АСТРОФИЗИКА

ТОМ 44 АВГУСТ, 2001 ВЫПУСК 3

УДК: 521.14:530

ЭЙНШТЕЙНОВСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ТЕОРИИ ТЯГОТЕНИЯ ЙОРДАНА-БРАНСА ДИККЕ

Г.Г.АРУТЮНЯН, В.В.ПАПОЯН

Поступила 24 января 2001
Принята к печати 15 мая 2001

Рассматриваются различные представления теории ИБД, возникающие при конформных преобразованиях метрики. Сформулированы предложения, устанавливающие математическую эквивалентность этих представлений, что позволяет по известным точным решениям в одном из представлений генерировать новые в другом. В частности, показано, как по известным решениям в теории тяготения ИБД получать новые в ОТО и наоборот.

1. *Введение*. В эйнштейновской теории тяготения (ОТО) задать метрику означает задать "потенциалы" гравитационного поля. В тензорно-скалярных теориях тяготения (ТСТТ) для задания гравитационного поля, помимо 10 компонент метрического тензора, необходимо задать и так называемый гравитационный скаляр-потенциал скалярного поля, которое дополняет описание гравитационного поля в ТСТТ. В последние годы появилось значительное количество публикаций, так или иначе связанных с ТСТТ. Возобновление интереса к этим теориям обусловлено, по меньшей мере, тремя обстоятельствами:

1. В низкоэнергетическом пределе суперструнные теории сводятся к ТСТТ.

2. Для согласования картины космологической эволюции с наблюдательными данными необходимо принять наличие инфляционной стадии в дофридмановскую эпоху расширения Вселенной. В ОТО переход от инфляционной к следующей фазе эволюции возможен только после "тонкой подстройки" космологических параметров, в то время как наличие гравитационного скаляра в ТСТТ позволяет осуществить эту смену фаз плавно, без какой-либо подстройки.

3. В отличие от ОТО ТСТТ предсказывают гравитационное излучение монопольного (от сферических объектов) и дипольного (в двойных системах) характера, что, в связи с проектом по запуску обсерватории на лазерных интерферометрах по обнаружению гравитационных волн, позволит тестировать ТСТТ и вызвало новую волну исследований нестационарных явлений в различных теориях тяготения.

Эксперименты в пределах солнечной системы дают для отношения константы связи вещество - скалярное поле к константе связи веществометрика малую величину ($<10^{-3}$), что практически можно расценить как граничащую с отсутствием малость скалярного поля. Однако есть основания для предположения о том, что скалярное поле играло существенную роль в ранней Вселенной, и различие между предсказаниями ТСТТ и ОТО было велико, но в ходе эволюции Вселенной интенсивность этого поля уменьшилась до сегодняшнего значения. В настоящее время в пост-ньютоновском приближении влияние скалярного поля сравнительно мало, однако в сильных гравитационных полях (черные дыры, сингулярности, гравитационные волны) оно может оказаться заметным.

Наиболее физически содержательным и полно разработанным вариантом ТСТТ является теория Иордана-Бранса-Дикке (ИБД). Рассматривая трансформационные свойства метрического тензора пятимерной теории Калуцы-Клейна, Иордан обнаружил, что вопреки предположению Калуцы о постоянстве g_{55} эта компонента - типичный скаляр. Считая этот скаляр в данной пространственно-временной точке пропорциональным константе тяготения, другими словами, предположив, в реализацию гипотезы Дирака [1,2] о вариации константы гравитационного взаимодействия ("дряхлеющая гравитация"), что скаляр g_{55} заменяет эту константу, Иордану удалось сформулировать теорию тяготения [3], отличающуюся от ОТО (уместно отметить, что на сегодняшний день имеются данные о медленных на уровне 10^{-10} год$^{-1}$, вариациях гравитационной константы со временем [4,5]). Спустя несколько лет, основываясь на эвристической идее Маха о влиянии удаленных масс на происхождение инерции, Дикке и Бранс [6] сформулировали аналогичную теорию, физические предпосылки которой не совпадают с иордановскими, но полевые уравнения идентичны. В теории ИБД гравитационный скаляр $\nu(x)=g_{55}$ порождается веществом и негравитационными полями, а, точнее, подчиняется уравнению типа волнового с источником в виде следа тензора энергии-импульса вещества и негравитационных полей. Влияние скалярного поля на движение частиц проявляется не за счет непосредственного взаимодействия, а благодаря обусловленным этим полем изменениям метрического тензора. При этом, как и в ОТО, уравнения поля приводят к обращению в нуль ковариантной дивергенции тензора энергии-импульса вещества и негравитационных полей, обеспечивая тем самым согласие с требованием слабого принципа эквивалентности - пробные незаряженные, бесспиновые частицы и лучи света движутся по геодезическим.

