АСТРОФИЗИКА

ТОМ 46 ФЕВРАЛЬ, 2003 ВЫПУСК 1

УДК: 524.338.6

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЧАСТОТЫ ВСПЫШЕК СЛУЧАЙНО ВСПЫХИВАЮЩИХ ОБЪЕКТОВ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА МОМЕНТОВ

А.А.АКОПЯН

Поступила 14 августа 2002
Принята к печати 30 октября 2002

Предлагается новый метод определения функции распределения частоты вспышек случайно вспыхивающих объектов , в основе которого лежит метод подгонки распределений Пирсона методом моментов.Метод применен к вспыхивающим звездам скопления Плеяды и ассоциации Орион. Искомую функцию распределения частоты вспышек вспыхивающих звезд можно аппроксимировать гамма-распределением. Функция распределения частоты вспышек достаточно хорошо описывает наблюдаемую статистическую картину. Приводится сравнение с другими методами.

1. *Введение.* Известно, что некоторые астрофизические объекты показывают нерегулярные, эруптивные изменения блеска, временное поведение которых хорошо описывается с помощью стационарного пуассоновского процесса. К таким объектам относятся вспыхивающие звезды, а также галактики, если их рассмотреть в качестве "вспыхивающих объектов", вспышками которых являются взрывы сверхновых звезд в данной галактике [1].

Функция распределения частоты вспышек вспыхивающих звезд впервые была определена Амбарцумяном [2] на основе хронологии открытий вспыхивающих звезд. В дальнейшем метод был развит и применен в ряде работ (например, [3-6]). Используя аналогичный подход, в работе [7] был предложен способ определения функции распределения частоты вспышек сверхновых звезд. В этих работах плотность функции распределения частоты вспышек получается посредством обратного преобразования Лапласа некой исходной функции от наблюдательных данных. В случае вспыхивающих звезд - это отношение числа открываемых в единицу времени новых вспыхивающих звезд к числу вспышек, происходящих за то же время [2]. В случае сверхновых звезд - это функция выживания [7].

В данной работе предлагается новый, независимый способ определения функции распределения частоты вспышек, который не только дополнит существующие способы, но и может быть эффективно применен в тех случаях, когда известные методы не могут быть применены из-за нехватки необходимых наблюдательных данных.

2. *Описание метода.* В основе предлагаемого способа лежит метод подгонки кривых семейства распределений Пирсона методом моментов. Вкратце напомним сущность этого метода. Плотности распределений семейства Пирсона подчиняются уравнению:

$$\frac{df}{dx} = \frac{(x-a)f}{b_0 + b_1 x + b_2 x^2}, \tag{1}$$

которое можно получить как предельный случай гипергеометрического распределения. Коэффициенты a и b_i могут быть выражены через первые четыре момента распределения следующим образом;

$$\begin{aligned} a &= \frac{-\mu_3\left(\mu_4 + 3\mu_2^2\right)}{A}, \\ b_0 &= -\frac{\mu_2\left(4\mu_2\mu_4 - 3\mu_3^2\right)}{A}, \\ b_1 &= \frac{-\mu_3\left(\mu_4 + 3\mu_2^2\right)}{2A}, \\ b_2 &= -\frac{2\mu_2\mu_4 - 3\mu_3^2 - 6\mu_2^3}{A}, \\ A &= 10\mu_2\mu_4 - 18\mu_2^3 - 12\mu_3^2, \end{aligned} \tag{2}$$

где μ_i - центральные моменты распределения. В зависимости от значений величин D и λ:

$$D = b_0 b_2 - b_1^2, \quad \lambda = \frac{b_1^2}{b_0 b_2} \tag{3}$$

можно различить 12 типов распределений, среди которых такие известные, как гамма-распределение, бета-распределение, нормальное и т.д. Метод подгонки состоит в следующем:

1. Определяются первые четыре момента эмпирического распределения.
2. Вычисляются значения D, λ (2), (3) и, следовательно, определяется тип распределения.
3. Эмпирические моменты приравниваются теоретическим моментам подходящего распределения, которые выражены через его параметры.
4. Полученные уравнения разрешаются относительно неизвестных параметров и, следовательно, находится искомое распределение.

