АСТРОФИЗИКА

ТОМ 44 АВГУСТ, 2001 ВЫПУСК 3

УДК: 524.3-355:51

Памяти академика В.В.Соболева

ПРИБЛИЖЕНИЕ СОБОЛЕВА

В.П.ГРИНИН

Поступила 2 марта 2001

Обзорный доклад на семинаре, посвященном 85-летию со дня рождения В.В.Соболева. Цель обзора - проследить за развитием фундаментальной идеи о просветлении среды вследствие эффекта Доплера, лежащей в основе метода Соболева для движущихся оболочек звезд.

1. *Введение.* В научном наследии выдающегося астрофизика-теоретика Виктора Викторовича Соболева особое место занимает серия работ, опубликованных в первые послевоенные годы. В этих работах, суммированных в 1947г. в небольшой монографии "Движущиеся оболочки звезд" [1], был предложен метод решения одной из самых сложных задач теории звездных спектров: задачи о переносе излучения в частотах спектральных линий в средах, движущихся с градиентом скорости. Методу Соболева суждено было стать важным инструментом в решении огромного количества астрофизических задач, способствовавших развитию многих разделов современной астрофизики. Несмотря на появление высокоэффективных численных методов, этот метод и сейчас широко применяется в астрофизике. В этом кратком обзоре мы напомним суть метода Соболева и расскажем о его развитии и важнейших астрофизических приложениях.

2. *К истории вопроса.* Нужно сказать, что необходимость в разработке теории образования спектральных линий в движущихся средах была понятна астрофизикам еще в начале тридцатых годов, поскольку без такой теории было невозможно интерпретировать спектры звезд с эмиссионными линиями, расширенными внутренними движениями излучающего газа. Тогда же были предприняты и первые попытки разработать подходящую для этих условий теорию. Одна из них была сделана независимо и почти одновременно Билсом [2, 3] и Герасимовичем [4], рассмотревшими простейшие модели оптически тонких в частотах линий газовых оболочек. Позже в работах Чандрасекара [5-7], а также Мак-Кри и Мирта [8] были предприняты попытки решить эту задачу для общего случая. Поскольку в те годы не было вычислительных машин, то теоретики, естественно, пытались решить задачу аналитическими методами. Однако все попытки получить аналитическое решение задачи для движущихся оболочек произвольной оптической толщины оказались безуспешными.

В.В.Соболеву удалось обойти эту трудность. Успех был достигнут благодаря тому, что он и не пытался получить точное решение задачи. Найденный им подход является приближенным асимптотическим методом, точность которого тем выше, чем больше градиент скорости в среде. Поэтому этот метод иногда называют приближением больших скоростей или сверхзвуковой аппроксимацией.

3. *Приближение Соболева*. Суть этого приближения состоит в том, что при больших градиентах скорости в результате смещения резонансных частот излучающих и поглощающих атомов радиационное взаимодействие в каждой точке среды $\vec{r}$ определяется в основном ее локальной окрестностью. Характерный размер этой окрестности

$$s_0 = v_t / \left| d v / ds \right| \qquad (1)$$

равен расстоянию от данной точки, на котором указанное выше смещение резонансных частот равно полуширине профиля коэффициента поглощения, определяемой тепловой или турбулентной скоростью v_t. Обычно для грубых оценок градиент скорости в этом выражении заменяют отношением v/R, где v - характерная скорость крупномасштабного движения среды, R - характерный размер, занятый излучающим газом. В результате получается приближенное соотношение: $s_0 \approx R/(v/v_t)$.

Параметр s_0, получивший в дальнейшем название "длина Соболева", является главным параметром теории переноса излучения в движущихся средах, характеризующим размер локальной окрестности точки. В случае сверхзвуковых движений $s_0 << R$, и уравнение для функции источников

$$S(\vec{r}) = \lambda \int_V K(\vec{r},\vec{r}') S(\vec{r}') d\vec{r}' + g(\vec{r}), \qquad (2)$$

в котором $K(\vec{r},\vec{r}')$ - ядро, определяющее плотность вероятности переноса возбуждения излучением из точки $\vec{r}$ в точку $\vec{r}'$, λ - вероятность выживания кванта при однократном рассеянии, V - объем пространства, заполненный атомами, g - первичные источники возбуждения в рассматриваемой линии, - допускает существенные упрощения.

