АСТРОФИЗИКА

ТОМ 50 ФЕВРАЛЬ, 2007 ВЫПУСК 1

# МАГНИТНОЕ ПОЛЕ НЕЙТРОННОЙ ЗВЕЗДЫ С СВЕРХПРОВОДЯЩИМ КВАРКОВЫМ ЯДРОМ В "CFL"- ФАЗЕ

Д.М.СЕДРАКЯН, К.М.ШАХАБАСЯН, М.К.ШАХАБАСЯН

Поступила 25 октября 2006

Получены уравнения Гинзбурга-Ландау для магнитного и глюомагнитного калибровочных полей в цветовом сверхпроводящем ядре нейтронной звезды, содержащем "CFL"- конденсат дикварков. Учтено взаимодействие "CFL"- конденсата дикварков с магнитным и глюомагнитным калибровочными полями.Для изучения поведения магнитного поля в нейтронной звезде решены уравнения Гинзбурга-Ландау с корректным учетом граничных условий, в том числе с учетом условия конфайнмента глюонов. Найдено распределение магнитного поля в кварковой и адронной фазах нейтронной звезды. Показано, что магнитное поле, генерируемое в адронной фазе из-за эффекта увлечения, проникает в кварковое ядро в виде кварковых вихревых нитей благодаря наличию экранирующих мейсснеровских токов.

Ключевые слова: *звезды: нейтронные: магнитное поле*

1. ***Введение***. Возможность существования сверхплотного кваркового вещества в ядрах нейтронных звезд рассматривалась в течение трех последних десятилетий. В этом веществе вследствие притяжения между кварками в цветовом антитриплетном канале, вызванного обменом одним глюоном, ожидается возникновение сверхпроводящего конденсата дикварков. Кварковые пары, образующие конденсат, имеют нулевой полный угловой момент, J [1-4]. Было показано, что в киральных кварковых моделях с непертубативным четырехточечным взаимодействием, обусловленным инстантонами [5] или с непертубативными глюонными пропагаторами [6,7], аномальные кварковые амплитуды спаривания порядка 100 MeV. Следовательно, можно предположить, что конденсат дикварков будет существовать при плотностях, превышающих плотность деконфайнмента и при температурах, ниже критической температуры $T_c$ (порядка 50 MeV).

Возможны два вида конденсатов: изоскалярная "2SC"- фаза [2], в которой спариваются только "$u$" и "$d$"-кварки двух цветов, и "CFL"-фаза, в которой спариваются безмассовые "$u$", "$d$" и "$s$"-кварки всех трех цветов [8-10]."CFL"-фаза с тремя ароматами безмассовых кварков является самой стабильной в пределе слабого взаимодействия при температуре $T=0$ и вблизи критической температуры $T_c$. В работе [11] было показано, что конденсат дикварков "2SC"-фазы представляет собой

сверхпроводник второго рода. Наличие электрического и цветового зарядов у куперовских пар дикварков приводит к появлению электрической и цветовой сверхпроводимости в "2SC"и "CFL"-фазах. Эти два явления не независимы, потому что фотонные и глюонные калибровочные поля связаны друг с другом. Одно из результирующих смешанных полей - безмассовое, в то время как другое поле является массивным [12].

Уравнения Гинзбурга-Ландау для "2SC"-фазы, с учетом наличия смешанных полей, были получены в [13]. Эти уравнения были использованы в [14] для изучения воздействия внешнего однородного магнитного поля на сверхпроводящее кварковое ядро нейтронной звезды. Было показано, что в отсутствие вихревых нитей мейсснеровские токи в ядре экранируют внешнее магнитное поле почти полностью. В [15] найдено распределение магнитного поля нейтронной звезды с сверхпроводящим "2SC"-кварковым ядром, в которой магнитное поле генерируется в адронной "*npe*"-фазе из-за эффекта увлечения сверхпроводящих протонов сверхтекучими нейтронами [16] и проникает в кварковое ядро в виде кварковых вихревых нитей, образующихся из-за наличия экранирующих мейсснеровских токов. Свободная энергия Гинзбурга-Ландау однородной сверхпроводящей "CFL"-фазы найдена в [10,17]. Калибровочно инвариантное выражение кинетической энергии получено в [18]. Уравнения Гинзбурга-Ландау для параметров порядка и смешанных полей в "CFL"-фазе при наличии внешнего поля получены в [19-21].

Цель данной статьи - изучить распределение магнитного поля в кварковой "CFL"-фазе и адронной "*npe*"-фазе нейтронной звезды. Мы будем учитывать, что в адронной фазе из-за эффекта увлечения сверхпроводящих протонов сверхтекучими нейтронами генерируется магнитное поле. Примем во внимание следующие граничные условия: непрерывность компонент магнитного поля и условие конфайнмента глюонов. Мы будем считать границу между кварковой и адронной фазами резкой, поскольку толщина диффузного переходного слоя мала - порядка радиуса конфайнмента $l = 0.2\,fm$.

