АСТРОФИЗИКА

ТОМ 49 АВГУСТ, 2006 ВЫПУСК 3

УДК: 524.354.4

ИЗУЧЕНИЕ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ В НЕЛИНЕЙНЫХ ПУЧКАХ ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ ВОЛН В ПЛАЗМЕ ПУЛЬСАРОВ С РАЗЛИЧНЫМИ ОРИЕНТАЦИЯМИ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ

А.Г.БАГДОЕВ[1], Д.М.СЕДРАКЯН[2]

Поступила 23 марта 2006

Рассматриваются задачи распространения нелинейных пространственных волн в форме гауссовых пучков в пульсарах. В качестве определяющих уравнений, описывающих волновые движения плазмы с большими скоростями частиц, большой электропроводностью, высокой частотой волн и большими магнитными полями, используются известные уравнения магнитной газодинамики. Для относительно малых возмущений среды выводятся нелинейные эволюционные уравнения, и написаны порядки параметров движения, при которых все члены эволюционного уравнения имеют одинаковый порядок. Рассмотрены разные варианты направлений невозмущенного магнитного поля и распространения волны, которые могут возникнуть при изучении движения плазмы в пульсарах. В ряде случаев построено замкнутое аналитическое решение задачи об осесимметричных гауссовых пучках.

1. *Введение*. В работе [1] показано, что распространение магнитогазодинамических волн в ионизированной магнитоактивной плазме имеет важное значение для объяснения явлений, связанных с радиоизлучением пульсаров. В [2,3] рассмотрены нелинейные волновые процессы в пульсарах на основании решения двух нелинейных эволюционных уравнений, выведенных из уравнений магнитной газодинамики. В работе [4] выведены и решены эволюционные уравнения для химически активной магнитогазодинамической среды. В [5] получены дисперсионные соотношения в двужидкостной плазме для произвольных частот. В [6] дается численный расчет газодинамических пучков на основе решения эволюционного уравнения. В [7] для случая совпадения направления невозмущенного магнитного поля и оси распространения квазиплоской волны получено решение эволюционного уравнения для магнитной газодинамики несимметричной жидкости в форме узких гауссовых пучков. В [8] выведены общие нелинейные эволюционные уравнения для магнитной газодинамики неоднородной жидкости при произвольных направлениях невозмущенного магнитного поля. Записанные в [2] нелинейные уравнения магнитной газодинамики без учета вязкости и теплопроводности имеют вид:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{V}\cdot\nabla\right)\rho+\rho\nabla\bar{V}=0, \qquad (1)$$

$$\rho\left(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{V}\cdot\nabla\right)\bar{V}-\frac{1}{4\pi}\left(\bar{H}\cdot\nabla\right)\bar{H}=-\nabla\left(P+\frac{H^2}{8\pi}\right), \qquad (2)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{V}\cdot\nabla\right)\bar{H}-\left(\bar{H}\cdot\nabla\right)\bar{V}+\bar{H}\left(\nabla\cdot\bar{V}\right)=\nu_m\nabla^2\bar{H}, \qquad (3)$$

где $\nu_m=c^2/4\pi\sigma$, c - скорость света, σ - электропроводность. При распространении волн относительно малой интенсивности можно полагать [4,7]

$$\bar{H}=\bar{H}_0+\bar{h}, \quad \rho=\rho_0+\rho', \quad P=P_0+P'. \qquad (4)$$

Тогда в (3) под знаком производной вместо $\bar{H}$ можно брать $\bar{h}$ и в волновой области для малого значения характерного параметра возмущения $\gamma_1\sim V/c_n$, где V - скорость частиц, c_n - скорость волны, считать эйконал $\tau\sim 1/\omega$ малым (ω - частота невозмущенной волны). Тогда имеют место порядки величин, используемые для получения нелинейного эволюционного уравнения, получаемые приравнением порядков величин в (3):

$$\frac{\partial}{\partial t}=-\frac{\partial}{\partial\tau}+\left.\frac{\partial}{\partial t}\right|_\tau, \quad \frac{\partial}{\partial\tau}\sim\omega, \quad \left.\frac{\partial}{\partial t}\right|_\tau\sim\omega\gamma_1, \quad \bar{h}\sim\gamma_1\bar{H}, \quad \nabla\sim\frac{\omega}{c_n}, \quad \omega\sim\gamma_1\sigma, \quad c_n\sim c, \qquad (5)$$

