

УДК: 524.8

МАГНИТНЫЕ МОНОПОЛИ В РАННЕЙ ВСЕЛЕННОЙ: ФОРМИРОВАНИЕ ПАР

В.К.ДУБРОВИЧ, Н.А.СУШКО

Поступила 15 мая 2003

Принята к печати 10 июля 2003

В работе рассматриваются магнитные монополи и антимнополи с массой $M = 10^{16}$ GeV и зарядом $q = 68.5e$ в ранней Вселенной. Результатом их кулоновского взаимодействия может быть образование пар. Рассмотрены некоторые условия формирования таких пар. В частности, проведены численные расчеты процесса трехчастичного столкновения. Найдены вероятности образования пар в рамках задачи N тел.

1. *Введение.* Существование магнитных монополей обусловлено некоторыми фундаментальными законами природы. Впервые теоретически этот вопрос был рассмотрен Дираком [1]. Позже, Поляков [2] и т Хофт [3] предложили модернизированный вариант монополя, с тем же зарядом $q = 68.5e$ (e -заряд электрона), но намного тяжелее Дираковского - масса $M = 10^{16}$ GeV. Наряду с монополем должен быть его партнер с противоположным знаком заряда и точно такой же массой - антимнополь. Из закона сохранения заряда следует, что число монополей и антимнополей должно быть одинаково.

Первые оценки возможного содержания монополей в ранней Вселенной [4] привели к неприемлемо большой величине. Все попытки избавиться от этой трудности в рамках обычных идей ни к чему не привели. Во многом поэтому и потребовалось принять теорию инфляции [5], которая оказалась однако настолько неопределенной в этом пункте, что в принципе допускает сколь угодно малое современное содержание монополей.

Современные оценки их концентрации основаны на различных косвенных аргументах, так как они пока вообще еще не открыты и соответственно прямые измерения невозможны. Из косвенных оценок можно привести две. Первая основана на измерении средней плотности вещества во Вселенной:

$$n_{OM} \approx 10^{-21} \omega_M H_{100}^2 \text{ см}^{-3}, \quad (1)$$

$$d_0 \approx n_{OM}^{-1/3} \approx 10^7 \omega_M^{-1/3} H_{100}^{-2/3} \text{ см}, \quad (2)$$

где ω_M - отношение плотности монополей к критической, H_{100} - постоянная Хаббла, нормированная на 100 км/с/Мпк, d_0 - среднее

расстояние между монополями. Последние измерения дают $\omega_M < 0.3$. Более сильные ограничения сверху получаются из анализа величин межгалактического магнитного поля - $n_{DM} < 10^{-23} \text{ см}^{-3}$ [6]. Однако эта оценка для одиночных монополей. Фактически значительная доля всех монополей может входить в монополь-антимонопольные пары (МАМР), что делает такой метод оценки некорректным. Приведем некоторые аргументы в пользу большой вероятности образования МАМР.

Интерес к МАМР связан, например, с такими возможностями их проявлений:

а) при аннигиляции пары могут рождаться космические частицы сверхвысокой энергии. Оценки показывают, что для этого необходима концентрация МАМР порядка 10^{-32} см^{-3} [7]. Эта проблема обсуждается также в [8];

б) зависимость темпа эволюции пар от внешних условий может приводить к эффекту переменности соотношения холодного скрытого вещества и нестабильной темной материи в центре галактик. Это происходит в силу того, что пары будучи очень долгоживущими в свободном состоянии, могут начать сжиматься и аннигилировать за счет быстрого повышения плотности и частых столкновений в центре галактики;

с) захват парой электрически заряженной частицы и образование своеобразной молекулы. Такая молекула может иметь квазистационарные дискретные состояния, которые будут иметь намного более вероятные радиационные переходы, чем в самой паре [9].

