АСТРОФИЗИКА

ТОМ 45 АВГУСТ, 2002 ВЫПУСК 3

УДК: 524.354.6

СТРУКТУРА МАГНИТНОГО ПОЛЯ НЕЙТРОННОЙ ЗВЕЗДЫ

Д.М.СЕДРАКЯН, К.М.ШАХАБАСЯН

Поступила 29 марта 2002

В этой работе исследовано распределение магнитного поля в сверхтекучем сферическом адронном ядре вращающейся нейтронной звезды, которое состоит из вихревой и безвихревой зон. Из-за эффекта "увлечения" сверхпроводящих протонов вращающимися сверхтекучими нейтронами, в вихревой зоне нейтронной звезды образуется направленное параллельно оси вращения звезды неоднородное магнитное поле, среднее значение которого постоянно. Показано, что у поверхности звезды, вблизи экваториальной плоскости, имеется безвихревая зона макроскопических размеров, в которой отсутствует магнитное поле. Магнитное поле вблизи границ безвихревой зоны экспоненциально убывает при углублении во внутрь этой зоны. Этот результат существенно меняет прежние представления о распределении магнитного поля в сверхтекучем адронном ядре нейтронной звезды. Вне адронного ядра магнитное поле имеет дипольный характер с магнитным моментом порядка 10^{30} Гс см^3.

1. *Введение.* В моделях нейтронных звезд с жестким уравнением состояния, когда центральная плотность вещества выше ядерной, $\rho_c = 2 \cdot 10^{14}$ г/см^3, ядро нейтронной звезды в основном состоит из сверхтекучих нейтронов, сверхпроводящих протонов и нормальных электронов [1]. Радиус этого ядра порядка 10 км. Оболочка звезды состоит из полностью ионизованной плазмы, где атомный номер уменьшается с уменьшением плотности вещества. Средние размеры оболочки - порядка километра. В работе [2] было показано, что в ядре нейтронной звезды "увлечение" сверхпроводящего протонного конденсата сверхтекучим нейтронным конденсатом приводит к генерации нейтронных вихрей с определенным потоком магнитной индукции, содержащимся в обычных протонных вихрях.

Если нейтронные вихри появляются из-за вращения нейтронной звезды, то протонные вихри, как показано в работах [3,4], могут появиться из-за магнитных полей, созданных токами "увлечения" нейтронных вихрей. Среднее поле, генерируемое в нейтронном вихре, не зависит от угловой скорости звезды и полностью определяется микроскопическими параметрами сверхпроводящей протонной жидкости и коэффициентом увлечения k протонной жидкости нейтронами:

$$B = \frac{k\Phi_0}{4\pi\lambda^2}\left(\frac{\xi}{\lambda}\right)^2. \tag{1}$$

Это поле - фактически среднее поле сети протонных вихрей, появляющейся внутри нейтронного вихря. Если считать, следуя работе [5], что в ядре нейтронной звезды имеется сеть "сложных" нейтронных вихрей, то для нахождения магнитного поля внутри нейтронной звезды необходимо определить области звезды, где можно ввести понятие непрерывной плотности нейтронных вихрей. Для этого межвихревое расстояние между нейтронными вихрями должно быть гораздо меньше характеристических размеров их расположения.

Во вращающейся звезде существуют три характеристических расстояния: размеры звезды R, безвихревой зоны ΔR и нейтронного вихря b. Последние два определяются угловой скоростью звезды $\bar{\Omega}$ и средней магнитной индукцией ядра нейтронной звезды. Как показано в работе [6], вся область ядра нейтронной звезды разбивается на две части: внутренняя область, где при $b << R$ имеется развитая структура нейтронных вихрей с плотностью $n_n >> 1$ и внешняя область с размерами $\Delta R >> b$, называемая безвихревой зоной, с плотностью $n_n = 0$. Следовательно, мы должны ожидать, что в среднем магнитная индукция в вихревой зоне должна быть постоянной и равной $\bar{B}$, а в безвихревой зоне магнитное поле должно отсутствовать из-за блокирования распространения средней магнитной индукции внутрь этой зоны мейсснеровскими токами сверхтекучих протонов. Чтобы подтвердить этот результат, необходимо найти распределение магнитного поля внутри ядра нейтронной звезды как в вихревой, так и в безвихревой зонах.