причем последнее соотношение [2,3] эквивалентно соотношению $a_1\sim c$, $a_1=H/\sqrt{4\pi\rho}$ есть скорость Альфвена. При этом (2) дает еще порядки

$$p'\sim\gamma_1\rho c^2, \quad h\sim\gamma_1 H, \quad H/\sqrt{4\pi\rho}\sim c. \qquad (6)$$

Таким образом, для не очень малых значений параметра возмущений [2,3] γ_1, скорости V, частоты ω, магнитные поля H, и электропроводность велики, и тем не менее можно пользоваться уравнениями магнитной газодинамики (1)-(3).

В настоящей статье изучены нелинейные задачи для случаев, когда высокочастотная волна имеет характер пучка (трехмерная задача). Рассмотрены случаи: 1) осевого магнитного поля при основной радиальной скорости частиц и волн, 2) азимутального магнитного поля при основной осевой скорости частиц и волн, 3) азимутального магнитного поля при сходящейся квазицилиндрической волне, 4) продольного осевого магнитного поля при основной продольной скорости частиц и волн [7], 5) осевой и азимутальной компонент полей при наклонном к оси фронте волны (общий случай). Такое разнообразие вариантов задач связано с многообразием возможностей волнового движения в звездах.

2. *Случай осевого поля и сходящейся волны.* Рассмотрим продольное осевое постоянное магнитное поле в цилиндре, ось которого направлена по оси y, $H_y^0 = H_0$. В направлении к оси, т.е. по радиальной координате r цилиндра, распространяется квазипродольная магнитогазодинамическая волна в виде нелинейного пучка, заданного в форме гауссового пучка на входе в среду, т.е. при $r=R$, в функции координаты y и угловой координаты θ. Обозначим $z = R\theta$, где R - радиус цилиндра. Положим для компонент магнитного поля

$$H_y = H_0 + h_y\,, \quad H_r = h_r\,, \quad H_z = h_z\,, \quad h_z = h_\theta\,,$$

где h есть малое индуцированное поле. Проводя выкладки в полных уравнениях магнитной газодинамики, которые совпадают с выкладками для случая плоской волны [2], получаемых из (1)-(3) добавлением вязких и теплопроводящих членов, можно получить эволюционное уравнение для сходящейся к оси $r=0$ волны $\tau = \tau_1 - t$, $\tau_1 = (R-r)/c_n$,

$$-c_n \frac{\partial^2 V_r}{\partial r\, \partial\tau} - \frac{1}{2}\hat{L} V_r + c_n \frac{\partial V_r}{\partial \tau}\frac{d\ln\phi}{dr} = -\frac{1}{c_n}\frac{\partial}{\partial\tau}\left(\Gamma V_r \frac{\partial V_r}{\partial \tau} + D\frac{\partial^2 V_r}{\partial \tau^2} + E\frac{\partial^3 V_r}{\partial\tau^3}\right), \quad (7)$$

где V_r - радиальная компонента скорости частицы, связанная с основной по порядку компонентой возмущенного магнитного поля соотношением

$$h_y = -\frac{V_r}{c_n} H_0\,, \quad c_n^2 = c_s^2 + c_A^2\,, \qquad (8)$$

где c_s - скорость звука, c_A - скорость Альфвена,

$$-\frac{1}{2}\hat{L} V_r = \frac{1}{2} c_n \left(c_n - c_s^2 c_A^2 \frac{1}{c_n^3}\right)\frac{\partial^2 V_r}{\partial y^2} + \frac{1}{2} c_n^2 \frac{\partial^2 V_r}{\partial z^2}\,,$$
$$\Gamma = \frac{\gamma+1}{2}\frac{c_s^2}{c_n^2} + \frac{3}{2}\frac{c_A^2}{c_n^2}\,, \qquad (9)$$

$$D = -\frac{1}{2c_n}\left\{\frac{1}{\rho_0}\left(\xi_0 + \frac{4}{3}\eta\right) + \frac{c_A^2}{c_n^2}\nu_m + \frac{(\gamma-1)^2 T k_0}{\rho c_n^2}\right\},$$
$$E = -\frac{\tau_0}{2c_n}\frac{(\gamma-1)^2 T k_0}{\rho c_n^2}\,. \qquad (10)$$