Развитие вычислительной техники и методов значительно сузили область применения аналогичных методов. В частности, имеет смысл применить метод моментов в тех случаях, когда, по каким-то причинам, известно не само эмпирическое распределение, а его моменты. Именно этот случай имеет место в данной задаче.

Действительно, в задаче определения функции распределения частоты вспышек в качестве исходного эмпирического распределения служит распределение числа наблюденных вспышек вспыхивающих звезд, а не распределение соответствующих частот. Однако можно выразить моменты функции распределения частоты вспышек через соответствующие моменты числа вспышек. Для этого воспользуемся предположением о случайном и независимом характере вспышек.

Случайный характер вспышек вспыхивающих звезд и сверхновых звезд был предположен Амбарцумяном [8], и для вспыхивающих звезд окрестности Солнца, на основе наблюдательных данных, был подтвержден впервые в работе Осканяна и Теребижа [9]. Данные недостаточны для выполнения аналогичной работы в случае сверхновых звезд, однако нет серьезных логических или физических оснований отказаться от предположения о случайности и независимости отдельных взрывов сверхновых в каждой галактике.

При этом предположении можно сказать, что последовательность вспышек (взрывов сверхновых) каждой звезды (в каждой галактике) представляет собой последовательность Пуассона и, следовательно, вероятность показать k вспышек за время t у отдельного вспыхивающего объекта равна:

$$p_k = \frac{(\nu t)^k e^{-\nu t}}{k!}, \tag{4}$$

где ν - частота вспышек.

Для выборки вспыхивающих объектов с плотностью распределения частоты $\varphi(\nu)$, теоретические моменты распределения числа вспышек соответственно равны:

$$\begin{aligned} \mu k_1 &= \int \sum_{k=0}^{\infty} k p_k \, \varphi(\nu) d\nu, \\ \mu k_j &= \int \sum_{k=0}^{\infty} (k-\mu k_1)^j \, p_k \varphi(\nu) d\nu, \quad j = 2, 3, 4, \end{aligned} \tag{5}$$

где, в частности, μk_1 - среднее число вспышек, μk_2 - дисперсия числа вспышек. Соответствующие эмпирические моменты равны:

$$\begin{aligned} \hat{\mu} k_1 &= \sum_{k=0}^{\infty} k \, \hat{p}_k, \\ \hat{\mu} k_j &= \sum_{k=0}^{\infty} \left(k - \hat{\mu} k_1 \right)^j \hat{p}_k, \quad j = 2, 3, 4, \end{aligned} \tag{5a}$$

где $\hat{p}_k$ - доля звезд, показавших k вспышек.

Подставляя (4) в соотношения (5), после несложных преобразований можно получить систему уравнений, в которой моменты числа вспышек выражены через соответствующие моменты частоты вспышек $\mu\nu_j$, решая которую относительно $\mu\nu_j$ получим:

$$\begin{aligned} &\mu\nu_1 = \frac{\mu k_1}{t}, \quad \mu\nu_2 = \frac{\left(\mu k_2 - \mu k_1\right)}{t^2}, \quad \mu\nu_3 = \frac{\left(\mu k_3 - 3\mu k_2 + 2\mu k_1\right)}{t^3}, \\ &\mu\nu_4 = \frac{\left(\mu k_4 - 6\mu k_3 - 6\mu k_2 \cdot \mu k_1 + 11\mu k_2 - 6\mu k_1 + 3\mu k_1^2\right)}{t^4}, \end{aligned} \tag{6}$$