В этом случае можно приближенно принять, что функция источников в пределах этой окрестности не меняется, и вынести ее за знак интеграла, положив $S(\vec{r}') \approx S(\vec{r})$. Аналогичную процедуру можно сделать с ядерной функцией $K(\vec{r},\vec{r}')$, заменив в ней параметры, определяющие оптические свойства среды (населенности уровней атома, тепловую или турбулентную скорость), соответствующими значениями в точке $\vec{r}$. Наконец, можно пренебречь влиянием границ и принять, что среда заполняет бесконечный объем пространства.

В результате вместо интегрального уравнения с весьма сложным ядром получается простое алгебраическое уравнение:

$$S(\vec{r}) \cdot [1 - \lambda + \lambda\beta(\vec{r})] = g(\vec{r}), \qquad (3)$$

в котором β представляет собой вероятность выхода кванта из среды без рассеяний по пути:

$$\beta(\vec{r}) = 1 - \int K(\vec{r},\vec{r}')d\vec{r}'. \qquad (4)$$

Следует отметить, что в неподвижной среде соответствующая ядерная функция всегда нормирована так, что

$$\int K(\vec{r},\vec{r}')d\vec{r}' = 1. \qquad (5)$$

Это отражает тот очевидный факт, что квант, излученный в бесконечной среде, будет рано или поздно в ней же и поглощен.

Как показал В.В.Соболев, принципиальное отличие процесса диффузии излучения в среде с градиентом скорости заключается в том, что нормировочное условие (5) в этом случае нарушается и интеграл по бесконечному пространству от ядерной функции оказывается всегда меньше единицы. Это означает, что из-за просветления среды, обусловленного эффектом Доплера, существует отличная от нуля вероятность выхода кванта из точки среды, находящейся формально на бесконечном расстоянии от ее границы: $\beta(\infty) > 0$. Эта особенность процесса диффузии излучения в движущихся средах и лежит в основе метода Соболева. Очень важно при этом, что вероятность выхода кванта из произвольной точки среды довольно просто выражается через характеристики среды и поля скоростей в данной точке. Например, в сферически-симметричной оболочке, расширяющейся со скоростью $v(r)$,

$$\beta(r) = \int_0^1 \frac{1 - e^{-\tau(r,\mu)}}{\tau(r,\mu)} d\mu, \qquad (6)$$

где $\tau(\mu)$ - эффективная оптическая толщина среды в точке r в направлении $\vec{s}$, составляющем угол $\theta = \arccos\mu$ с вектором $\vec{r}$:

$$\tau(r,\mu) = k(r)\left|\psi(r,\mu)\right|^{-1}, \qquad (7)$$

$k(r)$ - объемный коэффициент поглощения в рассматриваемой линии (взвешенный по профилю коэффициента поглощения),

$$\psi(r,\mu) = \frac{dv_{\vec{s}}}{ds} = \frac{dv}{dr}\mu^2 + \frac{v}{r}\left(1-\mu^2\right). \qquad (8)$$

В частном случае изотропно расширяющейся среды ($v(r) \sim r$) (примером которой, как известно, является расширяющаяся Вселенная), $\psi(r,\mu) = \psi(r) = v/r$; $\tau(r,\mu) = \tau(r) = k(r)/v$. В результате

$$\beta(r) = \frac{1 - e^{-\tau(r)}}{\tau(r)}. \qquad (9)$$

Отсюда при $\tau >> 1$ следует: $\beta = 1/\tau$.

