АСТРОФИЗИКА

TOM 45

ФЕВРАЛЬ, 2002

ВЫПУСК 1

УДК: 524.3-78

ТРАНСФОРМАЦИЯ И РАССЕЯНИЕ ВОЛН НА НЕПОДВИЖНЫХ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦАХ В МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЕ. І

Г.Б.НЕРСИСЯН¹, Д.М.СЕДРАКЯН¹, Г.Г.МАТЕВОСЯН¹ Поступила 25 июля 2001

Рассмотрено рассеяние и трансформация собственных волн магнитоактивной плазмы на тяжелой заряженной частице, находящейся на плоской границе плазма-вакуум. Исследовано угловое распределение и сечение расссяния (трансформации) высокочастотных обыкновенных и необыкновенных волн.

1. Введение. Как было показано в работе [1], рассмотрение распространения низкочастотных волн в магнитоактивной плазме имеет важное значение при обсуждении предложенного в ней механизма радиоизлучения пульсаров.

Другим важным механизмом излучения нейтронных звезд может быть рассеяние или трансформация собственных волн плазмы, генерируемых вблизи поверхности звезды, в электромагнитное излучение в вакууме. Трансформация происходит из-за нелинейного взаимодействия поля падающей волны с неоднородностями поверхности звезды. Заметим, что в условиях нейтронных звезд спектр рассеянных высокочастотных (электронных) собственных мод сильно замагниченной плазмы попадает в рентгеновскую область, в то время как вследствие трансформации низкочастотных (ионных) волн на поверхности звезды может возникнуть низкочастотное радиоизлучение (см., например [2]).

Данная работа состоит из двух частей. На базе уравнений нелинейной электродинамики рассмотрено рассеяние и трансформация собственных волн плазмы на заряженной частице, покоящейся на плоской границе плазмы при наличии внешнего магнитного поля. Рассмотрен случай, когда падающая волна движется поперек внешнего магнитного поля. В приближении холодной плазмы получены общие выражения для углового распределения и полного сечения рассеянных и трансформированных волн, которые в настоящей работе конкретизированы для высокочастотных обыкновенных и необыкновенных волн, а в следующей работе - верхнегибридных, нижнегибридных и магнитозвуковых волн.

2. Основные соотношения. Как известно, основная задача при вычислении сечений рассеяния и коэффициентов трансформации волн на заряженных частицах, движущихся в плазме, сводится к нахождению тока, обусловленного нелинейным взаимодействием поля падающей волны с полем пробной частицы в плазме. Этим и определяется поле рассеянных (трансформированных) волн.

Рассмотрим плазму, в которой распространяется монохроматическая волна $\mathbf{E}^{(0)}(\mathbf{r},t) = \mathcal{E}_0 \exp(i \mathbf{k}_0 \mathbf{r} - i \omega_0 t) + \kappa.c.$ (\mathcal{E}_0 - комплексная амплитуда) и покоится заряженная частица, имеющая заряд Ze (-e - заряд электрона). Амплитуда магнитного поля падающей волны определяется уравнением Максвелла и имеет следующий вид: $\mathcal{B}_0 = (c/\omega_0)[\mathbf{k}_0 \times \mathcal{E}_0]$. В линейном приближении цоле волны и поле, создаваемое частицей $\delta \mathbf{E}(\mathbf{r})$ независимы, и компонента Фурье-разложения полного электрического поля в плазме по координатам и времени равна:

$$\mathbf{E}^{(1)}(\mathbf{k},\omega) = \mathcal{L}_0\delta(\mathbf{k}-\mathbf{k}_0)\delta(\omega-\omega_0) + \mathcal{L}_0\delta(\mathbf{k}+\mathbf{k}_0)\delta(\omega+\omega_0) + \delta\mathbf{E}(\mathbf{k})\delta(\omega).$$
(1)

Амплитуда и частота падающей волны, при заданных значениях волнового вектора, определяются уравнениями $M_{ij}(\mathbf{k}_0, \omega_0)\mathcal{L}_{0\,j} = 0$ и $\det |M_{ij}(\mathbf{k}_0, \omega_0)| = 0$ соответственно, где

$$M_{ij}(\mathbf{k},\omega) = \delta_{ij} - \frac{\omega^2}{k^2 c^2} \varepsilon_{ij}(\mathbf{k},\omega) - \frac{k_i k_j}{k^2}$$
(2)

максвелловский тензор, $\varepsilon_{ij}(\mathbf{k}, \omega)$ - диэлектрическая проницаемость магнитоактивной плазмы.

Электрическое поле неподвижного заряда выражается формулой [3]

$$\delta \mathbf{E}(\mathbf{k}) = -\frac{4\pi i Ze \, \mathbf{k}}{(2\pi)^3 \, k^2 \, \varepsilon(\mathbf{k}, 0)} \,. \tag{3}$$

Здесь $\varepsilon(\mathbf{k}, \omega) = k_i k_j \varepsilon_{ij} (\mathbf{k}, \omega)/k^2$ - продольная диэлектрическая проницаемость плазмы. Будем считать, что частица является тяжелой и не осциллирует в поле внешней волны. Рассеяние же возникает из-за осцилляций окружающего частицу поляризационного облака.

