

УДК: 524.8:531.51

КОСМОЛОГИЧЕСКИЙ СКАЛЯР В ТЕОРИИ ЙОРДАНА-БРАНСА-ДИККЕ. II

Р.М.АВАКЯН, Г.Г.АРУТЮНЯН

Поступила 6 апреля 2005

Принята к печати 12 августа 2005

Рассматриваются космологические решения в собственном представлении теории ЙБД с доминирующим неминимально связанным скалярным полем. Показано, что только при введении космологического скаляра, переходящего в эйнштейновском представлении в обычную космологическую постоянную, возникает возможность фазы развития с равномерным, а затем ускоренным расширением Вселенной за космологические времена.

1. Введение. В первой части данной работы (I) рассмотрены космологические решения, полученные для эйнштейновского представления теории ЙБД, т.е. при наличии минимально связанного скалярного поля. Показано, что ускорение космологического расширения в таком варианте теории возможно только при наличии космологического скаляра. Во второй части (II) представлено решение космологической задачи в собственном представлении теории ЙБД при наличии неминимально связанного скалярного поля. Введение космологического скаляра создает возможность реализации фазы развития от равномерного к ускоренному расширению Вселенной. Как отмечалось в [8], современные представления о Вселенной свидетельствуют в пользу введения космологической постоянной в ОТО, поэтому имеет смысл ввести аналогичную величину в теорию ЙБД. Предположив, что поле этой величины должно быть скалярным, но не может быть динамическим (его изменения должны управляться гравитационным скаляром $y = y(x^\mu)$), введем в действие теории ЙБД космологический скаляр $\varphi = \varphi(y)$ аналогично тому, как вводится космологическая постоянная в действие ОТО [8].

$$W = \frac{1}{c} \int \sqrt{-g} \left[-\frac{c^4}{16\pi} y \left(R + 2\varphi(y) - \varsigma \frac{y^{\mu\nu} y_{,\mu\nu}}{y^2} \right) + L_m \right] d^4x, \quad (1)$$

здесь ς - безразмерная константа связи теории ЙБД. Приравнявая нулю результат независимого варьирования (2) по g^{ab} и y , получим уравнения теории ЙБД с космологическим скаляром

$$\nabla_a y^a = \frac{kT}{3+2\varsigma} + \frac{2y}{3+2\varsigma} \left(\varphi - y \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right), \quad k = \frac{8\pi}{c^4}, \quad (2)$$

$$G_v^\mu = R_v^\mu - \frac{1}{2} \delta_v^\mu R = \frac{k}{y} \left(T_v^\mu - \delta_v^\mu \frac{T}{3+2\zeta} \right) + \frac{\nabla_v y^\mu}{y} + \zeta \left(\frac{y_{,v} y^\mu}{y^2} - \frac{1}{2} \delta_v^\mu \frac{y_{,\alpha} y^{\alpha}}{y^2} \right) + \frac{\delta_v^\mu}{3+2\zeta} \left[(1+2\zeta)\varphi + 2y \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right] = k \left(\frac{T_{\mu v}^\mu}{y} + T_{y v}^\mu \right), \quad (3)$$

где

$$T_{\mu v}^\mu = -P_m \delta_v^\mu + (\rho_m + P_m) U_v U^\mu, \quad (4)$$

$$T_{y v}^\mu = \frac{1}{k} \left[\frac{1}{y} \left(\nabla_v y^\mu - \delta_v^\mu \nabla_\alpha y^\alpha \right) + \frac{\zeta}{y^2} \left(y_v y^\mu - \frac{1}{2} \delta_v^\mu y_\alpha y^\alpha \right) + \delta_v^\mu y \varphi(y) \right].$$

Здесь $T_{\mu\nu} = \frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta(\sqrt{-g} L_m)}{\delta g^{\mu\nu}}$ - тензор энергии-импульса материи, а

$T_{y v}^\mu$ обусловлен наличием скалярного поля y , P_m и ρ_m - давление и плотность энергии материи (пыли и радиации), рассматриваемой как идеальная жидкость, $U^\alpha = dx^\alpha/d\tau$ - 4-мерная скорость, удовлетворяющая условию нормировки $U_\alpha U^\alpha = 1$. Дальнодействующее скалярное безмассовое поле, потенциал которого $y = y(x^\mu)$ (гравитационный скаляр), возможно в каждой точке заменяет собой ньютоновскую гравитационную постоянную G , а в соответствии с идеями Маха [5] - это фон, создаваемый всей энергией во Вселенной. Существенная особенность скалярного поля теории ЙБД, которая отличает его от полей других тензорно-скалярных теорий (теория Калуцы-Клейна, теория струн), состоит в том, что оно непосредственно не взаимодействует с материей. Это обстоятельство наталкивает на мысль рассматривать скалярное поле ЙБД само по себе, без наличия материи и радиации, что, возможно, позволит раскрыть его роль в формировании темной материи и темной энергии.