Таким образом, если известны первичные источники возбуждения в линии $g(\vec{r})$, то из уравнения (3) можно сразу же найти функцию источников и затем рассчитать интенсивность излучения и профиль спектральной линии. Первоначально эта теория была развита В.В.Соболевым

для случая прямоугольного профиля коэффициента поглощения. Позже, в статье [9] он рассмотрел общий случай произвольного коэффициента поглощения в приближении полного перераспределения по частоте в сопутствующей системе координат. Оказалось, что выражение для вероятности выхода кванта из среды $\beta(r)$ не зависит от типа профиля коэффициента поглощения. В дальнейшем выяснилось (см. обзор [10] и цитированные в нем статьи), что в асимптотической области, в которой применим метод Соболева, результаты расчетов не зависят также и от типа перераспределения по частоте при рассеянии. Эта инвариантность является одной из наиболее интересных и нетривиальных особенностей процесса диффузии излучения в частотах линий в движущихся средах, не имеющей аналогов в случае неподвижных сред. В последнем случае, как известно, вероятность выхода кванта из среды чувствительным образом зависит как от типа профиля коэффициента поглощения, так и от типа перераспределения по частоте (см., например, [11]).

Благодаря своей простоте метод Соболева получил широкое применение при интерпретации эмиссионных спектров звезд с околозвездными оболочками и других астрофизических объектов. Особенно велика роль этого метода при решении сложных многоуровенных задач. Первые шаги в этом направлении были сделаны самим В.В.Соболевым. В дальнейшем исследования в этой области были продолжены в работах Горбацкого [12], Боярчука [13], Доазан [14], Лууда и Ильмас [15], Гершберга и Шноля [16], Гринина и Катышевой [17], Кастора и Ламерса [18], Натта и Джиованарди [19] и многих других авторов (более подробная библиография работ на эту тему приведена в обзоре [10]).

В 1961г. книга "Движущиеся оболочки звезд" была переведена С.Пейн-Гапошкиным на английский язык и опубликована в США. Вскоре после этого последовала серия фундаментальных открытий в астрономии, в результате которых появились новые астрофизические объекты: квазары и мазерные источники. Первые наблюдения ультрафиолетовых спектров звезд из космоса привели к обнаружению истечения вещества (звездного ветра) из горячих сверхгигантов. Все это значительно расширило область применения метода Соболева и способствовало его дальнейшему развитию.

Естественно, возник вопрос о точности метода и границах его применимости. Развитие численных и асимптотических методов теории переноса позволило решить эту проблему. Оказалось, что границы применимости метода Соболева чувствительным образом зависят от типа профиля коэффициента поглощения и определяются асимптотическим поведением ядерной функции в уравнении (1). Подробно эти и связанные с ними вопросы обсуждаются в обзорах автора [10] и Грачева [20]. Здесь же отметим, что вопрос о точности метода зависит также и от характера рассматриваемой задачи. Например, при расчете населенностей атомных

уровней при доплеровском профиле коэффициента поглощения во многих случаях достаточно, чтобы характерная скорость движения газа была порядка или больше нескольких тепловых или турбулентных скоростей. В то же время, при расчете профиля спектральной линии необходимо, чтобы аналогичное соотношение было не меньше десяти. При этом, как показали Берту [21] и Ламерс и др. [22], заметный выигрыш в точности расчета профиля линии дает применение метода Соболева в комбинации с точным выражением для интенсивности выходящего из среды излучения.

4. *Нелокальная аппроксимация*. В семидесятые годы выяснилось, что наличие в среде существенно сверхзвуковых движений на самом деле еще не гарантирует условие локальности радиационного взаимодействия в частотах линий в движущихся средах и что для этого необходимо выполнение еще одного условия, а именно: чтобы производная скорости в сопутствующей системе координат $d v_{\vec{s}}/ds$ была положительно определенной функцией угла θ между вектором $\vec{r}$ и произвольным направлением $\vec{s}$.