В разделе 2 получены уравнения Гинзбурга-Ландау для магнитного и глюомагнитного калибровочных полей в цветовом сверхпроводящем ядре нейтронной звезды, содержащем "CFL"-конденсат дикварков. В разделе 3 приводятся решения этих уравнений для потенциалов магнитного и глюомагнитного полей. В разделе 4 найдены компоненты магнитного поля в кварковой, адронной фазах, а также компоненты внешнего дипольного поля звезды. В разделе 5 приведены выводы.

2. *Уравнения Гинзбурга-Ландау для магнитного и глюомагнитного полей.* Конденсат дикварков характеризуется комплексной

3x3 матрицей щели $\left(\bar{d}_\alpha\right)_i(\bar{r})$ в пространстве ароматов и цветов [17], где $\alpha$ и $i$ соответственно цветовой и ароматический индексы, отличные от индексов тех двух цветов и ароматов, участвующих в куперовском спаривании, $\bar{r}$ - координата центра масс куперовской пары. В работе [12] был введен оператор "нового" заряда $\tilde{Q} = Q + \eta T^8$, действующий на матрицу щели так:

$$\tilde{Q}\left(\bar{d}_\alpha\right)_i(\bar{r}) = 0\,. \tag{1}$$

Здесь $\eta = -2/\sqrt{3}$ [18], $Q$ - генератор электрического заряда кварков в пространстве ароматов $u$, $d$, $s$, $T^8$ - генератор группы цветов $SU(3)_c$, равные

$$Q = \mathrm{diag}\left(\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}\right), \quad T^8 = \frac{1}{2\sqrt{3}}\mathrm{diag}(2, -1, -1)\,. \tag{2}$$

Определение $T^8$ отличается от стандартного циклической перестановкой индексов 1,2,3 и изменением знака [20]. Условие (1) означает, что заряд $\tilde{Q}$ всех куперовских пар конденсата равен нулю. Матрица щели определяется при наличии внешнего магнитного поля следующим образом [21]:

$$\begin{aligned}\left(\bar{d}_\alpha\right)_i = \left[\exp\left(iT^8\varphi_8(\bar{r})\right]_{\alpha i}\frac{|\Phi(\bar{r})| + \sqrt{2}|\chi(\bar{r})|}{3} + \\ + \left[T^8\exp\left(iT^8\varphi_8(\bar{r})\right]_{\alpha i}\frac{2|\Phi(\bar{r})| - \sqrt{2}|\chi(\bar{r})|}{\sqrt{3}}\,,\end{aligned} \tag{3}$$

где функции $\Phi(\bar{r})$ и $\chi(\bar{r})$ задаются так:

$$\Phi(\bar{r}) = |\Phi(\bar{r})|\exp\left[i\varphi_8(\bar{r})/\sqrt{3}\right], \quad \chi(\bar{r}) = |\chi(\bar{r})|\exp\left[-i\varphi_8(\bar{r})/2\sqrt{3}\right]. \tag{4}$$

Анализ калибровочно-инвариантной производной приводит к следующему выражению для смешанных полей [18]:

$$\vec{A}_x = \vec{A}\sin\alpha + \vec{A}^8\cos\alpha\,, \quad \vec{A}_y = \vec{A}\cos\alpha - \vec{A}^8\sin\alpha\,, \tag{5}$$

где $\cos\alpha = g/\sqrt{g^2 + \eta^2 e^2}$, $\vec{A}$ - векторный потенциал магнитного поля, $\vec{A}^8$ - векторный потенциал глюомагнитного поля. Отметим, что смешанное поле $\vec{A}_x$ - массивное, в то время как поле $\vec{A}_y$ - безмассовое. Здесь $g$ - постоянная сильного взаимодействия $\left(g^2/4\pi \approx 1\right)$, $e$ - постоянная электромагнитного взаимодействия ($e^2/4\pi \approx 1/137$), поэтому $\alpha \approx \eta e/g \approx 1/10$. Свободная энергия Гинзбурга-Ландау при наличии внешнего поля принимает следующий вид [21]:

$$\begin{aligned}F = \bar{\alpha}\left(|\Phi|^2 + |\chi|^2\right) + \beta_1\left(|\Phi|^2 + |\chi|^2\right)^2 + \beta_2\left(|\Phi|^4 + |\chi|^4/2\right) + \\ + 2K_T\left|\left(\nabla - 2iq\vec{A}_x\right)\Phi\right|^2 + 2K_T\left|\left(\nabla + iq\vec{A}_x\right)\chi\right|^2 + \frac{1}{8\pi}\bar{B}_x^2 + \frac{1}{8\pi}\bar{B}_y^2\,,\end{aligned} \tag{6}$$