В (7) предположено, что берется уравнение до некоторого $r > r_0$, причем $\omega r_0/c_n \gg 1$, где ω - частота процесса. В (10) γ - показатель адиабаты, ξ_0 и η - вязкость, k_0 - теплопроводность, T - температура, τ_0 - релаксация тепла, ϕ - лучевое решение, которое для данной задачи находится из уравнения $d\ln\phi/dr = -1/2r$; $\phi = \sqrt{R}/\sqrt{r}$, ν_m - магнитная вязкость.

Коэффициенты (8), (9) уравнения (7) такие же, как и в задаче о распространении плоской волны поперек однородного магнитного поля [2]. Но смысл поперечных координат y и z и лучевого решения ϕ другой. Если считать $c_A c_s/c_n^2 \ll 1$, то уравнение (8), (9) допускает решение осесимметричных пучков по "радиальной" координате $\xi = \sqrt{y^2+z^2}$, причем начальное условие на границе $r=R$ можно задавать в виде локальной перетяжки

$$V_r = K_0 e^{-i\omega t} e^{-\frac{\xi^2}{2\xi_0^2}+i\frac{\xi^2}{2R_1(0)}} \tag{11}$$

в форме гауссового пучка и получать решение для узких пучков уравнения (7) в известном виде [2,7].

Можно получить и решение для узких пучков для более реальной круговой перетяжки (не зависящей от координаты z), для которой в (11) следует заменить ξ на y.

Для произвольных c_s, c_A уравнение (7) допускает решение в форме эллиптических в поперечном сечении пучков, которое, так же, как и для осесимметричных, сводится к обыкновенному дифференциальному уравнению для ширины пучка [2].

Все эти аналитические решения [2,7] проходят в случае значительной дисперсии E. В то же время в силу малости коэффициента релаксации τ_0 в (10) это условие, вообще говоря, не выполняется.

Тем не менее можно обобщить подход, даваемый магнитогазодинамическими уравнениями (7)-(10), на более точный учет дисперсии за счет двухжидкостных уравнений плазмы [5]. Там показано, что для плазмы в поперечном магнитном поле имеет место уравнение частот ω

$$\frac{\omega_0^2}{\left(\frac{kc}{\omega}\right)^2-1} - \frac{\omega_0^2}{c^2}a_1^2\frac{1}{1-\left(\frac{kc_s}{\omega}\right)^2} + \omega^2\left\{1+\frac{\omega_l^2}{\omega_0^2}\left(1+\frac{\omega_i}{\omega_l}\frac{N_l^2}{1-N_a^2}\right)\right\} = 0. \tag{12}$$

Здесь c - скорость света, K - волновое число, ω_0 - большая плазменная частота, $\omega_{l,i}$ - циклотронные частоты, причем $\omega_i\omega_l = c_A^2\left(\omega_0^2/c^2\right)$ [5]. В плотной плазме $kc/\omega \gg 1$, $\omega \ll \omega_0$ и (12) дает в нулевом порядке

$$\omega = \omega^0, \quad \left(\omega^0\right)^2 = k^2\left(c_A^2+c_S^2\right), \tag{13}$$

т.е. известную частоту (8). Полагая $\omega^2 = \omega_0^2 + \overline{\omega}$, где $\overline{\omega}$ мало и, считая в (12), (13), что $\omega_l \ll \omega_0$, получим для плотной плазмы из (12)

$$2\omega^0\omega' = \overline{\omega}, \quad \omega' = -\frac{\omega_0^3}{2c_n^2}\frac{c^2}{\omega_0^2}\frac{c_A^2}{c_s^2+c_A^2}. \tag{14}$$

