

УДК: 52-852

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ МИЛНА ДЛЯ ЗАМАГНИЧЕННОЙ АТМОСФЕРЫ

П.С.ШТЕРНИН^{1,2}, Ю.Н.ГНЕДИН², Н.А.СИЛАНТЬЕВ³

Поступила 7 февраля 2003

Принята к печати 25 марта 2003

Получено численное решение задачи Милна для замагниченной полубесконечной электронной атмосферы для случая, когда магнитное поле направлено вдоль нормали к среде. Результаты вычислений углового распределения, степени линейной поляризации и позиционного угла наклона плоскости поляризации выходящего излучения представлены в таблицах для ряда значений параметра, характеризующего фарадеевское вращение плоскости поляризации, и значений степени истинного поглощения света в атмосфере $g=0, 0.2$ и 0.4 . Предполагается, что магнитное поле $B \leq 10^6$ Гс, так что сечение рассеяния в оптическом диапазоне чисто томсоновское.

1. *Введение.* В горячих электронных атмосферах и оболочках звезд, в аккреционных дисках вблизи квазаров и ядер активных галактик при наличии магнитного поля излучение подвержено эффекту фарадеевского вращения плоскости поляризации. Угол поворота ψ связан с параметрами среды и длиной пути прохождения света l соотношением [1]:

$$\psi = \frac{1}{2} \delta \tau_T \cos \theta, \quad (1)$$

где $\tau_T = N_e l \sigma_T$ - томсоновская оптическая толщина пути прохождения света, $\sigma_T = (8\pi/3)r_e^2 = 6.65 \cdot 10^{-25} \text{ см}^2$ - томсоновское сечение рассеяния, $r_e = e^2/m_e c^2 = 2.82 \cdot 10^{-13} \text{ см}$ - классический радиус электрона, N_e - концентрация электронов, и θ - угол между направлением \vec{n} пучка света и магнитным полем \vec{B} . Плоскость поляризации испытывает правовинтовое вращение при $\theta < 90^\circ$, и обратное при $\theta > 90^\circ$, если смотреть вдоль направления распространения света. Параметр δ численно равен углу поворота плоскости поляризации на пути $\tau_T = 2$ вдоль магнитного поля и выражается формулой:

$$\delta = \frac{3}{4\pi} \frac{\lambda}{r_e} \frac{\omega}{\omega_B} \approx 0.8 \lambda^2 (\mu m) B(G), \quad (2)$$

Здесь, $\lambda = 2\pi c/\omega$ - длина волны излучения, $\omega = 2\pi\nu$ - круговая частота света, $\omega_B = |e|B/m_e c$ - циклотронная частота вращения электрона в магнитном поле, $\omega_B/\omega \approx 0.93 \cdot 10^{-8} \lambda (\mu m) B(G)$.

В общем случае эллиптически поляризованного света фарадеевское вращение описывает поворот эллипса поляризации при прохождении

света в замагниченной среде.

Для атмосфер с $\omega_B/\omega \ll 1$ право и лево поляризованные по кругу электромагнитные волны распространяются в среде независимо со своими фазовыми скоростями, соответствующими показателям преломления n_r и n_l . Линейно поляризованную волну можно представить как сумму право и лево поляризованных когерентных волн, и различие фазовых скоростей этих волн приводит к вращению плоскости поляризации ($\psi = 0.5(\omega/c)l(n_l - n_r)$). Для $\omega_B/\omega \ll 1$ сечения рассеяния всех волн совпадают с томсоновским сечением σ_T . Только этот случай мы и будем здесь рассматривать. Для оптического диапазона длин волн ($\lambda \approx 0.5\mu m$) это означает $B \leq 10^6$ Гс.

Наличие фарадеевского вращения приводит к деполяризации излучения, так как к наблюдателю приходит свет с различных оптических толщин, испытавший различные повороты плоскости поляризации.

Мы рассмотрим, так называемую, задачу Милна, т.е. многократное рассеяние света в полубесконечной плоскопараллельной атмосфере, когда источники неполяризованного излучения расположены на очень большой оптической глубине от поверхности атмосферы. Кроме рассеяния света на электронах, мы будем учитывать также истинное поглощение света, степень которого обозначим через q ($q = \sigma_a/(\sigma_a + \sigma_T)$, где σ_a - сечение истинного поглощения). Задача Милна соответствует условиям в атмосферах звезд, а также прохождению света через оптически толстые звездные оболочки и аккреционные диски.

Обычно при решении задачи Милна используют принцип инвариантности Амбарцумяна [2], т.е. независимость углового распределения и поляризации выходящего излучения от добавления (или отнятия) к полубесконечной атмосфере какою-либо слоя. При этом интенсивность и поляризация выходящего излучения выражаются через, так называемые, H -функции, удовлетворяющие нелинейному интегральному уравнению только по угловым переменным. Чандрасекаром (см. [3]) был предложен весьма эффективный метод решения этого уравнения - метод "вилки", когда последовательные приближения представляют H -функцию с недостатком и избытком. Для замагниченных атмосфер принцип инвариантности был применен в работах [1,4,5], где получены системы нелинейных уравнений для тензорных H -функций. К сожалению, эффективного метода решения этих весьма громоздких систем получено не было. Для наиболее интересного случая консервативной атмосферы ($q=0$) метод итераций сходится очень плохо. Отметим, что даже в самом простом случае перпендикулярного к поверхности атмосферы магнитного поля необходимо решать систему шести нелинейных уравнений.

Однако, для больших значений параметра фарадеевского вращения,

$\delta \gg 1$, метод H -функций позволил получить простые асимптотические решения задачи Милна и задач со степенным и экспоненциальным распределением источников в замагниченной атмосфере (см. [6]). Эти решения пригодны для случая произвольного наклона магнитного поля относительно внешней нормали \vec{N} к атмосфере. Отметим, что в отсутствие магнитного поля численные решения вышеупомянутых задач были получены в работах [7] и [8].