где $q = \sqrt{3g^2 + 4e^2}/6$ - "новый" заряд куперовской пары, $\bar{B}_x = \mathrm{rot}\,\vec{A}_x$ - индукция массивного поля, $\bar{B}_y = \mathrm{rot}\,\vec{A}_y$ - индукция безмассового поля. Коэффициенты $\tilde{\alpha}, \beta_1, \beta_2$ и $K_T$ задаются так:

$$\overline{\alpha} = 4N(\mu/3)\ln(T/T_c), \quad \beta_1 = \beta_2 = 3K_T = \frac{7\zeta(3)}{8(\pi T_c)^2} N(\mu/3), \tag{7}$$

где $N(\mu/3) = (1/2\pi^2)(\mu/3)^2$ - плотность состояний на поверхности Ферми, $\zeta(3)$ - дзета функция Римана, $\mu$ - химический потенциал. Минимизируя свободную энергию (6), получаем уравнения для параметров порядка

$$-2K_T\left(\nabla - 2iq\vec{A}_x\right)^2\Phi + \overline{\alpha}\Phi + 2\beta_1\left(|\Phi|^2 + |\chi|^2\right)\Phi + 2\beta_2|\Phi|^2\Phi = 0, \tag{8}$$

$$-2K_T\left(\nabla + iq\vec{A}_x\right)^2\chi + \overline{\alpha}\chi + 2\beta_1\left(|\Phi|^2 + |\chi|^2\right)\chi + \beta_2|\chi|^2\chi = 0, \tag{9}$$

и уравнения Максвелла для смешанных полей

$$\begin{gathered}\mathrm{rotrot}\,\vec{A}_x = 8\pi K_T qi\left[2\left(\Phi\nabla\Phi^* - \Phi^*\nabla\Phi\right) - \left(\chi\nabla\chi^* - \chi^*\nabla\chi\right)\right] - \\ -16\pi K_T q^2\left(4|\Phi|^2 + |\chi|^2\right)\vec{A}_x,\end{gathered} \tag{10}$$

$$\mathrm{rotrot}\,\vec{A}_y = 0. \tag{11}$$

Из уравнений (10) и (11) можно вывести следующие уравнения для магнитного поля $\vec{A}$ и глюомагнитного поля $\vec{A}^8$:

$$\lambda_q^2\mathrm{rotrot}\,\vec{A} + \vec{A}\sin^2\alpha = \frac{i\sin\alpha\left[2\left(\Phi\nabla\Phi^* - \Phi^*\nabla\Phi\right) - \left(\chi\nabla\chi^* - \chi^*\nabla\chi\right)\right]}{2q\left(4|\Phi|^2 + |\chi|^2\right)} - \vec{A}^8\sin\alpha\cos\alpha, \tag{12}$$

$$\lambda_q^2\mathrm{rotrot}\vec{A}^8 + \vec{A}^8\cos^2\alpha = \frac{i\cos\alpha\left[2\left(\Phi\nabla\Phi^* - \Phi^*\nabla\Phi\right) - \left(\chi\nabla\chi^* - \chi^*\nabla\chi\right)\right]}{2q\left(4|\Phi|^2 + |\chi|^2\right)} - \vec{A}\sin\alpha\cos\alpha, \tag{13}$$

где $\lambda_q$ - глубина проникновения калибровочных полей $\vec{A}$ и $\vec{A}^8$ равная

$$\lambda_q = 4q\sqrt{\pi K_T\left(4|\Phi|^2 + |\chi|^2\right)}. \tag{14}$$

Для "CFL"- фазы $|\Phi| = |\chi|/\sqrt{2} = |k_A|$. Уравнения (12) и (13) запишутся в виде

$$\lambda_q^2\mathrm{rotrot}\,\vec{A} + \vec{A}\sin^2\alpha = \frac{\sin\alpha\nabla\varphi_8}{6q} - \vec{A}^8\sin\alpha\cos\alpha, \tag{15}$$

$$\lambda_q^2\mathrm{rotrot}\,\vec{A}^8 + \vec{A}^8\cos^2\alpha = \frac{\cos\alpha\nabla\varphi_8}{6q} - \vec{A}\sin\alpha\cos\alpha. \tag{16}$$

Здесь $|k_A|$ и $\lambda_q$ соответственно равны [19]:

$$|k_A| = \left(-\overline{\alpha}/6\overline{\beta}\right)^{1/2}, \quad \lambda_q = 4|k_A|q\sqrt{6\pi K_T}, \tag{17}$$

где $\overline{\beta} = \beta_1 + \beta_2/3$. Отметим, что $|k_A|$ минимизирует свободную энергию (6) в отсутствие полей.

