

ОБРАЗОВАНИЕ СПЕКТРАЛЬНЫХ ЛИНИЙ В
МЕЗОТУРБУЛЕНТНОЙ АТМОСФЕРЕ

А.Г.НИКОГОСЯН

Поступила 25 января 2007

Рассматривается задача об образовании спектральных линий в турбулентной атмосфере с пространственно коррелированным полем скоростей. Для ее решения предлагается новый подход, не основанный на формализме Фоккера-Планка. Применение метода инвариантного погружения позволяет свести вопрос о нахождении средней интенсивности излучения, наблюдаемого в линии, к решению системы дифференциальных уравнений. Такая возможность основана на определении средней интенсивности выходящего из среды излучения при некотором фиксированном значении турбулентной скорости на ее границе. Для этой величины получено отдельное интегральное уравнение. Исследуется зависимость профиля линии, интегральной интенсивности и ширины линии от средней длины корреляции и среднего значения гидродинамической скорости. Показано, что переход от режима микротурбулентности к режиму макротурбулентности происходит в сравнительно узком интервале изменения длины корреляции. Предложенный подход дает решение задачи для семейства неоднородных атмосфер с различными оптическими толщинами, что позволяет легко определить поле излучения внутри турбулентной среды. Подход допускает различные обобщения, в частности, он без существенных изменений может быть применен и в случае, когда длина корреляции зависит от точки в атмосфере.

Ключевые слова: *звезды: атмосферы: спектральные линии*

1. *Введение.* Известно, что для достижения удовлетворительного согласия между теоретическими и наблюдаемыми профилями и эквивалентными ширинами спектральных линий, возникающих в звездных атмосферах, приходится привлекать механизм уширения линии нетепловой природы. Было показано, что наличие гидродинамических движений в излучающей атмосфере способно объяснить часто наблюдаемую тенденцию кривых роста, заключающуюся в утрачивании классического плато насыщения. Таким образом, в звездной спектроскопии появилось понятие турбулентности, хотя непосредственно наблюдаемых доказательств о гидродинамической, в обычном смысле, природе данного явления не существовало. Более того, оставалось неясным, существует ли данное физическое явление в атмосферах на самом деле или оно представляет собой лишь способ введения в рассмотрение дополнительного параметра в качестве скорости турбулентного движения для устранения несоответствия между теорией и наблюдательными данными. Однако явление грануляции, непосредственно наблюдаемое в фотосфере Солнца, а также движения различных масштабов в солнечных

протуберанцах заставляют предположить, что такого рода явления следует ожидать и в случае других звезд. В связи с этим возникает вопрос о влиянии случайных изменений поля скоростей в излучающей атмосфере на наблюдаемые спектры.

Гидродинамической характеристикой турбулентных движений является коэффициент корреляции вдоль направления распространения луча, который в стационарном случае определяется по формуле

$$\rho(\Delta s) = \langle v(s)v(s+\Delta s) \rangle / \langle v^2(s) \rangle. \quad (1)$$

где s - пространственная координата, v - проекция вектора скорости на направление s и угловые скобки обозначают осреднение по всему излучающему объему. Вид функции ρ существенным образом зависит от типа турбулентности и определяется степенью взаимосвязи между изменениями поля скоростей в различных точках среды. Характерным параметром, описывающим в среднем указанную связь, является длина корреляции Λ . В двух предельных случаях $\Lambda \rightarrow 0$ и $\Lambda \rightarrow \infty$ задача об образовании спектральных линий в значительной степени упрощается, и потому именно эти случаи наиболее часто рассматриваются астрофизиками при интерпретации наблюдаемых спектров. При значениях Λ , меньших среднего пути свободного пробега кванта, случайные изменения гидродинамической скорости в близлежащих точках среды происходят практически независимо друг от друга. В пределе, когда $\Lambda \rightarrow 0$, скорости движений независимы на атомарном уровне, так что при расчете профиля наблюдаемой линии осредняется по скоростям лишь коэффициент поглощения в линии, смещенный по частоте согласно эффекту Доплера.

Данный предельный случай соответствует микротурбулентности, при котором для профиля коэффициента поглощения $\omega(x)$ имеем

$$\omega(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(x-u)P(u)du, \quad (2)$$

где α - профиль коэффициента поглощения в линии в статической атмосфере, x - безразмерная частота, определяемая смещением от центра линии в доплеровских ширинах, u - безразмерная гидродинамическая скорость, измеряемая в единицах средней тепловой скорости и $P(u)$ - закон распределения турбулентной скорости. В противоположном предельном случае, когда $\Lambda \rightarrow \infty$, гидродинамические скорости во всех точках среды меняются в унисон, так что средний профиль спектральной линии $\langle r(x) \rangle$ оказывается суперпозицией в разной степени смещенных профилей, как это имеет место при вращении излучающего объекта. В данном случае, известном как предел макротурбулентности, имеем

$$\langle r(x) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} r(x-u) P(u) du. \quad (3)$$

Очевидно, что модели микро- и макротурбулентности являются лишь приближениями и не дают ясного представления об эффекте турбулентных движений в случае, когда средние размеры ячеек турбулентности произвольны.