Для значений $\delta \leq 1$ и произвольном наклоне магнитного поля все методы решения приводят к чрезвычайно громоздким формулам и вычислениям. Для магнитного поля \vec{B} , направленного вдоль нормали \vec{N} к поверхности атмосферы, вычисления сильно упрощаются, т.к. задача имеет аксиальную симметрию. В работе [9] задача Милна для $\vec{B} \parallel \vec{N}$ была решена методом Монте-Карло, а в [10] - методом Feautrier. Однако результаты этих вычислений, представленные в виде графиков, иногда довольно сильно различаются. В данной работе задача Милна для $\vec{B} \parallel \vec{N}$ решена классическим методом Чандрасекара [3], использующим гауссовы квадратурные формулы для сведения интегро-дифференциального уравнения переноса к системе линейных дифференциальных уравнений. Увеличивая порядок гауссовых квадратур и сравнивая результаты, можно оценить точность получаемых решений. Мы добились точности в первых четырех значащих цифрах. Это наиболее точные решения задачи Милна к настоящему времени. В некоторых случаях наши результаты на 10-15% отличаются от менее точных расчетов в работе [10]. Весьма важно, что полученные результаты позволяют оценить точность простых асимптотических формул работы [6].

2. *Решение задачи Милна.* Рассмотрим задачу Милна для случая, когда магнитное поле \vec{B} направлено вдоль внешней нормали \vec{N} к полубесконечной атмосфере. В отсутствие магнитного поля, как известно (см. [3]), задача сводится к системе связанных между собой уравнений для интенсивности $I(\tau, \mu)$ и поляризационного параметра Стокса $Q(\tau, \mu)$ (или для интенсивностей излучения, поляризованных в плоскости (\vec{n}, \vec{N}) или в перпендикулярной плоскости, $I_x(\tau, \mu)$ и $I_y(\tau, \mu)$, соответственно; $I = I_x + I_y$, $Q = I_x - I_y$). Здесь, $\mu = \cos \nu$ - косинус угла между направлением распространения света \vec{n} и нормалью \vec{N} , τ - оптическая толщина с учетом поглощения, отсчитываемая от поверхности в глубину среды. Как обычно, мы выбрали ось x системы наблюдателя, лежащей в плоскости (\vec{n}, \vec{N}) при \vec{n} - направление на телескоп. Напомним, что классическое решение Чандрасекара дает для выходящего излучения ($\tau = 0$) вытянутость углового распределения $J(\mu = 1) \equiv I(\mu = 1)/I(\mu = 0) = 3.06$ и максимальную степень поляризации при $\mu = 0$, равную 11.71%, причем колебания электрического вектора излучения для всех μ перпендикулярны плоскости (\vec{n}, \vec{N}) , т.е. $Q(\mu) < 0$.

Наличие магнитного поля приводит к появлению параметра Стокса $U(\tau, \mu) = I_{x'} - I_{y'}$, где x' и y' - оси координат, повернутые в положительном (правовинтовом) направлении на 45° от основных x и y осей. Наличие параметра U означает, что плоскость поляризации уже не перпендикулярна к плоскости $(\vec{n}\vec{N})$. Напомним, что угол наклона χ этой плоскости относительно перпендикулярной к $(\vec{n}\vec{N})$ плоскости определяется соотношением $\text{tg}(2\chi) = U/Q$. Азимутальная симметрия рассматриваемого случая $\vec{B} \parallel \vec{N}$ приводит к тому, что параметр U не дает вклада в процесс рассеяния на электроны, т.е. интегральный член уравнения переноса совпадает со случаем $B=0$. Параметр U в данной ситуации полностью определяется процессом фарадеевского вращения при выходе из атмосферы. Это означает, что угол χ отсчитывается от плоскости осцилляций в отсутствие магнитного поля правовинтовым образом относительно луча зрения на телескоп при магнитном поле, направленном наружу из среды. При магнитном поле, направленном внутрь атмосферы, угол χ отсчитывается в обратном направлении.

Система уравнений для $I(\tau, \mu)$, $Q(\tau, \mu)$ и $U(\tau, \mu)$, согласно общим формулам (см. [1,4]), имеет вид:

$$\mu \frac{d}{d\tau} I(\tau, \mu) = I(\tau, \mu) - \frac{3}{16} (1-q) \int_{-1}^1 d\mu' \left\{ \left[(3 - \mu'^2) + \mu^2 (3\mu'^2 - 1) \right] I(\tau, \mu') + (1 - 3\mu^2)(1 - \mu'^2) Q(\tau, \mu') \right\} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \mu \frac{d}{d\tau} Q(\tau, \mu) &= Q(\tau, \mu) + (1-q) \delta\mu U(\tau, \mu) - \\ &- \frac{3}{16} (1-q) (1 - \mu^2) \int_{-1}^1 d\mu' \left[(1 - 3\mu'^2) I(\tau, \mu') + 3(1 - \mu'^2) Q(\tau, \mu') \right], \end{aligned} \quad (4)$$

$$\mu \frac{d}{d\tau} U(\tau, \mu) = U(\tau, \mu) - (1-q) \delta\mu Q(\tau, \mu). \quad (5)$$

Напомним, что q - степень истинного поглощения света, τ - полная оптическая толщина с учетом поглощения, для $\vec{B} \parallel \vec{N}$ $\cos\theta = \mu$.

Граничные условия к системе (3)-(5) обычные: $I(0, -\mu) = 0$, $Q(0, -\mu) = 0$ и $U(0, -\mu) = 0$, т.е. нет падающего извне излучения. Кроме того, принимается, что все параметры Стокса при $\tau \rightarrow \infty$ не имеют экспоненциально растущих членов. Следуя методу Чандрасекара [3], заменяем при помощи гауссовых квадратур интегральные члены на суммы, где параметры берутся в дискретных точках μ_i : $I_i = I(\tau, \mu_i)$, $Q_i = Q(\tau, \mu_i)$ и $U_i = U(\tau, \mu_i)$. Точки μ_i являются корнями полинома Лежандра $P_{2n}(\mu)$. Число n определяет порядок квадратурной формулы Гаусса. В результате система интегродифференциальных уравнений (3)-(5) превращается в систему обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\mu_i \frac{d}{d\tau} I_i = I_i - \frac{3}{16} (1-q) \sum_{j=\pm 1}^{\pm n} a_j \{ [(3-\mu_j^2) + \mu_i^2(3\mu_j^2-1)] I_j + (1-3\mu_i^2)(1-\mu_j^2) Q_j \}, \quad (6)$$

$$\mu_i \frac{d}{d\tau} Q_i = Q_i + (1-q)\delta\mu_i U_i - \frac{3}{16} (1-q)(1-\mu_i^2) \sum_{j=\pm 1}^{\pm n} a_j [(1-3\mu_j^2) I_j + 3(1-\mu_j^2) Q_j], \quad (7)$$

$$\mu_i \frac{d}{d\tau} U_i = U_i - (1-q)\delta\mu_i Q_i. \quad (8)$$

Здесь, μ_i - корни полинома Лежандра ($P_{2n}(\mu_i) = 0$), $\mu_{-i} = -\mu_i$, а a_i - известные веса квадратурной формулы Гаусса, $a_{-i} = a_i$.