2. Ассоциация монополей в пары и температура монополей. Вопрос об образовании пары монополем и антимонополем (монополонием) рассматривался в литературе неоднократно, начиная с работы [10]. Однако все оценки скорости образования и конечной концентрации базировались на учете только стандартного процесса рекомбинации противоположно заряженных частиц. В результате оказывалось, что наблюдаемая сегодня доля монополей входящих в пары не превышает примерно 10^{-18} от их полного числа [10-13]. Однако более подробное рассмотрение этого вопроса приводит к необходимости разделить все пары на две категории - тесные пары (СМАМР) и широкие - ВМАМР. Тесные пары имеют размер намного меньше среднего и могут образовываться в ранней Вселенной за счет радиационной рекомбинации. Широкие пары имеют размер намного больше, чем тесные, но все же еще намного меньше, чем среднее расстояние. Фактически во всех предыдущих работах рассматривались только тесные пары. В данной статье мы обсудим возможность образования широких пар за счет двух дополнительных механизмов - кулоновской и столкновительной ассоциации.

Образование связанного состояния монополя и антимонополя без

излучения энергии в принципе возможно из-за конечного расстояния между частицами. В этом случае всегда есть отрицательная часть энергии за счет кулоновского притяжения. Связанное состояние будет образовываться, если кинетическая энергия будет меньше потенциальной. Ниже мы рассмотрим эволюцию этих энергий при расширении Вселенной и определим момент образования пар и их параметры.

Вначале рассмотрим случай нулевой температуры монополей и отсутствия их взаимодействия с другими полями и частицами. Тогда эффективно кинетическая энергия определяется только Хаббловской скоростью $v_H = Hd$. Эволюцию d с учетом притяжения можно представить в виде уравнения

$$d'' = (H^2 + H')d - \frac{q^2}{Md^2}, \quad (3)$$

где штрих означает производную по времени. Очевидно, что кулоновское притяжение начнет играть определяющую роль, когда второй член в правой части станет больше первого. С нужной нам точностью момент образования связанных состояний будет определяться из соотношения ($t = 1/H$ - космологическое время):

$$\frac{d^3}{t^2} \approx \frac{q^2}{M}. \quad (4)$$

В плоской Вселенной это соответствует красному смещению $z_c \approx 3.2 \cdot 10^{11} \omega_M$ [9], которое можно рассматривать как верхнюю границу по z для безизлучательной ассоциации пар. Для энергии связи при этом имеем:

$$E_c = \frac{q^2}{2d_c} = \frac{q^2(1+z_c)}{2d_0} = 11.5 \omega_M^{4/3} H_{100}^{2/3} \text{ eV}. \quad (5)$$

Однако реально у монополей есть тепловая энергия. Если она соответствует температуре излучения в данный момент - $kT_r \sim 5.5 \cdot 10^7 \text{ eV}$, то, как мы видим, различие превышает 6 порядков. Это означает, что образование пар может происходить только при значительно меньших красных смещениях.

Для дальнейших оценок будем сравнивать r_d - Дебаевский радиус в плазме монополей и антимонполей и среднее расстояние d :

$$r_d = \left(\frac{kT_M}{4\pi q^2 n_M} \right)^{1/2} = d \left(\frac{kT_M}{8\pi E_n} \right)^{1/2}. \quad (6)$$

Ассоциация будет иметь место при $r_d < d$.

Ниже мы рассмотрим эволюцию температуры монополей T_M . В свободном состоянии, т.е. в отсутствие взаимодействия с окружающим веществом, монополи, как тяжелые нерелятивистские частицы, будут остывать по закону $T_M \sim (1+z)^2$, в то время как температура релятивистских частиц меняется $T_r \sim (1+z)$ [14]. Наличие сильного взаимодействия между компонентами системы приводит к $T_M = T_r$ ввиду крайней малости обилия

монополей и соответственно их теплоемкости.

Взаимодействие монополей с фотонами крайне мало - эквивалентное томсоновское сечение с учетом массы монополя $\sigma < 10^{-55} \text{ см}^2$. При не очень больших энергиях основным будет взаимодействие с электронами и позитронами при $T_r = 1 \text{ MeV}$. Однако эффективность при передаче температуры должна включать малость отношения массы электрона к массе монополя $\sim 10^{-19}$.