Данный промежуточный случай, называемый часто мезотурбулентностью (см., например, [1]), рассматривался многими авторами. Здесь мы отметим лишь некоторые из работ французских и немецких теоретиков, выполненные в 70-80-х годах, когда данная область особенно интенсивно развивалась. В ранней работе Травинга [2] (см. также [3]) обсуждалась дискретная модельная задача, в которой поглощение атомами заменялось экспоненциальным поглощением со стороны твердых независимо движущихся ячеек турбулентности конечных, но фиксированных размеров. Такой подход получил дальнейшее развитие в работах [4-6], в которых допускалось, что размеры ячеек могут меняться случайным образом, при этом распределение точек раздела в пространстве задавалось законом Пуассона (так называемый процесс Кубо-Андерсона [7]). При некоторых упрощающих предположениях было получено замкнутое выражение для статистически среднего профиля спектральной линии при ЛТР.

Принципиально другой метод был разработан в работах [8-11], в которых обсуждался континуальный аналог задачи. Он сводится к рассмотрению процесса Уленбека-Орнштейна [7] при гауссовском распределении скоростей. В результате авторы получают уравнения типа Фоккера-Планка для функции совместного распределения скоростей и интенсивности излучения в линии. Эти уравнения достаточно сложные и решаются численно. На самом деле оба упомянутых подхода являются приближенными и не согласуются друг с другом. Сложность задачи об образовании спектральных линий в мезотурбулентной атмосфере заключается, по-видимому, в выборе такой модели, которая наиболее адекватно описывало изучаемое явление.

В настоящей работе будет дана несколько другая формулировка задачи, которая позволяет относительно просто определить интересующее нас среднее значение интенсивности выходящего излучения. Она базируется на идее инвариантного погружения, развитой нами в работах [12-14], и использует в то же время результаты, полученные при изучении свечения многокомпонентных атмосфер [15-17]. Работа носит иллюстративный характер, поэтому ограничивается рассмотрением линий при ЛТР. Хотя формализм Фоккера-Планка применим и в данном случае, однако мы выбираем другой путь, приводящий в

конечном счете к решению отдельного интегрального уравнения для искомой величины, что позволяет, в частности, получить аналитическое решение задачи для предельных случаев. Предлагаемый подход дает решение задачи для семейства атмосфер с разными оптическими толщинами и применим независимо от того, является ли атмосфера однородной или нет. Это обстоятельство позволяет легко определить режим излучения внутри среды.

2. Постановка задачи. Пусть имеется атмосфера конечной оптической толщины τ_0 , рассчитанной в центре спектральной линии при отсутствии гидродинамических движений. Будем полагать, что среда содержит источники энергии мощности $B(\tau)\varpi(x)$, зависящие от глубины τ . Здесь мы ввели обозначение $\varpi(x) = \omega(x) + \beta$, где β - отношение коэффициента поглощения в непрерывном спектре к коэффициенту поглощения в центре линии. Величина $B(\tau)$ играет роль функции источника и связана с функцией Планка.

Будем считать, что в атмосфере развита однородная турбулентность, так что вектор гидродинамической скорости v представляет собой случайную функцию, зависящую от глубины, причем средние характеристики поля скоростей не зависят от глубины в атмосфере [18]. Более того, допустим, что не зависит от глубины и вероятностный закон, по которому скорость принимает то или иное значение. Вместе с тем предположим, что изменения скорости внутри среды коррелированы друг с другом. Нас интересует значение средней интенсивности излучения, выходящего из границы τ_0 среды в направлении нормали к ее поверхности.

Обобщение получаемых результатов на случай других направлений обсуждается в заключительном разделе. В случае ЛТР оно не представляет трудности, поскольку ввиду отсутствия процесса рассеяния, перераспределения излучения по различным направлениям не происходит. Очевидно, что в одинаковой мере это относится и к перераспределению по частотам внутри линии - факт, который используется в последующих рассуждениях. С учетом вышесказанного всюду далее под величиной u будет подразумеваться проекция гидродинамической скорости на луч зрения, измеренная в единицах средней тепловой скорости.