Решение системы (6)-(8) ищем в виде:

$$I_i = g_i \exp(-k\tau), \quad Q_i = h_i \exp(-k\tau), \quad U_i = f_i \exp(-k\tau). \quad (9)$$

Подстановка (9) в (6)-(8) приводит к соотношениям:

$$f_i = \frac{(1-q)\delta\mu_i}{1+k\mu_i} h_i, \quad g_i = \frac{\beta - \alpha\mu_i^2}{1+k\mu_i}, \quad h_i = \alpha \frac{(1-\mu_i^2)(1+k\mu_i)}{(1+k\mu_i)^2 + [(1-q)\delta\mu_i]^2}. \quad (10)$$

Для нахождения чисел α и β из уравнений (6) и (7) получается однородная система алгебраических уравнений. Условие разрешимости этой системы - равенство нулю определителя приводит к характеристическому уравнению для нахождения собственных чисел k . Из получающейся однородной системы второго порядка мы можем определить только отношение α/β , так что одно из чисел α или β остается неизвестным. Это число находится из условия заданности потока F излучения, выходящего из атмосферы.

В результате мы получили значения углового распределения

$$J(\mu) = I(0, \mu)/I(0, 0), \quad (11)$$

степени поляризации

$$p(\mu) = \frac{\sqrt{Q^2(0, \mu) + U^2(0, \mu)}}{I(0, \mu)}, \quad (12)$$

и угла наклона $\chi(\mu)$ колебаний электрического вектора излучения относительно плоскости, перпендикулярной плоскости $(\vec{n}\vec{N})$:

$$\text{tg}(2\chi) = \frac{U(0, \mu)}{Q(0, \mu)}. \quad (13)$$

В таблицах 1-6 эти величины представлены для ряда значений параметров δ и q .

3. *Заключение.* Приведем краткий анализ полученных результатов и их качественное объяснение. Прежде всего видно, что поляризация излучения $p(\mu)$ с ростом параметра δ приобретает все более пикообразный вид, с максимумом при $\mu = 0$, т.е. в направлении, перпендикулярном магнитному полю. Это проявление деполяризации излучения из-за

Таблица 1

ЗНАЧЕНИЯ СТЕПЕНИ ПОЛЯРИЗАЦИИ $p(\mu)\%$, УГЛА НАКЛОНА ПЛОСКОСТИ ПОЛЯРИЗАЦИИ χ° И УГЛОВОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ $J(\mu)$ ДЛЯ ВЫХОДЯЩЕГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ $q=0$

| $\delta = 0$ | | | | 1 | | | 2 | | | 3 | | |
|--------------|-------|--------|--------|-------|--------|--------|-------|--------|--------|-------|--------|--------|
| μ | p | χ | J |
| 0 | 11.71 | 0 | 1 | 11.56 | 0 | 1 | 11.26 | 0 | 1 | 10.98 | 0 | 1 |
| 0.05 | 8.997 | 0 | 1.1433 | 8.865 | 1.29 | 1.1437 | 8.497 | 2.537 | 1.1441 | 8.141 | 3.748 | 1.1442 |
| 0.10 | 7.467 | 0 | 1.2627 | 7.268 | 2.40 | 1.2635 | 6.842 | 4.650 | 1.2640 | 6.425 | 6.760 | 1.2642 |
| 0.15 | 6.323 | 0 | 1.3742 | 6.098 | 3.38 | 1.3752 | 5.633 | 6.439 | 1.3758 | 5.183 | 9.213 | 1.3760 |
| 0.20 | 5.430 | 0 | 1.4815 | 5.176 | 4.25 | 1.4827 | 4.693 | 7.962 | 1.4833 | 4.234 | 11.22 | 1.4832 |
| 0.25 | 4.682 | 0 | 1.5862 | 4.424 | 5.03 | 1.5875 | 3.939 | 9.267 | 1.5880 | 3.491 | 12.88 | 1.5877 |
| 0.30 | 4.052 | 0 | 1.6891 | 3.795 | 5.72 | 1.6905 | 3.322 | 10.39 | 1.6907 | 2.896 | 14.26 | 1.6902 |
| 0.35 | 3.511 | 0 | 1.7907 | 3.259 | 6.35 | 1.7920 | 2.809 | 11.37 | 1.7920 | 2.414 | 15.43 | 1.7912 |
| 0.40 | 3.040 | 0 | 1.8912 | 2.798 | 6.91 | 1.8926 | 2.377 | 12.23 | 1.8923 | 2.016 | 16.41 | 1.8911 |
| 0.45 | 2.625 | 0 | 1.9910 | 2.397 | 7.42 | 1.9923 | 2.008 | 12.98 | 1.9916 | 1.684 | 17.26 | 1.9901 |
| 0.50 | 2.257 | 0 | 2.0901 | 2.045 | 7.89 | 2.0913 | 1.692 | 13.65 | 2.0903 | 1.404 | 18.00 | 2.0885 |
| 0.55 | 1.927 | 0 | 2.1887 | 1.733 | 8.31 | 2.1898 | 1.417 | 14.24 | 2.1884 | 1.166 | 18.64 | 2.1862 |
| 0.60 | 1.630 | 0 | 2.2869 | 1.455 | 8.70 | 2.2879 | 1.178 | 14.78 | 2.2859 | 0.960 | 19.20 | 2.2834 |
| 0.65 | 1.360 | 0 | 2.3847 | 1.206 | 9.06 | 2.3855 | 0.967 | 15.26 | 2.3831 | 0.783 | 19.70 | 2.3802 |
| 0.70 | 1.115 | 0 | 2.4822 | 0.982 | 9.39 | 2.4829 | 0.780 | 15.69 | 2.4800 | 0.627 | 20.14 | 2.4766 |
| 0.75 | 0.890 | 0 | 2.5795 | 0.779 | 9.70 | 2.5799 | 0.613 | 16.08 | 2.5765 | 0.490 | 20.53 | 2.5728 |
| 0.80 | 0.683 | 0 | 2.6765 | 0.595 | 9.98 | 2.6767 | 0.465 | 16.44 | 2.6728 | 0.369 | 20.89 | 2.6687 |
| 0.85 | 0.493 | 0 | 2.7733 | 0.426 | 10.24 | 2.7733 | 0.331 | 16.77 | 2.7688 | 0.262 | 21.21 | 2.7643 |
| 0.90 | 0.316 | 0 | 2.8700 | 0.272 | 10.49 | 2.8697 | 0.210 | 17.07 | 2.8646 | 0.165 | 21.51 | 2.8597 |
| 0.95 | 0.152 | 0 | 2.9665 | 0.131 | 10.72 | 2.9659 | 0.100 | 17.35 | 2.9603 | 0.078 | 21.77 | 2.9550 |
| 1 | 0 | 0 | 3.0628 | 0 | 10.95 | 3.0620 | 0 | 17.60 | 3.0558 | 0 | 22.02 | 3.0500 |

