

УДК: 524.354.6

ГЕНЕРАЦИЯ ТОРОИДАЛЬНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ ВО ВРАЩАЮЩИХСЯ НЕЙТРОННЫХ ЗВЕЗДАХ

Д.М.СЕДРАКЯН

Поступила 15 июля 2005

Исследованы электромагнитные свойства нейтронной звезды (пульсара). Показано, что учет наличия двух угловых скоростей вращения компонент нейтронной звезды и первых поправок Общей теории относительности в уравнениях гидродинамического равновесия плазмы и в электродинамических уравнениях Максвелла приводит к генерации тороидальных магнитных полей в недрах нейтронной звезды.

1. *Введение.* В работе [1] была рассмотрена возможность генерации магнитного поля в нейтронных звездах и было показано, что учет первых поправок Общей теории относительности в уравнениях гидродинамического равновесия плазмы и в уравнениях Максвелла для электромагнитных полей приводит к генерации тороидальных магнитных полей. Для временной производной магнитного поля было получено следующее выражение:

$$\frac{\partial \vec{B}(0)}{\partial t} = \frac{mc}{e} \Omega^2 \frac{Gu(R)}{c^2 R} \sin \vartheta \cos \vartheta \vec{\tau}, \quad (1)$$

где R , ϑ , φ - сферические координаты, $u(R)$ - накопленная масса сферы радиусом R , m и e - масса и заряд протона, G и c - гравитационная постоянная и скорость света, Ω - угловая скорость звезды, а $\vec{\tau}$ - единичный вектор в направлении координаты φ . Уравнение получено для начального момента времени, когда электрический ток и магнитное поле равняются нулю. Однако этот результат оказался неправильным в связи с тем, что четырехмерный ток был определен как [1]

$$j^i = \frac{enc}{\sqrt{g_{00}}} \frac{dx^i}{dx^0}, \quad (2)$$

тогда как правильное определение этого тока есть:

$$j^i = enu^i, \quad (3)$$

где u^i - четырехмерная скорость. При таком определении четырехмерного тока временная производная магнитного поля равняется нулю и нет генерации тороидального магнитного поля. Отметим, что в работе [1] также предполагалось, что в "пре" - фазе нейтронной звезды все

три сорта частиц, т.е. нейтроны, протоны и электроны, являются нормальными. Однако, как хорошо известно [2], при температурах $T \leq 10^8$ К, что реализуется в ядрах нейтронных звезд, нейтроны и протоны скорее всего сверхтекучие, а электроны нормальные. Это означает, что при вращении нейтронной звезды ее ядерная компонента (нейтроны и протоны) будет вращаться со сверхтекучей угловой скоростью Ω_s , тогда как нормальная компонента, следовательно и электроны, будут иметь угловую скорость Ω_c . В общем случае сверхтекучая угловая скорость Ω_s не равна нормальной угловой скорости Ω_c .

Цель этой работы - показать, что если обозначить $\Delta\Omega = \Omega_s - \Omega_c$, то при $\Delta\Omega \neq 0$ генерация тороидального магнитного поля возможна, и скорость увеличения магнитного поля выражается правой частью формулы (1), умноженной на $(1 - \Omega_c^2/\Omega_s^2)$. Если предположить, что $\Omega_c \ll \Omega_s$, в течение времени жизни пульсара, что реализуется в некоторых сценариях эволюции пульсара, то этот множитель может быть порядка единицы [3].

2. *Электрическое поле "пре" - плазмы со сверхтекучими нейтронами.* Уравнение гидродинамики для отдельной заряженной компоненты вращающейся с угловой скоростью Ω плазмы имеет следующий вид [1]:

$$\frac{\partial P}{\partial x^\alpha} - \left(\rho + \frac{P}{c^2} \right) \frac{\partial}{\partial x^\alpha} \ln u^0 - \frac{1}{c} F_{\alpha i} j^i = 0, \quad (4)$$

где $\alpha = 1, 2, 3$,

$$j^i = enu^i, \quad u^0 = \left(g_{00} + 2 \frac{\Omega}{c} g_{03} + \frac{\Omega^2}{c^2} g_{33} \right)^{-1/2}, \quad (5)$$

u^i - четырехмерная скорость движения плазмы, ρ и P - плотность энергии и давление плазмы, j^i - четырехмерный ток и $F_{\alpha i}$ - тензор электромагнитного поля. Здесь n - плотность частиц плазмы, а ρ и P являются функциями от n . Заметим, что в отличие от работы [1], здесь в формулах (5) приведено правильное определение четырехмерного тока j^i , а выражение для u^0 получено из соотношения $u^i u_i = 1$.