В работе рассматриваются различные представления теории ИБД, возникающие при конформных преобразованиях метрики. Сформулированы предложения, которые устанавливают математическую эквивалентность этих представлений, что позволяет по известным точным решениям в одном из представлений генерировать новые в другом, в частности, по известным решениям в теории тяготения ИБД получать новые в ОТО и наоборот.

2. *Конформное соответствие теорий ИБД и ОТО.* Пусть в одном и том же многообразии заданы два конформно-соответствующих пространства V_4 и $\overline{V}_4$, наделенных римановой структурой

$$d\bar{s}^2 = \sigma^2(x)ds^2 = \sigma^2(x)\cdot g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu, \quad \bar{g}_{\mu\nu} = \sigma^2(x)\cdot g_{\mu\nu}, \quad \bar{g}^{\mu\nu} = \sigma^{-2}(x)\cdot g^{\mu\nu}. \quad (1)$$

Помимо известного математического содержания попытаемся придать конформным преобразованиям (1) физический смысл, связывая их с масштабными преобразованиями единиц измерения. Идея о связи использования различных систем единиц измерения физических величин с локальными конформными преобразованиями восходит к работам Вейля [7], Эддингтона [8], Дикке [9]. Естественно предположить, что универсальные физические константы - скорость света c и постоянная Планка $\hbar$ инвариантны относительно конформных преобразований.

$$\bar{c} = c, \quad \bar{\hbar} = \hbar. \quad (2)$$

Примем также, что те 1-формы, в определении которых никак не фигурирует метрический тензор, неизменны при преобразованиях (1). К таким величинам, в частности, относится потенциал электромагнитного поля $A_\mu = \overline{A}_\mu$ (но $\overline{A}^\mu = \bar{g}^{\mu\nu}\cdot\overline{A}_\nu = \sigma^{-2}A^\mu$). С другой стороны, компоненты вектора 4-скорости преобразуются согласно

$$u^\mu = \frac{dx^\mu}{ds} = \frac{dx^\mu}{\sigma^{-1}d\bar{s}} = \sigma\bar{u}^\mu, \quad u_\mu = g_{\mu\nu}\cdot u^\nu = \sigma^{-1}\bar{u}_\mu.$$

(Как и должно было быть, связь $u^\mu\cdot u_\mu = 1$ в пространстве $\overline{V}_4$ сохраняет свой вид: $\bar{u}^\mu\cdot\bar{u}_\mu = 1$) Основываясь на (2), легко установить, как связаны физические величины в различных единицах измерения (величины с чертой и без). Например, для расстояний $-\bar{l} = \sigma\cdot l$, времени $-\bar{t} = \sigma\cdot t$, массы $-\bar{m} = \sigma^{-1}\cdot m$, плотности энергии $\bar{\varepsilon} = \sigma^{-4}\cdot\varepsilon$ и т.п.

Уместно заметить, что если постулировать конформную инвариантность электродинамики, то следствием такого требования будет неизменность скорости света c, величины элементарного заряда $e = \bar{e}$ и вектор - потенциала электромагнитного поля A_μ относительно конформных преобразований.