где

$$\mu\nu_1 = \int \nu\varphi(\nu)d\,\nu \tag{7}$$

$$\mu\nu_2 = \int (\nu - \mu\nu_1)^m \varphi(\nu)d\,\nu, \quad m = 2, 3, 4\,.$$

Подставляя эмпирические моменты распределения числа вспышек в (6), получим соответствующие эмпирические моменты функции распределения частоты вспышек. Определив таким образом эмпирические моменты, можно приступить к остальным процедурам и определить тип функции распределения частоты вспышек. Приведем окончательные выражения, когда $D<0$ и $\lambda \to \infty$. Плотность распределения соответствует III типу распределения Пирсона (гамма-распределение) и имеет вид:

$$\varphi(\nu) = \frac{a^{\gamma}\cdot\left(\nu - \nu_0\right)^{\gamma - 1} e^{-a(\nu - \nu_0)}}{\Gamma(\gamma)} \tag{8}$$

для всех $\nu > \nu_0$ и $\varphi(\nu) = 0$ для $\nu \le \nu_0$, $a > 0$.

Параметры распределения определяются через моменты распределения следующим образом:

$$a = 2\frac{\mu\nu_2}{\mu\nu_3}, \quad \gamma = a^2\mu\nu_2, \quad \nu_0 = \mu\nu_1 - \frac{\gamma}{a}, \tag{9}$$

Соответствующие выражения имеются и для остальных типов распределений Пирсона.

Для проверки эффективности метода разработана математическая программа, с помощью которой были проведены численные эксперименты. С помощью генераторов случайных чисел генерировались n случайных значений частоты вспышек ν_j (j = 1, 2, ..., n, n - количество вспыхивающих объектов), подчиняющиеся какому-либо распределению $\varphi(\nu)$. Потом с помощью генератора случайных чисел пуассоновского распределения для каждого вспыхивающего объекта с частотой ν_j определялось количество вспышек k_j (j = 1, 2, ..., n) за время t. Имея k_j, можно вычислить эмпирические моменты распределения числа вспышек μk_i (i = 1, 2, 3, 4) и, применив вышеописанный метод, определить плотность функции распределения частоты вспышек $\varphi'(\nu)$ и сравнить с исходной плотностью распределения $\varphi(\nu)$. Многочисленные эксперименты показали эффективность метода даже при очень малых значениях среднего числа вспышек.

3. ***Функция распределения частоты вспышек вспыхивающих звезд скопления Плеяды и ассоциации Орион.*** Плотность функции распределения частоты вспышек впервые была определена Амбарцумяном [2] для вспыхивающих звезд скопления Плеяды посредством обратного преобразования Лапласа наблюдаемого отношения числа открываемых в единицу времени новых вспыхивающих звезд к числу вспышек, происходящих за то же время

$$\frac{m_1(t)}{m_1(0)} = \frac{1}{\bar{\nu}} \int \nu \varphi(\nu) e^{-\nu t} d\nu , \qquad (10)$$

и, согласно [2], имеет вид:

$$\varphi(\nu) = C \nu^{\gamma-1} e^{-\nu s}, \qquad (11)$$

где постоянная $s = 385$ час, $\gamma = -1/3$.

Для вспыхивающих звезд ассоциации Орион, Парсамян [3] получила ту же функцию со значением параметра $s = 1389$ час. Метод не позволяет определить постоянную C, однако возможно определить произведение CN, где N - неизвестное общее число вспыхивающих звезд. Исходя из того, что функция (11) имеет сингулярность в точке $\nu = 0$, Амбарцумян предполагал, что реальная плотность функции распределения частоты вспышек на самом деле имеет вид:

$$\varphi(\nu) = C \nu^{-4/3} e^{-\nu s} g(\nu), \qquad (12)$$

где $g(\nu) = 0$ для близких к нулю значений ν, и $g(\nu) = 1$ для больших ν. Полученное Амбарцумяном решение позволяет с точностью до постоянной хорошо описать наблюдаемое распределение числа вспышек.