Чтобы пояснить это, рассмотрим более внимательно, как устроена локальная окрестность точки в разных кинематических моделях. На рис.1 приведены два примера углового распределения длины Соболева. Один - для модели радиационного ускоряемого звездного ветра (a), другой -

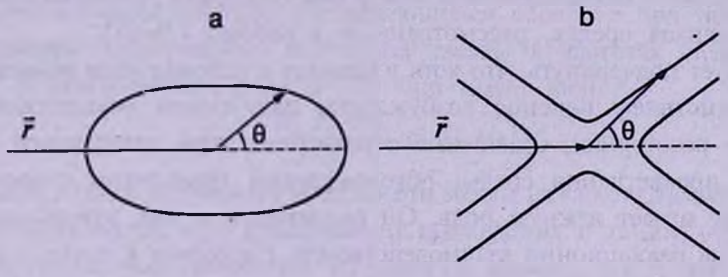

Рис.1. Примеры углового распределения длины Соболева в сферически-симметричных кинематических моделях с локальным (a) и нелокальным (b) радиационным взаимодействием: a) расширение с ускорением ($v \sim r^{1/2}$), b) расширение с замедлением ($v \sim r^{-1/2}$).

для случая радиально-симметричной аккреции (b). В обоих случаях поле скоростей характеризуется сферической симметрией и производная $d v_{\vec{s}}/ds$ определяется формулой (8). Видно, что в первом случае длина Соболева конечна для всех углов θ, тогда как во втором - существуют два значения: θ_1 и θ_2, в которых она обращается в бесконечность. Эти значения являются решениями уравнения $d v_{vecs}/ds = 0$. В частном случае радиально-симметричных движений они существуют, если градиент скорости отрицателен: $dv/ds < 0$.

Указанные различия в структуре локальной окрестности точки и являются ключевыми, при определении типа радиационного взаимодействия в движущейся среде. Впервые модель с нелокальным радиационным

взаимодействием была рассмотрена в статье Грачева и Гринина [23], посвященной анализу необычных профилей резонансных линий в спектре PHL 5200. Мы показали, что в оболочках, расширяющихся с замедлением, функция источников определяется уравнением:

$$S(\vec{r})\cdot\left[1-\lambda+\lambda\beta(\vec{r})\right]=\lambda\int_{\Omega_c}S(\vec{r}')\left[1-e^{-\tau(\vec{r}',\theta')}\right]\beta(\vec{r},\theta)\frac{d\Omega}{4\pi}+g(\vec{r}), \qquad (10)$$

отличающимся от уравнения (3) интегральным членом. Этот дополнительный член учитывает, что кроме локальной окрестности точки вклад в фотовозбуждения в точке r дают, так называемые, поверхности сопутствующих точек, находящихся в резонансе с точкой r, и удовлетворяющие уравнению: $\left(\vec{v}(\vec{r}')\cdot\vec{s}\right)=\left(\vec{v}(\vec{r})\cdot\vec{s}\right)$, где по-прежнему $\vec{s}=\vec{r}-\vec{r}'$. Существование таких поверхностей и обеспечивает нелокальность радиационного взаимодействия в средах, движущихся с большими градиентами скорости.

Независимо уравнение, аналогичное (11), было получено и детально исследовано Райбики и Хаммером [24]. Этими авторами и был введен термин "поверхности сопутствующих точек", ставший в настоящее время общепринятым. Следует отметить также статью Дегучи и Фукуи [25], в которой уравнение (11) было получено и использовано при расчете спектров коллапсирующих протозвездных облаков, а также вариант нелокального радиационного взаимодействия между компонентами резонансного дублета в движущихся средах, рассмотренный в работах [26-28].