Допустим, что метрический тензор пространства V_4 подчиняется уравнениям тензорно-скалярной теории гравитации, которые получаются как результат независимого варьирования действия

$$W = \int\sqrt{-g}\left[-F(\phi)R + \frac{1}{2}\Phi(\phi)g^{\mu\nu}\phi_\mu\phi_\nu + L_m\right]d^4x \quad (3)$$

по $g_{\mu\nu}$ и ϕ (Здесь L_m - плотность функции Лагранжа вещества и негравитационных полей, ϕ - гравитационный скаляр, а $(...)_\alpha = \partial(...)/\partial x^\alpha$). Перейдем в конформно соответствующее пространство $\overline{V}_4$ согласно

$$\bar{g}_{\mu\nu} = \frac{F(\phi)}{F_0}\cdot g_{\mu\nu} \quad F_0 = \mathrm{const}$$

и для действия (3) получим

$$\overline{W} = \int\sqrt{-\overline{g}}\left[-F_0\cdot\overline{R}+\frac{1}{2}\overline{g}^{\mu\nu}\psi_\mu\psi_\nu+\overline{L}_m\right]d^4x, \tag{4}$$

где

$$\psi_\alpha = \phi_\alpha\sqrt{3F_0\frac{\dot{F}^2}{F^2}+F_0\frac{\Phi}{F}}, \quad \dot{F} = \frac{\partial F}{\partial\phi}.$$

Соответствующие уравнения имеют вид

$$\overline{G}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2F_0}\left(\overline{T}^m_{\alpha\beta}+\overline{T}^s_{\alpha\beta}\right), \quad \overline{g}^{\alpha\beta}\nabla_\alpha\psi_\beta = 0, \quad \overline{T}^s_{\alpha\beta} = \psi_\alpha\psi_\beta - \frac{1}{2}\overline{g}_{\alpha\beta}\overline{g}^{\mu\nu}\psi_\mu\psi_\nu.$$

Если выбрать $F_0 = 1/2\,k_0 = c^3/16\pi G$, то вид действия в пространстве $\overline{V}_4$ совпадает с действием ОТО с минимально связанным скалярным полем ψ, удовлетворяющим однородному волновому уравнению, что позволяет сформулировать

Предложение 1. Тензорно-скалярные теории гравитации (3) в конформно соответствующем пространстве с метрическим тензором $\overline{g}_{\mu\nu} = (F(\phi)/F_0)\cdot g_{\mu\nu}$, конформно эквивалентны ОТО с источником в виде минимально связанного скалярного поля.

Предположим далее, что метрический тензор $g_{\mu\nu}(x)$ пространства V_4 подчиняется уравнениям теории ИБД

$$G^\mu_\nu = \frac{8\pi}{y}T^\mu_\nu+\frac{\nabla_\nu y^\mu}{y}+\zeta\frac{y_\nu y^\mu}{y^2}-\delta^\mu_\nu\left(\frac{\nabla_\alpha y^\alpha}{y}+\frac{\zeta}{2}\frac{y_\alpha y^\alpha}{y^2}\right), \tag{5}$$

$$\nabla_\alpha y^\alpha = \frac{8\pi T}{3+2\zeta}. \tag{6}$$

или в эквивалентной форме

$$R^\mu_\nu = \frac{8\pi}{y}\left[T^\mu_\nu-\delta^\mu_\nu\frac{1+\zeta}{3+2\zeta}T\right]+\frac{\nabla_\nu y^\mu}{y}+\zeta\frac{y_\nu y^\mu}{y^2},$$

$$R = -\frac{16\pi}{y}\frac{\zeta}{3+2\zeta}T+\zeta\frac{y_\alpha y^\alpha}{y^2}.$$

Здесь ζ - безразмерная константа связи теории ИБД, ∇_α - обозначает ковариантную производную по x^α.