Другой подход был предложен Гершбергом [10]. С помощью определенной им же зависимости "светимость звезды - частота вспышек" и наблюдаемого распределения светимости вспыхивающих звезд Гершберг получил функцию распределения частоты вспышек вспыхивающих звезд скопления Плеяды.

Существенным затруднением для всех методов, в том числе и предлагаемого, является незнание точного числа вспыхивающих звезд. В предлагаемом методе это проявляется в том, что невозможно определить точные моменты распределения числа вспышек. Поэтому в данной работе пришлось подобрать общее число вспыхивающих звезд таким образом, чтобы удовлетворительно объяснить наблюдаемое распределение числа вспышек, а также отношение $m_1(t)/m_1(0)$, которое является исходным при определении функции распределения частоты вспышек методом Амбарцумяна.

Таким образом, определение функции распределения частоты вспышек состоит из следующих шагов:

- Задается число вспыхивающих звезд N, исходя из известного способа нижней оценки общего числа вспыхивающих звезд [8],

- Из наблюдаемого распределения числа вспышек, для заданного N, определяются моменты распределения числа вспышек,

- С помощью предложенного метода определяется функция распределения частоты вспышек для заданного значения N.

- Используя полученную функцию распределения частоты вспышек, вычисляются теоретическое распределение числа вспышек и отношение

$m_1(t)/m_1(0)$, которые сравниваются с соответствующими наблюдаемыми значениями и окончательно выбирается функция распределения частоты вспышек.

При определении функции распределения частоты вспышек были использованы данные электронного каталога вспыхивающих звезд ассоциации Орион, составленного нами (краткое описание см. в [11]) на основе каталога [12] и последующих работ [13-16]. Из рассмотрения, по статистическим критериям, была исключена звезда Т 176, показавшая аномально большое для вспыхивающих звезд ассоциации Орион количество вспышек - 23.

В случае скопления Плеяды был использован электронный каталог вспыхивающих звезд скопления из Астрономического центра данных Страсбурга, составленный на основе каталога Аро и др. [17]. Из рассмотрения были исключены звезды Т 91, Т 275, Т 377, показавшие 32, 66 и 120 вспышек соответственно. Причиной тому не только аномально большие количества вспышек, но и возможная принадлежность, по крайней мере, двух из этих трех звезд к другим системам вспыхивающих звезд. По разным оценкам среди вспыхивающих звезд скопления Плеяды, особенно среди однократно вспыхнувших, много вспыхивающих звезд поля (10-30%). В соответствии с наиболее строгой и обоснованной, на наш взгляд, оценкой [18], количество однократно вспыхнувших звезд было уменьшено на 10% (240 звезд вместо 267).

Для вспыхивающих звезд скопления Плеяды и ассоциации Орион вычисленные значения D и λ указывают на то, что искомую функцию распределения частоты вспышек можно аппроксимировать I, VI (бета-распределение первого и второго рода) и III (гамма) распределениями Пирсона. Чисто по техническим причинам, на которых не следует останавливаться, был выбран III тип (гамма) распределения, тем более, что полученные с помощью этих двух распределений функции полностью совпадали. Отметим только, что в выражение гамма-распределения входят три неизвестных параметра, в то время, как у бета-распределения их четыре.

Интересно, что одинаковыми оказались не только тип распределения, но и два из трех параметров, что, возможно, указывает на универсальность полученной функции. Таким образом, плотность функции распределения частоты вспышек вспыхивающих звезд можно представить в виде функции (8), где $\nu_0 = 9.113 \cdot 10^{-5}$ час$^{-1}$ (что соответствует периоду между последовательными вспышками $T \approx 11000$ час), $\gamma = 0.235$, а постоянная a принимает значения $a = 873$ час для вспыхивающих звезд скопления Плеяды и $a = 1.66 \cdot 10^3$ час для вспыхивающих звезд ассоциации Орион. На рис.1 приведены плотности функции распределения частоты вспышек вспыхивающих звезд скопления Плеяды и ассоциации Орион. Как видно, скопление Плеяды сравнительно богаче вспыхивающими звездами с большими частотами вспышек. Возможно, что это различие частично обусловлено наблюдательной селекцией, действующей сильнее в отношении вспыхивающих звезд Ориона.