Целью настоящей работы является решение уравнения Гинзбурга-Ландау, написанного для сверхтекучей протонной жидкости, определение распределения магнитного поля в вышеуказанных зонах с учетом реальной формы ядра нейтронной звезды, то есть ее сферичности.

2. *Уравнение Гинзбурга-Ландау для ядра нейтронной звезды.* Уравнение Гинзбурга-Ландау для сверхтекучих протонов в ядре нейтронной звезды имеет следующий вид [7]:

$$\mathrm{rotrot}\,\vec{A} + \frac{1}{\lambda^2}\vec{A} = \frac{4\pi e}{c}\frac{i\hbar}{m}\left(\Psi\nabla\Psi^* - \Psi^*\nabla\Psi\right), \tag{2}$$

где e и m - соответственно заряд и масса куперовской пары протонов, а

$$\Psi = \Psi_0\, e^{i\phi} \quad \text{и} \quad \lambda = \left(\frac{mc^2}{4\pi e^2 n_s}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{3}$$

есть параметр порядка и лондоновская глубина проникновения магнитного поля в сверхпроводящий протонный конденсат. Плотность протонного конденсата $n_s = |\Psi_0|^2$, а ϕ - фаза параметра порядка. Подставляя (3) в (2), получим:

$$\mathrm{rotrot}\,\vec{A} + \frac{1}{\lambda^2}\vec{A} = \vec{f}, \tag{4}$$

где

$$\vec{f} = \frac{\hbar c}{2e}\frac{1}{\lambda^2}\nabla\phi. \tag{5}$$

Циркуляция вектора $\bar{f}$ по контуру L, в котором содержится только один протонный вихрь, равна:

$$\oint_L \bar{f} d\bar{l} = \frac{\hbar c}{2e}\frac{1}{\lambda^2}\oint_L \nabla\phi\, d\bar{l} = \frac{\Phi_0}{\lambda^2}, \tag{6}$$

где $\Phi_0 = \pi\hbar c/e$ - квантовый поток магнитного поля одного протонного вихря. Учитывая (6), получаем из уравнения (4) уравнение Лондонов с правой частью для индукции магнитного поля:

$$\lambda^2 \mathrm{rotrot}\,\bar{B} + \bar{B} = \Phi_0\, n_p \bar{e}_z\,, \tag{7}$$

где n_p - плотность протонных вихрей, $\bar{e}_z$ - единичный вектор оси z. Распределение этой плотности в нейтронной звезде неоднородно. Протонные вихри в основном сконцентрированы вблизи центра нейтронного вихря на расстоянии $r \leq 0.1\,b$. Однако средняя плотность протонных вихрей и, следовательно, среднее магнитное поле внутри одного нейтронного вихря не зависят от размеров вихря и определяются формулой (1). Так как размеры ядра нейтронной звезды намного больше расстояний между нейтронными и протонными вихрями, то хорошим приближением для нахождения распределения магнитных полей будет предположение о независимости средней плотности $\bar{n}_p$ протонных вихрей от координаты, то есть $\bar{n}_p = \mathrm{const}$. Это значит, что

$$\mathrm{rot}\,\bar{f} = \Phi_0\, \bar{n}_p \bar{e}_z \quad \text{и} \quad \mathrm{rotrot}\,\bar{f} = 0\,. \tag{8}$$