Пост-ньютоновское приближение теории ИБД приводит к необходимости такой нормировки гравитационного скаляра $y=y(x)$, чтобы асимптотически в слабых гравитационных полях

$$y(x)\to y_0 =: \frac{2(2+\zeta)}{G(3+2\zeta)}. \tag{7}$$

Уравнения (5) и (6) получаются варьированием действия

$$W = \int\sqrt{-g}\left[-\frac{y}{16\pi}\left(R-\zeta\frac{y^\mu y_\mu}{y^2}\right)+L_m\right]d^4x \tag{8}$$

по $g_{\mu\nu}$ и $y(x)$. Заметим, что действие (8) является частным случаем (3), если положить $F = y/16\pi$, $(F_0 = y_0/16\pi \equiv 1/2k)$, $\Phi = \zeta y/8\pi$, $\phi_\mu = y_\mu/y$, и превращается в действие Гильберта-Эйнштейна при $y=y_0$ и $\zeta\to\infty$.

Перейдем в конформно соответствующее пространство $\widetilde{V}_4$, метрический тензор которого

$$\tilde{g}_{\mu\nu} = \left(\frac{y}{y_0}\right)^k g_{\mu\nu}. \tag{9}$$

При этом

$$\tilde{W} = \int\sqrt{-\tilde{g}}\left[-\frac{1}{2k}\left(\frac{y}{y_0}\right)^{1-k}\left(\tilde{R} - \frac{A}{2}\tilde{g}^{\alpha\beta}\frac{y_\alpha y_\beta}{y^2}\right) + \tilde{L}_m\right]d^4x. \tag{10}$$

Здесь введено обозначение

$$A = (3 + 2\zeta) - 3(1-k)^2; \quad k = 1 - \sqrt{\frac{3 + 2\zeta - A}{3}}. \tag{11}$$

Варьирование (10) по $\tilde{g}_{\alpha\beta}$ и y приводит к уравнениям

$$\begin{gathered}\tilde{G}^\alpha_\beta = k\left(\frac{y}{y_0}\right)^{k-1}\tilde{T}^\alpha_\beta + \left(\frac{A}{2} - k(1-k)\right)\frac{y_\beta y^{\tilde{\alpha}}}{y^2} + \delta^\alpha_\beta(k(1-k) - A/4)\frac{y_\mu y^{\tilde{\mu}}}{y^2} + \\ + \frac{1-k}{y}\left[\tilde{\nabla}_\beta y^{\tilde{\alpha}} - \delta^\alpha_\beta\tilde{\nabla}_\mu y^{\tilde{\mu}}\right],\end{gathered} \tag{12}$$

$$(1-k)\tilde{R} - A(1+k)\frac{y_\alpha y^{\tilde{\alpha}}}{2y^2} + A\frac{\tilde{\nabla}_\alpha y^{\tilde{\alpha}}}{y} = 0. \tag{13}$$

Комбинируя свертку уравнения (12)

$$-\tilde{R} = k\left(\frac{y}{y_0}\right)^{k-1}\tilde{T} - \left(\frac{A}{2} - 3k(1-k)\right)\frac{y_\alpha y^{\tilde{\alpha}}}{y^2} - 3(1-k)\frac{\tilde{\nabla}_\alpha y^{\tilde{\alpha}}}{y} \tag{14}$$

с (13), получим уравнение, определяющее гравитационный скаляр

$$\frac{\tilde{\nabla}_\alpha y^{\tilde{\alpha}}}{y} - k\frac{y^{\tilde{\alpha}}y_\alpha}{y^2} = k(1-k)\left(\frac{y}{y_0}\right)^{k-1}\frac{\tilde{T}}{3 + 2\zeta}. \tag{15}$$

Таким образом, в результате конформных преобразований (9) полевые уравнения (5) и (6) в пространстве $\tilde{V}_4$ превращаются в (12) и (15).