В связи со сказанным интересно напомнить, как была построена теория ЙБД. Идея о существовании скалярного поля самым естественным образом возникла при попытке объединить гравитацию и электромагнетизм. Выяснилось, что пятимерная формулировка теорий гравитаций Эйнштейна и Максвелла намного проще четырехмерной. Вывод был сделан после расширенного теоретико-группового анализа, согласно которому свойство инвариантности эйнштейн-максвелловской теории в пятимерии намного симметричнее. Было обращено внимание на то, что объединенная группа произвольных преобразований координат четырехмерия и калибровочных преобразований потенциала электромагнитного поля изоморфна группе преобразований однородных координат пятимерного риманового пространства, относительно которой инвариантны полевые уравнения проективной теории [1-3], а также модификации единой теории, предложенной Паули [4]. В этой изоморфной группе X^μ преобразуются как 5-векторы, что позволяет

построить дополнительный инвариант

$$y = g_{\mu\nu} X^\mu X^\nu.$$

Для того, чтобы редуцированные в четырехмерие уравнения единой теории были эквивалентны системе полевых уравнений Эйнштейна-Максвелла, необходимо требование постоянства скаляра $y=1$. Так, естественным образом, без спекуляций и дополнительных гипотез в результате физического анализа возникла идея обобщения теории гравитации, в которой кроме тензорного и векторного полей фигурирует скалярное поле с потенциалом y . Одной из физически содержательных и полно разработанных версий является теория ЙБД, в которой гравитационный скаляр непосредственно не взаимодействует с материей. Его существование проявляется лишь влиянием на движение частиц.

2. Коэффициент "замедления" в теории ЙБД, обусловленный наличием неминимально связанного скалярного поля. Имеет смысл отбросить возможный вклад от всех видов материи и выяснить роль скалярного поля, неминимально связанного с гравитацией. Используем пространственно-плоскую метрику Фридмана-Робертсона-Уолкера, предполагая однородность и изотропию пространства-времени

$$dS^2 = dt^2 - R^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) \right], \quad (5)$$

$$y = y(t)$$

где $k=0$ для пространственно-плоского случая, $R(t)$ - масштабный фактор. Уравнения космологической задачи в собственном представлении теории ЙБД принимают вид

$$\frac{\ddot{y}}{y} + \frac{3\dot{y}\dot{R}}{yR} = \frac{2}{3+2\zeta} \left(\varphi - y \frac{\partial\varphi}{\partial y} \right), \quad (6)$$

$$\frac{2\ddot{R}}{R} + \frac{\dot{R}^2}{R^2} = -\frac{\ddot{y}}{y} - \frac{2\dot{R}\dot{y}}{Ry} - \frac{\zeta}{2} \frac{\dot{y}^2}{y^2} + \varphi, \quad (7)$$

$$3\frac{\dot{R}^2}{R^2} = \frac{1}{2}\zeta \frac{\dot{y}^2}{y^2} - 3\frac{\dot{R}\dot{y}}{Ry} + \varphi, \quad (8)$$

где точкой обозначена временная производная.

Если φ определить из (8) и подставить в (6) и (7), то (6) в точности совпадает с (7), то есть при любом выборе φ имеем два независимых уравнения.

Выбор $\varphi = \Lambda y/y_0$, где y_0 - современное значение y , а Λ - космологическая постоянная теории Эйнштейна, обусловлен тем, что в этом случае при конформном преобразовании $g'_{ik} = yg_{ik}$ получается эйнштейновское представление теории ЙБД, а по существу означает,

что в (1) кроме кинетического учтен также потенциальный член.