Для нахождения поля рассеянной (трансформированной) волны в уравнениях Максвелла перейдем ко второму приближению. В результате, для электрического поля в среде во втором приближении, $E_j^{(2)}(\mathbf{k}, \omega)$, получим следующее уравнение:

$$M_{ij}(\mathbf{k},\omega)E_{j}^{(2)}(\mathbf{k},\omega) = \frac{4\pi i \omega}{k^{2} c^{2}}J_{i}(\mathbf{k},\omega), \qquad (4)$$

где

$$V_{i}(\mathbf{k},\omega) = \frac{\omega}{4\pi i} \int d\mathbf{k}' \int d\omega' \varepsilon_{ijk}(\mathbf{k},\omega;\mathbf{k}',\omega') E_{j}^{(1)}(\mathbf{k}'',\omega'') E_{k}^{(1)}(\mathbf{k}',\omega')$$
(5)

нелинейный ток, связанный с нелинейной трехиндексной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_{ijk}(\mathbf{k},\omega;\mathbf{k}',\omega')$ магнитоактивной плазмы, $\mathbf{k}'' = \mathbf{k} - \mathbf{k}'$, $\omega'' = \omega - \omega'$.

Рассеянные волны возникают из-за нелинейной связи поля волны с полем частицы. Соответствующий такой связи ток рассеяния легко получить

из выражений (1) и (5), если в полученном выражении для тока пренебречь слагаемыми, пропорциональными $\mathcal{L}_{0j}\mathcal{L}_{0k}$ и $\delta \mathbf{E}_j(\mathbf{k}'')\delta \mathbf{E}_k(\mathbf{k}')$, которые во втором приближении по теории возмущений определяют поле падающей волны и неподвижной частицы. Таким образом, полный ток, возбуждающий рассеянные волны, определяется выражением

$$J_{i}^{(s)}(\mathbf{k},\omega) = \frac{\omega}{4\pi i} \Big[S_{ijl}(\mathbf{k},\omega_{0};\mathbf{k}_{0},\omega_{0}) \delta E_{j}(\mathbf{k}-\mathbf{k}_{0}) \mathcal{E}_{0l}\delta(\omega-\omega_{0}) + S_{ijl}(\mathbf{k},-\omega_{0};-\mathbf{k}_{0},-\omega_{0}) \delta E_{j}(\mathbf{k}+\mathbf{k}_{0}) \mathcal{E}_{0l}^{\bullet}\delta(\omega+\omega_{0}) \Big],$$
(6)

где тензор S, характеризует нелинейные свойства среды [4]:

$$S_{ijl}(\mathbf{k},\omega;\mathbf{k}',\omega') = \varepsilon_{ijl}(\mathbf{k},\omega;\mathbf{k}',\omega') + \varepsilon_{ilj}(\mathbf{k},\omega;\mathbf{k}'',\omega'').$$
(7)

Поле рассеянной волны $E'_i(\mathbf{k}, \omega)$ находим из уравнения Максвелла (4), в котором ток рассеяния $\mathbf{J}^{(s)}(\mathbf{k}, \omega)$ определяет источник рассеяния

$$E_i'(\mathbf{k},\omega) = \frac{4\pi i \omega}{k^2 c^2} T_{ii}(\mathbf{k},\omega) J_j^{(s)}(\mathbf{k},\omega).$$
(8)

Здесь $T_{li}(\mathbf{k},\omega)$ - тензор, обратный максвелловскому $T_{li}(\mathbf{k},\omega)M_{ij}(\mathbf{k},\omega) = \delta_{ij}$.

Учитывая, что интенсивность рассеянного излучения *W* с обратным знаком, в пренебрежении затуханием рассеянной волны, равна работе, совершаемой источником рассеиваемого излучения в единицу времени, получим:

$$W_{s} = -\frac{2iZ^{2}e^{2}\omega_{0}^{3}|\mathcal{L}_{0}|^{2}}{(2\pi)^{2}c^{2}}\int \frac{d^{\prime}\mathbf{k}}{k^{2}}\frac{A_{i}(\mathbf{k})A_{j}^{\prime}(\mathbf{k})}{(\mathbf{k}-\mathbf{k}_{0})^{4}|\epsilon(\mathbf{k}-\mathbf{k}_{0},0)|^{2}}\operatorname{Im}[T_{jj}(\mathbf{k},\omega_{0})-T_{ij}^{*}(\mathbf{k},\omega_{0})], (9)$$

где $A_i(\mathbf{k}) = S_{isl}(\mathbf{k}, \omega_0; \mathbf{k}_0, \omega_0)(k_s - k_{0s})e_l$, $\mathbf{e} = \mathcal{L}_0/|\mathcal{L}_0|$ - комплексный единичный вектор вдоль направления поляризации падающей волны. Как и следовало ожидать, из полученного выражения (9) видно, что рассеяние (трансформация) на неподвижном заряде происходит без изменения частоты ($\omega' = \omega_0$).

Полное сечение рассеяния σ есть отношение интенсивности рассеянного излучения W_{κ} к потоку энергии в падающей волне $\mathbf{S} = \left(c \left| \mathcal{E}_0 \right|^2 / 2\pi \right) \mathbf{S}_0$, где

$$\mathbf{S}_{0} = \frac{\mathbf{v}_{s}}{2\omega_{0} c} \frac{\partial}{\partial \omega_{0}} \left[\omega_{0}^{2} e_{i} e_{j}^{*} \varepsilon_{ij}^{(\mathrm{H})}(\mathbf{k}_{0}, \omega_{0}) \right].$$
(10)

Здесь $\varepsilon_{ij}^{(H)}(\mathbf{k}, \omega)$ - эрмитовская часть диэлектрической проницаемости, $\mathbf{v}_{g} = \partial \omega_{0} / \partial \mathbf{k}_{0}$ -групповая скорость волны.