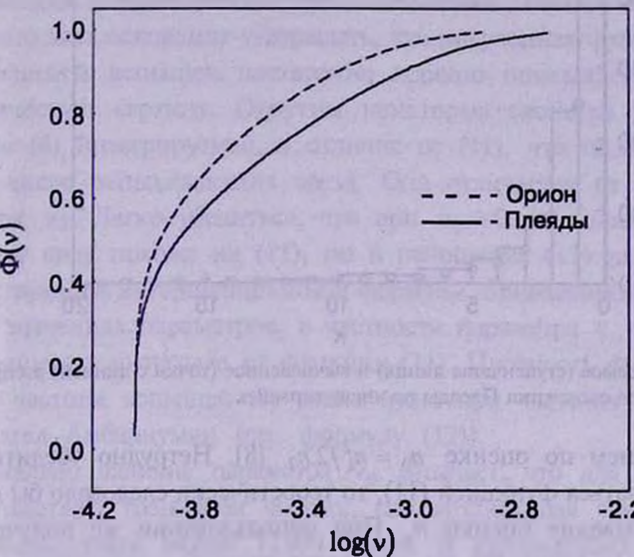

Рис.1. Функции распределения частоты вспышек вспыхивающих звезд Ориона и Плеяд.

Вычисленные с помощью этих функций распределения вспыхивающих звезд по числу вспышек хорошо согласуются с соответствующими наблюдаемыми распределениями и приводятся на рис.2, 3. При этом, общее количество вспыхивающих звезд в Плеядах получается равным 1000, в Орионе - 2050. В связи с этим надо отметить, что удалось также качественно объяснить рост оценки числа неизвестных вспыхивающих

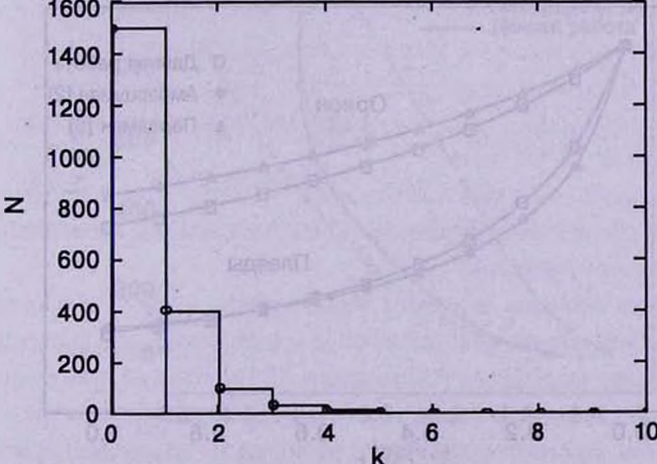

Рис.2. Наблюдаемое (ступенчатая линия) и вычисленное (точки с линией) распределения вспыхивающих звезд ассоциации Орион по числу вспышек.

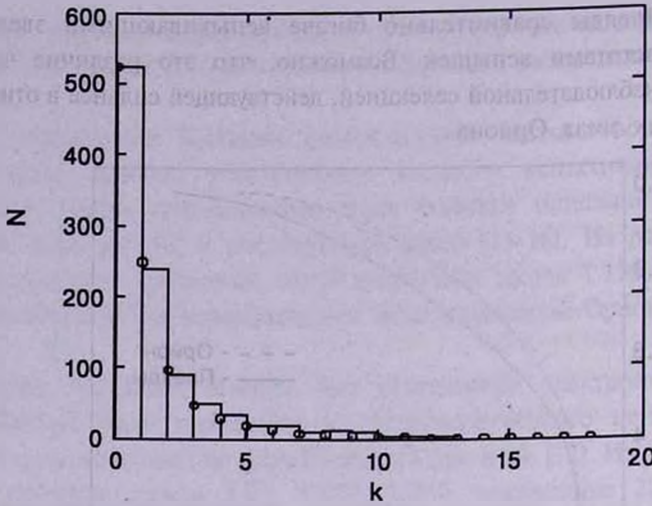

Рис.3. Наблюдаемое (ступенчатая линия) и вычисленное (точки с линией) распределения вспыхивающих звезд скопления Плеяды по числу вспышек.