Замечание 1. Переопределим гравитационный скаляр теории ИБД так, чтобы

$$\frac{\tilde{y}}{y_0} = \left(\frac{y}{y_0}\right)^{1-k}, \tag{16}$$

и введем новую безразмерную константу связи

$$\tilde{\zeta} = \frac{A}{2(1-k)^2} = -\frac{3}{2} + \frac{3 + 2\zeta}{2(1-k)^2}. \tag{17}$$

В новых обозначениях действие (8) принимает вид

$$\tilde{W} = \int\sqrt{-\tilde{g}}\left[-\frac{\tilde{y}}{16\pi}\left(\tilde{R} - \tilde{\zeta}\frac{\tilde{y}^\mu\tilde{y}_\mu}{\tilde{y}^2}\right) + \left(\frac{\tilde{y}}{y_0}\right)^{1-k^2} L_m\right]d^4x. \tag{18}$$

Для переобозначенной $\tilde{\zeta}$ понижается оценка согласующегося с экспериментами значения. Содержание Замечания 1 доказывает

Предложение 2. Уравнения теории ИБД инвариантны относительно конформных преобразований (9) для любых $k \neq 1$, если переопределить гравитационный скаляр и переобозначить константу связи согласно (16) и (17) (При $k=2, \tilde{\zeta}=\zeta$).

3. *Эйнштейновское представление теории ИБД*. Рассмотрим действие (10) для случая, когда показатель степени конформного преобразования (9) $k=1$ $(A=3+2\zeta)$. Введем новое обозначение

$$\phi_\alpha = \frac{y_\alpha}{y}\sqrt{\frac{(3+2\zeta)y_0}{16\pi}} \tag{19}$$

и перепишем действие (10) в виде

$$\tilde{W} = \int\sqrt{-\tilde{g}}\left[-\frac{\tilde{R}}{2k} + \frac{1}{2}\tilde{g}^{\alpha\beta}\phi_\alpha\phi_\beta + \tilde{L}_m\right]d^4x. \tag{20}$$

Здесь по-прежнему

$$2k = \frac{16\pi}{y_0} = \frac{8\pi G(3+2\zeta)}{2+\zeta}. \tag{21}$$

Рассматриваемый случай есть частный случай (10), и действие (20) формально совпадает с видом действия Эйнштейна-Гильберта с минимально связанным скалярным полем $\phi(x)$. Действию (20) соответствуют уравнения

(22)

$$\tilde{g}^{\alpha\beta}\tilde{\nabla}_\alpha\phi_\beta = 0 \tag{23}$$

Отметим, что

уравнение (23) является следствием ковариантного постоянства $\tilde{G}_{\alpha\beta}$;
эйнштейновская константа тяготения перенормирована согласно (21).
Таким образом, можно считать доказанным

Предложение 3. Уравнения теории ИБД в результате конформного преобразования (9) с $k=1$ превращаются в уравнения ОТО с переобозначенной эйнштейновской константой тяготения и источником в виде суммы тензоров энергии-импульса вещества негравитационных полей и минимально связанного скалярного поля.

Иначе говоря, конформные преобразования (9) переводят теорию ИБД из *собственного* представления в *эйнштейновское*. Причем, если в собственном представлении пропорционально гравитационному скаляру от точки к точке изменяется константа тяготения G, но остаются неизменными универсальные константы c, $\hbar$ и m -массы частиц, то в эйнштейновском представлении G, c и $\hbar$ постоянны, но массы частиц в разных пространственно-временных точках различны: $\tilde{m} = (y/y_0)^{-1/2}\cdot m$.

Используя результат Бекенштейна [10], перейдем в другое пространство $\breve{V}_4$, конформное соответствие которого с исходным V_4 устанавливается согласно

$$\breve{g}_{\mu\nu} = \frac{1}{4}z^{(n+1)/n}\left[1+z^{-n}\right]^2 g_{\mu\nu}, \tag{24}$$

$$\psi = \frac{6}{k}\left(\frac{z^n-1}{z^n+1}\right); \quad n = \sqrt{\frac{3+2\zeta}{3}}; \quad z = (y/y_0)^n. \tag{25}$$

