

УДК: 524.354.6

## ВОЛНОВЫЕ ПУЧКИ В ПЛАЗМЕ В ПОПЕРЕЧНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

А.Г.БАГДОЕВ<sup>1</sup>, Д.М.СЕДРАКЯН<sup>2</sup>

Поступила 23 октября 2000

Рассматривается распространение осесимметричных магнитогидродинамических волн вблизи экваториальной плоскости коры нейтронной звезды, находящейся в поперечном магнитном поле. Эти волны возбуждаются пространственно - ограниченным возбуждением в форме поперечного магнитного поля, приложенного к внутренней границе коры нейтронной звезды. Определены магнитные поля и электрические токи, возбуждаемые этим волновым пучком на поверхности звезды.

1. *Введение.* Как было показано в работе [1], рассмотрение распространения магнитогидродинамических волн в ионизированной магнитоактивной плазме имеет важное значение при обсуждении предложенного в ней механизма радиоизлучения пульсаров. В работе рассматривалось распространение неограниченной волны через слой магнитоактивной плазмы и было оценено затухание этой волны. Для развития предложенного механизма необходимо исследовать распространение магнитогидродинамических волн не только с учетом поглощения, но и с учетом ограниченности волнового пучка. Постановка задачи следующая. пространственно - ограниченное возмущение в форме поперечного магнитного поля, приложенного к левой границе (ядро нейтронной звезды) слоя ионизированной плазмы, находящейся в поперечном магнитном поле возбуждает магнитогидродинамические волны, распространяющиеся в этом слое, причем вторая правая граница слоя (поверхность звезды) свободна. Необходимо определить магнитные поля и электрические токи, возбуждаемые этим волновым пучком на поверхности звезды.

Для решения этой задачи мы используем эволюционные уравнения и нелинейные уравнения Шредингера для нелинейных узких пучков в электропроводящей жидкости, полученные в работе [2,3]. При этом при определении решения для пучков мы предположим, что невозмущенное магнитное поле направлено перпендикулярно к направлению распространения невозмущенной плоской волны. Отметим, что ряд работ [2-5] посвящен получению и решению эволюционных уравнений для слоя вязкой упругой среды или электропроводящей жидкости с учетом неоднородностей, конечной теплопроводности и химической активности этих сред. В этих работах учтена также конечность времен релаксации термодинамических параметров среды,

приводящих к частотной дисперсии волновых пучков. В конце отметим, что в работе [3] исследована поперечная устойчивость волн модуляции и показано, что в случае квазиплоских волн, являющихся огибающими быстрых магнитногидродинамических волн, имеется поперечная устойчивость волн модуляций.

**2. Эволюционные уравнения.** Рассмотрим распространение квазимонохроматических волн модуляции в электропроводящей жидкости (или ионизированной плазме), занимающей слой  $0 \leq x \leq l$  в перпендикулярном магнитном поле  $(H_y, H_z)$ , где ось  $X$  направлена по нормали к невозмущенной плоской волне в противоположном к движению волны направлению, ось  $Y$  - поперечная координата в основной плоскости движения, ось  $Z$  направлена нормально к плоскости  $XY$ .

Уравнения движения плазмы в магнитном поле с учетом обычной и магнитной вязкости имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \bar{v} \bar{\nabla} \right) \rho + \rho \bar{\nabla} \bar{v} &= 0, \\ \rho \left( \frac{\partial}{\partial t} + \bar{v} \bar{\nabla} \right) \bar{v} - \frac{1}{4\pi} (\bar{H} \bar{\nabla}) \bar{H} &= -\bar{\nabla} \left( P + \frac{H^2}{8\pi} \right) + \eta \bar{\nabla}^2 \bar{v} + \left( \xi + \frac{\eta}{3} \right) \bar{\nabla} (\bar{\nabla} \bar{v}), \\ \left( \frac{\partial}{\partial t} + \bar{v} \bar{\nabla} \right) \bar{H} - (\bar{H} \bar{\nabla}) \bar{H} + \bar{H} (\bar{\nabla} \bar{v}) &= \nu_m \bar{\nabla}^2 \bar{H}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $\eta$  и  $\xi$  коэффициенты объемной и сдвиговой вязкости, а  $\nu_m = \frac{c^2}{4\pi\sigma}$  - коэффициент магнитной вязкости,  $\sigma$  - электропроводность плазмы,  $c$  - скорость света. Для замыкания системы уравнений (1) необходимо добавить к ней уравнение потока тепла:

$$\rho T \frac{ds}{dt} = -(\bar{\nabla} \bar{q}), \quad (2)$$

где

$$\bar{q} + \tau_0 \frac{\partial \bar{q}}{\partial t} = -\kappa \bar{\nabla} T.$$

Здесь мы также учли конечность времени релаксации  $\tau_0$  теплового потока,  $\kappa$  - коэффициент теплопроводности. Из законов термодинамики для идеального газа имеем следующее соотношение:

$$T \frac{ds}{dt} = \frac{c_v}{\rho R} \left( \frac{dP}{dt} - c_s^2 \frac{d\rho}{dt} \right), \quad (3)$$

где  $c_v$  - теплоемкость плазмы и  $c_s^2 = (\partial P / \partial \rho)_s$  - квадрат скорости звука в рассматриваемой среде. Уравнения (2) и (3) вместе с (1) составляют замкнутую систему уравнений, описывающую движение плазмы в магнитном поле.