Считая групповые скорости падающей и рассеянной волн значительно большими тепловой скорости электронов, будем пользоваться приближением холодной плазмы. В рамках этого приближения выражение для линейной диэлектрической проницаемости запишем в следующем виде [2,4]:

$$_{ij}(\omega) = \varepsilon_1(\omega)\delta_{ij} - \varepsilon_2(\omega)b_ib_j + i\varepsilon_3(\omega)e_{ijl}b_l , \qquad (11)$$

где **b** - единичный вектор в направлении внешнего магнитного поля, е_щ - полностью антисимметричный единичный тензор,

$$\varepsilon_1(\omega) = 1 + \sum_a \frac{\omega_{pa}}{\omega} g_a(\omega), \quad \varepsilon_2(\omega) = \sum_a \frac{\omega_{pa}}{\omega} h_a(\omega), \quad \varepsilon_3(\omega) = \sum_a \frac{\omega_{pa}}{\omega} l_a(\omega), \quad (12)$$

$$g_{a}(\omega) = \frac{\omega_{pa}(\omega + i\nu)}{\omega_{ca}^{2} - (\omega + i\nu)^{2}}, \ h_{a}(\omega) = \frac{\omega_{ca}^{2}\omega_{pa}}{(\omega + i\nu)\left[\omega_{ca}^{2} - (\omega + i\nu)^{2}\right]}, \ l_{a}(\omega) = \frac{\omega_{ca}\omega_{pa}}{\omega_{ca}^{2} - (\omega + i\nu)^{2}} \cdot (13)$$

В формулах (12) и (13) суммирование ведется по всем сортам частиц плазмы, ω_{pa} и $\omega_{ca} = e_a B_0/m_a c$ – плазменная и циклотронная частоты частиц сорта *a*, *v* – эффективная частота электрон-ионных столкновений.

Из выражений (10) и (11) для вектора S₀ получим:

$$\mathbf{S}_{0} = \frac{\mathbf{v}_{g}}{2\omega_{0} c} \frac{\partial}{\partial \omega_{0}} Re\left\{\omega_{0}^{2} \left[\varepsilon_{1}(\omega_{0}) - \mathbf{i} \mathbf{b} \mathbf{e}\right]^{2} \varepsilon_{2}(\omega_{0}) + i\varepsilon_{3}(\omega_{0}) \left(\mathbf{e}[\mathbf{e} \times \mathbf{b}]\right)\right\}\right\}.$$
(14)

Выражение для тензора S_{ip} в приближении холодной плазмы и при отсутствии столкновений частиц получено в работе [4]. С учетом столкновений выражение для тензора S_{ip} принимает вид:

$$S_{ipl}(\mathbf{k},\omega;\mathbf{k}',\omega') = \sum_{a} \frac{ie_{a}}{m_{a}} \frac{1}{\omega\omega'\omega'} \left[\omega\Gamma_{il}^{(a)}(\omega)\Gamma_{\alpha p}^{(a)}(\omega'')k_{\alpha}' + \omega\Gamma_{ip}^{(a)}(\omega)\Gamma_{\alpha l}^{(a)}(\omega')k_{\alpha}'' - (15) \right]$$

$$-\omega'\Gamma_{ij}^{(a)}(\omega)\Gamma_{pl}^{(a)}(\omega')k_j''-\omega''\Gamma_{ij}^{(a)}(\omega)\Gamma_{lp}^{(a)}(\omega'')k_j'-\omega''\Gamma_{ip}^{(a)}(\omega'')\Gamma_{sl}^{(a)}(\omega')k_s-\omega'\Gamma_{ll}^{(a)}(\omega')\Gamma_{sp}^{(a)}(\omega'')k_s\Big],$$

где $\Gamma_{ij}^{(a)}(\omega) = -g_a(\omega)\delta_{ij} + h_a(\omega)b_ib_j - il_a(\omega)e_{ijl}b_l$. Заметим, что при $\omega'' = 0$ ($\omega = \omega'$) тензор S_{ipl} имеет сингулярность, обусловленную принятой нами моделью холодной плазмы. В процессе рассеяния, при учете теплового движения, величина изменения частоты порядка $\sim k v_{Te} = (v_{Te}/c)\omega_0$, где v_{Te} - тепловая скорость электронов. Введем обрезающий параметр *T*, который связан с изменением частоты ω'' соотношением $\omega'' = 1/T$. Очевидно, что при $\omega = \omega'$, $\omega_0 T \sim c/v_{Te}$.

Рассмотрим случай, когда заряженная частица покоится на плоской границе плазмы и вакуума. Рассмотрим излучение, выходящее из плазмы в вакуум вследствие рассеяния (трансформации) собственных волн магнитоактивной плазмы на этой покоящейся частице. Более корректная постановка задачи (граничная задача) требует, чтобы учитывались также возникающие рассеянные поверхностные волны. Однако при удалении от границы их интенсивность экспоненциально убывает. Здесь будем интересоваться только рассеянными объемными волнами и влиянием границы плазмы пренебрежем.

Рассмотрим выражение (9) для интенсивности рассеянного излучения в вакууме. В этом случае, в выражении (9) $\varepsilon_{ij}(\mathbf{k},\omega) \rightarrow \delta_{ij} + i0$, где δ_{ij} единичный тензор. Для тензора T_{ij} в этом же предельном переходе получим:

$$T_{ji}(\mathbf{k},\omega_{0}) - T_{ij}^{*}(\mathbf{k},\omega_{0}) = 2\pi i \frac{\omega_{0}^{2}}{c^{2}} \left(\delta_{ij} - n_{i}n_{j} \right) \delta \left(k^{2} - \frac{\omega_{0}^{2}}{c^{2}} \right), \quad (16)$$

где n - единичный вектор в направлении волнового вектора k рассеянных волн. Таким образом, из формулы (16) следует, что процесс рассеяния происходит без изменения частоты, а длина волны отличается от длины

трансформация и рассеяние волн. І

падающих волн ($k/k_0 = \omega_0/k_0c = \eta$), вследствие отличия между фазовыми скоростями собственных плазменных волн и скоростью света в вакууме.

