АСТРОФИЗИКА

ТОМ 49 МАЙ, 2006 ВЫПУСК 2

УДК: 524.5

ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ОДНОРОДНОЙ МЕЖЗВЕЗДНОЙ СРЕДЫ

А.С.БАРАНОВ

Поступила 12 сентября 2005
Принята к печати 17 февраля 2006

Рассмотрена электромагнитная неустойчивость межзвездной среды с произвольным распределением скоростей на больших масштабах, типичных для газо-пылевых облаков без заметного магнитного поля. Показано, что на приемлемой шкале времени (месяцы и годы) такие неустойчивости успевают развиться и что требованием устойчивости выделяется узкий класс распределений, близких к сферическим.

1. *Введение.* Проблема устойчивости межзвездной или межпланетной среды важна уже хотя бы потому, что не всякие распределения частиц по скоростям способны реализоваться в природе, даже без существенного влияния столкновения ионов. Действительно, неустойчивые распределения должны быстро перестраиваться в устойчивые, и это обстоятельство надо учитывать при построении теоретических моделей эволюции среды [1,2]. Примером такой перестройки является изотропизация межзвездной среды при встрече двух потоков [3]. Сами авторы [3] подчеркивают его частный характер - кроме наложения двух потоков возможны и многие другие аналогичные неизотропные модели.

Проблемы, сходные с поставленными здесь, изучаются в теории устойчивости плазмы, но она сейчас приспособлена в основном к лабораторным приложениям. Однако для космических масштабов эта теория должна рассматриваться под несколько иным углом зрения из-за вмешательства электромагнитной неустойчивости Вайбела [4], в которую вовлечено магнитное поле возмущения. Этим она отличается от обычных потенциальных неустойчивостей, обладающих существенно бóльшими инкрементами и поэтому выходящих на первый план в земных лабораторных условиях. В астрофизике же существование объектов значительно более растянуто во времени, так что приходится принимать во внимание и электромагнитную неустойчивость, развивающуюся гораздо медленней и на большем протяжении. При этом в отличие от привычного определения областей устойчивости неравенствами, для космической плазмы необходимые условия устойчивости, как будет видно ниже, выражаются в виде равенств, наложенных на параметры системы.

Подчеркнем, что электромагнитная неустойчивость должна сказываться как при умеренных, так и релятивистских скоростях частиц, только волновые числа k при этом вместе с инкрементами оказываются малыми. Это легко продемонстрировать уже на элементарном примере, приводимом в [5], который приложим, в частности, и к наложению потоков в межзвездной среде в качестве простейшей иллюстрации происходящих при этом процессов. Дисперсионное уравнение Вайбела для случая двух дискретных потоков с плотностями n_0 каждый и скоростями $(0, 0, -V_0)$ и $(0, 0, V_0)$ при ориентации волнового вектора вдоль оси x имеет вид

$$\frac{c^2k^2}{\omega^2}-1+\frac{2\omega_p^2}{\omega^2}\left(1+\frac{k^2V_0^2}{\omega^2}\right)=0\,, \tag{1}$$

где введена ленгмюровская частота

$$\omega_p=\sqrt{\frac{4\pi e^2 n_0}{m}}\,. \tag{2}$$

В формулах (1) и (2), как и далее, e и m - заряд и масса частицы данного сорта, c - скорость света, ω - частота колебаний. Записав одно из решений уравнения (1) в виде

$$\omega^2=-\frac{4\omega_p^2\,k^2V_0^2}{2\omega_p^2+k^2c^2+\sqrt{\left(2\omega_p^2+k^2c^2\right)^2+8\omega_p^2\,k^2V_0}}\,,$$

имеем в пределе малых k

$$\omega\approx ikV_0\,, \tag{3}$$

что согласуется с приведенным в [5] заключением о неустойчивости системы.

Обратим внимание, что в асимптотическую формулу (3) скорость света не входит. Как увидим ниже, это положение является общим для широкого класса нерелятивистских распределений скоростей: электромагнитные эффекты - формально релятивистские, но в пределе $k\to 0$ параметр c исчезает. Другое дело, что в примере Вайбела неустойчивость распространяется на все значения k, а в более сглаженных примерах есть критическое k, которое как раз и стремится к нулю при уменьшении средней скорости в сравнении со скоростью света. К оценке критического k мы еще вернемся в заключении статьи.