Интегрирование разности уравнений (7)-(8)

$$2 \left[\frac{\ddot{R}}{R} - \left(\frac{\dot{R}}{R} \right)^2 \right] + \left(\frac{\ddot{y}}{y} - \frac{\dot{y}^2}{y} \right) + (\zeta + 1) \frac{\dot{y}^2}{y^2} - \frac{\dot{R}}{R} \frac{\dot{y}}{y} = 0, \quad (9)$$

а также (6) с $\Phi = \Lambda y/y_0$

$$\frac{\ddot{y}}{y} = -3 \frac{\dot{R}}{R} \frac{\dot{y}}{y} \quad (10)$$

позволяют получить результат в виде

$$\frac{\dot{y}}{y} = c_- y^{(\sigma+1)/2} + c_+ y^{(1-\sigma)/2}, \quad \sigma = \sqrt{3(3+2\zeta)}. \quad (11)$$

Подставив (11) в (8) с учетом (10) из

$$\frac{1}{3} \left(\frac{\ddot{y}}{y} \right)^2 - \frac{\zeta}{2} \left(\frac{\dot{y}}{y} \right)^2 - \frac{\ddot{y}}{y} - \Lambda y/y_0 = 0$$

получаем соотношение

$$c_- c_+ = -\frac{\Lambda}{(3+2\zeta)y_0}; \quad (12)$$

которое позволяет придти к заключению о том, что при $\Lambda = 0$ в (11) отлично от нуля либо c_- , либо c_+ , а при $\Lambda \neq 0$ - c_- и c_+ имеют противоположные знаки, если $\Lambda > 0$, а $\zeta > -3/2$.

а) Рассмотрим случай $\Lambda = 0$. Из (8) следует непосредственная связь между $\dot{R}/R$ и $\dot{y}/y$ в виде

$$\frac{\dot{R}}{R} = -\frac{(3 \pm \sigma)}{6} \frac{\dot{y}}{y}, \quad (13)$$

причем знак плюс, как это следует из (10), соответствует $\dot{y} = -|c_-| y^{(\sigma+3)/2}$,

$\ddot{y} = -|c_-| \frac{(\sigma+3)}{2} y^{(\sigma+1)/2} < 0$, а минус - случаю $\dot{y} = |c_+| y^{(3-\sigma)/2}$,

$\ddot{y} = \frac{(\sigma-3)}{2} |c_+| y^{(1-\sigma)/2} < 0$.

В результате для масштабного фактора имеем

$$R_{\pm} = R_0 \left(\frac{y_0}{y_{\pm}} \right)^{\pm \frac{(\sigma \pm 3)}{6}}, \quad \left(\frac{y_0}{y_{\pm}} \right)^{\pm 1} = \left[1 + |c_{\mp}| \left(\frac{\sigma \pm 1}{2} \right) y_0^{\pm \frac{(\sigma \pm 1)}{2}} (t - t_0) \right]^{\frac{2}{\sigma \pm 1}}, \quad (14)$$

где $t = t_0$, $R = R_0$, $y = y_0$ соответствует современному моменту.

Коэффициент "замедления" $q = -(\ddot{R}/\dot{R}^2)R$ удобно представить в виде

$$q = -\frac{\ddot{R}}{R^2} R = 3 - \frac{R^* R}{R^2} \left(\left(\cdot \right)' = \frac{d}{dy} \right). \quad (15)$$

Тогда из (14) имеем

$$q_{\pm} = \frac{2\sigma}{\sigma \pm 3}. \quad (16)$$

Исходя из (4), можно по аналогии ввести понятия давления и плотности энергии скалярного поля $T_{\mu\nu}^{\mu} = -P_y \delta_{\nu}^{\mu} + (\rho_y + P_y) u_{\nu} u^{\mu}$,

$$\rho_y^{\mp} = \frac{1}{2k} (\zeta + \sigma \pm 3) c_{\mp}^2 y^{(3 \pm \sigma)}, \quad (17)$$

$$P_y^{\mp} = \frac{1}{2k} \left(\zeta + \frac{\sigma \pm 3}{3} \right) c_{\mp}^2 y^{(3 \pm \sigma)}, \quad (18)$$

откуда $1/3 < P_y^-/\rho_y^- < 1$, $1 < P_y^+/\rho_y^+ < \infty$ при $0 < \zeta < \infty$, и соответственно эффективная скорость распространения элементарных возмущений (звука), возникающих в такой среде, может быть определена как [9]

$$c^2 = \frac{dP_y^{\pm}}{d\rho_y^{\pm}} = 1 \mp \frac{4 \left(\frac{\sigma \pm 3}{2} - 1 \right)}{3\zeta \pm 2(\sigma \pm 3)}. \quad (19)$$