Таблица 2

ЗНАЧЕНИЯ СТЕПЕНИ ПОЛЯРИЗАЦИИ $p(\mu)\%$, УГЛА НАКЛОНА ПЛОСКОСТИ ПОЛЯРИЗАЦИИ χ° И УГЛОВОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ $J(\mu)$ ДЛЯ ВЫХОДЯЩЕГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ $q=0$

| $\delta = 4$ | | | | 5 | | | 6 | | | 7 | | |
|--------------|-------|--------|--------|-------|--------|--------|-------|--------|--------|-------|--------|--------|
| μ | p | χ | J |
| 0 | 10.75 | 0 | 1 | 10.56 | 0 | 1 | 10.40 | 0 | 1 | 10.28 | 0 | 1 |
| 0.05 | 7.802 | 4.913 | 1.1446 | 7.550 | 6.078 | 1.1447 | 7.336 | 7.218 | 1.1446 | 7.141 | 8.331 | 1.1445 |
| 0.10 | 6.020 | 8.724 | 1.2646 | 5.712 | 10.64 | 1.2646 | 5.434 | 12.43 | 1.2644 | 5.175 | 14.11 | 1.2642 |
| 0.15 | 4.751 | 11.71 | 1.3762 | 4.418 | 14.06 | 1.3761 | 4.120 | 16.17 | 1.3758 | 3.848 | 18.06 | 1.3755 |
| 0.20 | 3.805 | 14.06 | 1.4834 | 3.477 | 16.64 | 1.4831 | 3.190 | 18.88 | 1.4826 | 2.936 | 20.82 | 1.4822 |
| 0.25 | 3.083 | 15.94 | 1.5876 | 2.776 | 18.62 | 1.5872 | 2.515 | 20.89 | 1.5866 | 2.291 | 22.81 | 1.5860 |
| 0.30 | 2.520 | 17.45 | 1.6899 | 2.243 | 20.17 | 1.6893 | 2.012 | 22.42 | 1.6885 | 1.818 | 24.29 | 1.6879 |
| 0.35 | 2.074 | 18.69 | 1.7907 | 1.828 | 21.41 | 1.7899 | 1.627 | 23.62 | 1.7890 | 1.462 | 25.43 | 1.7882 |
| 0.40 | 1.713 | 19.71 | 1.8903 | 1.499 | 22.41 | 1.8894 | 1.326 | 24.57 | 1.8883 | 1.186 | 26.33 | 1.8874 |
| 0.45 | 1.418 | 20.57 | 1.9891 | 1.232 | 23.24 | 1.9880 | 1.085 | 25.35 | 1.9867 | 0.967 | 27.06 | 1.9857 |

Таблица 2 (окончание)

| | | | | | | | | | | | | |
|------|-------|-------|--------|-------|-------|--------|-------|-------|--------|-------|-------|--------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| 0.50 | 1.173 | 21.30 | 2.0871 | 1.014 | 23.94 | 2.0858 | 0.890 | 26.00 | 2.0844 | 0.790 | 27.66 | 2.0833 |
| 0.55 | 0.968 | 21.93 | 2.1846 | 0.832 | 24.53 | 2.1831 | 0.728 | 26.55 | 2.1815 | 0.645 | 28.16 | 2.1803 |
| 0.60 | 0.793 | 22.48 | 2.2815 | 0.679 | 25.03 | 2.2799 | 0.592 | 27.01 | 2.2781 | 0.524 | 28.59 | 2.2768 |
| 0.65 | 0.643 | 22.95 | 2.3780 | 0.549 | 25.47 | 2.3762 | 0.478 | 27.41 | 2.3743 | 0.422 | 28.95 | 2.3728 |
| 0.70 | 0.513 | 23.37 | 2.4742 | 0.437 | 25.85 | 2.4722 | 0.379 | 27.76 | 2.4701 | 0.334 | 29.27 | 2.4685 |
| 0.75 | 0.399 | 23.74 | 2.5700 | 0.339 | 26.19 | 2.5679 | 0.294 | 28.06 | 2.5657 | 0.259 | 29.55 | 2.5639 |
| 0.80 | 0.300 | 24.07 | 2.6656 | 0.254 | 26.49 | 2.6633 | 0.220 | 28.33 | 2.6609 | 0.194 | 29.79 | 2.6591 |
| 0.85 | 0.212 | 24.37 | 2.7610 | 0.179 | 26.76 | 2.7585 | 0.155 | 28.57 | 2.7559 | 0.136 | 30.01 | 2.7540 |
| 0.90 | 0.133 | 24.64 | 2.8561 | 0.113 | 27.00 | 2.8534 | 0.097 | 28.79 | 2.8507 | 0.085 | 30.20 | 2.8486 |
| 0.95 | 0.063 | 24.88 | 2.9511 | 0.053 | 27.22 | 2.9482 | 0.046 | 28.98 | 2.9454 | 0.040 | 30.38 | 2.9432 |
| 1 | 0 | 25.10 | 3.0459 | 0 | 27.41 | 3.0428 | 0 | 29.16 | 3.0398 | 0 | 30.53 | 3.0375 |