Предположим, что нейтронная звезда имеет сферическую форму и направим ось z по оси вращения звезды. Ищем решение системы уравнений:

$$\mathrm{rotrot}\,\bar{A} + \frac{1}{\lambda^2}\bar{A} = \frac{1}{\lambda^2}\bar{f}, \tag{9}$$

$$\mathrm{rotrot}\,\bar{f} = 0. \tag{10}$$

в сферических координатах r, ϑ, φ. Введем вспомогательный вектор $\bar{M}$ согласно следующей формуле:

$$\mathrm{rotrot}\,\bar{A} = \bar{M}\,. \tag{11}$$

Тогда уравнение (9) с учетом (10) примет вид:

$$\mathrm{rotrot}\,\bar{M} + \frac{1}{\lambda^2}\bar{M} = 0. \tag{12}$$

Вместо решения системы уравнений (9) и (10) мы можем искать теперь решение системы уравнений (11) и (12). Учитывая, что искомые магнитные поля не зависят от координаты φ, единственным отличным от нуля компонентом вектора $\bar{M}$ будет компонент M_φ, который можно искать в виде:

$$M_\varphi(r,\vartheta) = M_\varphi(r)\sin\vartheta, \tag{13}$$

где функция $M_\varphi(r)$ удовлетворяет уравнению:

$$\frac{1}{r}\frac{d^2}{dr^2}\left(rM_\varphi(r)\right) - \left(\frac{2}{r^2} + \frac{1}{\lambda^2}\right)M_\varphi(r) = 0. \tag{14}$$

Общее решение этого уравнения, удовлетворяющее условию $M_\varphi(r) \to 0$ при $r \to 0$, запишется в следующем виде:

$$M_\varphi(r) = \frac{C}{r^2}\left(\operatorname{sh}\frac{r}{\lambda} - \frac{r}{\lambda}\operatorname{ch}\frac{r}{\lambda}\right). \tag{15}$$

Перейдем к решению уравнения (11). Легко заметить, что решение (13) для $M_\varphi(r,\vartheta)$ с учетом (15) является общим решением уравнения (11), если взять $M_\varphi(r,\vartheta) = A_\varphi(r,\vartheta)$. С другой стороны, частное решение уравнения (11) будет:

$$A_\varphi(r,\vartheta) = c_0\, r \sin\vartheta. \tag{16}$$

Следовательно, общее решение неоднородного уравнения (11) можно написать в следующем виде:

$$A_\varphi(r,\vartheta) = \left(M_\varphi(r) + c_0\, r\right)\sin\vartheta. \tag{17}$$

Если ввести среднее магнитное поле, созданное протонными вихрями $B = \Phi_0\, n_p$, то, согласно (7) и (16), постоянная c_0 будет равна $B/2$. Следовательно, окончательное выражение векторного потенциала $\vec{A}$ в вихревой зоне нейтронной звезды будет:

$$A_\varphi(r,\vartheta) = \left(M_\varphi(r) + \frac{B}{2}r\right)\sin\vartheta. \tag{18}$$

Постоянная C, входящая в выражение (15) для $M_\varphi(r)$, должна определяться из условий непрерывности компонентов магнитных полей на границе ядра нейтронной звезды.

3. *Магнитное поле в вихревой зоне нейтронной звезды.* Перейдем к расчету магнитных полей в двух зонах нейтронной звезды. Как показано в работе [6], вихревая зона занимает почти весь объем адронного ядра нейтронной звезды.

Безвихревая зона лежит вблизи экваториальной плоскости и входит в ядро нейтронной звезды на расстояние ΔR от границы этого ядра. Глубина безвихревой зоны ΔR намного меньше радиуса ядра нейтронной звезды a. Для стандартной модели нейтронной звезды с жестким уравнением состояния при $a \approx 10$ км ΔR составляет только несколько метров. Следовательно, при нахождении магнитных полей в вихревой зоне мы можем пренебречь размерами безвихревой зоны.

Итак, для нахождения полей в вихревой зоне будем считать объемом этой зоны весь объем ядра нейтронной звезды. Тогда постоянные, входящие в вышеприведенное решение, должны определяться из условия непрерывности компонентов магнитного поля на поверхности ядра нейтронной звезды, то есть при $r = a$.