Введем в рассмотрение функцию $\langle I(\tau_0, x, u) \rangle$, представляющую собой среднюю интенсивность излучения, выходящего из атмосферы с частотой x при условии, что значение скорости на границе среды равно u . Действие излучения на поле скоростей не будет учитываться. Обозначим далее через $G(u, u', \rho(l)) du$ вероятность того, что если на оптической глубине τ' значение скорости равно u' , то на глубине τ оно будет лежать в интервале $u, u + du$. Ввиду однородности процесса коэффициент корре-

ляции ρ зависит лишь от расстояния между точками $l = |\tau - \tau'|$. Если к границе τ_0 добавить слой малой оптической толщины Δ (см. рис.1), то на основе простых физических рассуждений, а также результатов работ [15-17], касающихся правила сложения средних статистических величин интенсивностей при ЛТР, можно написать

$$\langle I(\tau_0 + \Delta, x, u) \rangle = e^{-\varpi(x-u)\Delta} \int_{-\infty}^{\infty} G(u, u', \rho(\Delta)) \langle I(\tau_0, x, u') \rangle du' + B(\tau_0) [1 - e^{-\varpi(x-u)\Delta}]. \quad (4)$$

Это соотношение является ключевым для получения уравнений относительно случайной функции $\langle I(\tau_0, x, u) \rangle$. После ее определения искомая величина статистической средней интенсивности $\langle I(\tau_0, x) \rangle$ может быть найдена по формуле

$$\langle I(\tau_0, x) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} P(u) \langle I(\tau_0, x, u) \rangle du. \quad (5)$$

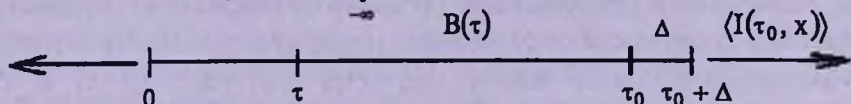


Рис.1. Схематическая картина излучения турбулентной атмосферы.

3. Закон совместного распределения скоростей. Прежде чем перейти непосредственно к решению задачи, определим закон, которому подчиняются изменения нетепловой скорости на разных глубинах. Не претендуя на общность дальнейших рассуждений, ограничимся предположением о марковости процесса и рассмотрим гауссовское распределение на плоскости (см., например, [19])

$$f(u, u', \rho) = \frac{1}{\pi u_t^2 \sqrt{1 - \rho^2}} \exp \left(-\frac{u^2 + u'^2 - 2\rho uu'}{u_t^2 (1 - \rho^2)} \right), \quad (6)$$

где $u_t = \sqrt{\pi} \langle u_{turb} \rangle$, а $\langle u_{turb} \rangle$ - средняя гидродинамическая скорость, измеренная в единицах тепловой скорости. В *Приложении* показывается, что функция $f(u, u', \rho)$ допускает билинейное разложение следующего вида (вывод примерно такой же, как при разложении доплеровской функции перераспределения по частотам и направлениям (см. [20,21])),

$$f(u, u', \rho) = \sum_{k=0}^{\infty} \rho^k \alpha_k(u) \alpha_k(u'), \quad (7)$$

где

$$\alpha_k(u) = (2^k \pi u_t^2 k!)^{-1/2} e^{-(u/u_t)^2} H_k(u/u_t), \quad (8)$$

и $H_k(u)$ - полиномы Эрмита. Заметим, что $\alpha_k(u)$ представляют собой ортонормированную систему функций с весом $\alpha_0(u)^{-1}$. Тогда, очевидно,

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(u, u', \rho) du' = \alpha_0(u) \quad (9)$$

дает абсолютную вероятность появления скорости u на той или иной глубине среды, так что в данном случае $P(u) = \alpha_0(u)$. Величина $\alpha_0(u)$ соответствует максвелловскому распределению проекции скорости на луч зрения. Для условной вероятности G , входящей в уравнение (4), будем иметь

$$G(u, u', \rho) = f(u, u', \rho) / \alpha_0(u') = \frac{1}{u' \sqrt{\pi(1-\rho^2)}} \exp\left(-\frac{(u - \rho u')^2}{u'^2(1-\rho^2)}\right) \quad (10)$$

и, следовательно,

$$G(u, u', \rho) = \frac{1}{\alpha_0(u')} \sum_{k=0}^{\infty} \rho^k \alpha_k(u) \alpha_k(u'). \quad (11)$$

Для однородного марковского процесса коэффициент корреляции меняется в зависимости от расстояния между сравниваемыми глубинами по экспоненциальному закону: $\rho(l) = \exp(-l/\Lambda)$, где $l = |\tau - \tau'|$ и Λ - средняя длина корреляции (см., также [3,22]). Действительно, если рассмотреть три глубины $\tau_1 > \tau_2 > \tau_3$ и положить $l_1 = |\tau_1 - \tau_2|$, $l_2 = |\tau_2 - \tau_3|$, то, используя разложение (11), нетрудно показать, что

$$G(u, u', \rho(l_1 + l_2)) = \int_{-\infty}^{\infty} G(u, u'', \rho(l_2)) G(u'', u', \rho(l_1)) du''. \quad (12)$$

Данное соотношение, по сути, представляет собой соотношение Колмогорова-Чепмена для марковских процессов диффузионного типа и выражает мультипликативное свойство переходной вероятности процесса (в рассматриваемом случае - условной функции распределения скоростей).