Используя соотношения (9), (15), (16) и $\varepsilon(\mathbf{k},0) = 1 + (k \lambda_D)^{-2}$, где λ_D - дебаевский радиус плазмы, в результате несложных, но громоздких преобразований для полной интенсивности рассеяния получим окончательное выражение:

$$W_{\rm s} = \int I(\mathbf{n}, \mathbf{n}_0) d\,\Omega\,,\tag{17}$$

где $d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi$, $\cos\theta = \mathbf{n} \cdot \mathbf{n}_0$, θ - угол рассеяния, \mathbf{n}_0 - единичный вектор в направлении волнового вектора падающей волны \mathbf{k}_0 , $I(\mathbf{n}, \mathbf{n}_0)$ - угловое распределение рассеянного излучения

$$I(\mathbf{n}, \mathbf{n}_{0}) = \frac{I_{0}Z^{2}(\omega_{0} T)^{2}\Im(\mathbf{n}, \mathbf{n}_{0})}{\left[\eta^{2} + 1 + \lambda^{2}/\lambda_{D}^{2} - 2\eta(\mathbf{n}\mathbf{n}_{0})\right]^{2}},$$
(18)

$$\Im(\mathbf{n},\mathbf{n}_{0}) = \sum_{a;b} \mu_{a} \mu_{b} \Psi^{(a)}(\mathbf{n},\mathbf{n}_{0}) \Psi^{(b)}(\mathbf{n},\mathbf{n}_{0}) \Phi_{ab}(\omega_{0},\mathbf{n},\mathbf{n}_{0}), \qquad (19)$$

$$\Psi^{(a)}(\mathbf{n},\mathbf{n}_0) = G_a(\eta \mathbf{n} - \mathbf{n}_0)^2 + H_a[\eta(\mathbf{n}\mathbf{b}) - (\mathbf{n}_0\mathbf{b})]^2, \qquad (20)$$

$$\Phi_{ab}(\omega, \mathbf{n}, \mathbf{n}_{0}) = g_{a}(\omega)g_{b}^{*}(\omega)[\mathbf{l} - |\mathbf{ne}|^{2}] + l_{a}(\omega)l_{b}^{*}(\omega)[[\mathbf{e} \times \mathbf{b}]]^{2} - |\mathbf{n}[\mathbf{e} \times \mathbf{b}]|^{2} + g_{a}(\omega)h_{b}^{*}(\omega)(\mathbf{nb})(\mathbf{ne})(\mathbf{eb})^{*} + g_{b}^{*}(\omega)h_{a}(\omega)(\mathbf{nb})(\mathbf{eb})(\mathbf{ne})^{*} + i(\mathbf{ne})(\mathbf{n}[\mathbf{e} \times \mathbf{b}]]g_{a}(\omega)l_{b}^{*}(\omega) - i(\mathbf{ne})^{*}(\mathbf{n}[\mathbf{e} \times \mathbf{b}]]l_{a}(\omega)g_{b}^{*}(\omega) + \{h_{a}(\omega)h_{b}^{*}(\omega)[\mathbf{l} - (\mathbf{nb})^{2}] - g_{a}(\omega)h_{b}^{*}(\omega) - h_{a}(\omega)g_{b}^{*}(\omega)]e\mathbf{b}|^{2} + ie[\mathbf{b} \times \mathbf{e}^{*}][l_{a}(\omega)g_{b}^{*}(\omega) + g_{a}(\omega)l_{b}^{*}(\omega)] + (\mathbf{nb})^{*}(\mathbf{n}[\mathbf{e} \times \mathbf{b}]]h_{a}(\omega)l_{b}^{*}(\omega)].$$

$$(21)$$

В выражениях (18)-(21) введены обозначения: $\lambda = 1/k_0$ - длина падающей волны, $G_a = -ig_a(0)$, $H_a = ih_a(0)$, $\mu_a = me_a/em_a$, $I_0 = (c|\mathcal{E}_0|^2/2\pi)(e^2/mc^2)^2$.

Ниже рассмотрим взаимодействие падающей волны только с электронной компонентой плазмы и индексы *a* во всех выражениях (19)-(21) будем опускать, подразумевая, что величины $g(\omega)$, $h(\omega)$, $l(\omega)$, G и H относятся к электронам. Ионная компонента плазмы учитывается в следующей работе, при рассмотрении дисперсии низкочастотных волн ($\omega_0 \sim \omega_{ci}, \omega_{pi}$). Далее, общие выражения (18)-(21) рассмотрим в двух частных случаях в предположении, что падающая волна распространяется перпендикулярно магнитному полю **B**. Будем считать также, что падающая волна распространяется перпендикулярно будет рассмотрено выберем параллельно границе раздела). Ниже, отдельно будет рассмотрено рассеяние (трансформация) высокочастотных обыкновенных и необыкновенных волн на неподвижной заряженной частице.

3. Рассеяние обыкновенных волн. Рассмотрим сначала рассеяние обыкновенных волн на неподвижной заряженной частице. Хорошо известно [2], что обыкновенная волна является линейно поляризованной поперечной

 $(\mathbf{E}_0 \perp \mathbf{k}_0, \text{ где } \mathbf{E}_0 = 2\mathcal{L}_0)$ электромагнитной волной, распространяющейся поперек магнитного поля. Вектор поляризации этой волны параллелен внешнему магнитному полю $\mathbf{E}_0 || \mathbf{B}$, а частота с волновым вектором связана обычным уравнением дисперсии для поперечных электромагнитных волн $\omega_0^2 = \omega_p^2 + k_0^2 c^2$, распространяющихся в плазме. Амплитуда магнитного поля падающей волны определяется соотношением $\mathbf{B}_0 = (c/\omega_0)[\mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_0]$.