3. ***Решение уравнений Гинзбурга-Ландау для потенциалов.*** Предполагая "CFL"-конденсат однородным сверхпроводником второго рода, перепишем уравнения (15) и (16) в виде:

$$\lambda_q^2\mathrm{rotrot}\,\vec{A} + \vec{A}\sin^2\alpha = \vec{f}\sin\alpha - \vec{A}^8\sin\alpha\cos\alpha, \tag{18}$$

$$\lambda_q^2 \mathrm{rotrot}\,\vec{A}^8 + \vec{A}^8 \cos^2\alpha = \vec{f}\cos\alpha - \vec{A}\sin\alpha\cos\alpha\,, \tag{19}$$

где $\vec{f} = \nabla\varphi_8(\vec{r})/6q$. Отметим, что выражение $\mathrm{rotgrad}\varphi_8(\vec{r})$ пропорционально постоянной средней плотности вихревых нитей. Следовательно функция $\vec{f}$ удовлетворяет уравнению:

$$\mathrm{rotrot}\,\vec{f} = 0\,. \tag{20}$$

Заметим, что уравнения (18), (19) и соответствующие уравнения для $\vec{A}_x$ и $\vec{A}_y$ в работе [21] совпадают с уравнениями в работах [12], [13] при замене $\vec{A}_x$ и $\vec{A}^8$ на $-\vec{A}_x$ и $-\vec{G}_8$, так как эти изменения приводят к одинаковым определениям смешанных полей.

Введем новые векторные потенциалы $\vec{A}^*$ и $\vec{A}^{8*}$ следующим образом:

$$\vec{A}^* = \vec{A} - \frac{\vec{f}}{2\sin\alpha}\,, \quad \vec{A}^{8*} = \vec{A}^8 - \frac{\vec{f}}{2\cos\alpha}\,, \tag{21}$$

и запишем уравнения (18) и (19) в виде:

$$\lambda_q^2 \mathrm{rotrot}\,\vec{A}^* + \vec{A}^* \sin^2\alpha = -\vec{A}^{8*}\sin\alpha\cos\alpha\,, \tag{22}$$

$$\lambda_q^2 \mathrm{rotrot}\,\vec{A}^{8*} + \vec{A}^{8*} \cos^2\alpha = -\vec{A}^*\sin\alpha\cos\alpha\,. \tag{23}$$

Определяем $\vec{A}^{8*}$ из уравнения (22) так:

$$\vec{A}^{8*} = -\frac{\lambda_q^2 \mathrm{rotrot}\,\vec{A}^* + \vec{A}^* \sin^2\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha}\,. \tag{24}$$

Из уравнений (23) и (24) имеем следующее соотношение:

$$\mathrm{rotrot}\,\vec{A}^{8*} = \mathrm{ctg}\alpha\,\mathrm{rotrot}\,\vec{A}^*\,. \tag{25}$$

Рассмотрим теперь вместо системы уравнений (22) и (23) эквивалентную систему (24) и (25). Подставляя $\vec{A}^{8*}$ из (24) в (25), для случая $\alpha = \mathrm{const}$ получаем

$$\lambda_q^2 \mathrm{rotrot}\,\vec{M}^* + \vec{M}^* = 0\,, \tag{26}$$

где

$$\vec{M}^* = \mathrm{rotrot}\,\vec{A}^*\,. \tag{27}$$

Следовательно мы можем определить функцию $\vec{A}^*$ решением системы уравнений (26) и (27). Далее мы можем найти электромагнитный потенциал $\vec{A}$ и глюомагнитный потенциал $\vec{A}^8$ из (24) и (21). Для нахождения распределения потенциалов $\vec{A}$ и $\vec{A}^8$ внутри сверхпроводящего кваркового ядра, находящегося во внешнем магнитном поле, потребуем выполнения следующих условий на границе между кварковым ядром и адронной фазой: непрерывности магнитного поля и исчезновения глюомагнитного поля ($\vec{A}^8 = 0$) из-за условия конфайнмента глюонов. Также магнитная индукция $\vec{B}$ и глюомагнитный потенциал $\vec{A}^8$ должны быть конечными функциями в их области существования.

Предположим, что нейтронная звезда радиуса $R$ обладает

сферическим ядром радиуса $a$, состоящим из цветового сверхпроводящего кваркового вещества, и окруженным сферическим слоем адронной материи толщиной $R-a$. Из-за симметрии задачи $\vec{M}^*, \vec{A}$, и $\vec{A}^8$ имеют в сферических координатах $(r, \vartheta, \varphi)$ только $\varphi$ - компоненты: $M^*_\varphi(r,\vartheta), A_\varphi(r,\vartheta)$ и $A^8_\varphi(r,\vartheta)$. Для решения уравнения (29) сделаем подстановку $M^*_\varphi(r,\vartheta) = M_\varphi(r)\sin\vartheta$. Тогда уравнение (26) запишется в виде:

$$\frac{d^2 M_\varphi(r)}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{dM_\varphi(r)}{dr} - \left(\frac{2}{r^2} + \frac{1}{\lambda_q^2}\right) M_\varphi(r) = 0 . \tag{28}$$