Представим скорость нагрева монополей в виде (ниже мы пользуемся единицами $c = h/2\pi = k = 1$)

$$\dot{T}_M = K(T_r - T_M), \quad (7)$$

где K - скорость нагрева. Для его вычисления проинтегрируем по спектру p -импульса электронов энергию $\Delta E = \Delta p^2/2M$, передаваемую в единичном столкновении с числом столкновений в единицу времени - $n_e \sigma_{\Delta E}$. Для релятивистских электронов имеем

$$K = \int 2\pi\gamma bdb \int \frac{d\Omega}{2\pi^3} \int \frac{p^4 e^{p/T_r}}{(e^{p/T_r} + 1)^2} M dp = \frac{\xi T_r^2}{M}, \quad (8)$$

где b - прицельный параметр, а $\gamma < 1$ - численный фактор, учитывающий отличие сечения $\sigma_{\Delta E}$ от чисто геометрического - $2\pi bdb$. Пределы интегрирования по импульсу - от $p_{min} = 2/b$ до $p_{max} < 1/T_r$. Для $T_r > m_e$ имеем

$$K = \xi(1+z)^2 \left(\frac{2\pi k^2 T_0^2}{Mhc^2} \right) = 1.2 \cdot 10^{-17} \xi (1+z)^2 \text{ с}^{-1}. \quad (9)$$

Безразмерный параметр ξ может быть порядка 10^{-3} или меньше. Космологическое время t есть

$$t = 5.1 \cdot 10^{19} H_{100}^{-1} (1+z)^{-2} \text{ с}. \quad (10)$$

Таким образом, $Kt \approx 1 - 0.1$, т.е. при достаточно больших z монополи и остальная материя имеют примерно одинаковую температуру. При $T_r < m_e$ фактор ξ катастрофически (на 9 - 10 порядков) уменьшается из-за аннигиляции электронов и позитронов. В конечном итоге имеем: при $T_r > 1 \text{ MeV}$, $T_M \sim (1+0.1)T_r$, а при $T_r < 1 \text{ MeV}$, $T_M \sim 10^{-14} (1+z)^2 \text{ eV}$. В то же время для энергии связи имеем

$$E = q^2/d = q^2(1+z)/d_0 = 7.5 \cdot 10^{-11} (1+z) \omega_M^{1/3} H_{100}^{2/3} \text{ eV}. \quad (11)$$

С учетом (6) получаем, что образование пар происходит при $z \sim 10^{14} + 10^5$. В этот момент происходит остановка расширения пар и соответственно максимальный размер пары будет порядка 10^2 см . Это примерно на 5 порядков меньше среднего расстояния между монополями, которое должно было бы быть в настоящее время. Однако такие пары могут быть разрушены регулярным магнитным полем $H > 10^{12} \text{ Гс}$, т.е. в нашей Галактике они разрушаются достаточно быстро и их не должно быть. Мы пока оцениваем ситуацию на момент образования пар при $z = 10^5$, где наличие значительных

магнитных полей не очень вероятно. До нашей эпохи будет иметь место некоторая эволюция размеров, которая должна быть рассмотрена отдельно.

3. *Вероятность столкновительного образования пар.* Для оценки числа монополь-антимонопольных пар, образующихся при трех частичных столкновениях, мы используем численное моделирование. Образование пар определяется соотношением кинетической T и потенциальной U энергии. В связанном состоянии согласно теореме вириала имеем

$$T/U = 1/2$$

или

$$\frac{Mr\langle V^2 \rangle}{2q^2} = \frac{1}{2}.$$

Рассмотрим объем пространства радиуса R , содержащий полное число частиц N и число монополей равное числу антимонополей. Предполагаем, что вектор скорости частицы \mathbf{V} и вектор координаты одной частицы относительно другой \mathbf{r} являются случайными величинами, а радиус $R = N^{1/3}d$. При Кулоновском взаимодействии частиц имеем уравнение