Введем сферическую систему координат с полярной осью z в направлении вектора \mathbf{k}_0 и осью y в направлении векторов \mathbf{E}_0 и **В** (рис.1). Угол φ отсчитывается от направления оси x. Тогда при учете закона дисперсии для



Рис.1. Схема, иллюстрирующая рассеяние обыкновенной волны на неподвижной заряженной частице, находящейся на плоской границе раздела плазмы и вакуума. Волна авижется перпендикулярно к поверхности плазмы в сторону ее границы. Магнитное поле параллельно границе раздела и направлено вдоль вектора поляризации падающей волны.

падающей волны и пренебрежении ионной компонентой плазмы из формулы (18) получим:

$$I(\theta, \varphi) = I_0 \frac{Z^2(\omega_0 T)^2 \Psi^2(\theta, \varphi) \Phi(\omega_0, \theta, \varphi)}{\left(\eta^2 + 1 + \lambda^2 / \lambda_D^2 - 2\eta \cos \theta\right)^2},$$
(22)

где

$$\Psi(\theta, \varphi) = G(\eta^2 + 1 - 2\eta \cos\theta) + H \eta^2 \sin^2\theta \sin^2\varphi , \qquad (23)$$

$$\Phi(\omega,\theta,\varphi) = \frac{\omega_{\rho e}^2}{\omega^2 + v^2} \left(1 - \sin^2\theta \sin^2\varphi\right), \qquad (24)$$

 $η^2 = 1 + λ^2/λ_p^2$, $λ_p = c/ω_{pe}$, угол θ изменяется в пределах $0 \le θ \le \pi/2$. В формуле (24) частоту столкновений ν можно опустить, поскольку $ν << ω_0$ при любых значениях k_0 .

Волновой вектор рассеянной волны легко определить, приравнивая нулю аргумент дельта-функции в формуле (16) $k = \omega_0/c > k_0$, что указывает

на рассеяние длинной обыкновенной волны в короткое электромагнитное излучение в вакууме.

Рассмотрим коротко результаты, вытекающие из выражения (22) при отсутствии магнитного поля ($H = 0, G = \omega_{pe}/\nu$). В этом случае и при $\lambda < \lambda_p$ излучение в основном сосредоточено в направлении, перпендикулярном плоскости *zy*, т.е. рассеянная волна выходит в вакуум почти параллельно границе раздела вакуум-плазма. При рассеянии же длинных волн ($\lambda > \lambda_p$) излучение равномерно сосредоточено (т.е. не зависит от угла θ) в плоскости *zz*.

В пределе длин волн, больших по сравнению с λ_p , согласно формулам (22) и (23), интенсивность рассеянного излучения не зависит от длины волны и имеет вид:

$$I(\theta,\varphi) = I_0 \frac{G^2 Z^2(\omega_{pe} T)^2}{\tau^4} \left(1 - \sin^2 \theta \sin^2 \varphi\right) \left(1 + \frac{H}{G} \sin^2 \theta \sin^2 \varphi\right)^2, \quad (25)$$

где $\tau = \lambda_p / \lambda_D >> 1$. Из выражения (25) видно, что при отсутствии магнитного поля (H=0) рассеяние происходит так же, как и на точечном заряде Ze (томсоновское рассеяние), обладающем эффективной массой $m_{\rm eff} = Zm \tau^2 / (\omega_{pe} TG)$ [3]. Таким образом, в формуле (25) слагаемое, пропорциональное величине H, определяет рассеяние длинных волн изза анизотропности плазмы.

Ниже показано, что достаточно сильное магнитное поле ($\omega_{ce} >> v$ или H >> G) может значительно изменить наблюдаемую при отсутствии внешнего магнитного поля картину рассеяния. В этом случае угловое распределение интенсивности рассеянного излучения имеет максимум, положение которого определяется соотношением

$$(\mathbf{nb})^2 = \sin^2 \Theta \sin^2 \varphi \cong \frac{2 - v^2 / \omega_{ce}^2}{3}$$
 (26)

Из выражения (26) видно, что максимум интенсивности существует только при достаточно больших значениях магнитного поля $\omega_{ce} > \sqrt{\sqrt{2}}$. В случае $\omega_{ce} < \sqrt{\sqrt{2}}$ интенсивность монотонно уменьшается, а при достаточно малых углах φ ($\sin^2 \varphi < (2 - v^2 / \omega_{ce}^2)/3$), но при $\omega_{ce} > \sqrt{\sqrt{2}}$, монотонно возрастает при увеличении угла θ . Из выражений (25), (26) видно, что значение максимальной интенсивности медленно уменьшается (примерно в 2.2 раза) при увеличении величины магнитного поля от нуля до значений $\omega_{ce} >> \omega_{pe}$. На рис.2 представлена функция $I(\theta, \varphi)$ для рассеяния длинных волн ($\lambda = 3\lambda_p$) в зависимости от θ и φ . Видно, что рассеяние в основном сосредоточено вблизи линии на плоскости θ, φ , определяемой уравнением (26). Заметим также, что этим уравнением определяются два конуса ($nb^2 = const$ с вершинами в точке O (рис.1).

С уменьшением длины падающей волны интенсивность рассеянного

излучения быстро возрастает, приблизительно как λ^{-4} (см. знаменатель выражения (22)), вплоть до значения $\lambda \sim \lambda_D$. При этом в области значений $\lambda_D < \lambda < \lambda_p$ интенсивность имеет максимум, положение которого определяется выражением (26). Следует отметить, что в этом случае сохраняются особенности углового распределения рассеянных волн, полученные в случае $\lambda > \lambda_p$.



Рис.2. Угловое распределение (нормированное на величину $10^{-3}J_c$, где $J_s = I_gZ^2(\omega_p,T)^2$) рассеянной обыкновенной волны в области больших длин волн ($\lambda = 3\lambda = 1.6$ Å). Расчеты выполнены при следующих значениях параметров: $n_0 = 10^{10}$ см⁻³, $T_s = 10$ кэВ, $T_i = 0.1$ кэВ, $B = 10^9$ кГс.