В этом случае (8) преобразуется в

$$\breve{W} = \int\sqrt{-\breve{g}}\left[-\frac{1}{2k}\breve{R}\left(1-\frac{1}{6}k\psi^2\right)+\frac{1}{2}\breve{g}^{\alpha\beta}\psi_\alpha\psi_\beta+\breve{L}_m\right]d^4x, \tag{26}$$

что доказывает

Предложение 4. Уравнения теории ИБД конформным преобразованием (24), (25) приводятся к уравнениям ОТО с источником в виде негравитационных полей и конформно связанного безмассового скалярного поля ψ, удовлетворяющего уравнению Пенроуза-Черникова-Тагирова

$$\breve{g}^{\alpha\beta}\breve{\nabla}_\alpha\psi_\beta - \frac{1}{6}\breve{R}\psi = 0. \tag{27}$$

Замечание 2. Отбросим в действие (26) слагаемое $\left(-\breve{R}/2k\right)$ и добавим хиггсовский потенциал . Полученное в результате выражение

$$\breve{W} = \int\sqrt{-\breve{g}}\left[\frac{1}{12}\breve{R}\psi^2+\frac{1}{2}\breve{g}^{\alpha\beta}\psi_\alpha\psi_\beta-\frac{1}{12}\lambda\psi^4+\breve{L}_m\right]d^4x \tag{28}$$

преобразуем конформно, подобрав конформный фактор так, чтобы в результате потенциал скалярного поля обратился в константу, а "кинетический"член поглотился бы добавками, обусловленными конформным фактором. Этим условием удовлетворяет преобразование (аналогичное рассматривалось в [11])

$$\hat{\psi} = \frac{\psi}{\chi} = \varepsilon = \text{const}; \quad \psi = \varepsilon\chi. \quad \hat{g}_{\alpha\beta} = \chi^2\breve{g}_{\alpha\beta}. \tag{29}$$

Введем далее

$$\hat{k} = -\frac{6}{\varepsilon^2} \quad \text{и} \quad \Lambda = \frac{1}{2}\lambda\varepsilon^2,$$

тогда

$$\hat{W} = \int\sqrt{-\hat{g}}\left[-\frac{1}{2\hat{k}}\left(\hat{R}+2\Lambda\right)+\hat{L}_m\right]d^4x. \tag{30}$$

Этот результат можно интерпретировать достаточно категорично: нарушение конформной симметрии может привести к индуцированию гравитационного поля конформным скалярным полем.

4. *Электровакуумное решение с минимально связанным скалярным полем.* Проиллюстрируем содержание предыдущего раздела, используя полученное в [12] электровакуумное сферически-симметричное решение уравнений теории ИБД:

$$ds^2 = \frac{1}{F^2}f^{1/\eta}dt^2 - F^2f^{(a-1)/\eta}\left[du^2+\frac{u^2-k^2}{1-v^2}dv^2+\left(u^2-k^2\right)\left(1-v^2\right)d\varphi^2\right].$$

Здесь

$$f = \frac{u-k}{u+k}, \quad k = \eta\sqrt{m^2-Q^2}, \quad 2F = q+(2-q)f^{(2-a)/2\eta},$$

$$q = 1 + \sqrt{1+\tilde{Q}^2}, \quad \tilde{Q}^2 = \frac{2\eta Q}{k(2-a)},$$

m - масса, Q - заряд источника гравитационного поля. Гравитационный скаляр

$$y = y_0 f^{-a/2\eta},$$

а единственная неисчезающая компонента напряженности электрического поля

$$E = \frac{Q}{u^2}\frac{f^{(a-2)/2\eta}}{F^2\left(1-k^2/u^2\right)}.$$

Константы η и a связаны соотношением

$$\eta^2 = (a-1)^2 + a + \frac{1}{2}\zeta a^2$$

и параметризуются центральной плотностью (или давлением) каждого из семейства самогравитирующих тел. Это решение может быть переписано в однородных координатах R или в модифицированных координатах кривизны x (см. [13]) заменой