Далее, для формального удобства и лучшей связи с имеющейся литературой мы в данной статье начинаем с модели N дискретных пучков, переход от которой к непрерывному распределению тривиален. Сперва все-таки допускаем, для возможного дальнейшего обобщения, любые скорости частиц V, а затем ограничиваемся приближением $V\ll c$ с целью выделить и изучить электромагнитную неустойчивость.

2. *Основные уравнения*. Итак, принимаем модель однородной плазмы, состоящей из потоков с номерами $i = 1, 2, ..., N$ с соответствующими векторами скоростей потоков $V_l(u_l, v_l, w_l)$, пространственными плотностями n_l, массами частиц m_l и зарядами e_l. Кроме того, имеется фон с плотностью пространственного заряда обратного знака

$$d = -\sum_l n_l e_l .$$

Рассматриваем в линейном приближении распространение волны, считая, что ось z направлена вдоль волнового вектора $\bar{k}$. Все локальные характеристики возмущения будут содержать множитель $\exp(\lambda t + ikz)$ (t - время, λ - инкремент).

В соответствии с намеченной программой рассмотрим предельный случай длинных волн, $k \to 0$. Пусть k и λ - величины одного порядка малости. Возникающий ток, вообще говоря, обратно пропорционален k и для соблюдения уравнений Максвелла соотношение между k и λ должно подбираться таким, чтобы возбуждаемый ток был мал (подробности выкладок см. в [6]). Именно, требуется обращение в нуль всех компонент вектора

$$\bar{S} = \sum_{l=1}^{N} \frac{n_l e_l^2}{m_l} \left[\frac{\bar{R}_l}{\lambda + i\bar{k}\bar{V}_l} - i\bar{V}_l \frac{\bar{k}\bar{R}_l}{\left(\lambda + i\bar{k}\bar{V}_l\right)^2} \right] \cdot \sqrt{1 - \frac{V_l^2}{c^2}} , \tag{4}$$

где вектор $\bar{R}$ выражается через напряженность возникающего электрического поля $\bar{E}$ следующим образом:

$$\bar{E} = \bar{\varepsilon}\, e^{\lambda t + ikz}, \quad \bar{R}_l = \bar{\varepsilon} + \frac{i}{\lambda}\left(\bar{V}_l \times \left(\bar{\varepsilon} \times \bar{k}\right)\right) - \frac{\left(\bar{V}_l \cdot \bar{\varepsilon}\right)\bar{V}_l}{c^2}$$

(с точностью до относительно малых поправок).

Как уже было упомянуто, на данном этапе мы пренебрежем специфической релятивистской поправкой, то есть последними членами в выражении $\bar{R}_l$ и зависимостью массы от скорости. Ограничимся некоторым специальным классом распределений по скоростям. Именно, предполагаем все частицы однотипными и, кроме того,

1) Вращательную симметрию: $f(u, v, w) = \tilde{f}(\rho, w) \left(\rho = \sqrt{u^2 + v^2}\right)$

2) Экваториальную плоскость симметрии: $f(u, v, -w) = f(u, v, w)$.

В указанной конкретной постановке оказывается предпочтительнее отождествить ось z с осью симметрии диаграммы скоростей; тогда волновой вектор $\bar{k}$ будет стоять наклонно. Плоскость, проходящую через ось симметрии и волновой вектор, можно без ограничения общности считать плоскостью Oxz. Соответственно, имеем компоненты волнового вектора $(k\sin\sigma, 0, k\cos\sigma)$, где σ - угол между волновым вектором и осью симметрии. В формуле (4) мы переходим от сумм к интегралам (для частиц одного сорта) и расписываем эти уравнения по компонентам. При этом в y-компоненте остаются только члены с ε_y, и его сокращение дает:

$$\iiint\left\{1-\frac{k^2 v^2}{[\lambda+ik(u\sin\sigma+w\cos\sigma)]^2}\right\} f\,du\,dv\,dw=0 \quad (\varepsilon_y\neq 0). \tag{5}$$