Как следует из (16), $q = 0$ получается только в случае $\zeta = -3/2$, но это значение безразмерного параметра теории Йордана изначально при формировании теории исключено из рассмотрения [3], поскольку в этом частном случае в результате варьирования действия получается 10 уравнений для 11 неизвестных величин. Интересно отметить, что при $\zeta = -3/2$ $P_y = -(1/3)\rho_y$, а $c^2 < 0$. Отрицательное давление можно разумно интерпретировать, но мнимость скорости распространения звука в жидкости весьма сомнительна. Таким образом, при требовании $\zeta > -3/2$ и наличии только скалярного поля в теории ЙБД можно прийти к заключению о том, что q_+ может принимать только положительные значения, что соответствует замедлению расширяющейся Вселенной, а q_- положительно для $\zeta > 0$ и может стать отрицательным при $-3/2 < \zeta < 0$, но $\lim_{\zeta \rightarrow \pm 0} q_- = \pm \infty$, что еще раз подтверждает целесообразность предположения о положительности ζ .

б) Рассмотрим случай $\Lambda \neq 0$. Как уже отмечалось выше, в выражении для $\dot{y}/y$ из (11) в случае $\Lambda > 0$ отличны от нуля c_- и c_+ , причем они различаются знаком. Знаки c_- и c_+ совпадают, если $\Lambda < 0$.

Из (10) и (11)

$$\frac{R'}{R} = -\frac{1}{6y} \frac{[c_-(\sigma+3)y^{\sigma/2} + c_+(3-\sigma)y^{-\sigma/2}]}{(c_-y^{\sigma/2} + c_+y^{-\sigma/2})}. \quad (20)$$

Учитывая соотношение (15), будем иметь

$$q = 2 - \frac{6}{[c_-(\sigma+3)y^{\sigma/2} + c_+(3-\sigma)y^{-\sigma/2}]^2} [c_-^2(\sigma+3)y^{\sigma} + c_+^2(3-\sigma)y^{-\sigma} + c_-c_+(6-2\sigma^2)] \quad (21)$$

При равенстве нулю одной из постоянных интегрирования (c_-

или c_+) (21) совпадает с (16). При наличии Λ появляется возможность, кроме положительных q , получить $q = 0$ и $q < 0$. Нулевое ускорение расширяющейся Вселенной соответствует определенному значению y_1 , удовлетворяющему уравнению

$$c_-^2(\sigma + 3)y_1^{2\sigma} + 4\sigma c_- c_+ y_1^\sigma + c_+^2(\sigma - 3) = 0,$$

откуда

$$y_1^\sigma = \frac{c_+}{c_-} \left(\frac{-2\sigma \pm \sqrt{3\sigma^2 + 9}}{(\sigma + 3)} \right) = \frac{2\Lambda}{y_0 c_-^2 \left(\sqrt{1 + \frac{2}{3}\zeta} + 1 \right) (3 + 2\zeta)} \left(\sqrt{1 + \frac{2}{3}\zeta} \mp \sqrt{1 + \frac{\zeta}{2}} \right). \quad (22)$$

Из факта расширения Вселенной следует

$$R = \frac{c}{\dot{y}^{1/3}} \rightarrow \infty, \quad \dot{y} \rightarrow 0 \Rightarrow \ddot{y} < 0,$$

а из равенства $\dot{y} = 0$, с учетом того, что знаки c_- и c_+ различны, получаем предельное значение для y

$$y_n^\sigma = \left| \frac{c_+}{c_-} \right|.$$

Из выражения

$$\ddot{y} = c_- \left(\frac{3 + \sigma}{2} \right) y^{\frac{1+\sigma}{2}} - c_+ \left(\frac{\sigma - 3}{2} \right) y^{\frac{1-\sigma}{2}}$$

легко видеть, что $\ddot{y} < 0$ при $c_- < 0$ и $c_+ > 0$, при этом $\dot{y} = |c_-| y^{(3+\sigma)/2} (|y_n/y|^\sigma - 1)$.