В пределе очень коротких волн ($\lambda < \lambda_D$) существенно изменяется угловое распределение рассеянных волн. Так, при условии $\omega_{ce} >> \nu$, $\sin \phi > \nu / \omega_{ce}$ выражение (22) принимает следующий вид:

$$I(\theta, \varphi) = I_0 Z^2 (\omega_{pe} T)^2 \left[\frac{H \sin^2 \theta \sin^2 \varphi}{4 \sin^2 (\theta/2) + \lambda^2 / \lambda_D^2} \right]^2 (1 - \sin^2 \theta \sin^2 \varphi).$$
(27)

В этом случае максимум интенсивности перемещается в сторону малых θ, а положение этого максимума определяется выражением:

$$\theta_{max} \cong \left(\frac{2\lambda}{\lambda_D} \frac{1}{\sqrt{1 + 2\sin^2 \varphi}}\right)^{\eta/2}.$$
 (28)

Как следует из (27) и (28), значение максимальной интенсивности быстро растет с увеличением угла φ . На рис.3 показано угловое распределение $I(\theta, \varphi)$ для рассеяния коротких волн ($\lambda \cong 0.07\lambda_D \ll \lambda_p$). Таким образом, в этом случае рассеяние происходит в основном в направлении распространения обыкновенной волны.

Полное сечение рассеяния на покоящейся частице получим из формулы

(22) после интегрирования по углам θ и φ , при этом из выражений (12)-(14) для обыкновенных волн имеем $v_g = c / \sqrt{1 + \lambda^2 / \lambda_\rho^2}$ и $S_0 \cong v_g / c$. Ввиду громоздкости общих выражений, ниже приведем выражения для полного сечения рассеяния в некоторых частных случаях.

При рассеянии очень коротких волн ($\lambda << \lambda_D$) сечение почти постоянно и имеет вид

$$\sigma(\lambda) \cong \sigma_T \frac{Z^2}{2} \left(\omega_{pe} T \right)^2 \left(a_1 G^2 + b_1 G H + c_1 H^2 \right), \tag{29}$$

где $\sigma_T = (8\pi/3)(e^2/mc^2)^2$ - томсоновское сечение, $a_1 = 1$, $b_1 = 39/64$, $c_1 = 45/256$.



Рис.3. Угловое распределение (нормированное на величину $10^4 J_a$) рассеянной обыкновенной волны в области малых длин волн ($\lambda = 10^{-3} \lambda_{\mu}$). Значения параметров совпадают со значениями, приведенными на рис.2.

При $\lambda_D < \lambda < \lambda_p$ сечение уменьшается по закону $\sigma(\lambda) \cong \sigma_T \sigma_1 (\lambda_p / \lambda)^4$, где

$$\sigma_1 = \frac{11Z^2}{20\tau^4} \left(\omega_{pe} T \right)^2 \left(a_2 G^2 + b_2 G H + c_2 H^2 \right), \quad a_2 = 1, \ b_2 = 17/44, \ c_2 = 6/77.$$
(30)

При рассеянии длинных волн $(\lambda > \lambda_p)$ сечение увеличивается пропорционально длине падающей волны $\sigma(\lambda) \cong \sigma_T \sigma_2 \lambda / \lambda_p$, где

$$\sigma_2 = \frac{Z^2}{2\tau^4} \left(\omega_{pe} T \right)^2 \left(a_3 G^2 + b_3 G H + c_3 H^2 \right), \tag{31}$$

 $a_3 = 1$, $b_3 = 2/5$, $c_3 = 3/35$. Такая зависимость сечения от длины волны объясняется тем обстоятельством, что падающая и рассеянная волны имеют различные групповые скорости, и при $\lambda > \lambda_p$ поток энергии в падающей волне $S \sim 1/\lambda$. Поэтому в области больших длин волн полное сечение не совпадает с томсоновским сечением рассеяния на точечной частице с

массой *т* как это имеет место при отсутствии границы плазмы и внешнего магнитного поля [4].

Используя выражения (30) и (31), сечение рассеяния обыкновенных волн при $\lambda > \lambda_D$ можно представить в следующем приближенном виде:

$$\sigma(\lambda) \cong \sigma_T \left[\sigma_1 \left(\frac{\lambda_p}{\lambda} \right)^4 + \sigma_2 \frac{\lambda}{\lambda_p} \right].$$
(32)

Из (32) видно, что при $\lambda_{\min} \equiv \lambda_{\rho} (4\sigma_1/\sigma_2)^{1/5}$ сечение имеет минимум, значение которого определяется по формуле $\sigma_{\min} \cong 1.25\sigma_T (4\sigma_1\sigma_2)^{1/5}$.

Зависимость сечения рассеяния от величины магнитного поля можно проследить по формулам (29)-(32). Видно, что сечение монотонно уменьшается при увеличении магнитного поля. Это уменьшение особенно значительно при $\lambda > \lambda_D$ и составляет один порядок в диапазоне изменения величины магнитного поля от нуля до значений $\beta = \omega_{ce}/\omega_{pe} > 1$. Уменьшение сечения обусловлено уменьшением поперечного (циклотронного) движения электронов плазмы при увеличении величины магнитного поля. В пределе очень сильных магнитных полей ($\beta >> 1$) плазма ведет себя как одномерная жидкость, движение которой ограничено только колебаниями вдоль силовых линий магнитного поля.