Для ε_x и ε_z получается система двух взаимно зацепленных уравнений

$$A\varepsilon_x+B\varepsilon_z=0\,, \quad B\varepsilon_x+C\varepsilon_z=0\,,$$

где

$$A=\iiint\left\{\frac{\lambda+ik(w\cos\sigma-u\sin\sigma)}{\lambda+ik(u\sin\sigma+w\cos\sigma)}-\frac{k^2u^2}{[\lambda+ik(u\sin\sigma+w\cos\sigma)]^2}\right\} f\,du\,dv\,dw\,,$$

$$B=-\iiint\left\{\frac{ik(w\sin\sigma+u\cos\sigma)}{\lambda+ik(u\sin\sigma+w\cos\sigma)}+\frac{k^2uw}{[\lambda+ik(u\sin\sigma+w\cos\sigma)]^2}\right\} f\,du\,dv\,dw\,,$$

$$C=\iiint\left\{\frac{\lambda+ik(u\sin\sigma-w\cos\sigma)}{\lambda+ik(u\sin\sigma+w\cos\sigma)}-\frac{k^2w^2}{[\lambda+ik(w\cos\sigma+u\sin\sigma)]^2}\right\} f\,du\,dv\,dw\,.$$

3. *Анализ основных уравнений*. Заметим, что согласно нашим условиям 1), 2) одновременное изменение знака у u, v, w не затрагивает величины f. Но оно превращает значения A, B, C в комплексно сопряженные, то есть эти величины вещественны при вещественном λ. При $\lambda\to\infty$ левая часть (5) стремится к пределу

$$\iiint f\,du\,dv\,dw=\nu>0$$

(ν - пространственная плотность населения частиц данного сорта). Аналогично в том же пределе $A=C=\nu$, $AC-B^2=\nu^2>0$. По непрерывности, уравнение (5) и уравнение $AC-B^2=0$ обязательно имеют корни $\lambda>0$, свидетельствующие о неустойчивости, если соответственно или левая часть (5), или выражение $AC-B^2$ при малом λ отрицательны. Этим даются достаточные признаки неустойчивости плазмы. Их более точное раскрытие начнем с (5). Для некоторой наглядности сперва рассмотрим класс распределений, сосредоточенных на единичной сфере. В силу наших условий симметрии, поверхностная плотность F на этой сфере, будучи разложена по сферическим функциям, представляется в виде

$$F=\sum_{n=0}^{\infty}c_nP_n(\cos\theta) \tag{6}$$

(сумма только по четным n). В формуле (6) и далее используются обычные координаты на сфере: θ - угол от оси w, μ - азимут в экваториальной плоскости (u,v). Удобно повернуть систему координат так, чтобы новыми компонентами скорости стали

$$u_1 = u\cos\sigma - w\sin\sigma, \quad v_1 = v, \quad w_1 = u\sin\sigma + w\cos\sigma. \tag{7}$$

Применение преобразования (7) к (6) сводится к использованию известной теоремы сложения сферических функций. В результате левая часть (5) приобретает вид:

$$M = -4\pi \sum_{n=2}^{\infty} \frac{c_n}{P_n(0)} (\cos\sigma) P_n'(\cos\sigma), \tag{8}$$

причем при выводе, как и далее, используем известные свойства полиномов Лежандра [7].

Достаточный признак отрицательности M получаем, взяв от правой части (8) интеграл с весовым множителем $\sin^3\sigma$. Тогда

$$\int_0^\pi \sin^3\sigma \cos\sigma\, P_n'(\cos\sigma)\, d\sigma = \frac{4}{5} (n=2); \;\; 0 \;\; (n \geq 4)$$

и

$$\int_0^\pi \sin^3\sigma \cos\sigma \cdot M(\sigma)\, d\sigma = \frac{32\pi}{5} c_2 . \tag{9}$$

При $c_2 < 0$ в силу формулы (9) функция $M(\sigma)$ не может быть всюду положительной. Найдется такое σ, для которого $M(\sigma) < 0$, а это означает неустойчивость. Итак, достаточным признаком неустойчивости является отрицательность соответствующего коэффициента разложения фазовой плотности по сферическим функциям:

$$\int_0^\pi F \cdot P_2(\cos\theta) \sin\theta\, d\theta < 0 . \tag{10}$$

Сходные выкладки, примененные к выражению $AC - B^2$, показывают, что достаточным признаком неустойчивости является неравенство, противоположное (10). Соответственно, необходимым признаком устойчивости в целом является равенство

$$\int_0^\pi F \cdot P_2(\cos\theta) \sin\theta\, d\theta = 0 . \tag{11}$$

4. ***Некоторые общие замечания.*** До сих пор мы использовали в качестве примера распределения, сосредоточенные на сфере. Надо теперь установить, в какой степени результаты переносятся на общие распределения.