Решение уравнения (28) выражается так:

$$M_\varphi(r) = \frac{1}{r^2}\left[c_1'\left(1 - \frac{r}{\lambda_q}\right)e^{\frac{r}{\lambda_q}} + c_2'\left(1 + \frac{r}{\lambda_q}\right)e^{-\frac{r}{\lambda_q}}\right]. \tag{29}$$

Из условия равенства нулю $M_\varphi(r)$ в центре кваркового ядра имеем $c_1' = -c_2'$, так что

$$M_\varphi(r) = \frac{c_1}{r^2}\left[\operatorname{sh}\frac{r}{\lambda_q} - \frac{r}{\lambda_q}\operatorname{ch}\frac{r}{\lambda_q}\right]. \tag{30}$$

Подставляя решение (30) в уравнение (27), получаем для $\vec{A}^*$ следующее решение:

$$A^*_\varphi(r,\vartheta) = M^*_\varphi(r,\vartheta) + c_0' r\sin\vartheta . \tag{31}$$

Подставляя решение (31) в определение потенциала (21),имеем следующее выражение для электромагнитного потенциала:

$$A_\varphi(r,\vartheta) = M^*_\varphi(r,\vartheta) + c_0' r\sin\vartheta + \frac{f_\varphi(r,\vartheta)}{2\sin\alpha} . \tag{32}$$

Решая уравнение (20), находим функцию $f_\varphi(r,\vartheta) = c_0 r\sin\vartheta$. Используя уравнения (21) и (24),получаем выражение глюомагнитного потенциала в виде

$$A^8_\varphi(r,\vartheta) = \left[M_\varphi(r)\operatorname{ctg}\alpha - c_0' r\cdot\operatorname{tg}\alpha + \frac{c_0 r}{2\cos\alpha}\right]\sin\vartheta . \tag{33}$$

Постоянную $c_0'$ определяем из условия конфайнмента глюонов на поверхности кваркового ядра - $A^8_\varphi(a,\vartheta) = 0$. Для $c_0'$ имеем

$$c_0' = \frac{M_\varphi(a)}{a}\operatorname{ctg}^2\alpha + \frac{c_0}{2\sin\alpha} . \tag{34}$$

Подставляя $c_0'$ в (32) и (33), получаем окончательные выражения электромагнитного и глюомагнитного потенциалов:

$$A_\varphi(r,\vartheta) = \left[M_\varphi(r) + \frac{r}{a}M_\varphi(a)\operatorname{ctg}^2\alpha + \frac{c_0 r}{\sin\alpha}\right]\sin\vartheta , \tag{35}$$

$$A_\varphi^g(r) = \left[M_\varphi(r) - \frac{r}{a} M_\varphi(a)\right] \mathrm{ctg}\alpha \sin\vartheta . \tag{36}$$

Заметим, что электромагнитный потенциал в адронной фазе нейтронной звезды получается заменой в решении (29) лондоновской глубины проникновения $\lambda_q$ на соответствующую глубину $\lambda_p$ адронного вещества.

4. ***Компоненты магнитного поля нейтронной звезды.*** Компоненты магнитного поля в кварковой и адронной фазе могут быть найдены с использованием векторных потенциалов по формуле $\vec{B} = \mathrm{rot}\,\vec{A}$. В сферических координатах имеем следующие выражения компонент поля:

$$B_r = \frac{1}{r\sin\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\left(A_\varphi(r,\vartheta)\sin\vartheta\right), \quad B_\vartheta = -\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\left(A_\varphi(r,\vartheta) r\right). \tag{37}$$

Для кваркового ядра, подставив в эти формулы выражение $A_\varphi(r,\vartheta)$ (35), получаем (для $r \le a$) следующие компоненты магнитного поля:

$$B_r^q = \left[\frac{2M_\varphi(r)}{r} + \frac{2M_\varphi(a)}{a}\mathrm{ctg}^2\alpha + \frac{2c_0}{\sin\alpha}\right]\cos\vartheta , \tag{38}$$

$$B_\vartheta^q = -\left[\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(rM_\varphi(r)\right) + \frac{2M_\varphi(a)}{a}\mathrm{ctg}^2\alpha + \frac{2c_0}{\sin\alpha}\right]\sin\vartheta . \tag{39}$$

где $M_\varphi(r)$ определяется уравнением (30).

Магнитное поле в адронной фазе найдем, используя решение (29) и учитывая, что протонные вихревые нити генерируют в этой фазе однородное среднее магнитное поле с амплитудой $B$, параллельное оси вращения звезды [22,23]. Компоненты магнитного поля адронной фазы $B_p$ ($a \le r \le R$) определяются так:

$$B_r^p = \left[\frac{2A_\varphi(r)}{r} + B\right]\cos\vartheta , \tag{40}$$

$$B_\vartheta^p = -\left[\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(A_\varphi(r) r\right) + B\right]\sin\vartheta , \tag{41}$$

где

$$A_\varphi(r) = \frac{c_2}{r^2}\left(1 - \frac{r}{\lambda_p}\right)e^{r/\lambda_p} + \frac{c_3}{r^2}\left(1 + \frac{r}{\lambda_p}\right)e^{-r/\lambda_p} . \tag{42}$$

