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\bar{\alpha}_k(x) \bar{\varphi}_m(x)}{\gamma(x)} dx, \quad \alpha_k = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\bar{\alpha}_k(x)}{\gamma(x)} [1 + \langle R(x) \rangle] dx. \quad (34)$$

4.2. *Режим макротурбулентности.* Имея в распоряжении выражения для искомых средних величин при $u_i = 0$, несложно определить эти величины в случае макротурбулентности. Действительно, если ввести обозначения $\langle \bar{N}(x) \rangle$ и $\langle \bar{\Omega}(x) \rangle$ для средних величин в отсутствие турбулентности, то можно написать

$$\langle N(x) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \alpha_0(u) \bar{N}(x-u) du, \quad \langle \Omega(x) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \alpha_0(u) \bar{\Omega}(x-u) du. \quad (35)$$

Что касается величин $\langle \bar{N}(x) \rangle$ и $\langle \bar{\Omega}(x) \rangle$, то учитывая, что в данном случае соотношение (28) дает $\psi(x', x) = \omega_0(x') \varphi(x)$, и используя результаты работ [17] и [18], получаем

$$\langle \bar{N}(x) \rangle = \left(\frac{\lambda}{2} N + \pi^{1/4} \right) \frac{\varphi(x)}{\varpi(x)} + \left[1 + \int_{-\infty}^{\infty} R_*(x', x) dx' \right] \frac{\beta}{\varpi(x)}, \quad (36)$$

$$\langle \bar{\Omega}(x) \rangle = \frac{\lambda}{2} \Omega \frac{\varphi(x)}{\varpi(x)} + \left[1 + \int_{-\infty}^{\infty} R_*(x', x) dx' \right] \frac{1}{\varpi(x)}, \quad (37)$$

где $R_*(x', x)$ - функция отражения при отсутствии турбулентности,

$$N = (\beta a + \pi^{1/4} b) / \left(1 - \frac{\lambda}{2} b \right), \quad \Omega = a / \left(1 - \frac{\lambda}{2} b \right), \quad (38)$$

и

$$a = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\omega_0(x)}{\varpi(x)} \left[1 + \int_{-\infty}^{\infty} R_*(x', x) dx' \right] dx, \quad b = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\omega_0(x)}{\varpi(x)} \varphi(x) dx. \quad (39)$$

Пользуясь формулами (35), окончательно находим

$$\langle N(x) \rangle = \left(\frac{\lambda}{2} N + \pi^{1/4} \right) \bar{b}(x) + \beta \bar{a}(x), \quad \langle \Omega(x) \rangle = \frac{\lambda}{2} \Omega \bar{b}(x) + \bar{a}(x), \quad (40)$$

где

$$\bar{a}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[1 + \int_{-\infty}^{\infty} R_*(x', x-u) dx' \right] \frac{\alpha_0(u)}{\varpi(x-u)} du, \quad \bar{b}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\varphi_0(x-u)}{\varpi(x-u)} \alpha_0(u) du. \quad (41)$$

На рис.2 и 3 показано частотное поведение найденных нами статистических средних величин $\langle N(x) \rangle$ и $\langle \Omega(x) \rangle$ при различных значениях средней гидродинамической скорости. Для сравнения приводятся также графики указанных величин при отсутствии турбулентности в атмосфере. Бросается в глаза различное поведение функции $\langle N(x) \rangle$ в рассматриваемых двух режимах. Также, как и профиль линии, среднее число рассеяний в центральных частотах в микротурбулентной атмосфере примерно такое же, как и в отсутствие турбулентности. В то же время

кванты в крыльях линий рассеиваются в большей степени в турбулентной атмосфере, хотя блуждают в ней меньше времени.

Примерно так же ведут себя кванты в крыльях линии в режиме макротурбулентности. Однако в центральных частотах число рассеяний и время пребывания в среде в этом случае больше, чем в отсутствии турбулентности. Вместе с тем на основании рис.1-3 можно заключить, что в далеких крыльях размер элементов турбулентности не имеет значения.