При $\lambda = 0$ от частицы с вектором скорости $(\xi u, \xi v, \xi w)$ вклад в левую часть (5) получается тот же, как от частицы со скоростями u, v, w, поскольку предельные переходы $\lambda \to 0$ и $\lambda/\xi \to 0$ эквивалентны. Поэтому обобщение условия неустойчивости (10) можно написать сразу:

$$\int_0^\infty \int_0^\pi f(V, \theta) \cdot P_2(\cos\theta) \cdot V^2 \sin\theta\, d\theta\, dV < 0 . \tag{12}$$

Несколько сложнее обстоит дело с разложениями A, B, C по степеням λ. После некоторых выкладок признак неустойчивости, дополнительный к (12), удается достаточно просто построить в некоторых специальных случаях.

1) Распределения с независимостью угловых переменных от V, то есть

$$f(V,\theta)=f_1(V)f_2(\theta).$$

Необходимое условие устойчивости получается в виде

$$\int_0^\infty \int_0^\pi f(V,\theta)\cdot P_2(\cos\theta)\cdot \sin\theta\, d\theta=0 .$$

2) Распределения с отсутствующими высшими гармониками, точнее,

$$f(V,\theta)=\varphi_0(V)+P_2(\cos\theta)\cdot\varphi_2(V).$$

Необходимыми условиями устойчивости в рассматриваемом случае 2) являются

$$\int_0^\infty V^2\varphi_2(V)dV=\int_0^\infty V\varphi_2(V)dV=0 . \tag{13}$$

3) Почти сферические распределения

$$f(V,\theta)=\varphi_0(V)+\kappa\psi(V,\theta)$$

при $\kappa\to 0$. Как и в предыдущем случае, заключаем, что равенства (13) - это необходимые условия устойчивости в некоторой области $0<\kappa<\kappa_0$.

В итоге, требование отсутствия электромагнитной неустойчивости очень сильно ограничивает класс допустимых распределений. При некоторых дополнительных предположениях, как мы только что видели, для устойчивости должно выполняться условие типа равенства (что несколько необычно в подобных задачах), именно: должна отсутствовать так или иначе определенная вторая зональная гармоника. В этом отношении электромагнитная неустойчивость сильнее электростатической, поскольку последняя проявляет себя уже при значительном отклонении распределения от сферической симметрии: в виде обособления двух пучков и так далее.

Заметим, что полная устойчивость сферически-симметричного распределения (с $\partial f/\partial V<0$) была заранее ясна из энергетических соображений: любое возмущение, согласно теореме Лиувилля, в этом случае увеличивает кинетическую энергию системы.

Сходные результаты были получены в ряде работ других авторов. Наиболее близок к нашим результат [8] для эллипсоидального распределения скоростей. Дисперсионное уравнение и выводы о неустойчивости совпадают, но модель [8] носит более частный характер (отдельное сфероидальное распределение). В [9] рассмотрена несколько иная модель: суперпозиция двух гауссовых распределений, также показывающая неустойчивость при достаточной общей анизотропии скоростей. В указанных работах речь идет о технических приложениях, поведение плазмы в связи с задачами астрофизики изучалось мало. Имея это в виду, мы в недавней работе [6] рассмотрели противоположный по отношению к настоящему исследованию ультрарелятивистский случай. Конкретно, там использовалась модель с трехосным эллипсоидальным распределением скоростей, которая опять-таки оказалась неустойчивой за естественным исключением сферического распределения скоростей. Вообще ультрарелятивистский случай в рассматриваемой проблеме оказывается не столь уж сильно отличным от нерелятивистского.