4. *Средняя интенсивность выходящего излучения.* Возвращаясь к уравнению (3), представим $\langle I(\tau_0, x, u) \rangle$ в виде разложения в ряд по ортонормированной системе полиномов $\{\alpha_k(u)/\alpha_0(u)\}$

$$\langle I(\tau_0, x, u) \rangle = \sum_{k=0}^{\infty} i_k(\tau_0, x) \frac{\alpha_k(u)}{\alpha_0(u)}, \quad (13)$$

где коэффициенты $i_k(\tau_0, x)$ задаются по формуле

$$i_k(\tau_0, x) = \int_{-\infty}^{\infty} \langle I(\tau_0, x, u) \rangle \alpha_k(u) du. \quad (14)$$

Если теперь воспользоваться разложением (13), то вместо (4) будем иметь

$$i_n(\tau_0 + \Delta, x) = \rho^n(\Delta) i_n(\tau_0, x) - \Delta \sum_{k=0}^{\infty} \rho^k(\Delta) \gamma_{nk}(x) i_k(\tau_0, x) + B(\tau_0) \gamma_{n0}(x), \quad (15)$$

где

$$\gamma_{nk}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\alpha_n(u)\alpha_k(u)}{\alpha_0(u)} \varpi(x-u) du. \quad (16)$$

В предположении, что $\Lambda \neq 0$ (случай $\Lambda = 0$ будет отдельно рассмотрен ниже) в уравнениях (15), ограничимся членами первого порядка малости относительно Δ . Тогда с учетом того, что $\rho^n(\Delta) \sim 1 - (n/\Lambda)\Delta$, перейдем к пределу при $\Delta \rightarrow 0$. В результате получаем

$$\frac{di_n(\tau_0, x)}{d\tau_0} = -\frac{n}{\Lambda} i_n(\tau_0, x) - \sum_{k=0}^{\infty} \gamma_{nk}(x) i_k(\tau_0, x) + B(\tau_0) \gamma_{n0}(x). \quad (17)$$

Поскольку $\langle I(0, x, u) \rangle = 0$, то в качестве начального условия, следует выбрать $i_n(0, x) = 0$. Из (17) имеем удобную для вычислений систему уравнений

$$i_n(\tau_0, x) = - \sum_{k=0}^{\infty} \gamma_{nk}(x) \int_0^{\tau_0} i_k(t, x) e^{-\frac{n}{\Lambda}(\tau_0-t)} dt + \gamma_{n0}(x) \int_0^{\tau_0} B(t) e^{-\frac{n}{\Lambda}(\tau_0-t)} dt. \quad (18)$$

Если воспользоваться разложением (13) и формулой (5) для интересующей нас выходящей интенсивности, то с учетом ортогональности системы функций $\{\alpha_k(u)\}$ получаем

$$\langle I(\tau_0, x) \rangle = i_0(\tau_0, x). \quad (19)$$

Таким образом, решая систему уравнений (18), мы непосредственно находим требуемую величину $\langle I(\tau_0, x) \rangle$.

Однако следует указать и на альтернативный путь нахождения указанной величины, не связанный с решением системы дифференциальных уравнений. Действительно, из системы уравнений (13) нетрудно получить для $\langle I(\tau_0, x, u) \rangle$ отдельное интегральное уравнение. Умножая обе части (17) на $\alpha_n(u)/\alpha_0(u)$ и производя суммирование по всем n , после ряда несложных выкладок находим

$$\langle I(\tau_0, x, u) \rangle = - \int_{-\infty}^{\infty} \varpi(x-u') du' \int_0^{\tau_0} K(\tau_0 - t, u, u') [\langle I(t, x, u') \rangle - B(t)] dt, \quad (20)$$

где введено обозначение

$$K(\tau, u, u') = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha_n(u)\alpha_n(u')}{\alpha_0(u)} e^{-\frac{n}{\Lambda}\tau}. \quad (21)$$

Нетрудно убедиться, что в предельных случаях макро- и микротурбулентности уравнение (20) приводит к известным результатам.

а) Пусть $\Lambda \rightarrow \infty$ (макротурбулентность). Тогда $K(\tau, u, u') \rightarrow \delta(u-u')$ (где δ - дельта функция Дирака) и уравнение (20) дает

$$\langle I(\tau_0, x, u) \rangle = -\varpi(x-u) \int_0^{\tau_0} [\langle I(t, x, u) \rangle - B(t)] dt, \quad (22)$$

откуда

$$\frac{d\langle I(\tau_0, x, u) \rangle}{d\tau_0} = -\varpi(x-u) [\langle I(\tau_0, x, u) \rangle - B(\tau_0)]. \quad (23)$$

Решение уравнения (23) при условии $\langle I(0, x, u) \rangle = 0$ дает смещенный ввиду эффекта Доплера профиль

$$\langle I(\tau_0, x, u) \rangle = \int_0^{\tau_0} B(t) e^{-\varpi(x-u)(\tau_0-t)} \varpi(x-u) dt, \quad (24)$$