Чтобы написать эти условия, сначала найдем магнитное поле в вихревой зоне. Компоненты магнитного поля выражаются через векторный потенциал следующим образом:

$$B_r = \frac{1}{r\sin\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\left(A_\varphi \sin\vartheta\right), \tag{19}$$

$$B_\vartheta = -\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(A_\varphi r\right). \tag{20}$$

Подставляя $A_\varphi(r,\vartheta)$ из уравнения (18) в (19) и (20), получим:

$$\begin{aligned} B_r^i &= \left(\frac{2\,M_\varphi(r)}{r} + B\right)\cos\vartheta, \\ B_\vartheta^i &= -\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rM_\varphi(r)\right) + B\right)\sin\vartheta. \end{aligned} \tag{21}$$

Подставляя выражение $M_\varphi(r)$ из (15) в (21), окончательно имеем:

$$\begin{aligned} B_r^i &= \left\{\frac{2C}{r^3}\left[\operatorname{sh}\frac{r}{\lambda} - \frac{r}{\lambda}\operatorname{ch}\frac{r}{\lambda}\right] + B\right\}\cos\vartheta, \\ B_\vartheta^i &= -\left\{\frac{C}{r\lambda^2}\left[\operatorname{sh}\frac{r}{\lambda} - \frac{\lambda^2}{r^2}\left(\operatorname{sh}\frac{r}{\lambda} - \frac{r}{\lambda}\operatorname{ch}\frac{r}{\lambda}\right)\right] + B\right\}\sin\vartheta, \end{aligned} \tag{22}$$

Магнитное поле снаружи ядра нейтронной звезды дипольное и его компоненты имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} B_r^e &= \frac{2\,\mathrm{M}}{r^3}\cos\vartheta, \\ B_\vartheta^e &= \frac{\mathrm{M}}{r^3}\sin\vartheta, \end{aligned} \tag{23}$$

где M - полный магнитный момент нейтронной звезды. Условие непрерывности компонентов магнитных полей при $r = a$ определяет постоянные C и M, входящие в формулы (22) и (23), следующим образом:

$$\begin{aligned} C &= -\frac{3a\lambda^2}{2\operatorname{sh}(\lambda/a)}, \\ M &= \frac{Ba^3}{2}\left[1 + 3\frac{\lambda}{a}\operatorname{cth}\frac{a}{\lambda} - 3\left(\frac{\lambda}{a}\right)^2\right]. \end{aligned} \tag{24}$$

Подставляя (24) в (22), получаем следующие окончательные выражения компонентов магнитного поля в вихревой зоне:

$$\begin{aligned} B_r^i &= B\left\{1 - 3\left(\frac{a}{r}\right)\left(\frac{\lambda}{r}\right)^2\frac{\operatorname{sh}(r/\lambda) - (r/\lambda)\operatorname{ch}(r/\lambda)}{\operatorname{sh}(a/\lambda)}\right\}\cos\vartheta, \\ B_\vartheta^i &= -B\left\{1 - \frac{3}{2}\left(\frac{a}{r}\right)\frac{\operatorname{sh}(r/\lambda) - (\lambda/r)^2\left[\operatorname{sh}(r/\lambda) - (r/\lambda)\operatorname{ch}(r/\lambda)\right]}{\operatorname{sh}(a/\lambda)}\right\}\sin\vartheta, \end{aligned} \tag{25}$$

Поле во внешнем пространстве описывается формулами (23), а полный магнитный момент звезды M задается формулой (24).

Для реальных моделей нейтронных звезд $a \approx 10$ км, $\lambda \approx 10^{-10}$ см, следовательно λ/a намного меньше единицы. Как видно из полученных решений, в приближении $\lambda/a \to 0$ магнитное поле внутри вихревой зоны постоянно, направлено по оси вращения звезды z и равно B. Это согласуется с тем, что полный магнитный момент звезды в этом приближении (см.

формулу (24)) $M = Ba^3/2 = (3B/8\pi)V$, где V - объем вихревой зоны нейтронной звезды, а $3B/8\pi$ - вектор магнитной поляризации.