звезд со временем по оценке $n_0 = n_1^2/2n_2$ [8]. Нетрудно убедиться, что если воспользоваться функцией (11), то теоретически следовало бы ожидать монотонное убывание оценки n_0. При использовании же полученной в данной работе функции (8) теоретическая оценка n_0 сначала возрастает, достигая максимума за время наблюдений $t \approx 1350$ час (Орион) и $t \approx 2200$ час (Плеяды), и только потом начинает убывать.

Подставляя полученную плотность распределения (8) в (10), получим теоретическое выражение для отношения

$$\frac{m_1(t)}{m_1(0)} = \left(\frac{a}{a+t}\right)^{\gamma+1}\left(\frac{\gamma + \nu_0 a + \nu_0 t}{\gamma + \nu_0 a}\right)e^{-\nu_0 t}. \qquad (13)$$

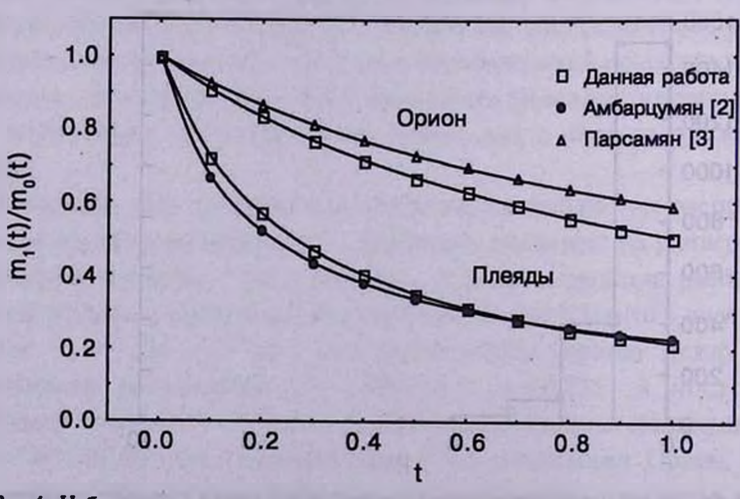

Рис.4. Наблюдаемые и теоретические зависимости отношения $m_1(t)/m_0(t)$ от t, где $t = 1$ соответствует полному времени наблюдений.

На рис.4 приведены наблюдаемые интерполяционные кривые из работ [2,3] и вычисленные по формуле (13) отношения $m_1(t)/m_1(0)$; $t=1$ соответствует полному времени наблюдений. Как видим, вычисленные по формуле (13) отношения тоже хорошо согласуются с наблюдаемыми, особенно для вспыхивающих звезд скопления Плеяды.

Все это дает основание утверждать, что полученная функция распределения частоты вспышек достаточно хорошо описывает наблюдаемую статистическую картину. Отметим некоторые свойства распределения. Функция (8) интегрируемая, в отличие от (11), что позволило оценить полное число вспыхивающих звезд. Она отличается от (11) наличием параметра ν_0. Легко убедиться, что при $\nu_0 = 0$ не только функция (8) по своему виду похожа на (11), но и отношение (13) не отличается от соответствующей интерполяционной формулы, приведенной в [2]. Отличие лишь в значениях параметров, в частности параметра γ, ответственного за расходимость интеграла от функции (11). Плотность функции распределения частоты вспышек (8) равна нулю при частотах $\nu_0 \to 0$, что и предполагал Амбарцумян (см. формулу (12)).