Следует подчеркнуть, что хотя в моделях с нелокальным радиационным взаимодействием перенос возбуждения излучением осуществляется на большие расстояния, сравнимые с размерами всей излучающей области, эффект просветления среды, обусловленный градиентом скорости, по-прежнему играет важную роль. Он сказывается в том, что атомы среды, способные радиационно взаимодействовать с атомами в точке r, образуют геометрически тонкий слой в окрестности поверхности сопутствующих точек. Чем больше скорость движения среды по сравнению со скоростью звука, тем меньше толщина этого слоя, что и учтено при выводе уравнения (11). В результате интегральный член этого уравнения не содержит никаких новых величин по сравнению с локальным вариантом метода Соболева. Мы видим в нем те же выражения для вероятности выхода кванта β и эффективной оптической толщины τ, что и в уравнении (3).

Анализ показывает, что вклад интегрального члена в уравнении (11) в функцию источников зависит от двух факторов: от поведения первичных источников возбуждения $g(r)$ и от телесного угла Ω_c, под которым из точки r видна поверхность сопутствующих точек. В частности, если $\Omega_c \ll 4\pi$, то влиянием интегрального члена на функцию источников в большинстве случаев можно пренебречь. Это означает, что расчет населенностей атомных уровней в таких объектах, как аккреционные диски звезд (геометрическая толщина которых, как правило, много меньше их

радиуса), можно проводить на основе уравнения (3).

Обобщенный на случай нелокального радиационного взаимодействия метод Соболева получил применение при моделировании излучающих областей квазаров и ядер активных галактик, оболочек сверхновых звезд, молодых звезд с признаками аккреции и многих других астрофизических объектов. Забегая несколько вперед отметим, что наибольший эффект нелокальность радиационного взаимодействия дает в космических мазерных источниках.

5. *Световое давление в движущихся средах.* Благодаря большому сечению взаимодействия с веществом излучение в спектральных линиях играет важную роль в ускорении вещества в астрофизических объектах высокой светимости [29]. Очевидно, что вычисление силы светового давления в таких случаях невозможно без учета эффекта просветления среды вследствие градиента скорости. В цитированной выше статье [9] этот вопрос был впервые рассмотрен В.В.Соболевым на примере плоскопараллельного слоя, расширяющегося с постоянным градиентом скорости. При этом учитывалось только диффузное излучение, образующееся в самом слое.

Следующий важный результат в этой области был получен в 1970г. Кастором [30]. Развивая идеи, заложенные в методе Соболева, он получил соотношение для силы светового давления, действующего на атомы газа в сферически-симметричной расширяющейся оболочке при поглощении и рассеянии непрерывного излучения звезды в частотах спектральной линии. В обозначениях работы [30] оно имеет вид:

$$f_{r,L} = \frac{k_L F_c \Delta\nu_D}{c} \min(1, 1/\tau). \qquad (11)$$

Здесь F_c - поток излучения у поверхности звезды на частоте рассматриваемой спектральной линии, k_L - коэффициент поглощения в линии, взвешенный по профилю и нормированный на единицу массы, $\Delta\nu_D$ - доплеровская полуширина профиля коэффициента поглощения, τ - оптическая толщина, определяемая соотношением (7).

В дальнейшем Кастор, Аботт и Клейн [31] рассчитали модели расширяющихся оболочек горячих сверхгигантов и показали, что основной вклад в световое давление на атомы газа дают не резонансные линии (на которых строились все предыдущие модели), а множество слабых субординатных линий ионизованных атомов, таких как CII, CIII и др. Работа этих авторов оказала значительное влияние на дальнейшее развитие теории радиационно ускоряемых звездных ветров. Благодаря усилиям американских и немецких теоретиков эта теория в настоящее время является наиболее продвинутой областью теоретической астрофизики (см. [32] и цитированную там литературу). Ее результаты применяются не только при расчетах расширяющихся оболочек звезд высокой светимости, но также и при моделировании оболочек квазаров и ядер активных галактик.