4. *Магнитное поле в безвихревой зоне.* Как уже отмечалось выше, безвихревая зона находится вблизи экваториальной плоскости и в достаточно хорошем приближении представляет из себя пространство между двумя цилиндрами, где радиус внешнего цилиндра a и длина цилиндра $l = \sqrt{a\Delta R}$, $\Delta R = a - R_i$.

Здесь R_i - радиус внутреннего цилиндра [6]. Угол, под которым видна безвихревая зона с центра звезды, порядка:

$$\Delta\vartheta \approx l/a = \sqrt{\Delta R/a} \approx 10^{-3}. \qquad (26)$$

Следовательно, в области безвихревой зоны $\vartheta = \pi/2$. Согласно решениям (22) и (23) отличным от нуля компонентом магнитного поля будет B_ϑ, который на внутренней границе безвихревой зоны $r = R_i$ равен $B_\vartheta^i = -B$, а на внешней границе этой зоны $r = a$ равен $B_\vartheta^e = B/2$. Следовательно, магнитное поле в безвихревой зоне перпендикулярно экваториальной плоскости звезды и имеет разные значения и противоположные направления на границах этой зоны. Эти значения магнитного поля должны являться граничными условиями при нахождении распределения магнитного поля в безвихревой зоне. Из вышесказанного вытекает, что распределение магнитного поля в этой зоне имеет цилиндрическую симметрию. Тогда общее решение уравнения (2) без правой части имеет вид:

$$A_\varphi(r) = A_1 I_1\left(\frac{r}{\lambda}\right) + A_2 K_1\left(\frac{r}{\lambda}\right), \qquad (27)$$

где I_1 и K_1 - функции Бесселя мнимого аргумента первого порядка, которые являются двумя независимыми решениями уравнения:

$$\frac{d^2 A_\varphi}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dA_\varphi}{dr} - \left(\frac{1}{r^2} + \frac{1}{\lambda^2}\right)A_\varphi = 0. \qquad (28)$$

Отличный от нуля компонент магнитного поля B_z определяется следующим образом:

$$B_z = \frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(rA_\varphi(r)\right). \qquad (29)$$

Подставляя (27) в (29), получаем:

$$B_z = A_1 I_0\left(\frac{r}{\lambda}\right) + A_2 K_0\left(\frac{r}{\lambda}\right), \qquad (30)$$

где I_0 и K_0 - функции Бесселя нулевого порядка. Постоянные A_1 и A_2 определяются из условий непрерывности компоненты магнитного поля на внутренней и внешней границах безвихревой зоны:

$$\begin{aligned} A_1 I_0\left(\frac{R_i}{\lambda}\right) + A_2 K_0\left(\frac{R_i}{\lambda}\right) &= -B, \\ A_1 I_0\left(\frac{a}{\lambda}\right) + A_2 K_0\left(\frac{a}{\lambda}\right) &= \frac{B}{2}. \end{aligned} \qquad (31)$$

Выражая A_1 и A_2 через B и подставляя в решение (30), окончательно получаем следующее выражение магнитного поля в безвихревой зоне:

$$B_z = -\frac{BD_1}{2\Delta} I_0\left(\frac{r}{\lambda}\right) + \frac{BD_2}{2\Delta} K_0\left(\frac{r}{\lambda}\right), \tag{32}$$

где коэффициенты D_1, D_2 и Δ выражаются через функции Бесселя следующим образом:

$$\begin{aligned} D_1 &= 2\,K_0\left(\frac{a}{\lambda}\right) + K_0\left(\frac{R_l}{\lambda}\right), \\ D_2 &= 2\,I_0\left(\frac{a}{\lambda}\right) + I_0\left(\frac{R_l}{\lambda}\right), \\ \Delta &= I_0\left(\frac{R_l}{\lambda}\right) K_0\left(\frac{a}{\lambda}\right) - I_0\left(\frac{a}{\lambda}\right) K_0\left(\frac{R_l}{\lambda}\right), \end{aligned} \tag{33}$$