4. Трансформация высокочастотных необыкновенных волн. Рассмотрим необыкновенную волну с амплитудой $\mathcal{E}_0 = (1/2) (\mathbf{E}_0^{(1)} - i \mathbf{E}_0^{(2)})$, (где $\mathbf{E}_0^{(1)}$ и $\mathbf{E}_0^{(2)}$ -действительные амплитуды), распространяющуюся поперек магнитного поля. Известно [2], что в общем случае необыкновенная волна поляризована по эллипсу в плоскости *xy* (рис.1), т.е. $\mathcal{L}_0 \perp \mathbf{B}$. Не нарушая общность, выберем векторы $\mathbf{E}_0^{(1)}$ и $\mathbf{E}_0^{(2)}$ таким образом, что $\mathbf{E}_{0x}^{(1)} > 0$ и $\mathbf{E}_{0y}^{(1)} = \mathbf{E}_{0x}^{(1)} = \mathbf{E}_{0y}^{(2)} = 0$ (рис.1). При таком выборе амплитуда магнитного поля волны определяется соотношением $\mathcal{E}_0 = (c/2\omega_0)[\mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_0^{(1)}]$ и направлена вдоль внешнего магнитного поля.

Связь между компонентами $E_{0x}^{(1)}$ и $E_{0z}^{(2)}$ задается следующим выражением [2]:

$$\frac{E_{0x}^{(2)}}{E_{0x}^{(1)}} = \frac{\varepsilon_3(\omega_0)}{\varepsilon_1(\omega_0)} \equiv P(\omega_0), \qquad (33)$$

а связь частоты с волновым вектором задается уравнением дисперсии для необыкновенных волн [2]

$$k_0^2 = \frac{\omega_0^2}{c^2} \frac{2\varepsilon_R(\omega_0)\varepsilon_L(\omega_0)}{\varepsilon_R(\omega_0) + \varepsilon_L(\omega_0)},$$
(34)

где $\varepsilon_R(\omega) = \varepsilon_1(\omega) - \varepsilon_3(\omega)$ и $\varepsilon_L(\omega) = \varepsilon_1(\omega) + \varepsilon_3(\omega)$.

Поток энергии падающей волны и интенсивность рассеянных необыкновенных волн определяются выражениями $S = (c |\mathcal{L}_0|^2 / 2\pi) S_0$, (14) и (18)-(21) соответственно, где

$$\mathbf{S}_{0} = \frac{\mathbf{v}_{\bullet}}{2\omega_{0} c} \frac{\partial}{\partial \omega_{0}} \left\{ \omega_{0}^{2} \varepsilon_{1}(\omega_{0}) \frac{1+3 P^{2}(\omega_{0})}{1+P^{2}(\omega_{0})} \right\},$$
(35)

$$\Phi(\omega, \theta, \varphi) = q(\omega) \{1 - \sin^2 \theta \cos^2 \varphi + Q(\omega) \sin^2 \theta\}, \qquad (36)$$

$$q(\omega) = \frac{\omega_{pe}^2 \left(\omega^2 - \omega_{pe}^2\right)^2}{\omega^2 \left(\omega^2 - \omega_H^2\right)^2 + \omega_{pe}^4 \omega_{ce}^2}, \quad Q(\omega) = \frac{\omega^2 \omega_{ce}^2}{\left(\omega^2 - \omega_{pe}^2\right)^2}.$$
 (37)

Полученные формулы для $I(\theta, \phi)$ будем исследовать для высокочастотных (электронных) необыкновенных волн. В этом случае можно пренебречь ионной компонентой плазмы. Тогда два решения дисперсионного уравнения (34) имеют вид [2]

$$\omega_0^{(\pm)}(k_0) = \left(\frac{f_1(k_0) \pm \sqrt{f_1^2(k_0) - 4f_2(k_0)}}{2}\right)^{1/2},$$
(38)

где $f_1(k_0) = \omega_1^2 + \omega_2^2 + k_0^2 c^2$, $f_2(k_0) = \omega_1^2 \omega_2^2 + \omega_H^2 k_0^2 c^2$, $\omega_H^2 = \omega_{ce}^2 + \omega_{pe}^2$ верхнегибридная частота. Частоты ω_1 и ω_2 являются решениями уравнений $\varepsilon_L(-\omega_2) = \varepsilon_L(\omega_1) = 0$ и $\varepsilon_R(-\omega_1) = \varepsilon_R(\omega_2) = 0$ соответственно и при условии $\omega_{ce}\omega_{ci} << \omega_{pe}^2$ (что вполне оправдано как для лабораторных, так и астрофизических условий) имеют вид [2]

$$\omega_2 = \frac{\omega_{ce}}{2} + \sqrt{\frac{\omega_{ce}^2}{4} + \omega_{pe}^2} , \quad \omega_1 = \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_2} < \omega_2 .$$
 (39)

Ниже рассмотрим рассеяние только высокочастотной моды $\omega_0^{(+)}$. Коротко напомним (см. также выражение (38)), что для данной моды $\omega_0^{(+)}(k_0)$ монотонно возрастает от значения $\omega_0^{(+)}(k_0) = \omega_2$ при $k_0 \rightarrow 0$ до значения $\omega_0^{(+)}(k_0) = k_0 c$ при $k_0 \rightarrow \infty$. Поскольку $P(\omega_0) > 0$ (или $E_{0z}^{(2)} > 0$), в этом диапазоне частот высокочастотная волна, в общем случае, имеет правую эллиптическую поляризацию в плоскости xz (в направлении положительных y). В случае длинных волн ($k_0 \rightarrow 0$) $P(\omega_2) = 1$ волна поляризована почти по кругу, в то время как в случае коротких волн ($k_0 \rightarrow 0$) $P(\omega_0) << 1$ данная мода представляет из себя линейно поляризованную поперечную электромагнитную волну. В последнем случае отличие необыкновенной волны от обыкновенной состоит лишь в том, что вектор поляризации необыкновенной волны перпендикулярен внешнему магнитному полю.