$$u = x - k = R\left(1 + k^2/4R^2\right).$$

(Заметим, что $dv^2/\left(1-v^2\right) + \left(1-v^2\right)d\varphi^2 = d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2$). Согласно предложению 3 конформное преобразование $\bar{g}_{\mu\nu} = (y/y_0)g_{\mu\nu}$ превращает уравнения теории ИБД в уравнения ОТО с источником в виде минимально связанного скалярного поля, а решение этих уравнений получается конформным преобразованием из решений задачи в теории ИБД и имеет вид

$$d\bar{s}^2 = \frac{f^n}{F^2}dt^2 - F^2 f^{-n}\left[du^2 + \frac{u^2-k^2}{1-v^2}dv^2 + \left(u^2-k^2\right)\left(1-v^2\right)d\varphi^2\right] =$$

$$= \frac{f^n}{F^2}dt^2 - F^2 f^{-n}\left[du^2 + \left(u^2-k^2\right)d\Omega^2\right], \quad \varphi = -\sqrt{\frac{1-n^2}{2}}\ln f, \quad E = \frac{Q}{u^2}\frac{f^{-n}}{F^2\left(1-k^2/u^2\right)}.$$

Здесь

$$k = \sqrt{m^2 - Q^2}, \quad n^2 \le 1, \quad \tilde{Q} = \frac{Q}{kn},$$

остальные обозначения прежние. Замена

$$u = R\left(1 - \frac{k^2}{4R^2}\right) = r - k$$

позволяет переписать это решение в однородных координатах R или в координатах кривизны r. Если ввести новую координату z так, чтобы

$$f = \frac{u-k}{u+k} = e^{-z}, \quad e^{-z} = e^{-\varphi\sqrt{2/\left(1-n^2\right)}},$$

то

$$d\bar{s}^2 = \frac{e^{-nz}}{F^2}dt^2 - \frac{k^2}{sh^2\frac{z}{2}}F^2 e^{nz}\left[\frac{dz^2}{sh^2\frac{z}{2}} + d\Omega^2\right].$$

В частном случае отсутствия электрического поля ($q=2$) это решение совпадает с решением, полученным в [14]. Введем $x = z/2$, $\tau = 2kt$,

$\alpha = -2n$, $H = 2kF$, тогда

$$d\bar{s}^2 = \frac{e^{\alpha x}}{H^2} d\tau^2 - \frac{H^2 e^{-\alpha x}}{4\, sh^2 x}\left(\frac{4\, dx^2}{sh^2 x} + d\Omega^2\right), \quad \varphi = x\sqrt{\frac{4-\alpha^2}{2}}.$$

Замечание 3. Гравитационный скаляр $y(x)$ -дополнительная по сравнению с ОТО характеристика гравитационного поля. Можно ли, выразив фактор $\sigma(x)$ конформных преобразований $\bar{g}_{\mu\nu} = \sigma^2(x) g_{\mu\nu}$ через гравитационный скаляр, подобрать эту связь так, чтобы в одном из конформно соответствующих пространств были бы удовлетворены уравнения ОТО, а в другом уравнения теории ИБД. Иначе говоря, можно ли установить такую связь между $y(x)$ и $\sigma(x)$, чтобы уравнения теории ИБД превращались бы в уравнения ОТО. В работах [15,16] показано, что в стационарном аксисимметричном случае в канонических координатах Вейля конформными преобразованиями можно добиться полного совпадения вида части уравнений ОТО и теории ИБД, уравнение определяющее поведение гравитационного скаляра может быть проинтегрировано независимо от остальных, что позволяет свести к квадратурам оставшиеся уравнения теории ИБД. Таким путем в работе [17] получено новое осесимметричное электростатическое решение уравнений ОТО по найденному в [12] решению теории ИБД. Сравнивая это решение ОТО

$$ds^2 = \frac{k^2}{F^2}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^n dt^2 - F^2\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^n \Bigg\{(x^2-1)(1-y^2)\,d\varphi^2 +$$