С другой стороны, мы видим, что наличие турбулентных движений

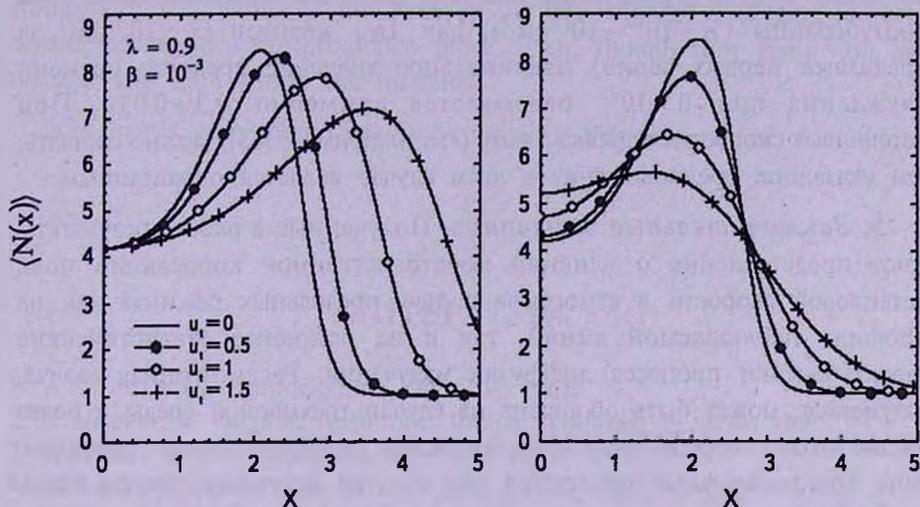


Рис.2. Среднее число рассеяний, претерпеваемых квантом в результате диффузии в атмосфере при наличии микро- (слева) и макротурбулентности (справа). Процесс истинного поглощения в непрерывном спектре также принимается за рассеяние.

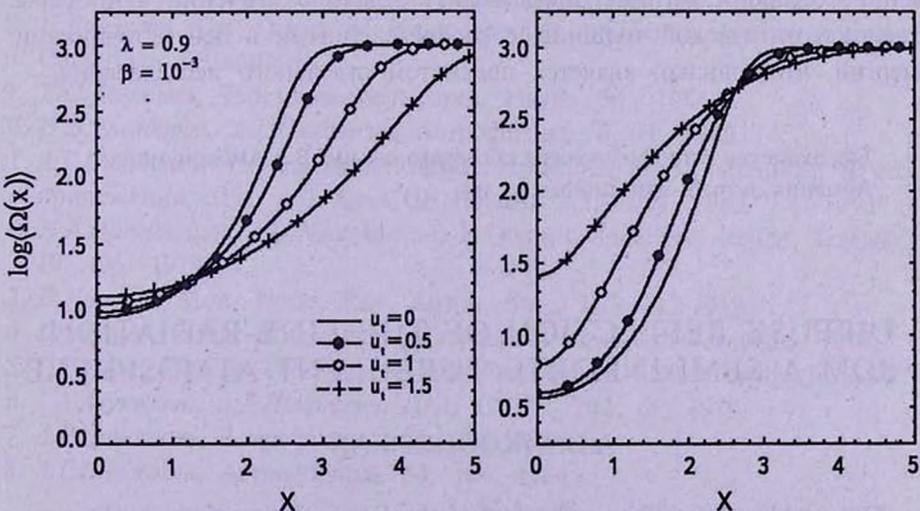


Рис.3. Среднее время пребывания кванта в полубесконечной микро- (слева) и макротурбулентной (справа) атмосферах.

не влияет на асимптотическое поведение рассматриваемых статистических средних величин. Физически это понятно, поскольку в далеких крыльях как число рассеяний, так и время блуждания квантов, определяется не выходом из атмосферы, а истинным поглощением в ней. В частности, это время является максимальным и равно β^{-1} . Оно позволяет судить, насколько справедливым в тех или иных случаях является упомянутое в начале статьи предположение о неизменности нетепловой скорости в окрестности данной точки при повторных рассеяниях кванта в ней. Так, например, в такой относительно плотной среде, как спокойные солнечные протуберанцы ($n \sim 10^{10} + 10^{11} \text{ см}^{-3}$), для Ly_α квантов ($k \sim 10^{-17} \text{ см}^2$ за пределами первых серий) максимальное значение среднего времени блуждания при $\beta = 10^{-3}$ оказывается примерно $0.3 + 0.03 \text{ с}$. При нетепловых скоростях порядка 5 км/с (см., например, [15]) можно ожидать, что указанное предположение в этом случае является оправданным.