Таблица 3

ЗНАЧЕНИЯ СТЕПЕНИ ПОЛЯРИЗАЦИИ $p(\mu)\%$, УГЛА НАКЛОНА ПЛОСКОСТИ ПОЛЯРИЗАЦИИ χ° И УГЛОВОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ $J(\mu)$ ДЛЯ ВЫХОДЯЩЕГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ $q=0$

| $\delta = 8$ | | | | 9 | | | 10 | | | 100 | | |
|--------------|-------|--------|--------|-------|--------|--------|-------|--------|--------|-------|--------|--------|
| μ | p | χ | J |
| 0 | 10.17 | 0 | 1 | 10.08 | 0 | 1 | 10.01 | 0 | 1 | 9.173 | 0 | 1 |
| 0.05 | 6.959 | 9.413 | 1.1444 | 6.787 | 10.46 | 1.1444 | 6.622 | 11.48 | 1.1444 | 1.540 | 37.72 | 1.1441 |
| 0.10 | 4.931 | 15.67 | 1.2641 | 4.702 | 17.11 | 1.2640 | 4.487 | 18.46 | 1.2639 | 0.706 | 40.44 | 1.2631 |
| 0.15 | 3.601 | 19.76 | 1.3753 | 3.377 | 21.28 | 1.3751 | 3.174 | 22.63 | 1.3749 | 0.430 | 41.37 | 1.3734 |
| 0.20 | 2.713 | 22.51 | 1.4819 | 2.516 | 23.99 | 1.4816 | 2.342 | 25.29 | 1.4814 | 0.294 | 41.83 | 1.4792 |
| 0.25 | 2.097 | 24.45 | 1.5856 | 1.931 | 25.86 | 1.5853 | 1.786 | 27.08 | 1.5850 | 0.215 | 42.11 | 1.5821 |
| 0.30 | 1.654 | 25.87 | 1.6874 | 1.515 | 27.21 | 1.6869 | 1.396 | 28.36 | 1.6866 | 0.164 | 42.29 | 1.6830 |
| 0.35 | 1.324 | 26.95 | 1.7876 | 1.208 | 28.23 | 1.7871 | 1.109 | 29.32 | 1.7867 | 0.128 | 42.42 | 1.7824 |
| 0.40 | 1.070 | 27.79 | 1.8867 | 0.974 | 29.02 | 1.8861 | 0.892 | 30.06 | 1.8856 | 0.102 | 42.52 | 1.8807 |
| 0.45 | 0.870 | 28.47 | 1.9849 | 0.790 | 29.65 | 1.9843 | 0.723 | 30.65 | 1.9837 | 0.082 | 42.60 | 1.9781 |
| 0.50 | 0.710 | 29.02 | 2.0824 | 0.643 | 30.16 | 2.0817 | 0.588 | 31.13 | 2.0810 | 0.066 | 42.66 | 2.0747 |
| 0.55 | 0.578 | 29.49 | 2.1793 | 0.523 | 30.59 | 2.1785 | 0.478 | 31.53 | 2.1778 | 0.053 | 42.71 | 2.1708 |
| 0.60 | 0.469 | 29.88 | 2.2757 | 0.424 | 30.95 | 2.2748 | 0.387 | 31.86 | 2.2740 | 0.043 | 42.75 | 2.2664 |
| 0.65 | 0.377 | 30.21 | 2.3716 | 0.341 | 31.26 | 2.3707 | 0.310 | 32.14 | 2.3699 | 0.034 | 42.78 | 2.3615 |
| 0.70 | 0.299 | 30.50 | 2.4673 | 0.270 | 31.52 | 2.4662 | 0.246 | 32.39 | 2.4653 | 0.027 | 42.81 | 2.4564 |
| 0.75 | 0.231 | 30.75 | 2.5625 | 0.209 | 31.76 | 2.5614 | 0.190 | 32.60 | 2.5605 | 0.021 | 42.83 | 2.5509 |
| 0.80 | 0.173 | 30.98 | 2.6576 | 0.156 | 31.96 | 2.6564 | 0.142 | 32.79 | 2.6554 | 0.015 | 42.86 | 2.6451 |
| 0.85 | 0.121 | 31.17 | 2.7524 | 0.109 | 32.14 | 2.7511 | 0.099 | 32.95 | 2.7500 | 0.011 | 42.88 | 2.7391 |
| 0.90 | 0.076 | 31.35 | 2.8470 | 0.068 | 32.30 | 2.8456 | 0.062 | 33.10 | 2.8445 | 0.007 | 42.89 | 2.8329 |
| 0.95 | 0.036 | 31.51 | 2.9414 | 0.032 | 32.44 | 2.9399 | 0.029 | 33.23 | 2.9387 | 0.003 | 42.91 | 2.9265 |
| 1 | 0 | 31.65 | 3.0356 | 0 | 32.57 | 3.0341 | 0 | 33.35 | 3.0328 | 0 | 42.92 | 3.0200 |

Фарадеевского вращения, т.к. выходящее из среды излучение состоит из потоков света, испытавших различные фарадеевские повороты плоскости поляризации. Одновременно, с ростом δ , увеличивается и угол поворота χ плоскости поляризации выходящего излучения относительно плоскости

поляризации в отсутствие магнитного поля, т.е. относительно перпендикулярной к $(\vec{n}\vec{N})$ плоскости. В пределе $\delta \rightarrow \infty$ угол $\chi \rightarrow 45^\circ$. Такое поведение угла поворота χ можно качественно объяснить следующим образом. Выходящее излучение в основном идет из внешнего слоя атмосферы с $\tau/\mu = 1$. Параметр Стокса $U(\mu)$, согласно уравнению (5), приобретает значение $-Q(\mu)(1-q)\delta\mu\tau/\mu$, что приводит к величине отношения $U(\mu)/Q(\mu) = (1-q)\delta\mu$. Таким образом, угол поворота χ определяется соотношением:

$$\operatorname{tg}(2\chi) = (1-q)\delta\mu. \quad (14)$$

При $(1-q)\delta\mu \gg 1$ угол поворота χ действительно стремится к предельному значению 45° .

Фарадеевское вращение определяется только наличием свободных электронов на пути излучения, т.е. томсоновской оптической толщиной $\tau_T = (1-q)\tau$. При $q \rightarrow 1$ внешний слой атмосферы с $\tau = 1$ содержит слишком мало электронов ($\tau_T \rightarrow 0$), чтобы фарадеевское вращение влияло на расположение плоскости поляризации выходящего излучения. В этом случае в уравнениях переноса (4) и (5) можно пренебречь параметром $U(\tau, \mu)$, и система (3)-(5) превращается в обычные уравнения переноса в отсутствие магнитного поля. Эти качественные рассуждения и оценки носят общий характер, не связанный со спецификой задачи Милна. Таким образом, для любых сильно поглощающих атмосфер ($q \rightarrow 1$) фарадеевское вращение несущественно. Для сильно поглощающих атмосфер задача Милна становится неинтересной, т.к. главную роль играет распределение источников теплового излучения, пропорциональное распределению поглощающих частиц. Как известно, излучение, выходящее из сильно поглощающих атмосфер, практически не поляризовано.