6. *Тангенциальное световое давление*. Завершая тему световое давление в движущихся средах, отметим одну нетривиальную особенность этого механизма, обусловленную градиентом скорости. Она заключается в том, что в оболочках с аксиально-симметричными движениями наряду с радиальной компонентой светового давления $f_{r,L}$ существует также тангенциальная (азимутальная) компонента $f_{\theta,L}$. Ее появление связано с тем, что в общем случае аксиально-симметричных движений производная скорости в сопутствующей системе в плоскости движений:

$$\frac{d v_{\bar{s}}}{ds} = \frac{d v}{dr}\cos^2\theta + \frac{v}{r}\sin^2\theta + \sin\theta\cos\theta \cdot \left(\frac{du}{dr} - \frac{u}{r}\right), \qquad (12)$$

включает в себя нечетную зависимость от угла θ между вектором $\bar{r}$ и произвольным направлением $\bar{s}$ в плоскости движений. По этой причине длина Соболева s_0, а следовательно и оптические свойства среды в частотах спектральной линии, являются асимметричными функциями угла θ (рис.2). Излучение в частотах спектральных линий распространяется в такой среде не вдоль радиус-вектора $\bar{r}$, а под некоторым углом к нему, зависящему от соотношения между радиальной и тангенциальной компонентами скорости

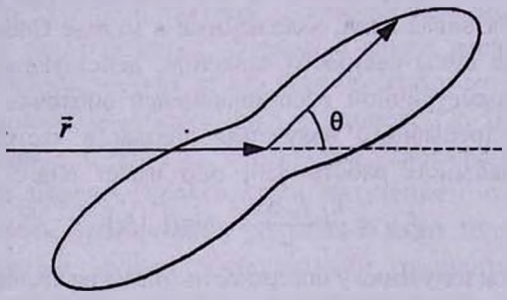

Рис.2. Иллюстрация к эффекту тангенциального светового давления. Пример углового распределения длины Соболева в экваториальной плоскости аксиально-симметричного течения газа с компонентами скорости: $v \sim r^{1/2}$, $u = \text{const}$.

v и u. Результатом этого и является тангенциальная сила светового давления, способная воздействовать на вращение газовых оболочек. Ее знак зависит от физических условий в оболочках, таких как градиент функции источников, направление радиальной компоненты скорости (расширение или аккреция) и некоторых других. В зависимости от этого сила тангенциального светового давления может как совпадать по направлению с вращением газовых оболочек, так и действовать против вращения, замедляя его. Эффективность этого механизма, работающего по принципу "сегнерова колеса", зависит от соотношения между плотностью лучистой энергии в частотах спектральных линий и кинетической энергии газа, а также от соотношения между компонентами скорости движения v и u.

Более подробные сведения об этом радиационном механизме можно найти в статьях автора [33]. Здесь отметим лишь, что несколько лет назад Овоки и его соавторы [34,35] подтвердили численными расчетами

факт существования тангенциальной компоненты светового давления в спектральных линиях и показали, что оно может влиять на вращение и структуру околозвездных оболочек классических Be-звезд.

7. *Молекулярные линии и космические мазеры*. Несмотря на то, что межзвездные молекулярные облака относятся к числу самых спокойных в динамическом отношении астрофизических объектов, скорости внутренних движений которых, как правило, не превышают нескольких километров в секунду, они, тем не менее, также являются объектами, к которым может быть применим метод Соболева. Это связано с тем, что из-за низких температур облаков скорости тепловых движений молекул в них также очень малы и часто не превышают нескольких сотен метров в секунду. Указанное обстоятельство использовалось многими авторами, применявшими метод Соболева для расчетов населенностей молекулярных уровней и диагностики межзвездных облаков по интенсивностям молекулярных линий (см. обзор [11] и цитированную там литературу). В частности, в пионерских работах Голдрейха и Килафиса [36], а также Дегучи и Ватсона [37] приближение Соболева было впервые использовано для изучения поляризации молекулярных линий.

В космических мазерах оптическая толщина среды с инверсной населенностью молекулярных уровней играет роль коэффициента усиления и в случае мощных мазеров может быть много больше единицы. В этих условиях вывод из резонанса даже относительно небольшого числа рабочих молекул может вызвать значительные изменения в интенсивности мазерного излучения. Поэтому мазерные линии являются самыми чувствительными индикаторами внутренних движений среды. По этой же причине мазерное излучение весьма чувствительно и к типу радиационного взаимодействия в среде [38].