$$+\left(\frac{x^2-1}{x^2-y^2}\right)^{n^2}(x^2-y^2)\left[\frac{dx^2}{x^2-1} + \frac{dy^2}{1-y^2}\right]\Bigg\},$$

$$F = \frac{m+2r_0}{2n}\left[1 - \frac{m-2r_0}{m+2r_0}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^n\right], \quad k = \frac{2r_0}{n}, \quad 2r_0 = \sqrt{m^2-Q^2},$$

$$E = \frac{Q}{F^2(x^2-1)}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^n\left(\frac{x^2-1}{x^2-y^2}\right)^{(1-n^2)/2}.$$

$$g_{00} \approx 1 - \frac{2m}{r} + \frac{DP_2(\cos\theta)}{r^3} + \ldots, \quad D = \frac{2}{3}\frac{n^2-1}{n^2} m(m^2-Q^2)$$

с полученным выше электровакуумным решением ОТО с минимально связанным скалярным полем, замечаем, что в случае, когда конформными преобразованиями мы добивались совпадения уравнений в обеих теориях, полученное из известного сферическо-симметричного решения ИБД решение ОТО обладает аксиальной симметрией с отличным от нуля квадрупольным моментом, а в случае совпадения интегралов "действия" симметрия задачи остается прежней, но возникает независимое от гравитации "минимально связанное" скалярное поле.

В заключение выражаем благодарность участникам семинара кафедры теоретической физики ЕГУ за интересные обсуждения.

Работа выполнена при поддержке Армянского национального фонда науки и образования (ANSEF Грант №PS1400).

Ереванский государственный университет, Армения

EINSTEIN REPRESENTATION OF JORDAN-BRANSE-DICKE THEORY OF GRAVITATION

G.HAROUTYUNIAN, V.PAPOYAN

Different representations of JBD theory arised by conform transformations of metrics are considered. Propositions establishing mathematical equivalence of these representations, which allows to generate new solutions in other representations based on knowm exact solutions in one of the representations are formulated. It is shown, in particular, how one can obtain new solutions in GR based on known solutions in JBD theory of gravitation and vice-versa.

ЛИТЕРАТУРА

1. *P.A.M.Dirac*, Proc. Roy. Soc., **A165**, 189, 1938.
2. *P.A.M.Dirac*, Proc. Roy. Soc., **A338**, 439, 1974.
3. *P.Jordan*, Schwercraft und Weltall, Braunschwexig, 1955.
4. *T. Van Flandern*, Ann. N.-Y. Acad. Sci., **262**, 494, 1975.
5. *T. Van Flandern*, Abstracts 2-nd intern. Conf. on Precission Measurements and Foundamental Constants, Boudler, USA, 1981, p.220.
6. *C.Brans*, *R.Dicke*, Phys. Rev., **124**, 925, 1961.
7. *H.Weyl*, Raum, Zeit, Materie, Berlin, 1923.
8. *A.Eddington*, Fundamental Theory London, Cambridge Univ. Press, 1948.
9. *R.Dicke*, Phys. Rev., **125**, 2163, 1962.
10. *J.D.Bekenshtein*, Ann. Phys. (N. Y.), **82**, 535, 1974.
11. *В.Н.Мельников*, в сб.: "Проблемы теории гравитации и элементарных частиц", вып.11, М. Атомиздат, 1980, стр.164.
12. *Г.Г.Арутюнян*, *В.В.Папоян*, Астрофизика, **21**, 587, 1984.
13. *Г.Г.Арутюнян*, *В.В.Папоян*, Астрофизика, **37**, 339, 1994.
14. *К.П.Станюкович*, *В.Н.Мельников*, Гидродинамика, поля и константы в теории гравитации, Энергоатомиздат, М., 1983.
15. *Г.Г.Арутюнян*, *В.В.Папоян*, Астрофизика, **25**, 217, 1986.
16. *V.Papoyan*, Astrophys. and Space. Sci., **124**, 335, 1986.
17. *Г.Г.Арутюнян*, *В.В.Папоян*, Астрофизика, **30**, 409, 1989.