Внешнее магнитное поле нейтронной звезды $B^e$ ($r \ge R$) имеет дипольный характер, и его компоненты равны:

$$B_r^e = \frac{2\mathrm{M}}{r^3}\cos\vartheta , \quad B_\vartheta^e = \frac{\mathrm{M}}{r^3}\sin\vartheta , \tag{43}$$

где M - полный магнитный момент звезды. Постоянные $c_0$, $c_1$, $c_2$, $c_3$ и M в уравнениях (38)-(43) определяются из условий непрерывности при $r = a$ и при $r = R$ и из условия

$$B^q V_1 + B V_2 = \frac{8\pi}{3}\mathrm{M}, \tag{44}$$

где $B^q$ - $z$ - компонента магнитного поля в кварковой фазе объема $V_1$, $V_2$ - объем адронной фазы. Мы предполагаем, что магнитное поле в обеих фазах постоянно и параллельно оси вращения звезды $z$. Как мы увидим далее, это предположение выполняется с большой точностью, поскольку $a$, $R$ и $R-a$ намного больше, чем $\lambda_p$ и $\lambda_q$.

Условия непрерывности компонент магнитного поля при $r=a$ и при $r=R$ приводят к следующим уравнениям:

$$\frac{2M_\varphi(a)}{a} + \frac{2M_\varphi(a)}{a}\mathrm{ctg}^2\alpha + \frac{2c_0}{\sin\alpha} = \frac{2A_\varphi(a)}{a} + B, \tag{45}$$

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(M_\varphi(r)r\right)_{r=a} + \frac{2M_\varphi(a)}{a}\mathrm{ctg}^2\alpha + \frac{2c_0}{\sin\alpha} = \frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(A_\varphi(r)r\right)_{r=a} + B, \tag{46}$$

$$\frac{2A_\varphi(R)}{R} + B = \frac{2\mathrm{M}}{R^3}, \tag{47}$$

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(A_\varphi(r)r\right)_{r=R} + B = -\frac{\mathrm{M}}{R^3}. \tag{48}$$

Подставляя функции $M_\varphi(r)$ и $A_\varphi(r)$ из уравнений (30), (35) и (42) в систему уравнений (45)-(48), и решая эту систему с учетом того, что радиусы $a$, $R$ и толщина сферического слоя $R-a$ намного больше лондоновских длин $\lambda_p$ и $\lambda_q$, получаем выражения постоянных $c_1$, $c_2$, $c_3$ и M:

$$c_1 = -\frac{\lambda_q^2}{a\lambda_p}\frac{D}{\left(\frac{\lambda_q}{\lambda_p} + \sin^2\alpha\right)\mathrm{sh}\frac{a}{\lambda_q}}, \tag{49}$$

$$c_2 = \frac{\lambda_p}{2a}\frac{De^{-R/\lambda_p}}{\left(\frac{\lambda_q}{\lambda_p} + \sin^2\alpha\right)\mathrm{sh}\frac{R-a}{\lambda_p}}, \tag{50}$$

$$c_3 = -\frac{\lambda_p}{2a}\frac{De^{R/\lambda_p}}{\left(\frac{\lambda_q}{\lambda_p} + \sin^2\alpha\right)\mathrm{sh}\frac{R-a}{\lambda_p}}, \tag{51}$$

$$\mathrm{M} = \frac{BR^3}{2} - \frac{R}{a\,\mathrm{sh}\frac{R-a}{\lambda_p}}\frac{D}{\left(\frac{\lambda_q}{\lambda_p} + \sin^2\alpha\right)}. \tag{52}$$

где

$$D = \frac{Ba^3}{2}\sin^2\alpha - c_0 a^3 \sin\alpha. \tag{53}$$

Для определения постоянной $c_0$ будем считать индукцию $B$ в адронной

фазе постоянной. Эта индукция обусловлена протонными вихревыми нитями, генерируемыми токами увлечения [23].

Рассмотрим распределение магнитного поля на расстояниях $r$, много больших, чем $\lambda_p$ и $\lambda_q$. Учтем также, что $\lambda_q \ll \lambda_p \ll a$, $\lambda_q \ll \lambda_p \ll R$, $\lambda_q \ll \lambda_p \ll R-a$. Тогда компоненты магнитного поля в кварковой фазе ($r \le a$) определяются так:

$$B_r^q = \left[\frac{2D}{ar^2}\frac{e^{-(a-r)/\lambda_q}}{1+\frac{\lambda_p}{\lambda_q}\sin^2\alpha} + \frac{2M_\varphi(a)}{a}\mathrm{ctg}^2\alpha + \frac{2c_0}{\sin\alpha}\right]\cos\vartheta, \tag{54}$$

$$B_\vartheta^q = -\left[\frac{D}{ar\lambda_p}\frac{e^{-(a-r)/\lambda_q}}{\frac{\lambda_q}{\lambda_p}+\sin^2\alpha} + \frac{2M_\varphi(a)}{a}\mathrm{ctg}^2\alpha + \frac{2c_0}{\sin\alpha}\right]\sin\vartheta. \tag{55}$$