Поэтому окончательный результат представляет собой, как и следовало ожидать, осредненный по всем скоростям профиль линии (24)

$$\langle I(\tau_0, x) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \alpha_0(u) \langle I(\tau_0, x, u) \rangle du. \quad (25)$$

б) Предположим теперь, что $\Lambda \rightarrow 0$ (*микротурбулентность*). Мы убедимся, что хотя вышеприведенные уравнения получены при условии $\Lambda \neq 0$, тем не менее уравнение (20) дает правильный результат и в случае $\Lambda = 0$. Действительно, теперь $K(\tau_0, u, u') \rightarrow \alpha_0(u)$ (см. (21)) и, следовательно, из уравнения (19) находим, что $\langle I(\tau_0, x, u) \rangle$ не зависит от u и совпадает с требуемой величиной $\langle I(\tau_0, x) \rangle$

$$\langle I(\tau_0, x) \rangle = -\gamma_{00}(x) \int_0^{\tau_0} [\langle I(\tau_0, x) \rangle - B(t)] dt, \quad (26)$$

откуда находим классический результат

$$\langle I(\tau_0, x) \rangle = \int_0^{\tau_0} B(t) e^{-\gamma_{00}(x)(\tau_0-t)} \gamma_{00}(x) dt, \quad (27)$$

являющийся следствием закона сложения дисперсий. Таким образом, частный случай микротурбулентной среды соответствует решению системы уравнений (18) в первом приближении, когда в разложении (21) берется лишь первое слагаемое. Ситуация здесь аналогична той, которая возникает при решении задачи о частичном доплеровском перераспределении излучения в линии по частотам и направлениям, если пользоваться билинейным разложением соответствующей функции перераспределения по системе ее собственных функций ([20], [21]). Первому приближению там соответствует приближение полного перераспределения по частотам.

Всюду выше нас интересовало лишь излучение со стороны границы τ_0 среды. Если среда неоднородная в том смысле, что первичные источники энергии распределены в атмосфере неравномерно, то, как нетрудно понять, замена $t \rightarrow \tau_0 - t$ аргумента функции $B(t)$ в (17) позволяет определить профиль линии, наблюдаемой у границы 0.

5. *Результаты численных расчетов.* На рис.2-4 показаны характерные особенности интересующих нас средних интенсивностей,

полученных путем численного решения системы уравнений (18). Все расчеты проведены для $\beta = 10^{-3}$. На рис.2 приводятся осредненные профили спектральных линий, наблюдаемые на границе τ_0 изотермической атмосферы оптической толщины $\tau_0 = 3$. Иллюстрируется зависимость от значения параметра u_1 , характеризующего среднюю гидродинамическую скорость, и средней длины корреляции Λ .

Мы видим, что с увеличением u_1 линия расширяется, при этом становится больше и разброс профилей между двумя предельными

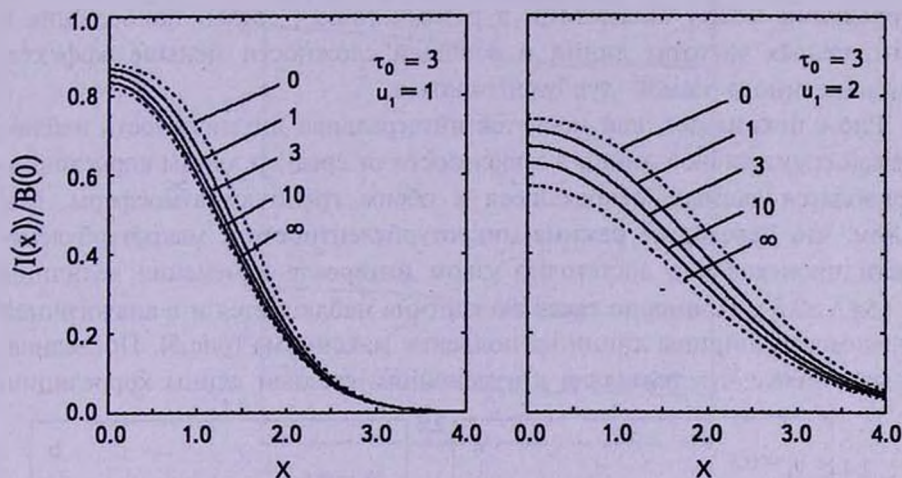


Рис.2. Влияние средней гидродинамической скорости и средней длины корреляции на профили спектральной линии, образуемой на границе τ_0 турбулентной атмосферы оптической толщины $\tau_0 = 3$ с равномерным распределением первичных источников энергии.