Формально наличие параметра ν_0 означает, что для вспыхивающих звезд существует граничная частота, соответствующая среднему периоду между вспышками около 11000 часов. В предыдущих работах [2,3] подозревалось существование вспыхивающих звезд со значительно высоким средним периодом. Насколько это отражает физическую реальность, трудно судить, поскольку обшее время наблюдений за вспыхивающими звездами существенно мало по сравнению с этим временем и, естественно, используемые данные не содержат значительной информации о звездах,

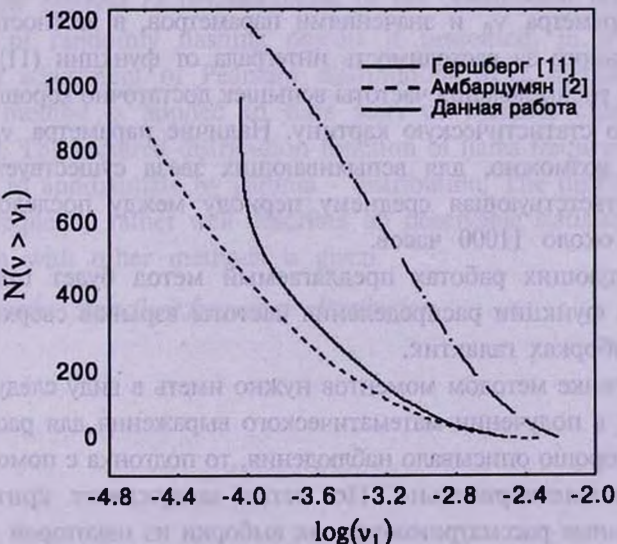

Рис.5. Теоретические распределения вспыхивающих звезд скопления Плеяды. N - число вспыхивающих звезд с частотой вспышек больше ν_1.

вспыхивающих с большим средним периодом.

Однако в связи с этим отметим следующий факт. Действительно, при сравнении теоретических распределений вспыхивающих звезд скопления Плеяд, полученных в работах Амбарцумяна [2] , Гершберга [10] и в данной работе, видно (рис.5), что расхождение между кривыми [2] и данной работы становится ощутимым именно после тех частот, для которых средний период между двумя последовательными вспышками больше общего времени наблюдений. С другой стороны, Гершберг [10], совершенно другим путем, пришел к заключению о существовании граничного среднего периода между вспышками со значением $T \approx 10000$ час, что практически совпадает с полученным нами значением. На возможную физическую реальность существования граничного среднего периода указывает также одинаковое значение этого параметра в обеих системах вспыхивающих звезд.

4. *Заключение*. В данной работе предлагается новый метод определения функции распределения частоты вспышек случайно вспыхивающих объектов, в основе которого лежит метод подгонки кривых семейства распределений Пирсона методом моментов.

Искомую функцию распределения частоты вспышек вспыхивающих звезд скопления Плеяды и ассоциации Орион можно аппроксимировать гамма-распределением (8), где $\nu_0 = 9.113 \cdot 10^{-5}$ час$^{-1}$ (что соответствует периоду между последовательными вспышками $T \approx 11000$ час), $\gamma = 0.235$, а постоянная a принимает значения $a = 873$ час для скопления Плеяды и $a = 1.66 \cdot 10^3$ час для ассоциации Орион. Интересно, что одинаковыми оказались не только тип распределения, но и два из трех параметров, что, возможно, указывает на универсальность полученной функции. Она отличается от (11) наличием параметра ν_0 и значениями параметров, в частности параметра γ, ответственного за расходимость интеграла от функции (11).

Функция распределения частоты вспышек достаточно хорошо описывает наблюдаемую статистическую картину. Наличие параметра ν_0 указывает на то, что, возможно, для вспыхивающих звезд существует граничная частота, соответствующая среднему периоду между последовательными вспышками около 11000 часов.

В последующих работах предлагаемый метод будет применен для определения функции распределения частоты взрывов сверхновых звезд в разных выборках галактик.