$$M\mathbf{V} = q_1q_2\mathbf{r}/r^3.$$

Здесь q_1 и q_2 - заряды взаимодействующих монополей. Они равны по величине, но могут быть разного знака. Несмотря на большую массу монополей все же их гравитационным взаимодействием можно пренебречь. В дальнейшем численно решалась задача N -тел. В данной работе есть аналогии и отличия от стандартно решаемых задач. Хорошо известная задача N -тел для звездных скоплений оперирует только с кулоновским притяжением всех частиц друг к другу. Для частиц разного знака, как правило, рассматривается задача о рекомбинации и поскольку это обычно имеет место для ионов атомов и молекул, то схема расчета существенно использует квантово-механические законы. Насколько нам известно, ситуации, когда кулоновским образом взаимодействуют частицы с разными зарядами и для их описания требуется классическая механика в литературе не рассматривались.

Для непосредственного численного интегрирования задачи N -тел необходимо преодолеть проблему сингулярности при $r = 0$. Простой способ достичь этого - модифицировать потенциал:

$$U = q^2/(r^2 + \epsilon^2)^{1/2},$$

где $\epsilon < N^{-1/3}$.

Для контроля наших программ мы применили их к стандартной задаче расчета эволюции звездного скопления. Был рассмотрен простой случай равных масс для $N=10$ и $N=20$. Начальное отношение энергий было взято $T/U=1/4$. Результат был сравнен с расчетами Аарсет [15].

Для различных выборок в конечном счете образовывалась одна тесная пара с полуосяью $a = 0.02 - 0.04d$ для $N = 10$, и $a = 0.009d$ для $N = 20$, эксцентриситетом $e = 0.72 - 0.98$. Эта пара поглощала большую часть полной энергии начальной системы. Остальные частицы могут образовывать пары и триплеты, но их энергия связи намного меньше. Некоторые частицы выбрасываются в гало и впоследствии уходят из системы. Здесь мы рассматриваем только общий процесс эволюции звездного скопления и формирования пар. Похожая картина для звездного скопления с $N = 250$ была показана Аарсет [15]. Для сравнения мы имели следующую эволюцию членов для частиц с разными зарядами. Скопление, содержащее 10 членов, распадается на 2-5 пар с главными полуосями $a = 0.13 - 3.85$ и эксцентриситетами $e = 0.71 - 0.98$.

Таблица 1

РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

T/U	Число экспериментов n	Число пар n_p	Дисперсия σ^2	Вероятность $P = n_p/N$	Главная полуось a
N = 28					
1/20	10	9	1.0	0.33	0.06-2.5
1/2	10	7	3.8	0.25	0.3-2.5
5	10	4	2.1	0.14	0.2-2.5
10	10	1	0.6	0.036	0.1-2
N = 64					
1/20	8	16	1.8	0.25	0.15-2.5
1/2	8	14	6.3	0.22	0.4-2.5
5	8	8	4.3	0.12	0.02-2.5
10	8	2	1.8	0.031	0.6-2.2
N = 126					
1/20	8	43	9.9	0.34	0.002-2.5
1/2	8	32	10.3	0.25	0.002-2.5
5	8	11	4.7	0.085	0.014-2.5
10	8	4	2.4	0.032	0.1-2.5
N = 216					
1/20	6	71	9.5	0.33	0.03-2.5
1/2	6	61	8.8	0.28	0.09-2.5
5	6	15	4.5	0.07	0.01-3
10	6	8	4.2	0.035	0.1-3

Цель нашей работы оценить число образующихся пар заряженных частиц, которые выбраны в данном объеме с некоторыми параметрами. Энергия связи для двух изолированных частиц, образующих пару, удовлетворяет следующему условию:

$$E_{ij} = MV_{ij}^2/2 - q^2/r_{ij} < 0,$$

где V_{ij} - относительная скорость, а r_{ij} - расстояние между частицами в паре. Обозначим $\alpha = U/2T$. Мы выделяем пары, для которых $E_{ij} < -0.2\alpha T$. Это критерий, обычно применяемый на практике.