С другой стороны, уравнение дисперсии для уравнения (7) имеет вид [2]

$$\omega' = -\frac{1}{c_n}E\,\omega^{0^3}, \quad \nu = -\frac{D}{c_n}.$$

Сравнивая с (14) можно записать уточненное за счет дисперсии волн в двухжидкостной плазме (14) эволюционное уравнение в виде (7), в котором

$$E = -\frac{\tau_0}{2c_n}\frac{(\gamma-1)^2 Tk_0}{\rho c_n^2} - \frac{c^2}{2\omega_0^2 c_n}\frac{c_A^2}{c_S^2 + c_A^2}. \tag{15}$$

Для характерной лабораторной плазмы имеют место значения параметров плазменных волн

$$H_0 = 5\cdot 10^4 \text{ Гс}, \quad n = 10^{13} \text{ см}^{-3}, \quad \omega_0 = 10^7 \text{ с}^{-1},$$

$$\omega_0^2 = \frac{4\pi^2 ne^2}{m}, \quad e = 4.8\cdot 10^{-10}\,\text{CGSE}, \quad m = 10^{-27} \text{ г}. \tag{16}$$

Тогда получится

$$\omega_0^2 = 2\cdot 10^{22} \text{ с}^{-2}, \quad \omega' = -\frac{1}{4}10^6 \text{ с}^{-1}. \tag{17}$$

При этом дисперсия становится существенно большой и приближенное нелинейное решение узких пучков [2,7] применимо.

Это решение для безразмерной ширины пучка $f(\tau') = \xi(\tau_1')/\xi(0)$, т.е. отношения радиуса пучка $\xi = \xi(\tau_1')$ в текущем сечении $r = r_1$, например, $r_1 = \frac{1}{2}10^2$ см, к начальному радиусу $\xi(0) = 10$ см в сечении $r = R$, где $R = 10^2$ см, дается формулами $\phi \approx 1$,

$$f^2(\tau_1') = \frac{M'}{M' + F'^2} + (M' + F'^2)\left(\tau_1' + \frac{F'}{M' + F'^2}\right)^2,$$

$$M' = \frac{c_n^4}{\xi^4(0)\omega^4} + \frac{2K_0^2 c_n^2 K_1}{\xi^2(0)\omega^4} - \frac{K_2^2 K_0^4}{\omega^4},$$

$$F' = \frac{c_n^2}{\omega^2 R_1(0)} - \frac{K_2 K_0^2}{\omega^2}, \quad \upsilon' = \upsilon\omega^2, \quad \tau_1' = \omega\tau_1, \tag{18}$$

$$K_1 = -\frac{3\omega'\Gamma^2\omega^3}{8c_n^2}\frac{e^{-2\nu'\tau_1'}}{98\omega'^2 + \upsilon'^2}, \quad K_2 = -\upsilon'\omega^3\frac{1}{8c_n^2}\frac{\Gamma^2 e^{-2\nu'\tau_1'}}{9\omega'^2 + \upsilon'^2},$$

причем принято $\upsilon'\tau_1' \ll 1$. Тогда, принимая, что $\omega = 10^7 \text{с}^{-1}$, $c_n = 10^7 \text{с}^{-1}$, значение начальной кривизны волны $(1/R_1(0))(c_n/\omega) = -10^{-2} \text{ см}^{-1}$, получим $K_1 = 5/3$, $\upsilon' = 10^2$, $K_2 = -(1/3)10^{-2}$, $F' = -10^{-2}$, $M' = 2\cdot 10^{-4}$ в нелинейном случае, при этом в точке $r_1 = \frac{1}{2}10^2$, $\tau_1' = \omega\tau_1$, $\tau_1' = \frac{R - r_1}{c_n}\omega$, $\tau_1' = \frac{1}{2}10^2$, $f(\tau_1') = 0.85$. В линейном случае $K_{1,2} = 0$ и получится $f(\tau_1') = 0.7$. Таким образом имеется существенное сужение пучка и возрастание амплитуды.