В адронной фазе ($a \le r \le R$) магнитные поля выражаются так:

$$B_r^p = \left[\frac{D}{ar^2}\frac{e^{-(r-a)/\lambda_p}}{\frac{\lambda_q}{\lambda_p}+\sin^2\alpha} + B\right]\cos\vartheta, \tag{56}$$

$$B_\vartheta^p = \left[\frac{D}{2ar\lambda_p}\frac{e^{(r-a)/\lambda_p}}{\frac{\lambda_q}{\lambda_p}+\sin^2\alpha} + B\right]\sin\vartheta. \tag{57}$$

Компоненты внешнего поля ($r \ge R$) запишутся в виде:

$$B_r^e = \left[Br^3 - \frac{2R}{a}\frac{De^{-(R-a)/\lambda_p}}{\frac{\lambda_q}{\lambda_p}+\sin^2\alpha}\right]\frac{\cos\vartheta}{r^3}, \tag{58}$$

$$B_\vartheta^e = \left[\frac{BR^3}{2} - \frac{R}{a}\frac{De^{-(R-a)/\lambda_p}}{\frac{\lambda_q}{\lambda_p}+\sin^2\alpha}\right]\frac{\sin\vartheta}{r^3}. \tag{59}$$

Как видно из формул (54)-(57), магнитные поля в кварковой и в адронной фазах зависят от координаты $r$ только вблизи фазовой границы $r = a$. Поскольку глубины проникновения $\lambda_p$ и $\lambda_q$ малы по сравнению с $a$ и $r-a$, то переменные слагаемые этих полей отличны от нуля только в узком слое $\lambda_q + \lambda_p$, вблизи поверхности кваркового ядра и, следовательно, магнитное поле в обеих фазах постоянно и параллельно оси вращения:

$$B_r^q = \left[\frac{2M_\varphi(a)}{a}\mathrm{ctg}^2\alpha + \frac{2c_0}{\sin\alpha}\right]\cos\vartheta = B^q \cos\vartheta\,, \tag{60}$$

$$B_\vartheta^q = -\left[\frac{2M_\varphi(a)}{a}\mathrm{ctg}^2\alpha + \frac{2c_0}{\sin\alpha}\right]\sin\vartheta = -B^q \sin\vartheta\,, \tag{61}$$

$$B_r^p = B\cos\vartheta\,, \tag{62}$$

$$B_\vartheta^p = -B\sin\vartheta\,. \tag{63}$$

Аналогичным образом из формул (58) и (59) следует, что полный магнитный момент звезды $M = BR^3/2$. Подставляя это значение момента в уравнение (44), получаем

$$B^q = \frac{2M_\varphi(a)}{a}\mathrm{ctg}^2\alpha + \frac{2c_0}{\sin\alpha} = B\,. \tag{64}$$

Решая систему уравнений (53) и (64), определяем постоянные $c_0$ и $D$ так:

$$D = 0\,, \quad c_0 = \frac{B\sin\alpha}{2}\,. \tag{65}$$

Таким образом, постоянная $c_0$ в выражении функции $f_\varphi(r,\vartheta)$ определяется постоянным магнитным полем $B$ адронной фазы, генерируемым протонными вихревыми нитями.

В этом приближении магнитное поле $\vec{B}$ проникает из адронной фазы в кварковую посредством кварковых вихревых нитей. Переходная область порядка $\lambda_q + \lambda_p$, так что постоянная $D$ представляет собой малую величину порядка $(\lambda_q + \lambda_p)/a$, и условие $D = 0$ выполняется хорошо.

Отметим, что в этом приближении глюомагнитные поля определяются так:

$$K_r^q = \left[\frac{2D}{ar^2}\frac{e^{-(a-r)/\lambda_q}}{\left(1+\frac{\lambda_p}{\lambda_q}\sin^2\alpha\right)} - \frac{2M_\varphi(a)}{a}\right]\mathrm{ctg}\alpha\cos\vartheta\,, \tag{66}$$

$$K_\vartheta^q = -\left[\frac{D}{ar\lambda_q}\frac{e^{-(a-r)/\lambda_q}}{\left(1+\frac{\lambda_p}{\lambda_q}\sin^2\alpha\right)} - \frac{2M_\varphi(a)}{a}\right]\mathrm{ctg}\alpha\sin\vartheta\,. \tag{67}$$

Заметим, что из формул (30), (49) и (65) в этом приближении следует следующее соотношение:

$$\frac{M_\varphi(a)}{a} = \frac{D}{a^3\left(1+\frac{\lambda_p}{\lambda_q}\sin^2\alpha\right)} = 0\,. \tag{68}$$

Следовательно, глюомагнитные поля в кварковой фазе исчезают.