Действительно, поскольку при нелокальном радиационном взаимодействии в каждой точке среды существуют такие направления, в которых градиент скорости в сопутствующей системе координат равен нулю, то в рамках приближения Соболева оптическая толщина среды в указанных направлениях формально обращается в бесконечность (рис.1b). В случае обычных спектральных линий это обстоятельство не имеет большого значения. В случае же мазерного излучения для определения эффективной оптической толщины в этих направлениях приходится учитывать производные скорости второго и более высоких порядков [38]. Поэтому при прочих равных условиях коэффициент мазерного усиления в средах с нелокальным радиационным взаимодействием всегда больше по сравнению со случаем локального радиационного взаимодействия. Типичными примерами таких объектов являются кеплеровские диски [39], а также протозвездные облака в фазе гравитационного сжатия, и именно с ними, как впервые показал

Шкловский [40], ассоциируются самые мощные космические мазеры.

Следует отметить, что кроме градиента скорости на формирование мазерных линий в ряде случаев оказывает влияние также градиент магнитного поля. К таким линиям относятся, в частности, мазеры на молекуле гидроксила, чувствительной к зеемановскому расщеплению. Расчеты таких мазеров требуют совместного учета градиента скорости и магнитного поля (Кегель и Варшалович [41]).

8. *Заключение*. В этом кратком обзоре мы попытались осветить весь спектр астрофизических приложений метода Соболева, а также показать, как развивались лежащие в его основе идеи. Круг астрофизических приложений метода Соболева огромен и включает такие разнообразные по своей природе объекты, как квазары и ядра активных галактик, движущиеся оболочки звезд различных типов и протозвезды, молекулярные облака и космические мазеры. Уникальным объектом приложения метода Соболева является расширяющаяся Вселенная. Традиционно в сферу задач, решаемых с помощью этого метода, входят задачи по диагностике астрофизических сред, движущихся с градиентом скорости, а также задачи по радиационной газодинамике объектов высоких светимостей. Однако развитие астрофизики приводит иногда к ситуациям, когда применение этого метода становится возможным в условиях, весьма далеких от описанных выше. Например, в работах Железнякова и его учеников (см. [42] и цитированные там статьи)[1] метод Соболева использован при моделировании спектра излучения плазмы, находящейся в сверхсильных магнитных полях в окрестностях нейтронных звезд. В этом случае главным параметром задачи является циклотронная частота. При наличии в плазме градиента магнитного поля она меняется от точки к точке и это обстоятельство влияет на процесс распространения излучения. Этот пример показывает, что идеи, лежащие в основе метода Соболева, могут быть востребованы астрофизиками в ситуациях, далеких от традиционных областей применения этого метода.

Главная астрономическая обсерватория в Пулкове,
Астрономический институт им. В.В.Соболева
Санкт-Петербургского государственного университета, Россия

[1] *Автор благодарен Ю.Н.Гнедину за ссылки на эти работы.*

SOBOLEV APPROXIMATION

V.P.GRININ

Review talk on the colloquim dedicated to 85th birthday of V.V.Sobolev. The goal of the review is to show the development of the fundamental idea on the gas enlightenment due to the Doppler effect in the Sobolev's approximation for the moving envelopes of stars.