3. *Случай азимутального поля и плоской волны*. Рассмотрим случай, когда имеется цилиндрический столб плазмы, находящийся в равновесии в начальном азимутальном магнитном поле H_0^0. Выберем ось x по оси цилиндра, r - радиальная координата, θ - угловая. В начальном состоянии

$$H_0^0 = \frac{4\pi}{c} j_0 r, \tag{19}$$

где j_0 - осевая плотность тока, $j_0 = \mathrm{const}$. Имеет место распространяющаяся по оси x невозмущенная продольная волна с эйконалом $\tau = x/c_n - t$. Тогда из уравнений магнитной газодинамики [2,7], получаемых из (7)-(10) добавлением вязкости и теплопроводности, можно получить упрощенное эволюционное уравнение $c_n^2 = c_A^2 + c_s^2$

$$\frac{\partial^2 V_x}{\partial t\,\partial\tau} + \frac{1}{2}c_n^2\left\{\frac{\partial^2 V_x}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial V_x}{\partial r} + \left(\frac{c_s^4}{c_n^4} + \frac{c_A^2}{c_n^2}\right)\frac{\partial^2 V_x}{r^2\,\partial\theta^2}\right\} -$$
$$-\frac{\partial V_x}{\partial\tau}\frac{d\ln\phi}{dt} = -\frac{1}{c_n}\frac{\partial}{\partial\tau}\left(\Gamma V_x\frac{\partial V_x}{\partial\tau} + D\frac{\partial^2 V_x}{\partial\tau^2} + E\frac{\partial^3 V_x}{\partial\tau^3}\right). \tag{20}$$

Полученное уравнение по форме совпадает с уравнениями (7) и (10), Γ, D и E даются в (10) и (15), хотя переменные r, θ в поперечном операторе другие. При этом $c_n = c_n(r)$ в силу (19), поэтому вышеуказанное простое решение узких пучков [2,7] здесь не проходит. В то же время можно решать задачу о гауссовых пучках для уравнения (20) численно методом [6].

4. *Случай азимутального поля и сходящейся волны.* В случае азимутального поля H_θ^0 при сходящейся квазицилиндрической волне, где главная по порядку компонента скорости частиц есть V_r, вводя эйконал $\tau = (R - r)/c_n - t$, можно получить $h_\theta = -H_\theta^0\frac{1}{c_n}V_r$, и эволюционное уравнение будет $c_n^2 = c_s^2 + c_A^2$,

$$-c_n\frac{\partial^2 V_r}{\partial r\,\partial\tau} + \frac{1}{2}c_n^2\frac{\partial^2 V_r}{\partial x^2} + \frac{1}{2}\left(\frac{c_s^4}{c_n^2} + c_A^2\right)\frac{\partial^2 V_r}{r^2\,\partial\theta^2} + c_n\frac{\partial V_r}{\partial\tau}\frac{d\ln\phi}{dr} =$$
$$= -\frac{1}{c_n}\frac{\partial}{\partial\tau}\left(\Gamma V_r\frac{\partial V_r}{\partial\tau} + D\frac{\partial^2 V_r}{\partial\tau^2} + E\frac{\partial^3 V_r}{\partial\tau^3}\right), \tag{21}$$

где $d\ln\phi/dr = -1/2r$. Снова эволюционные уравнения, для которых невозмущенное магнитное поле нормально скоростям частиц и направлению распространения волны, по форме записи совпадают. Однако, поскольку c_n зависит от r, в отличие от (7), уравнение просто не интегрируется.

5. *Случай осевого поля и плоской волны.* Для случая осевого невозмущенного магнитного поля $H_y^0 = H_0$ и распространяющейся по оси y плоской волны в задаче о осесимметричных гауссовых пучках можно полагать для эйконала $\tau = y/c_n - t$, причем для приосевых областей можно для скоростей быстрых и медленных волн получить [7], $c_n = c_s$ и

$c_n = c_A$, эволюционное уравнение для $c_n = c_s$ запишется $V_y = u$,

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t\,\partial r} + \frac{1}{2}\frac{c_n^2 c_s^2}{2c_n^2 - c_s^2 - c_A^2}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^3} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2}\right) -$$
$$-\frac{\partial u}{\partial \tau}\frac{d\ln\phi}{dt} = -\frac{1}{c_n}\left(\Gamma u\frac{\partial u}{\partial \tau} + D\frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + E\frac{\partial^3 u}{\partial \tau^3}\right). \tag{22}$$

Значение нелинейного коэффициента

$$\Gamma = \frac{\gamma+1}{2}\frac{c_n^2 - c_A^2}{2c_n^2 - c_s^2 - c_A^2} + \frac{3}{2}\frac{c_n^2 - c_s^2}{2c_n^2 - c_s^2 - c_A^2}, \tag{23}$$

которое при $c_n = c_s$ совпадает с газодинамическим, и тот же вывод относится к коэффициентам D и E, даваемым (10) при $c_A = 0$.