5. *Заключение*. Мы решили уравнения Гинзбурга-Ландау для магнитного и глюомагнитного калибровочных полей в цветовом сверхпроводящем ядре нейтронной звезды, содержащем "CFL"- конденсат дикварков. В этих уравнениях учитывалось взаимодействие "CFL"-конденсата дикварков с магнитным и глюомагнитным калибровочными полями. Задача решалась с учетом корректных граничных условий: непрерывности компонент магнитного поля и условия конфайнмента глюонов. Мы также определили распределение магнитного поля в адронной фазе ("*пре*"-фазе), учитывая, что в ней из-за эффекта увлечения сверхпроводящих протонов сверхтекучими нейтронами, генерируется магнитное поле. Мы показали, что это поле проникает в кварковое ядро посредством кварковых вихревых нитей благодаря наличию экранирующих мейсснеровских токов.

Авторы выражают благодарность гранту CRDF/NFSAT ARP2-3232-YE-04 за финансовую поддержку.

Ереванский государственный университет,
Армения, e-mail: dsedrak@server.physdep.r.am, kshabas@server.physdep.r.am

# MAGNETIC FIELD OF A NEUTRON STAR WITH SUPERCONDUCTING QUARK CORE IN "CFL"-PHASE

D.M.SEDRAKIAN, K.M.SHAHABASYAN, M.K.SHAHABASYAN

The Ginzburg-Landau equations for magnetic and gluomagnetic gauge fields in the color superconducting core of the neutron star with diquark "CFL"-condensate are derived. The simultaneous coupling of the diquark "CFL"-condensate to the magnetic and gluomagnetic gauge fields is taken into account. The Ginzburg-Landau equations with correct boundary conditions, in particular, the gluon confinement condition are solved in order to investigate the magnetic field behaviour in the neutron star. The magnetic field distribution in the quark and hadronic phases of the neutron star is found. It is shown, that the magnetic field, generated in the hadronic phase due to the entrainment effect, penetrates into the quark core in the form of quark vortex lines due to the presence of screening Meissner currents.

Key words: *stars: neutron: magnetic field*

## ЛИТЕРАТУРА


1. *B.C.Barrois*, Nucl. Phys., **B129**, 390, 1977.
2. *D.Baylin*, *A.Love*, Phys. Rep., **107**, 325, 1984.
3. *M.Alford*, *K.Rajagopal*, *F.Wilczek*, Phys. Lett., **B422**, 247, 1998.
4. *R.Rapp*, *E.V.Shuryak*, *M.Velkovsky*, Phys. Rev. Lett., **81**, 53, 1998.
5. *G.W.Carter*, *D.Diakonov*, Phys. Rev., **D60**, 016004, 1999.
6. *D.Blaschke*, *C.D.Roberts*, Nucl. Phys., **A642**, 197, 1998.
7. *J.C.R.Bloch*, *C.D.Roberts*, *S.M.Schmidt*, Phys. Rev., **C60**, 65208, 1999.
8. *M.Alford*, *K.Rajagopal*, *F.Wilczek*, Nucl. Phys., **B537**, 443, 1999.
9. *T.Schäfer*, *F.Wilczek*, Phys. Rev. Lett., **82**, 3956, 1999.
10. *T.Schäfer*, Nucl. Phys., **B575**, 269, 2000.
11. *D.Blaschke*, *D.M.Sedrakian*, *K.M.Shahabasyan*, Astron. Astrophys., **350**, L47, 1999.
12. *M.Alford*, *J.Berges*, *K.Rajagopal*, Nucl. Phys., **B571**, 269, 2000.
13. *D.Blaschke*, *D.M.Sedrakian*, nucl/th 0006038, 2000.
14. *Д.М.Седракян*, *Д.Блашке*, *К.М.Шахабасян*, *Д.Н.Воскресенский*, Астрофизика, **44**, 443, 2001.
15. *Д.М.Седракян*, *Д.Блашке*, Астрофизика, **45**, 203, 2002.
16. *Д.М.Седракян*, *К.М.Шахабасян*, Успехи Физ. Наук, **161**, 3, 1991.
17. *K.Iida*, *G.Baym*, Phys. Rev., **D63**, 074018, 2001.
18. *E.V.Gorbar*, Phys. Rev., **D62**, 014007, 2000.
19. *K.Iida*, *G.Baym*, Phys. Rev., **D66**, 014015, 2002.
20. *I.Giannakis*, *H.-C.Ren*, Nucl. Phys., **B669**, 462, 2003.
21. *K.Iida*, Phys. Rev., **D71**, 054011, 2005.
22. *Д.М.Седракян*, *К.М.Шахабасян*, *А.Г.Мовсисян*, Астрофизика, **19**, 303, 1983.
23. *Д.М.Седракян*, Астрофизика, **43**, 377, 2000.