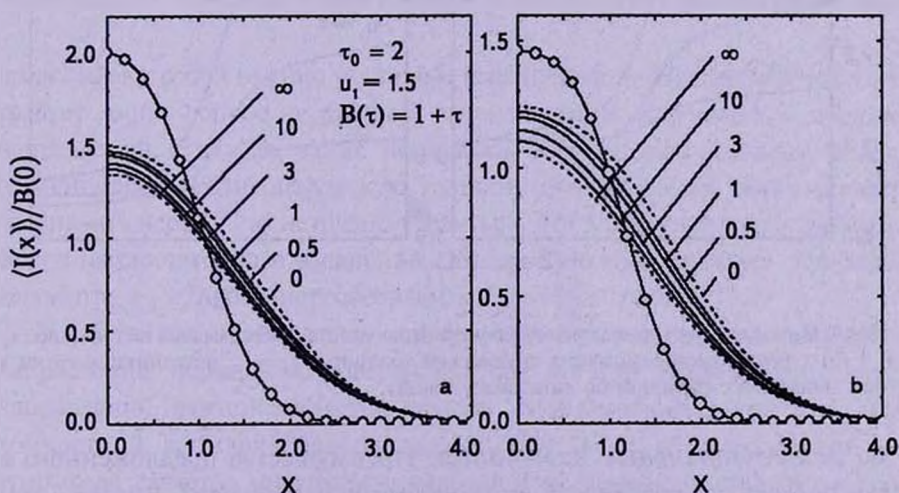


Рис.3. Профили спектральных линий, образуемых на границах τ_0 (а) и 0 (б) турбулентной атмосферы оптической толщины $\tau_0 = 2$ при $u_1 = 1.5$ и источниках энергии, меняющихся в среде по линейному закону: $B(\tau) = 1 + \tau$. Кривые с кружками обозначают профили линии в отсутствии турбулентности.

случаями макро- и микротурбулентности.

На рис.3 приводятся профили спектральных линий при $u_1 = 1.5$, образуемых на обеих границах атмосферы оптической толщины $\tau_0 = 2$, в которой источники энергии растут с глубиной по линейному закону. Нетрудно заметить, что разброс профилей в зависимости от длины корреляции больше у той границы, у которой мощность первичных источников энергии ниже. Из приведенных рисунков можно также заключить, что различия, связанные с длиной пространственной корреляции между скоростями в разных точках среды, наибольшие в центральных частотах линии и в общей сложности меньше эффекта, обусловленного самой турбулентностью.

Рис.4 показывает, как меняется интегральная интенсивность наблюдаемой спектральной линии в зависимости от средней длины корреляции. Приводятся данные, относящиеся к обеим границам атмосферы. Мы видим, что переход от режима микротурбулентности к макротурбулентности происходит в достаточно узком интервале изменения величины Λ ($5 \geq \Lambda \geq 0.5$). Примерно такая же картина наблюдается и в аналогичной зависимости ширины линии на половине максимума (рис.5). Последняя, однако, менее чувствительна к изменениям средней длины корреляции.

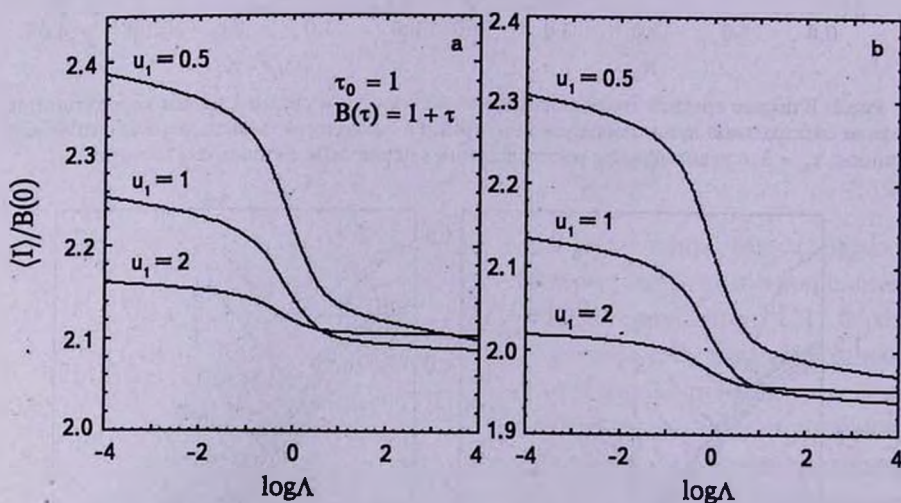


Рис.4. Интегральные интенсивности спектральных линий, наблюдаемых на границах τ_0 (а) и 0 (б) турбулентной атмосферы оптической толщины $\tau_0 = 1$, источники энергии в которой меняются с глубиной по линейному закону.