Решение узких пучков [2,7] для (22) применимо.

6. *Общий случай направлений поля и волны*. Рассмотрим довольно общий и практически важный случай, когда начальное магнитное поле и волновой вектор находятся в цилиндрической поверхности

$$\overline{H}^0 = H_0\,\overline{\tau}_y + H_0'\,\overline{\tau}_\theta\,, \quad \tau = k_y y + k_\theta\,\theta - t\,, \tag{24}$$

где y совпадает с осью цилиндра, $\overline{\tau}_y, \overline{\tau}_\theta$ - единичные векторы. При выборе $\overline{H}^0$ согласно (24) естественен и выбор эйконала, поскольку $H_0' = H_0'(r)$ и не зависит от y, θ.

В основных порядках получится

$$\begin{aligned} -h_y &= H_0'\,k_\theta\frac{1}{r}V_y - H_0\,k_\theta\frac{1}{r}V_\theta\,, \\ -h_\theta &= H_0\,k_y V_\theta - H_0'\,k_y V_y\,. \end{aligned} \tag{25}$$

Будем рассматривать значения $r > r_1$, где r_1 фиксирована, тогда в главных порядках можно производные от $1/r$ не учитывать.

Из уравнений магнитной газодинамики, выбирая оси x_2, x_3, в касательной плоскости волны, можно получить в общем случае произвольной волны эволюционное уравнение [4,8]

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t\,\partial \tau} - \frac{1}{2}c_n\left(\frac{\partial^2 \alpha_1}{\partial \alpha_2^2}\frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 \alpha_1}{\partial \alpha_3^2}\frac{\partial^2 u}{\partial x_3^2} + 2\frac{\partial^2 \alpha_1}{\partial \alpha_2 \partial \alpha_3}\frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2}\right) -$$
$$-\frac{\partial u}{\partial \tau}\frac{d\ln\phi}{dt} = -\frac{1}{c_n}\frac{\partial}{\partial \tau}\left(\Gamma u\frac{\partial u}{\partial \tau} + D\frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + E\frac{\partial^3 u}{\partial \tau^3}\right), \tag{26}$$

где u есть нормальная к волне скорость частиц, Γ дается (23)

$$D=-\frac{1}{2c_n\Lambda}\left\{\left(c_n^2-\frac{H_n^2}{4\pi\rho_0}\right)\left(\xi+\frac{4}{3}\eta\right)+\frac{\eta\left(c_n^2-c_s^2\right)}{4\pi\rho_0^2c_n^2}H_n^2+\right.$$
$$\left.+\nu_m\left(c_n^2-c_s^2\right)+\left(c_n^2-\frac{H_n^2}{4\pi\rho_0}\right)\frac{(\gamma-1)^2Tk_0}{\rho_0c_n^2}\right\}, \quad (27)$$

$$E=-\frac{c_n^2-\dfrac{H_n^2}{4\pi\rho_0}}{2c_n\Lambda}\tau_0\frac{T(\gamma-1)^2k_0}{\rho_0c_n^2}, \quad \Lambda=2c_n^2-c_s^2-c_A^2,$$

$\alpha_{1,2,3}$ - компоненты волнового вектора, причем в магнитной газодинамике они вычисляются с помощью уравнения для нормальной скорости линейной волны и имеют вид [4,8]