Поляризация, даже в отсутствие магнитного поля, слабо изменяет угловое распределение выходящего излучения. Так, задача Милна с учетом поляризации (уравнения (3) и (4)) дает вытянутость $J(0) = 3.06$, а решение уравнения (3) с отброшенным $Q(\tau, \mu)$ - членом (уравнение только для интенсивности с релеевской индикатрисой рассеяния) приводит к $J(0) = 3.02$, т.е. угловые распределения практически совпадают (см. табл.6).

Фарадеевское вращение приводит к деполяризации излучения для всех направлений распространения, кроме перпендикулярного к магнитному полю. Поэтому, с увеличением параметра δ , вклад поляризационных членов в формирование углового распределения становится все более малым. Уравнение (3) превращается в отдельное уравнение только для интенсивности с релеевской индикатрисой. Наши таблицы показывают постепенное приближение углового распределения к этому предельному виду (см. колонки 3-5 в табл.6) при увеличении параметра фарадеевского вращения δ .

Таблица 4

ЗНАЧЕНИЯ СТЕПЕНИ ПОЛЯРИЗАЦИИ $p(\mu)\%$, УГЛА НАКЛОНА ПЛОСКОСТИ ПОЛЯРИЗАЦИИ χ° И УГЛОВОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ $J(\mu)$ ДЛЯ ВЫХОДЯЩЕГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ $q=0.2$

| $\delta = 1$ | | | | 5 | | | 10 | | | 50 | | |
|--------------|-------|--------|--------|-------|--------|--------|-------|--------|--------|-------|--------|--------|
| μ | p | χ | J |
| 0 | 25.05 | 0 | 1 | 20.12 | 0 | 1 | 18.96 | 0 | 1 | 17.65 | 0 | 1 |
| 0.05 | 22.95 | 1.188 | 1.1240 | 17.73 | 5.774 | 1.1248 | 15.67 | 11.01 | 1.1251 | 7.022 | 31.24 | 1.1270 |
| 0.10 | 21.53 | 2.475 | 1.2337 | 15.44 | 11.42 | 1.2348 | 11.95 | 19.69 | 1.2357 | 3.491 | 37.32 | 1.2386 |
| 0.15 | 20.28 | 3.868 | 1.3424 | 13.09 | 16.56 | 1.3436 | 8.877 | 25.61 | 1.3450 | 2.171 | 39.53 | 1.3480 |
| 0.20 | 19.07 | 5.368 | 1.4542 | 10.85 | 20.96 | 1.4551 | 6.650 | 29.56 | 1.4567 | 1.499 | 40.67 | 1.4594 |
| 0.25 | 17.85 | 6.973 | 1.5715 | 8.866 | 24.61 | 1.5716 | 5.068 | 32.27 | 1.5732 | 1.095 | 41.35 | 1.5752 |
| 0.30 | 16.59 | 8.681 | 1.6963 | 7.190 | 27.57 | 1.6949 | 3.922 | 34.20 | 1.6962 | 0.828 | 41.81 | 1.6975 |
| 0.35 | 15.27 | 10.49 | 1.8305 | 5.805 | 29.97 | 1.8269 | 3.070 | 35.64 | 1.8277 | 0.639 | 42.14 | 1.8279 |
| 0.40 | 13.91 | 12.38 | 1.9761 | 4.671 | 31.92 | 1.9696 | 2.420 | 36.75 | 1.9694 | 0.499 | 42.38 | 1.9784 |
| 0.45 | 12.50 | 14.35 | 2.1355 | 3.745 | 33.53 | 2.1249 | 1.913 | 37.62 | 2.1236 | 0.393 | 42.58 | 2.1211 |
| 0.50 | 11.06 | 16.38 | 2.3112 | 2.986 | 34.86 | 2.2955 | 1.512 | 38.33 | 2.2928 | 0.309 | 42.73 | 2.2885 |
| 0.55 | 9.605 | 18.47 | 2.5065 | 2.363 | 35.98 | 2.4843 | 1.189 | 38.91 | 2.4798 | 0.243 | 42.86 | 2.4734 |
| 0.60 | 8.171 | 20.58 | 2.7253 | 1.850 | 36.93 | 2.6951 | 0.927 | 39.40 | 2.6883 | 0.189 | 42.96 | 2.6795 |
| 0.65 | 6.779 | 22.69 | 2.9723 | 1.426 | 37.75 | 2.9323 | 0.713 | 39.81 | 2.9229 | 0.145 | 43.05 | 2.9111 |
| 0.70 | 5.456 | 24.80 | 3.2537 | 1.077 | 38.45 | 3.2017 | 0.538 | 40.16 | 3.1891 | 0.109 | 43.13 | 3.1738 |
| 0.75 | 4.226 | 26.87 | 3.5773 | 0.790 | 39.06 | 3.5108 | 0.394 | 40.47 | 3.4943 | 0.080 | 43.19 | 3.4750 |
| 0.80 | 3.108 | 28.89 | 3.9534 | 0.555 | 39.60 | 3.8694 | 0.277 | 40.74 | 3.8483 | 0.056 | 43.25 | 3.8240 |
| 0.85 | 2.120 | 30.84 | 4.3958 | 0.364 | 40.07 | 4.2907 | 0.182 | 40.98 | 4.2640 | 0.037 | 43.30 | 4.2339 |
| 0.90 | 1.270 | 32.72 | 4.9235 | 0.211 | 40.50 | 4.7928 | 0.105 | 41.19 | 4.7594 | 0.021 | 43.35 | 4.7224 |
| 0.95 | 0.563 | 34.51 | 5.5636 | 0.091 | 40.88 | 5.4018 | 0.046 | 41.38 | 5.3603 | 0.009 | 43.39 | 5.3147 |
| 1 | 0 | 36.21 | 6.3553 | 0 | 41.22 | 6.1556 | 0 | 41.55 | 6.1043 | 0 | 43.42 | 6.0485 |