При подгонке методом моментов нужно иметь в виду следуюшее. Если цель состоит в получении математического выражения для распределения, которое бы хорошо описывало наблюдения, то подгонка с помощью метода моментов удовлетворительно. Но метод заслуживает критики, когда исходные данные рассматриваются как выборки из некоторой генеральной совокупности, и нам необходимо найти математическое представление этой совокупности. Кроме того, в статистике хорошо известно, что оценки параметров распределения с помощью этого метода тоже не самые эффективные. Поэтому, после получения вида искомого распределения, можно скорректировать оценки параметров, входящих в распределение, с помощью более эффективных методов (методы максимального правдоподобия, χ^2), если наблюдательные данные это позволяют.

При всех своих недостатках метод дает уникальную на сей день возможность определить функцию распределения частоты вспышек случайно вспыхивающих (в широком смысле - случайно меняющих свой блеск) объектов, типы которых не ограничиваются вспыхивающими и сверхновыми звездами.

Бюраканская астрофизическая обсерватория им. В.А.Амбарцумяна, Армения, e-mail: aakopian@bao.sci.am

DETERMINATION OF THE DISTRIBUTION FUNCTION OF FLARES FREQUENCY OF RANDOMLY FLASHING OBJECTS WITH THE HELP OF METHOD OF MOMENTS

A.A.AKOPIAN

The new method of determination of the distribution function of flares frequency of randomly flashing objects is presented, in which basis the method of adjustment of Pearsons distributions by a method of moments lies. The method is applied to flare stars of Pleiades cluster and Orion association. The required distribution function of flares frequency of flare stars is possible to approximate by gamma - distribution. The distribution function of flares frequency rather well describes an observable statistical picture. The comparison with other methods is given.

Key words: *stars:flare:frequency distribution*

ЛИТЕРАТУРА

1. *В.А.Амбарцумян*, Научные труды, т.3, Изд. АН Арм. ССР, Ереван, 1988, с.360.
2. *В.А.Амбарцумян*, Астрофизика, **14**, 367, 1978.
3. *Э.С.Парсамян*, Астрофизика, **16**, 667, 1980.
4. *В.А.Амбарцумян*, Вспыхивающие звезды, фуоры и объекты Хербига-Аро, Изд. АН Арм. ССР, Ереван, 1980, с.85.
5. *Г.А.Арутюнян*, Астрофизика, **21**, 163, 1984.
6. *Э.С.Парсамян*, Астрофизика, **45**, 23, 2002.
7. *А.А.Акопян*, Астрофизика, **39**, 561, 1996.
8. *В.А.Амбарцумян*, Звезды, туманности, галактики, Изд. АН Арм. ССР, Ереван, 1968, с.283.
9. *В.С.Осканян*, *В.Ю.Теребиж*, Астрофизика, **7**, 83, 1971.
10. *Р.Е.Гершберг*, Вспыхивающие звезды и родственные объекты, Изд. АН Арм. ССР, Ереван, 1986, с.162.
11. *А.А.Акопян*, *Л.А.Саргсян*, Астрофизика, **45**, 29, 2002.
12. *Р.Ш.Нацвлишвили*, Астрофизика, **34**, 107, 1991.
13. *E.Chavira*, *E.S.Parsamian*, Rev. Mex. Astron. Astrophys., **22**, 15, 1991.
14. *E.S.Parsamian*, *E.Chavira*, *G.Gonzalez*, Rev. Mex. Astron. Astrophys. **25**, 71, 1993.
15. *N.D.Melikian*, *M. Della Valle*, IBVS, №2929, 1986.
16. *E.S.Parsamian*, IBVS, №3498, 1990.
17. *G.Haro*, *E.Chavira*, *G.Gonzalez*, Bol. Inst. Tonantzintla, **3**, N1, 1982.
18. *Л.В.Мирзоян*, *В.В.Амбарян*, *А.Т.Гарибджанян*, *А.Л.Мирзоян*, Астрофизика, **29**, 531, 1988.