6. Заключительные замечания. Преимущества предложенного в работе подхода заключаются в его простоте и наглядности. Вместе с тем важно отметить, что он дает решение задачи для семейства атмосфер с различными оптическими толщинами и при любом распределении внутренних источников энергии. Это, в свою очередь, позволяет определить

режим излучения внутри любой атмосферы фиксированной толщины. Для средней интенсивности излучения на некоторой глубине τ в направлении к границе τ_0 это очевидно, поскольку промежуточные результаты при численном решении уравнений (18), касающиеся текущей оптической толщины,

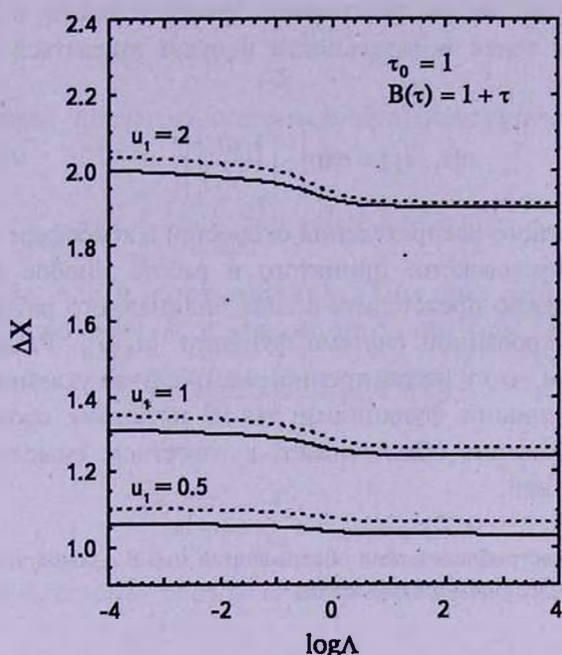


Рис.5. Ширина на половине максимума спектральных линий, наблюдаемых на границах τ_0 (сплошные линии) и 0 (прерывистые линии) турбулентной атмосферы оптической толщины $\tau_0 = 1$, источники энергии в которой меняются с глубиной по линейному закону.

представляют собой именно указанные интенсивности. Некоторого пояснения требует лишь вопрос о средней интенсивности излучения в обратном направлении в случае, когда источники энергии распределены в среде неравномерно. Если оптическую толщину интересующей нас атмосферы обозначить через T , то нетрудно убедиться, что для определения требуемой величины достаточно в уравнении (18) произвести в функции $B(t)$ замену аргумента $t \rightarrow T - t$ и переобозначить τ_0 через τ .

В работе мы ограничились определением интенсивностей излучения в направлении нормали к поверхности среды. При рассмотрении других направлений важной является модель, принимаемая в той или иной конкретной астрофизической задаче. Так, если предполагается, что атмосфера является многокомпонентной и обладает слоистой структурой, то переход к другим направлениям, очевидно, эквивалентен рассмотренной в работе задаче с заменой τ_0 и Λ на $\tau_0 \sec \theta$, $\Lambda \sec \theta$, соответственно, где θ - угол между лучом зрения и нормалью к поверхности атмосферы.

Результаты, полученные в работе допускают обобщения в различных направлениях. Так, например, развитый в работе метод применим и в случае, когда средняя длина корреляции в марковском процессе меняется с глубиной в атмосфере. Однако тогда коэффициент корреляции будет зависеть, очевидно, не от расстояния между точками в среде, а от координат обеих точек в отдельности и будет задаваться посредством формулы

$$\rho(\tau_1, \tau_2) = \exp \left(- \left| \int_{\tau_1}^{\tau_2} \frac{dt}{\Lambda(t)} \right| \right). \quad (28)$$

Закон совместного распределения скоростей в атмосфере также может отличаться от гауссовского, принятого в работе. Любое двухточечное распределение можно представить в виде билинейного разложения типа (7) по ортонормированной системе функций $\{\alpha_k(u)\}$. Различие заключается лишь в том, что в рассмотренном нами случае указанные функции являются собственными функциями для G и потому соответствующее билинейное разложение обеспечивает, в известном смысле, наилучшее приближение к ней.

Бюраканская астрофизическая обсерватория им. В.А.Амбарцумяна
Армения, e-mail: narthur@bao.sci.am

Приложение. Введем для краткости новые обозначения: $\xi = u/u_i$, $\xi' = u'/u_i$, $f(\xi, \xi', \rho) = f(u, u', \rho)$, $\tilde{\alpha}_k(\xi) = \alpha_k(u)$. По-видимому, наиболее простой и короткий путь получения разложения (7) следующий. В хорошо известном интеграле

$$\frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-z^2) dz = 1 \quad (\Pi 1)$$

произведем замену переменной $z = \frac{\xi' - \rho\xi}{\sqrt{1-\rho^2}} - t\sqrt{1-\rho^2}$. В результате имеем

$$\frac{1}{\sqrt{\pi(1-\rho^2)}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[- \frac{(\xi - \rho\xi')^2}{1-\rho^2} - (1-\rho^2)t^2 + 2t(\xi' - \rho\xi) - \xi'^2 + \xi^2 \right] d\xi' = 1. \quad (\Pi 2)$$