$$\frac{\partial^2\alpha_1}{\partial\alpha_2^2}=-c_n+c_s^2c_A^2\frac{H^2-2H_{x_1}^2-H_{x_2}^2}{H^2c_n\Lambda}+c_s^4c_A^4\frac{H_{x_1}^2\left(H^2-H_{x_1}^2-H_{x_3}^2\right)\left(6c_n^2-c_s^2-c_A^2\right)}{4c_n^3\Lambda^3},$$
$$\frac{\partial^2\alpha_1}{\partial\alpha_3^2}=-c_n+c_s^2c_A^2\frac{H^2-2H_{x_1}^2-H_{x_3}^2}{H^2c_n\Lambda}+c_s^4c_A^4\frac{H_{x_1}^2\left(H^2-H_{x_1}^2-H_{x_2}^2\right)\left(6c_n^2-c_s^2-c_A^2\right)}{4c_n^3\Lambda^3}, \quad (28)$$
$$\frac{\partial^2\alpha_1}{\partial\alpha_2\partial\alpha_3}=c_nc_s^2c_A^2\frac{H_{x_3}H_{x_2}}{H^2}\frac{3c_s^2+3c_A^2-2c_n^2}{\Lambda^3}.$$

Здесь $H^2=H_{x_1}^2+H_{x_2}^2+H_{x_3}^2$, $H_{x_1}=H_n$ - проекция $\overline{H}^0$ на нормаль к волне, H_{x_2,x_3} - на касательную, причем согласно (23) имеет место

$$x_2=r, \quad x_1=y\frac{k_y}{k}+\theta\frac{k_\theta}{k}, \quad x_3=y\frac{k_\theta}{rk}-r\theta\frac{k_y}{k},$$
$$k^2=k_y^2+\frac{k_\theta^2}{r^2}, \quad k^2=c_n^{-2}, \quad (29)$$
$$H_{x_2}=0, \quad H_{x_1}=\frac{H_0k_y+H_0'\dfrac{k_\theta}{r}}{k}, \quad H_{x_3}=\frac{H_0\dfrac{k_\theta}{r}-H_0'k_y}{k}.$$

Поскольку $\partial^2\alpha_1/\partial\alpha_2\partial\alpha_3=0$, возможно аналитическое решение методом раздела 2 и [2] задачи об узких гауссовых пучках в неоднородной плазме в предположении, что зависимостью коэффициентов в (26) от r пренебрегается.

Один из авторов (Д.С.) выражает благодарность гранту ARP2-3232-YE-04, при частичной финансовой поддержке которой была выполнена эта работа.

[1] Институт механики НАН Армении
[2] Ереванский государственный университет,
Армения, e-mail: dsedrak@server.physdep.r.am

THE STUDY OF WAVE PROCESSES IN NONLINEAR BEAMS IN THE CASE OF PROPAGATION OF WAVES IN PLASMA OF PULSARS WITH VARIOUS ORIENTATIONS OF MAGNETIC FIELDS

A.G.BAGDOEV[1], D.M.SEDRAKIAN[2]

The problems of propagation of nonlinear three-dimensional waves in form of Gaussian beams in pulsars are considered. To determine equations describing waves motion in plasma with large velocities of particles, large electroconductivity, high frequency of waves and large magnetic fields known equations of magnetogasodynamics are used. For respectively small disturbances of media nonlinear evolutionary equations are derived, and the orders of parameters of motion, for which all terms of evolutionary equation have the same order, are written. The various variants of magnetic fields are considered for which evolutionary equations are derived and solved.

Key words: *(stars:)pulsars:magnetic fields*

ЛИТЕРАТУРА

1. *Д.М.Седракян*, Астрофизика, 31, 101, 1989.
2. *А.Г.Багдоев*, *Д.М.Седракян*, Астрофизика, 44, 139, 2001.
3. *А.Г.Багдоев*, *Д.М.Седракян*, Астрофизика, 45, 63, 2002.
4. *A.G.Bagdoev*, *A.A.Gurgenian*, Instituto di meccanica applicata del politecnico di Torino, Nota tecnica 113, Torino, p.1-17, 1976.
5. *Д.А.Франк-Каменецкий*, Лекции по физике плазмы. Атомиздат, М., с.283, 1964.
6. *Н.С.Бахвалов*, *Я.М.Жилейкин*, *Е.А.Заболотская*, Нелинейная теория звуковых пучков. "Современные проблемы физики". Наука, М., с.176, 1982.
7. *А.Г.Багдоев*, *Л.Г.Петросян*, Изв. АН АрмССР, Механика, 36, №5, 3, 1983.
8. *М.М.Минасян*, Докл. АН АрмССР, 55, №5, 273, 1972.