Для простой модели нейтронной звезды ее центральная часть состоит из сверхтекучих нейтронов и протонов и нормальных электронов. Протоны и электроны составляют незначительную часть, порядка нескольких процентов нейтронов ядра звезды. Следовательно, основная часть ядра - нейтроны, представляет собой сверхтекучую ядерную жидкость. Такое ядро звезды окружено твердой оболочкой, состоящей из атомных ядер и электронов. Размеры ядра нейтронной звезды порядка 10 км, а размеры оболочки на порядок меньше. При вращении звезды оболочка и электроны в ядре нейтронной звезды

вращаются как нормальная жидкость с угловой скоростью Ω_c , а основная часть ядра (нейтроны и протоны) - как сверхтекучая жидкость с угловой скоростью Ω_s .

Записав уравнение (4) отдельно для смеси ядерной материи, состоящей из нейтронов и протонов, и для электронов, получим два уравнения, определяющих электрическое поле $\vec{E}$ и $\vec{\nabla} P_s(n_s)$, где $P_s(n_s)$ - давление нейтронов, которое при пренебрежении протонами (1% ядерной материи), совпадает с давлением ядерной материи нейтронной звезды:

$$\vec{\nabla} P_s = -mc^2 n_s \vec{\nabla} \ln u_s^0. \quad (6)$$

$$\vec{E} = -\frac{1}{eu_e^0} \frac{\vec{\nabla} P_e}{n_e}, \quad (7)$$

где

$$u_s^0 = \left(g_{00} + 2 \frac{\Omega_s}{c} g_{03} + \frac{\Omega_s^2}{c^2} g_{33} \right)^{-1/2}, \quad (8)$$

$$u_e^0 = \left(g_{00} + 2 \frac{\Omega_c}{c} g_{03} + \frac{\Omega_c^2}{c^2} g_{33} \right)^{-1/2},$$

P_e и n_e - давление и плотность электронов. Выражения (6) и (7) для $\vec{E}$ и $\vec{\nabla} P_s$ получены в предположении отсутствия начального электрического тока j^a . Если учесть, что при плотностях частиц, характерных для ядер нейтронной звезды ($n \approx 10^{38}$ 1/см³), нейтроны представляют собой нерелятивистский Ферми-газ, а электроны - ультрарелятивистский Ферми-газ, то можно показать, что

$$\frac{\vec{\nabla} P_s}{n_s} = \frac{\vec{\nabla} P_e}{n_e}. \quad (9)$$

Учитывая (9), из (6) и (7) можно окончательно получить:

$$\vec{E} = \frac{mc^2}{e} \frac{\vec{\nabla} \ln u_s^0}{u_e^0}, \quad (10)$$

где m и e - масса и заряд протона, а c - скорость света.

3. *Эффект генерации магнитного поля.* Уравнение Максвелла, связывающее скорость изменения магнитного поля $\partial \vec{B}/\partial t$ с электрическим полем, в стационарном гравитационном поле имеет вид [4]:

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \vec{B} = \frac{\vec{H}}{\sqrt{g_{00}}} + [\vec{g} \vec{E}]. \quad (11)$$

Здесь $(\vec{g})_\alpha = -g_{0\alpha}/g_{00}$ и

$$(\text{rot } \vec{E})^\alpha = \frac{1}{2\sqrt{\gamma}} e^{\alpha\beta\gamma} \left(\frac{\partial E_\gamma}{\partial x^\beta} - \frac{\partial E_\beta}{\partial x^\gamma} \right), \quad (12)$$

где $\gamma_{\alpha\beta} = -g_{\alpha\beta} + g_{00} g_\alpha g_\beta$ - трехмерная пространственная метрика, $e^{\alpha\beta\gamma}$

- единичный антисимметричный тензор с $e^{123} e_{123} = 1$. Согласно (11), генерация магнитного поля в ядре нейтронной звезды возможна, если ротор от выражения (10) отличен от нуля. Для оценки ротора от электрического поля, и следовательно $\partial \vec{B}/\partial t$, газ из ядерных частиц можно считать почти нерелятивистским и в компонентах метрического тензора учитывать только поправки, линейные по φ/c^2 [4]:

$$g_{00} = 1 + 2\varphi/c^2, \quad g_{\beta}^{\alpha} = \left(1 - \frac{2\varphi}{c^2}\right) \delta_{\beta}^{\alpha}, \quad g_{0\alpha} = 0. \quad (13)$$