Если теперь ввести в рассмотрение производящую функцию системы функций $\{\tilde{\alpha}_k(\xi)\}$

$$F(\xi, t) = e^{-(\xi-t)^2}, \quad (\Pi 3)$$

то вместо (Π2) будем иметь

$$\sqrt{2}\sigma \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tilde{f}(\xi, \zeta, \rho)}{\tilde{\alpha}_0(\zeta)} F(t, \zeta) d\zeta = F(\rho t, \zeta). \quad (\text{П4})$$

Поскольку

$$F(\xi, t) = \sigma\sqrt{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{2^{(k+1)/2}}{k!} \tilde{\alpha}_k(\xi) t^k, \quad (\text{П5})$$

то, приравнявая почленно слагаемые при одинаковых степенях t , из (П4) получим

$$\sigma\sqrt{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tilde{f}(\xi, \zeta, \rho)}{\tilde{\alpha}_0(\zeta)} \tilde{\alpha}_k(\zeta) d\zeta = \rho^k \tilde{\alpha}_k(\xi). \quad (\text{П6})$$

Умножая обе части соотношения (П6) на $\tilde{\alpha}_k(\xi')$ и производя суммирование по всем k , с учетом того, что (см., например, [23])

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\tilde{\alpha}_k(\zeta) \tilde{\alpha}_k(\xi')}{\tilde{\alpha}_0(\zeta)} = \delta(\zeta - \xi'), \quad (\text{П7})$$

находим

$$\tilde{f}(\xi, \xi', \rho) = \sum_{k=0}^{\infty} \rho^k \tilde{\alpha}_k(\xi) \tilde{\alpha}_k(\xi'). \quad (\text{П8})$$

Возвращаясь к старым обозначениям, приходим к соотношению (7).

SPECTRAL LINES FORMATION IN A MESOTURBULENT ATMOSPHERE

A.G.NIKOGHOSSIAN

The problem of the spectral lines formation in a turbulent atmosphere with spatially correlated velocity field is treated. To solve it, we propose a new approach which is not based on the Fokker-Plank formalism. Being applied the method of invariant imbedding reduces the problem of finding the mean intensity observed in the line to the solution of a set of differential equations. This possibility is based on determination of the mean intensity of radiation outgoing from the medium for a certain fixed value of the velocity at its boundary. A separate integral equation for this quantity is derived. Dependence of the line profile, integral intensity and the line width on the mean correlation length and the average value of the hydrodynamic velocity is studied. Passing from the microturbulence regime to

that of macroturbulence is shown to take place in a relatively narrow interval of the correlation length variation. The proposed approach yields the solution of the problem for a family of atmospheres with different optical thicknesses, which enables one to find easily the field of radiation within the atmosphere.

Key words: *stars: atmospheres: spectral lines*

ЛИТЕРАТУРА

1. D.F.Gray, Sol. Phys., 59, 193, 1978.
2. G.Traving, Z. Astrophys., 60, 167, 1964.
3. E.Hundt, Astron. Astrophys., 29, 17, 1973.
4. M.Auvernne, H.Frisch, Ch.Froeschle & A. Pouquet, Astron. Astrophys., 29, 93, 1973.
5. H.Frisch, Astron. Astrophys., 40, 267, 1975.
6. H.Frisch, U.Frisch, Mon. Notic. Roy. Astron. Soc., 175, 157, 1976.
7. А.Т.Баруча-Руд, Элементы теории марковских процессов, Наука, М., 1969.
8. H.P.Gail, E.Sedlmayr, Astron. Astrophys., 36, 17, 1974.
9. H.P.Gail, E.Hundt, W.H.Kegel, J.Schmid-Burgk, G.Traving., Astron. Astrophys, 32, 65, 1974.
10. J.Schmid-Burgk, Astron. Astrophys, 32, 73, 1974.
11. H.P.Gail, E.Sedlmayr, G.Traving, Astron. Astrophys., 44, 421, 1975.
12. A.G.Nikoghossian, Astron. Astrophys., 422, 1059, 2004.
13. А.Г.Никогосян, Астрофизика, 47, 123, 2004.
14. А.Г.Никогосян, Астрофизика, 47, 289, 2004.
15. А.Г.Никогосян, Астрофизика, 45, 273, 2002.
16. А.Г.Никогосян, Ж.Абударам, З.Мурадян, Астрофизика, 48, 303, 2005.
17. А.Г.Никогосян, Астрофизика, 50, 121, 2007.
18. G.Batchelor, The Theory of Homogeneous Turbulence, University press, Cambridge, 6th edition.
19. Е.С.Вентцель, Теория вероятностей, Наука, М., 1964.
20. А.Г.Никогосян, ДАН СССР, 235, 786, 1977.
21. А.Г.Никогосян, Докторская диссертация, Ленинград, 1986.
22. Н.Б.Енгибарян, А.Г.Никогосян, в сб.: Звезды, туманности, галактики, Ереван, Изд. АН АрмССР, с.65-72, 1969.
23. А.Н.Тихонов, А.А.Самарский, Уравнения математической физики, Наука, М., 1966.