Волновой вектор рассеянной волны определяется выражением $k = \omega_0/c$. Из (38) легко заметить, что $\omega_0/c > k_0$ во всем диапазоне длин волн падающей волны. Таким образом, как и в случае обыкновенной волны, трансформация необыкновенных волн в электромагнитное излучение в вакууме сопровождается уменьшением длины волны. Рассмотрим угловое распределение рассеянных волн в пределе малых и болыших λ . В пределе очень коротких волн ($\lambda << \lambda_D$) угловое распределение имеет максимум при значениях малых углов θ , определяемых выражением (28), в котором sin φ заменяется сос φ . При этом сохраняются все особенности, полученные для обыкновенных волн в области рассматриваемых λ . В этом же пределе сечение почти постоянно и определяется выражением (29), где $a_1 = 1$, $b_1 = 61/64$, $c_1 = 381/1280$.

В области промежуточных значений длины волны ($\lambda_D < \lambda << c \alpha/\omega_H$, где α - число порядка единицы) с увеличением λ интенсивность рассеянного излучения быстро уменьшается по закону λ^{-4} . Изменяется также угловое распределение рассеянных волн. Максимум интенсивности перемещается в сторону больших углов θ и при $\omega_{ce} >> v$, $\sin \phi > v/\omega_{ce}$ и $\cos^2 \phi > 2/3$ положение этого максимума определяется выражением $\sin^2 \theta \cos^2 \phi \approx 2/3$. Однако при дальнейшем увеличении угла ϕ ($\cos^2 \phi < 2/3$) величина $I(\theta, \phi)$ монотонно возрастает и принимает максимальное значение при $\theta \approx \phi \equiv \pi/2$ (или $\phi \approx 3\pi/2$) (см. рис.4). В этой же области длин волн сечение



Рис.4. Угловое распределение (нормированное на величину $10^2 J_{g}$) рассеянной необыкновенной волны с частотой $\omega_{g}^{(+)}$ в области промежуточных значений длины волны ($\lambda = 5\lambda_{g}$). Значения параметров совпадают со значениями, приведенными на рис.2.

рассеяния имеет вид $\sigma(\lambda) \cong \sigma_T \sigma_1 (\lambda_p / \lambda)^4$, где σ_1 определяется выражением (30) с коэффициентами $a_2 = 1$, $b_2 = 39/44$, $c_2 = 18/77$.

В пределе длин волн, больших по сравнению с *с*/ω_{се}, согласно формулам (22), (23) и (36), (37), интенсивность рассеянного излучения имеет вид:

$$I(\theta,\varphi) = I_0 Z^2(\omega_{\rho e} T)^2 \frac{f_0^8(\beta)}{2\tau^4} (1 + \sin^2\theta \sin^2\varphi) (G + H \sin^2\theta \sin^2\varphi)^2, \quad (40)$$

$$f_0(\beta) \equiv \frac{\omega_2}{\omega_{pe}} = \frac{\beta}{2} + \sqrt{1 + \frac{\beta^2}{4}} . \tag{41}$$

Из выражения (40) видно, что интенсивность рассеянного излучения монотонно возрастает при увеличении $(nb) = sin\theta sin\phi$ и рассеяние в основном происходит в направлении внешнего магнитного поля.

В пределе $\lambda >> c/\omega_{ce}$ из выражения (35) следует $S_0 = (\lambda_p/\lambda)F_1(\beta)$, где

$$F_{1}(\beta) = \frac{1}{f_{0}^{2}(\beta)\sqrt{4+\beta^{2}}} \frac{f_{0}(\beta) + \frac{3\beta}{2(1+4\beta^{2})}}{f_{0}(\beta) + \frac{3\beta}{1+4\beta^{2}}}.$$
 (42)

При этом для сечения получим выражение $\sigma(\lambda) \equiv \sigma_T \sigma_2 \lambda/\lambda_p$, где величина σ_2 определяется выражением (31) с коэффициентами $a_3 = f_0^8(\beta)/F_1(\beta)$, $b_3 = 4a_3/5$ и $c_3 = 9a_3/35$. Из полученных выражений и из (40)-(42) следует, что при $\lambda >> c/\omega_{ce}$ и $\beta >> 1$ угловое распределение и сечение рассеяния необыкновенных волн пропорциональны β^8 и $a_3 = \beta^{11}$ соответственно и значительно увеличиваются при увеличении магнитного поля. При $\lambda >> c/\omega_{ce}$ необыкновенная волна имеет правую круговую поляризацию в плоскости *xz* и при $\beta >> 1$ имеет частоту порядка $\omega_2 \sim \omega_{ce}$. Таким образом, возникает своеобразный циклотронный резонанс, который, однако, отличается от обычного тем, что падающая волна поляризована в плоскости падения и движется поперек внешнего магнитного поля [2].

Работа выполнена при финансовой поддержке Международного научнотехнического центра (проект № А-353).

Институт радиофизики и электроники НАН Армении

² Ереванский государственный университет, Армения

TRANSFORMATION AND SCATTERING OF WAVES ON CHARGED PARTICLES IN A MAGNETIZED PLASMA. I

H.B.NERSISYAN¹, D.M.SEDRAKYAN², H.H.MATEVOSYAN¹

The scattering and transformation of magnetized plasma modes on heavy charged particle located on the plane plasma boundary have been considered. The angular distribution and total cross-section for scattering (transformation) of high-frequency ordinary and extraordinary waves have been investigated.

Г.Б.НЕРСИСЯН И ДР.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Д.М.Седракян, Астрофизика, 31, 101, 1989.
- 2. Н.Кролл, А.Трайвелпис, Основы физики плазмы, Мир, М., 1975.
- 3. *Л.Д.Ландау*, *Е.М.Лифшиц*, Электродинамика сплошных сред, Наука, М., 1982.
- 4. В.В.Пустовалов, В.П.Силин, Труды ФИАН, 61, 42, 1972.