Теперь возьмем параметры концентрации и температуры монополей полученные в предыдущем параграфе. При $z = 10^7$ - $r \sim 1$ см, $V \sim 10^2$ см/с, что соответствует $T/U \sim 10^2$; при $z = 10^6$, $r \sim 10$ см, $V \sim 10^3$ см/с, и $T/U \sim 10$; при $z = 10^5$, $r \sim 10^2$ см, $V \sim 10^4$ см/с, и $T/U \sim 1$.

Вероятность образования пары оценивается при различных N и T/U . Результат приведен в табл.1. Здесь n - число экспериментов, $n_b = \frac{1}{N} \sum_i n_i$ - число образующихся пар, $\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_i (n_i - n_b)^2$ - дисперсия, P - оцененная вероятность, a - главная полуось. Следует отметить, что при $T/U > 1/2$ формируются широкие пары и их количество мало.

Для численных расчетов использовался симплектический интегратор 4-го порядка [16].

4. Заключение. Численное моделирование показывает, что монополи и антимONOполи при реальных начальных условиях на концентрацию и температуру могут образовывать пары. Рассмотренный случай однократного трехчастичного столкновения требует дальнейшего расширения на многократные столкновения, в том числе и столкновения уже образовавшейся пары со свободным монополем или с другой парой. Однако уже из приведенного результата видно, что столкновительная ассоциация монополей идет с большой вероятностью. Это означает, что доля монополей, входящих в пары на ранних этапах эволюции Вселенной, будет на много порядков больше ранее оцененной [10]. Дальнейшая эволюция этих пар требует специального исследования и в первую очередь учета роли достаточно сильных регулярных магнитных полей.

Авторы выражают признательность М.Ю.Хлопову, Д.А.Варшаловичу, А.И.Цыгану за интерес к работе и полезные обсуждения. Работа выполнена частично в рамках Государственного контракта № 40.022.1.1.1106.

СПбФ САО РАН, Пулковое, Россия,
e-mail: dubr@MD1381.spb.edu, natasha@sushko.org

MAGNETIC MONOPOLES IN THE EARLY UNIVERSE: PAIR FORMATION

V.K.DUBROVICH, N.A.SUSHKO

The magnetic monopoles and anti-monopoles with masses $M=10^{16}$ GeV and charges $q=68.5e$ in the early Universe are considered. As a result of their Coulomb interactions may be pair formation. Some conditions of pair formation are considered and computational simulations are made for three body interaction processes. The probabilities of pair formation in the frame of N -body problem are given.

Key words: *Early Universe:magnetic monopole, antimonopole, electron temperature*

ЛИТЕРАТУРА

1. С.Коулман, УФН, 114, 227, 1984.
2. А.Поляков, Письма в ЖЭТФ, 20, 430, 1974.
3. G.'t Hooft, Nucl. Phys., B79, 276, 1974.
4. Ya.B.Zel'dovich, M.Yu.Khlopov, Phys. Lett., B79, 239, 1978.
5. L.F.Abbott, S.-Y.Pi, (Eds), Inflationary Cosmology, World Scientific, 1986.
6. E.N.Parker, Astrophys. J., 160, 383, 1970.
7. J.J.Blanco-Pillado, K.D.Olum, astro-ph/9904315, 1999.
8. В.К.Дубрович, М.Ю.Хлопов, astro-ph/0206138, 2002, Письма в ЖЭТФ, 77, 403, 2003.
9. V.K.Dubrovich, Cravitation and Cosmology, Suppl., 8, 122, 2002.
10. С.Т.Хилл. Nuclear Physics, B224, 469, 1983.
11. T.Goldman, E.W.Kolb, D.Toussaint, Phys. Rev. D., 23, 867, 1981.
12. М.Ю.Хлопов, А.Г.Полнарев, Phys. Lett., B97, 383, 1980.
13. А.Ф.Кадников, В.И.Маслянин, М.Ю.Хлопов, Астрофизика, 31, 177, 1989.
14. Я.Б.Зельдович, И.Д.Новиков, Строение и Эволюция Вселенной, Наука, М., 1975.
15. S.J.Aarseth, Astrophys. Space Sci., 13, 324, 1971.
16. H.Yoshida, Celest. Mech. and Dyn. Astr., 56, 27, 1993.