5. Заключительные замечания. Полученные в работе результаты дают представление о влиянии пространственной корреляции поля нетепловой скорости в атмосфере в двух предельных режимах как на профиль наблюдаемой линии, так и на основные статистические характеристики процесса диффузии излучения. Рассмотренная задача, разумеется, может быть обобщена на случаи трехмерной среды и более общих законов перераспределения излучения по частотам и направлениям. Хотя принципиальных трудностей при этом не возникает, однако объем вычислений и вместе с тем машинные затраты времени резко возрастают. При этом следует учесть, что речь здесь идет о классической, достаточно простой, модельной задаче. С точки зрения астрофизических приложений, большой интерес представляет задача о свечении атмосферы конечной оптической толщины с распределенными в ней источниками энергии, что, однако, является предметом отдельного исследования.

Бюраканская астрофизическая обсерватория им. В.А.Амбарцумяна
Армения, e-mail: narthur@bao.sci.am

DIFFUSE REFLECTION OF THE LINE-RADIATION FROM A SEMI-INFINITE TURBULENT ATMOSPHERE

A.G. NIKOGHOSSIAN

The problem of diffuse reflection of the line-radiation from a 1D semi-infinite turbulent atmosphere is treated in two limiting regimes - micro- and

macroturbulence. In solving Ambartsumian's principle of invariance is applied. Alongside with the observed line-profile, the statistical average quantities describing the diffusion process in the atmosphere, such as the mean number of scatterings and the average time spent by the quantum within atmosphere, are determined. The dependence of these quantities on the values of the mean hydrodynamic velocity and scattering coefficient is studied. It is shown that the central intensity of the line depends only slightly on the value of non-thermal velocity. In comparison with static atmosphere, the quanta in the wings of the line undergo scattering in both considered regimes of turbulence more often, though they spent, on an average, less time within the medium.

Key words: *atmosphere: turbulence: radiative transfer*

ЛИТЕРАТУРА

1. А.Г.Никогосян, *Астрофизика*, **50**, 219, 2007.
2. С.Мэган, *J. Quantit. Spectrosc. Radiat. Transfer*, **15**, 979, 1975.
3. Н.Фриш, *Astron. Astrophys.*, **40**, 267, 1975.
4. Н.Фриш, У.Фриш, *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*, **175**, 157, 1976.
5. С.Мэган, *J. Quantit. Spectrosc. Radiat. Transfer*, **16**, 281, 1976.
6. Н.П.Гейл, Е.Хундт, В.Н.Кегел, Ж.Шмид-Бургк, Г.Травинг., *Astron. Astrophys.*, **32**, 65, 1974.
7. Н.П.Гейл, Е.Седлмайр, Г.Травинг, *Astron. Astrophys.*, **44**, 421, 1975.
8. Г.Батчелор, *The Theory of Homogeneous Turbulence*, University press, Cambridge, 6th edition.
9. Е.С.Вентцель, *Теория вероятностей*, Наука, М., 1964.
10. Н.Б.Енгибарян, А.Г.Никогосян, *Астрофизика*, **8**, 71, 1972.
11. А.Г.Никогосян, Г.А.Арутюнян, в сб.: *Принцип инвариантности и его приложения*, Изд. АН АрмССР Ереван, с.232-241, 1980.
12. Н.А.Нарутхунян, А.Г.Никогосян, *J. Quantit. Spectrosc. Radiat. Transfer*, **19**, 135, 1978.
13. Д.Хаммер, *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*, **125**, 21, 1962.
14. Д.Михалас, *Stellar Atmospheres*, Freeman & Co., San-Francisco, 1970.
15. Е.Тандберг-Хансен, *The Nature of Solar Prominences*, Kluwer, Dordrecht, 1995.
16. Г.А.Арутюнян, А.Г.Никогосян, *ДАН СССР*, **242**, 66, 1978.
17. А.Г.Никогосян, *Астрофизика*, **21**, 323, 1984.
18. А.Г.Никогосян, *Астрофизика*, **24**, 149, 1986.