Используемое приближение для электромагнитной неустойчивости работает только для достаточно длинных волн. Оценить критическую длину можно уже из соображений размерности, которые видны полностью даже в простом примере (1). Именно, мы фактически предполагаем

$$k \ll \frac{\omega_p}{c}, \tag{14}$$

где ω_p определяется формулой (2). Например, при более или менее характерных для межзвездной среды значениях $n_0 = 0.1\,\text{см}^{-3}$ [10] получаем критическую длину, согласно формуле (14): $\lambda^* \sim 2\pi/k \sim 100$ км, так что любые характерные длины в условиях межзвездного пространства заведомо много больше λ^* и наше приближение работает. Инкремент же, согласно (3) - порядка времени пересечения волны типичной частицей, то есть неустойчивость развивается в определенных астрофизических ситуациях, например, на длинах 10^{-4} пк и менее достаточно быстро (за время порядка полмесяца). Для некоторых объектов, например, планетарных туманностей, значение n_0 может быть на 4-5 порядков выше указанного, но тогда согласно (2) и (14) критическое λ^* будет в сотни раз меньше и все равно длина волны чрезвычайно мала в сравнении с размерами системы.

Заметим, что скорости частиц у нас все время предполагались нерелятивистскими. В многокомпонентных системах со скоростями частиц разного порядка могут развиваться некоторые дополнительные явления, в частности, из-за ощутимого иногда переноса заряда в системе космических лучей [11].

Подчеркнем еще раз, что электромагнитная неустойчивость накладывает сильные ограничения на возможность выбора анизотропных моделей распределения скоростей в межзвездной среде. Другой вопрос, довольно сложный - как конкретно найти допустимые все же по признаку устойчивости анизотропные модели распределения скоростей.

Этому мы надеемся посвятить дальнейшие публикации, охватывая и случай наличия вмороженного магнитного поля, которое в данной статье было предположено отсутствующим. Такое перечисление устойчивых состояний позволит более сознательно относиться к выбору между разными правдоподобными моделями [12,13].

Остается также проблема учета возможной пространственной неоднородности.

Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория, Санкт-Петербург, Россия, e-mail: baranov@gao.spb.ru

ELECTROMAGNETIC INSTABILITY OF A HOMOGENEOUS INTERSTELLAR MEDIUM

A.S.BARANOV

Electromagnetic instability of an interstellar medium with an arbitrary velocity distribution has been studied at large distances which are typical for gaseous-dust clouds without the noticeable magnetic fields. It has been shown that on the plausible scale of time (months and years) such instabilities are able to be developed and the narrow class of distributions close to the spherical ones is by the stability requirement selected.

Key words: *ISM:- electromagnetic instability: velocity distribution*

ЛИТЕРАТУРА

1. *С.А.Каплан*, *С.Б.Пикельнер*, Межзвездная среда, Физматгиз, М., 1963.
2. *L.Spitzer*, *Jr.*, Ann. Rev. Astron. Astrophys., **28**, 71, 1990.
3. *S.Heinz*, *R.Sunyaev*, Astron. Astrophys., **390**, 751, 2002.
4. *E.S.Weibel*, Phys. Rev. Lett., **2**, 83, 1959.
5. *А.Б.Михайловский*, Теория плазменных неустойчивостей. 1. Неустойчивости однородной плазмы, Атомиздат, М., 1975.
6. *А.С.Баранов*, Физика плазмы, **29**, 956, 2003.
7. *Г.Бейтмен*, *А.Эрдейи*, Высшие трансцендентные функции. **2**, Наука, М., 1974.
8. *R.N.Sudan*, Phys. Fluids., **8**, 153, 1965.

9. *А.Б.Михайловский*, Вопросы теории плазмы. Вып. 6, ред. М.А.Леонтович, Атомиздат, М., 1972.
10. *Д.Я.Мартынов*, Курс общей астрофизики, Наука, М., 1979.
11. *В.А.Антонов*, *А.С.Баранов*, Астрон. ж., **79**, 387, 2002.
12. *В.М.Лютый*, Астрофизика и космическая физика, ред. Р.А.Сюняев, Наука, М., 1982.
13. *Э.А.Дибай*, Активные ядра и звездная космогония, ред. Д.А.Мартынов, Изд-во МГУ, М., 1987.