ЛИТЕРАТУРА

1. *В.В.Соболев*, Движущиеся оболочки звезд, ЛГУ, 1947.
2. *C.S.Beals*, Mon. Notic. Roy. Astron. Soc., **91**, 966, 1931.
3. *C.S.Beals*, Publ. Dom. Astrophys. Observ. Victoria, **6**, 111, 1934.
4. *B.Gerasimovich*, Z. Astrophys., **7**, 335, 1933.
5. *S.Chandrasekhar*, Mon. Notic. Roy. Astron. Soc., **94**, 522, 1934.
6. *S.Chandrasekhar*, Rev. Mod. Phys., **17**, 138, 1945.
7. *S.Chandrasekhar*, Astrophys. J. **102**, 402, 1945.
8. *W.H.Mc.Crea*, *K.K.Mirta*, Z. Astrophys., **11**, 359, 1936.
9. *В.В.Соболев*, Астрон. ж., **34**, 694, 1957.
10. *В.П.Гринин*, Астрофизика, **20**, 365, 1984.
11. *В.В.Иванов*, Перенос излучения и спектры небесных тел, Наука, М. 1969.
12. *В.Г.Горбацкий*, Астрон. ж., **41**, 849, 1964.
13. *А.А.Боярчук*, Изв. КрАО, **35**, 45, 1966.
14. *V.Doazan*, Ann. Astrophys., **28**, 1, 1965.
15. *Л.Лууд*, *М.Ильмас*, Эмиссионные линии в спектрах звезд, Тарту, 1974.
16. *Р.Е.Гершберг*, *Э.Э.Шноль*, Изв. КрАО, **50**, 122, 1974.
17. *В.П.Гринин*, *Н.А.Катышева*, Изв. КрАО, **62**, 66, 1980.
18. *J.I.Castor*, *H.J.G.L.M.Lamers*, Astrophys. J. Suppl. Ser., **39**, 481, 1979.
19. *A.Natta*, *C.Giovanardi*, Astrophys. J., **356**, 646, 1990.
20. *С.А.Грачев*, Труды АО ЛГУ, **44**, 203, 1994.
21. *C.Bertout*, Astrophys. J., **285**, 269, 1984.
22. *H.J.Lamers*, *M.Cerruti-Sola*, *M.Perinotto*, Astrophys. J., **314**, 726, 1987.
23. *С.А.Грачев*, *В.П.Гринин*, Астрофизика, **11**, 33, 1975.
24. *G.B.Rybicki*, *D.G.Hummer*, Astrophys. J., **219**, 654, 1978.
25. *S.Deguchi*, *Y.Fukui*, Pub. Astron. Soc. Japan, **29**, 683, 1977.
26. *J.Surdej*, Astron. Astrophys., **60**, 303, 1978.
27. *J.Surdej*, Astrophys. Space. Sci., **73**, 101, 1980.
28. *G.L.Olson*, Astrophys. J., **255**, 267, 1982.
29. *L.B.Lucy*, *P.M.Solomon*, Astrophys. J., **159**, 879, 1970.
30. *J.Castor*, Mon. Notic. Astron. Soc., **169**, 279, 1974.

31. *J.Castor, D.C.Abbott, R.I.Klein*, Astrophys. J., **195**, 157, 1975.
32. *S.P.Owocki, J.Puls*, Astrophys. J., **510**, 355, 1999.
33. *В.П.Гринин*, Астрофизика, **14**, 537, 1978; **16**, 123, 1980; **17**, 109, 1981.
34. *S.P.Owocki, S.R.Granmer, K.G.Gayley*, Astrophys. J., **472**, L115, 1996.
35. *S.P.Owocky, S.R.Granmer, K.G.Gayley*, Astrophys. Space. Sci. Libr., **233**, 205, 1998.
36. *P.Goldreich, N.D.Kylafis*, Astrophys. J., **253**, 606, 1982.
37. *S.Deguchi, W.D.Watson*, Astrophys. J., **285**, 126, 1984.
38. *В.П.Гринин, С.А.Григорьев*, Астрон. ж., **60**, 512, 1983.
39. *W.D.Watson, H.W.Wyld*, Astrophys. J., **530**, 207, 2000.
40. *И.С.Шкловский*, Астрон. ж., **46**, 3, 1969.
41. *W.H.Kegel, D.A.Varshalovich*, Nature, **286**, 136, 1980.
42. *В.В.Железняков*, Излучение в астрофизической плазме, Изд. "Янус-К", М., 1997, с.464.