Таблица 5

ЗНАЧЕНИЯ СТЕПЕНИ ПОЛЯРИЗАЦИИ $p(\mu)\%$, УГЛА НАКЛОНА ПЛОСКОСТИ ПОЛЯРИЗАЦИИ χ° И УГЛОВОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ $J(\mu)$ ДЛЯ ВЫХОДЯЩЕГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ $q=0.4$

| $\delta = 1$ | | | | 5 | | | 10 | | | 50 | | |
|--------------|-------|--------|--------|-------|--------|--------|-------|--------|--------|-------|--------|--------|
| μ | p | χ | J |
| 0 | 39.89 | 0 | 1 | 33.20 | 0 | 1 | 31.45 | 0 | 1 | 29.49 | 0 | 1 |
| 0.05 | 38.30 | 0.911 | 1.1055 | 31.28 | 4.499 | 1.1062 | 28.50 | 8.75 | 1.1066 | 15.00 | 28.51 | 1.1087 |
| 0.10 | 37.00 | 1.924 | 1.2046 | 28.93 | 9.228 | 1.2054 | 23.90 | 16.74 | 1.2063 | 7.819 | 36.17 | 1.2105 |
| 0.15 | 35.64 | 3.043 | 1.3081 | 25.98 | 13.92 | 1.3085 | 19.02 | 23.09 | 1.3100 | 4.902 | 39.11 | 1.3150 |
| 0.20 | 34.13 | 4.276 | 1.4198 | 22.65 | 18.33 | 1.4195 | 14.82 | 27.81 | 1.4213 | 3.379 | 40.63 | 1.4265 |
| 0.25 | 32.44 | 5.633 | 1.5431 | 19.24 | 22.32 | 1.5413 | 11.49 | 31.29 | 1.5432 | 2.454 | 41.55 | 1.5479 |
| 0.30 | 30.55 | 7.124 | 1.6810 | 16.00 | 25.81 | 1.6769 | 8.933 | 33.88 | 1.6785 | 1.838 | 42.17 | 1.6824 |
| 0.35 | 28.46 | 8.762 | 1.8370 | 13.09 | 28.81 | 1.8297 | 6.958 | 35.85 | 1.8306 | 1.401 | 42.61 | 1.8332 |
| 0.40 | 26.16 | 10.56 | 2.0157 | 10.56 | 31.36 | 2.0038 | 5.421 | 37.39 | 2.0036 | 1.077 | 42.95 | 2.0045 |
| 0.45 | 23.68 | 12.52 | 2.2223 | 8.407 | 33.53 | 2.2046 | 4.213 | 38.62 | 2.2027 | 0.830 | 43.21 | 2.2013 |
| 0.50 | 21.04 | 14.65 | 2.4643 | 6.604 | 35.38 | 2.4387 | 3.254 | 39.61 | 2.4346 | 0.638 | 43.41 | 2.4302 |
| 0.55 | 18.27 | 16.94 | 2.7509 | 5.110 | 36.95 | 2.7155 | 2.489 | 40.44 | 2.7084 | 0.486 | 43.58 | 2.7002 |

Таблица 5 (окончание)

| | | | | | | | | | | | | |
|------|-------|-------|--------|-------|-------|--------|-------|-------|--------|-------|-------|--------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| 0.60 | 15.45 | 19.40 | 3.0956 | 3.883 | 38.31 | 3.0474 | 1.876 | 41.13 | 3.0364 | 0.366 | 43.72 | 3.0236 |
| 0.65 | 12.63 | 22.00 | 3.5168 | 2.883 | 39.48 | 3.4525 | 1.386 | 41.72 | 3.4365 | 0.270 | 43.84 | 3.4177 |
| 0.70 | 9.908 | 24.71 | 4.0422 | 2.078 | 40.50 | 3.9573 | 0.995 | 42.23 | 3.9349 | 0.194 | 43.95 | 3.9085 |
| 0.75 | 7.377 | 27.49 | 4.7137 | 1.438 | 41.39 | 4.6022 | 0.687 | 42.67 | 4.5718 | 0.134 | 44.04 | 4.5359 |
| 0.80 | 5.123 | 30.29 | 5.5996 | 0.940 | 42.18 | 5.4541 | 0.449 | 43.05 | 5.4132 | 0.088 | 44.12 | 5.3652 |
| 0.85 | 3.221 | 33.06 | 6.8179 | 0.562 | 42.88 | 6.6284 | 0.268 | 43.39 | 6.5742 | 0.052 | 44.18 | 6.5107 |
| 0.90 | 1.723 | 35.75 | 8.5928 | 0.289 | 43.50 | 8.3468 | 0.138 | 43.69 | 8.2758 | 0.027 | 44.25 | 8.1930 |
| 0.95 | 0.650 | 38.33 | 11.407 | 0.106 | 44.06 | 11.094 | 0.050 | 43.97 | 11.004 | 0.010 | 44.30 | 10.899 |
| 1 | 0 | 40.76 | 16.531 | 0 | 44.56 | 16.170 | 0 | 44.21 | 16.075 | 0 | 44.35 | 15.962 |

Таблица 6

НЕКОТОРЫЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ МИЛНА В ОТСУТСТВИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ. ПЕРВЫЕ ДВЕ КОЛОНКИ ПРЕДСТАВЛЯЮТ ЧАНДРАСЕКАРОВСКИЕ ЗНАЧЕНИЯ СТЕПЕНИ ПОЛЯРИЗАЦИИ $p(\mu)\%$, И УГЛОВОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ $J(\mu)$ ДЛЯ ВЫХОДЯЩЕГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ $q=0$. ТРЕТЬЯ, ЧЕТВЕРТАЯ И ПЯТАЯ КОЛОНКИ ОПИСЫВАЮТ УГЛОВОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ, ПОЛУЧЕННОЕ ИЗ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ТОЛЬКО ДЛЯ ИНТЕНСИВНОСТИ С РЕЛЕЕВСКОЙ ИНДИКАТРИСОЙ ПРИ $q=0, 0.2$ И 0.4 , СООТВЕТСТВЕННО. ПОСЛЕДУЮЩИЕ КОЛОНКИ ПРЕДСТАВЛЯЮТ НАШЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ МИЛНА ПРИ $q=0.2$ И 0.4