При $y(t_0) > y_n$, $\dot{y} < 0$, а y асимптотически убывает до значения y_n . Если же $y(t_0) < y_n$, то $\dot{y} > 0$ и y асимптотически растет до значения y_n . В обоих случаях при $t \rightarrow \infty$, $R \rightarrow \infty$, $y = y_n + Ae^{-(t-t_0)/\tau}$, где

$\tau = \frac{2}{\sigma \sqrt{|c_- c_+|} y_0 \cdot c}$ - характерное время, c - скорость света, а знак постоянной интегрирования A зависит от знака $\dot{y}$.

Что касается параметра "замедления" q из (22), то его можно представить в виде

$$\frac{\ddot{R}R}{\dot{R}^2} = 1 + \frac{3\dot{y} \left[|c_-|(\sigma + 3)(\sigma + 1)y^{\sigma/2} - |c_+|(\sigma - 3)(\sigma - 1)y^{-\sigma/2} \right]}{y^{3/2} \left[|c_-|(\sigma + 3)y^{\sigma/2} + |c_+|(\sigma - 3)y^{-\sigma/2} \right]^2}, \quad (22.1)$$

откуда следует, что в пределе $\dot{y} \rightarrow 0$, $\ddot{R} \rightarrow 1$, что соответствует ускоренному расширению Вселенной. Таким образом, величина скалярного потенциала в момент нулевого ускорения

$$\left(\frac{y_1}{y_n} \right)^\sigma = \frac{2\sigma \pm \sqrt{3\sigma^2 + 9}}{(3 + \sigma)} \quad (23)$$

может быть больше или меньше предельного значения y_n .

3. *Заключение.* В результате анализа коэффициента "замедления" для модели расширяющейся Вселенной в рамках теории ЙБД выяснено:

а) если доминирует неминимально связанное скалярное поле, то возможно только замедленное расширение Вселенной;

б) при введении космологического скаляра в случае неминимально связанного скалярного поля появляется возможность эволюционного развития Вселенной с переходом через фазу нулевого ускорения ($q=0$) к фазе ускоренного расширения ($\ddot{R} > 0$) за время порядка 10 млрд. лет;

в) в случае минимально связанного скалярного поля [8] ситуация, в принципе, аналогичная. Наличие скалярного поля способствует замедленному расширению Вселенной и только введение положительной космологической постоянной может привести к появлению фазы равномерного расширения, переходящего в ускоренное, что в отсутствие Λ может иметь место только при отрицательном давлении.

Кафедра теоретической физики им. академика Г.С.Саакяна, ЕГУ,
Армения, e-mail: ravagyan@www.physdep. r.am, gohar@www.physdep.r.am

THE COSMOLOGICAL SCALAR IN JORDAN-BRANS-DICKE THEORY. II

R.M.AVAGYAN, G.H.HARUTHUNYAN

Cosmological solutions are considered in the proper frame of the JBD theory with a dominating non-minimally coupled scalar field. It is shown that only by introduction of the cosmological scalar, corresponding to the usual cosmological constant in the Einstein frame, the possibility arises for the evolution phase with uniform and further accelerated expansion of the Universe during cosmological time scales.

Key words: scalar-tensor theory - cosmological solutions

ЛИТЕРАТУРА

1. *P.Jordan*, *Astron. Nachr.*, 276, 193, 1948.
2. *G.Ludwig*, *Fortschritte der Projektivan Relativitats Theorie*, Braunschweig, 1951.
3. *P.Jordan*, *Schwerkraft und Weltall*, Braunschweig, 1951.
4. *W.Pauli*, *Ann. Phys.*, 18, 305, 1933.
5. *C.Brans*, *C.H.Dicke*, *Phys. Rev.*, 124, 925, 1961.
6. *S.Weinberg*, *Gravitation and Cosmology*, John Wiley and Sons, New York, 1972.
7. *R.J.Scherrer*, *Phys. Rev. Lett.*, 93, 301, 2004.
8. *Р.М.Авакян, Г.Г.Арутюнян, В.В.Папоян*, *Астрофизика*, 48, 455, 2005.
9. *J.Garriga, V.F.Mukhanov*, *Phys. Lett.*, B458, 219, 1999.
10. *N.Panagia*, *arxiv: astro-ph/ 0502247 VI*, 2005.
11. *Y.F. and K.Macda*, *Cambridge Univ. Press*, 5, 23, 2003.