Здесь необходимо отметить следующее: во вращающейся нейтронной звезде $g_{0\alpha}$ пропорционально $\varphi/c^2 \cdot \Omega r/c$, где r - расстояние от оси вращения. Для рассматриваемых моделей нейтронной звезды максимальное значение $\Omega r/c$ не превышает 0.1, поэтому можно считать, что $g_{0\alpha}$ повсюду равно нулю. Тогда временную компоненту четырехмерной скорости u^0 запишем в виде:

$$u^0 = \left(g_{00} + 2 \frac{\Omega}{c} g_{03} + \frac{\Omega^2}{c^2} g_{33} \right)^{-1/2} \approx 1 - \frac{\varphi}{c^2} + \frac{\Omega^2 r^2}{2c^2}.$$

Тогда нетрудно увидеть, что

$$\bar{\nabla} \ln u^0 = -\frac{1}{c^2} (\bar{\nabla} \varphi - \Omega^2 \bar{r}). \quad (14)$$

Подставляя (14) в (10) и учитывая (11), (12) и (13), получим:

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \frac{m}{ec} \frac{1}{R} \frac{\partial \varphi}{\partial R} (\Omega_s^2 - \Omega_c^2) [\bar{r}, \bar{R}], \quad (15)$$

где $\bar{R}$ и $\bar{r}$ - сферические и цилиндрические радиальные векторы. Еще раз отметим, что уравнение (15) получено для начального момента времени, когда электрические токи $j^{\alpha} = 0$ и нет магнитного поля $\vec{B} = 0$. Раскрыв векторное произведение в правой части уравнения (15) и заменив $d\varphi/dR = Gu(R)/R^2$ ($u(R)$ - накопленная масса в сфере радиуса R), окончательно получим:

$$\frac{\partial \vec{B}(0)}{\partial t} = \frac{mc}{e} \Omega_s^2 \left(1 - \frac{\Omega_c^2}{\Omega_s^2} \right) \frac{Gu(R)}{c^2 R} \sin \vartheta \cos \vartheta \bar{r}. \quad (16)$$

Заметим, что $\partial \vec{B}(0)/\partial t$ отличен от нуля, так как при уменьшении угловой скорости нейтронной звезды (пульсара) всегда существует отличная от нуля стационарная разница угловых скоростей сверхтекучего и нормального движений: $\Delta\Omega = \Omega_s - \Omega_c \neq 0$. Значение $\Delta\Omega$ зависит от пиннинга нейтронных вихрей, и как показывают наблюдения за скачками угловой скорости пульсара Vela, эта разница может быть порядка $\Delta\Omega/\Omega \sim 10^{-4}$, где $\Delta\Omega = \Omega_s - \Omega_c$. Однако для некоторых сценариев эволюции пульсаров множитель $(1 - \Omega_c^2/\Omega_s^2)$ может быть порядка единицы [3].

Итак, из уравнения (16) следует, что в замедляющейся нейтронной звезде возникает тороидальное магнитное поле, растущее со временем. Наличие сверхтекучего вращения ядерной компоненты нейтронной звезды с учетом поправок теории Эйнштейна приводит к тому, что электрическое поле становится непотенциальным, зависящим от z . Это и приводит к возникновению конвекционных электрических токов и генерации тороидального магнитного поля [5].

В заключение отметим, что статья о распределении стационарного тороидального магнитного поля внутри нейтронной звезды нами будет опубликована в скором будущем.

Автор выражает благодарность гранту ANSEF N05-PS-astroth-811-78 за финансовую поддержку.

Ереванский государственный университет,
Армения, e-mail: dsedrak@server.physdep.r.am

GENERATION OF TOROIDAL MAGNETIC FIELD IN THE ROTATING NEUTRON STARS

D.M.SEDRAKIAN

The magnetic properties of the simple model of neutron stars (pulsars) are considered. It is shown that if we include in our investigation the first order correction of General Relativity to the Newtonian theory and take into account that nuclear matter (neutrons and protons) in the core of a neutron star are superfluid, the electric current will depend on the coordinate z . This will bring to the generation of the toroidal magnetic field in the rotating neutron stars.

Key words: *stars:neutron - stars:magnetic fields*

ЛИТЕРАТУРА

1. Д.М.Седракян, *Астрофизика*, 6, 615, 1970.
2. Д.М.Седракян, К.М.Шахабасян, *УФН*, 161, 3, 1991.
3. А.Д.Седракян, Д.М.Седракян, *ДАН Армении*, 96, 45, 1996.
4. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, *Теория поля*, Наука, М., 1972.
5. J.W.Roxborough, P.A.Strittmatter, *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*, 133, 1, 1966.