Если учесть, что a, R_l и ΔR намного больше λ, то в этом приближении магнитное поле имеет более простой вид:

$$B_z = -B\exp\left(-\frac{r-R_l}{\lambda}\right) + \frac{B}{2}\exp\left(-\frac{a-r}{\lambda}\right). \tag{34}$$

Как видно из этого решения, при углублении в безвихревую зону, как с внутренней, так и с внешней границы, значение магнитного поля экспоненциально уменьшается и стремится к нулю. Поле отлично от нуля только на расстоянии порядка λ от границ безвихревой зоны, а λ, как уже отмечалось выше, ничтожно мало по сравнению с толщиной ΔR этой зоны. Таким образом, магнитное поле в основной части безвихревой зоны отсутствует.

5. *Заключение.* Таким образом, магнитное поле внутри адронного ядра нейтронной звезды имеет неоднородное распределение. Если в вихревой зоне среднее поле однородно, то в безвихревой зоне оно отсутствует. Поле вне адронного ядра имеет дипольный характер с моментом порядка 10^{30} Гс см^3. На границах безвихревой зоны магнитное поле экспоненциально уменьшается при углублении внутрь этой зоны. Характерная длина проникновения поля в безвихревую зону порядка лондоновской глубины проникновения λ, которая на много порядков меньше размеров безвихревой зоны.

Существование безвихревой зоны с равным нулю магнитным полем коренным образом меняет прежние представления о распределении магнитного поля в сверхтекучем адронном ядре нейтронной звезды. В частности, наличие безвихревой зоны с макроскопическими размерами будет играть существенную роль при расчетах интенсивности выделения магнитной энергии при аннигиляции протонных вихрей вблизи внешней границы этой зоны, обусловленной замедлением вращения нейтронной звезды.

Авторы выражают благодарность фонду FAR/ANSEF за финансовую поддержку грантом ANSEF №PS51-01. Работа была завершена, когда один из авторов - Д.М.Седракян находился в Парижском институте астрофизики в рамках программы "Jumelage France - Armenia" of CNRS. Д.М.Седракян благодарит МНТЦ за поддержку грантом А-353.

Ереванский государственный университет,
Армения, e-mail: dsedrak@www.physdep.r.am

THE MAGNETIC FIELD STRUCTURE OF THE NEUTRON STAR

D.M.SEDRAKIAN, K.M.SHAHABASYAN

In this paper we have investigated the magnetic field distribution in the spherical superfluid hadronic core of rotating neutron star, which consists of vortex region and vortex free region. The inhomogeneous magnetic field has been generated in the vortex region of the neutron star by the "entrainment" of superconducting protons by rotating superfluid neutrons. The mean value of this field is constant and directed parallel to the axis of rotation of star. It is shown, that there exists at the star surface near the equatorial plane a vortex free region of macroscopic dimensions, in which the magnetic field is absent. The magnetic field near the borders of vortex free region is decreasing exponentially inside this region. This result changes fundamentally our previous knowledge about magnetic field distribution in the superfluid hadronic core of the neutron star. The magnetic field outside hadronic core has dipole character with a dipole moment of the order of $10^{30}\,\mathrm{Gs\,cm^3}$.

Key words: *stars:neutron - stars:magnetic field.*

ЛИТЕРАТУРА

1. *Д.М.Седракян, К.М.Шахабасян*, Успехи физ. наук, **161**, №7, 3, 1991.
2. *Д.М.Седракян, К.М.Шахабасян*, Астрофизика, **16**, 727, 1980.
3. *Д.М.Седракян*, Астрофизика, **19**, 135, 1982.
4. *Д.М.Седракян, К.М.Шахабасян, А.Г.Мовсисян*, Астрофизика, **19**, 303, 1983.
5. *Д.М.Седракян, К.М.Шахабасян, А.Г.Мовсисян*, Астрофизика, **21**, 547, 1984.
6. *Д.М.Седракян*, Астрофизика, **43**, 377, 2000.
7. *Д.М.Седракян, К.М.Шахабасян*, Докл. АН Арм. ССР, **70**, №1, 28, 1980.