| $q=0$ | | | 0 | 0.2 | 0.4 | 0.2 | | 0.4 | |
|-------|-------|--------|--------|--------|--------|-------|--------|-------|--------|
| μ | p | J | J | J | J | p | J | p | J |
| 0 | 11.71 | 1 | 1 | 1 | 1 | 28.63 | 1 | 44.54 | 1 |
| 0.05 | 8.979 | 1.1460 | 1.1469 | 1.1301 | 1.1122 | 26.49 | 1.1236 | 42.93 | 1.1052 |
| 0.10 | 7.448 | 1.2644 | 1.2647 | 1.2407 | 1.2133 | 25.04 | 1.2333 | 41.59 | 1.2045 |
| 0.15 | 6.311 | 1.3755 | 1.3746 | 1.3496 | 1.3173 | 23.80 | 1.3424 | 40.21 | 1.3085 |
| 0.20 | 5.410 | 1.4826 | 1.4801 | 1.4606 | 1.4284 | 22.62 | 1.4549 | 38.72 | 1.4212 |
| 0.25 | 4.667 | 1.5871 | 1.5828 | 1.5761 | 1.5495 | 21.47 | 1.5732 | 37.09 | 1.5459 |
| 0.30 | 4.041 | 1.6898 | 1.6835 | 1.6981 | 1.6836 | 20.30 | 1.6994 | 35.30 | 1.6858 |
| 0.35 | 3.502 | 1.7913 | 1.7829 | 1.8282 | 1.8340 | 19.11 | 1.8355 | 33.37 | 1.8445 |
| 0.40 | 3.033 | 1.8918 | 1.8810 | 1.9684 | 2.0047 | 17.88 | 1.9836 | 31.29 | 2.0265 |
| 0.45 | 2.619 | 1.9915 | 1.9783 | 2.1208 | 2.2009 | 16.61 | 2.1459 | 29.08 | 2.2375 |
| 0.50 | 2.252 | 2.0906 | 2.0773 | 2.2878 | 2.4290 | 15.29 | 2.3254 | 26.75 | 2.4849 |
| 0.55 | 1.923 | 2.1892 | 2.1709 | 2.4723 | 2.6981 | 13.93 | 2.5252 | 24.32 | 2.7783 |
| 0.60 | 1.627 | 2.2873 | 2.2665 | 2.6778 | 3.0202 | 12.52 | 2.7493 | 21.79 | 3.1315 |
| 0.65 | 1.358 | 2.3851 | 2.3616 | 2.9088 | 3.4128 | 11.08 | 3.0029 | 19.19 | 3.5635 |
| 0.70 | 1.112 | 2.4826 | 2.4564 | 3.1709 | 3.9017 | 9.588 | 3.2920 | 16.52 | 4.1023 |
| 0.75 | 0.888 | 2.5798 | 2.5508 | 3.4712 | 4.5267 | 8.062 | 3.6249 | 13.81 | 4.7909 |
| 0.80 | 0.682 | 2.6768 | 2.6450 | 3.8193 | 5.3529 | 6.503 | 4.0122 | 11.07 | 5.6988 |
| 0.85 | 0.492 | 2.7736 | 2.7389 | 4.2281 | 6.4945 | 4.913 | 4.4680 | 8.302 | 6.9457 |
| 0.90 | 0.316 | 2.8703 | 2.8327 | 4.7151 | 8.1718 | 3.297 | 5.0119 | 5.528 | 8.7577 |
| 0.95 | 0.152 | 2.9667 | 2.9263 | 5.3059 | 10.872 | 1.658 | 5.6714 | 2.758 | 11.619 |
| 1 | 0 | 3.0631 | 3.0197 | 6.0376 | 15.932 | 0 | 6.4868 | 0 | 16.786 |

Вклад поляризационных членов Q и U при вычислении самой поляризации выходящего из атмосферы излучения гораздо заметнее, чем их влияние на формирование углового распределения. Так, вычисление степени поляризации с использованием известной интенсивности излучения дает вместо 11.71% величину 9.37%. Это означает, что разность $11.71\% - 9.37\% = 2.34\%$ (20% полной поляризации) создается поляризационными членами. Фарадеевское вращение, как видно из таблиц, сильно уменьшает поляризацию и при $\delta \gg 1$ вклад поляризационных членов в степень поляризации стремится к нулю. При этом и сама интенсивность излучения несколько изменяется по сравнению со случаем отсутствия магнитного поля и определяется скалярным уравнением переноса с релеевской индикатрисой (сравниваем вторую и третью колонки в табл.6). Поэтому в максимуме поляризации ($\mu = 0$) получается не 9.37%, а несколько меньшее значение, 9.14%. Именно к этой предельной величине стремятся наши значения $p(0)$ при $\delta \rightarrow \infty$ (см. табл.1-3).

Простые асимптотические формулы работы [6] для ряда стандартных задач теории переноса излучения соответствуют приближению, когда интенсивность излучения определяется из уравнения переноса с релеевской индикатрисой, а поляризация учитывается как результат однократного рассеяния известного потока излучения и его трансформации фарадеевским вращением. Они дают несколько завышенные значения поляризации. Сравнение расчетов по этим формулам с полученными точными расчетами показывает, что для $q = 0$ уже для $\delta = 10$ асимптотические формулы приводят к значениям поляризации с ошибкой $\approx 10\%$. Для $\delta = 5$ ошибка больше $\approx 20\%$.

Существенным достоинством этих простых формул является аналитическое описание поляризации для произвольного расположения магнитного поля в атмосфере.

¹ Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, Россия

² Главная астрономическая обсерватория Российской академии наук, Санкт-Петербург, Пулковое, Россия

³ Instituto Nacional de Astrofisica, Optica y Electronica, M'exico

THE SOLUTION OF THE MILNE PROBLEM FOR
MAGNETIZED ATMOSPHEREP.S.SHTERNIN^{1,2}, Y.N.GNEDIN³, N.A.SILANT'EV³

The numerical solution of the Milne problem for semi-infinite plane-parallel magnetized electron atmosphere is obtained. It is assumed that magnetic field is directed along the normal to the atmosphere. The angular dependence, the polarization degree and positional angle of outgoing radiation are presented in the tables for various values of the Faraday rotation parameter and the degree of absorption $q=0, 0.2$ and 0.4 . We assume that magnetic field $B \leq 10^6$ G when all scattering cross-sections for the optical radiation are equal to the Thomson value.

Key words: *Radiative transfer: atmospheres*

ЛИТЕРАТУРА

1. А.З.Долгинов, Ю.Н.Гнедин, Н.А.Силантьев, "Распространение и поляризация излучения в космической среде", Наука, М., 1979.
2. В.А.Амбарцумян, Астрон. ж., 19, 1, 1942.
3. С.Чандрасекар, "Перенос лучистой энергии", Гостехиздат, М., 1950.
4. N.A.Silant'ev, Astrophys. Space. Sci., 82, 363, 1982.
5. N.A.Silant'ev, J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer., 52, 207, 1994.
6. N.A.Silant'ev, Astron. Astrophys., 383, 326, 2002.
7. В.М.Лоскутов, В.В.Соболев, Астрофизика, 15, 241, 1979.
8. Н.А.Силантьев, Астрон. ж., 57, 587, 1980.
9. E.Agol, O.Blaes, Mon. Notic. Roy. Astron. Soc., 282, 965, 1996.
10. E.Agol, O.Blaes, C.Ionescu-Zanetti, Mon. Notic. Roy. Astron. Soc., 293, 1, 1998.