Для квазимонохроматических волн можно показать (см. работу [3]), что в качестве искомым функций можно взять компоненту возмущенного магнитного поля по оси  $Y$   $h_y = u$  и получить [2]

$$u = u_1(\tau_1, y, z, t) + u_2(\tau_2, y, z, t), \quad (4)$$

где

$$\tau_{1,2} = \frac{l \mp x}{c_n} - t = \tau'_{1,2} - t$$

есть эйконалы идущих слева и справа волн в слое,  $c_n$  - нормальная скорость линейной волны, причем эволюционные уравнения для  $u_{1,2}$  - расщепляются и имеют вид:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 u_{1,2}}{\partial t \partial \tau_{1,2}} - \frac{1}{2} \hat{L}(u_{1,2}) - \frac{\partial u_{1,2}}{\partial \tau_{1,2}} \frac{d \ln \Phi}{dt} = \\ & = - \frac{1}{c_n} \frac{\partial}{\partial \tau_{1,2}} \left[ \Gamma u_{1,2} \frac{\partial u_{1,2}}{\partial \tau_{1,2}} + D \frac{\partial^2 u_{1,2}}{\partial \tau_{1,2}^2} + E \frac{\partial^3 u_{1,2}}{\partial \tau_{1,2}^3} \right]. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь коэффициенты поперечного оператора

$$\hat{L} = c_n \left( \frac{\partial^2 \alpha}{\partial \beta^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \alpha}{\partial \gamma^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + 2 \frac{\partial^2 \alpha}{\partial \beta \partial \gamma} \frac{\partial^2}{\partial z \partial y} \right) \quad (6)$$

при произвольном поперечном магнитном поле ( $H_y, H_z$ ) имеют вид [4,5]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \alpha}{\partial \beta^2} &= -c_n + c_A^2 c_s^2 \frac{H_y^2}{(H_y^2 + H_z^2) c_n (2c_n^2 - c_A^2 - c_s^2)}, \\ \frac{\partial^2 \alpha}{\partial \gamma^2} &= -c_n + c_A^2 c_s^2 \frac{H_z^2}{(H_y^2 + H_z^2) c_n (2c_n^2 - c_A^2 - c_s^2)}, \\ \frac{\partial^2 \alpha}{\partial \gamma \partial \beta} &= -c_n c_A^2 c_s^2 \frac{H_y H_z}{(H_y^2 + H_z^2)} \cdot \frac{3c_s^2 + 3c_A^2 - 2c_n^2}{(2c_n^2 - c_A^2 - c_s^2)^2}, \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$c_A^2 = \frac{H_y^2 + H_z^2}{4\pi\rho}$$

есть квадрат скорости волн Альфвена и  $c_n^2 = c_A^2 + c_s^2$ . Коэффициенты нелинейности  $\Gamma$ , диссипации  $D$  и дисперсии  $E$  в магнитном поле  $H_y \neq 0$  и  $H_z = 0$  имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{c_n}{H_y} \left[ \frac{\gamma + 1}{2} \frac{c_s^2}{c_n^2} + \frac{3}{2} \frac{c_A^2}{c_n^2} \right], \\ D &= -\frac{1}{2c_n} \left[ \frac{1}{\rho} \left( \xi + \frac{4}{3} \eta \right) + \frac{c_A^2}{c_n^2} v_m + \frac{(\gamma - 1)^2 T \kappa}{\rho c_n^2} \right], \\ E &= -\frac{\tau_0 (\gamma - 1)^2 T \kappa}{c_n \rho c_n^2}. \end{aligned} \quad (8)$$

3. *Решение эволюционных уравнений.* Для произвольного ( $H_y, H_z$ ) решение задачи об узких пучках уравнения (5) затруднительно. Если направление магнитного диполя нейтронной звезды совпадает с осью вращения звезды, тогда магнитное поле вблизи экваториальной плоскости перпендикулярно к ней, следовательно  $H_z = 0$  и невозмущенное поле  $H_y$  направлено по оси  $Y$ . Из соотношений на волне в основных порядках для

возмущенных параметров имеет место [3]:

$$v_y = 0, h_x = 0, v_z = 0, h_z = 0, h_y = \frac{H_y}{c_n} v_x, \rho' = \frac{\rho}{c_n} v_x, \bar{F}' = c_n^2 \rho'. \quad (9)$$

Для поля, направленного по оси  $Y$  из (7) получается

$$\frac{\partial^2 \alpha}{\partial \beta^2} = -c_n \left( 1 + \frac{c_n^2 c_x^2}{c_n^4} \right), \quad \frac{\partial^2 \alpha}{\partial \gamma^2} = -c_n, \quad \frac{\partial^2 \alpha}{\partial \gamma \partial \beta} = 0. \quad (10)$$

Согласно (9), все возмущенные величины выражаются через  $h_y = u$ , а последняя определяется из эволюционного уравнения (5), при этом коэффициенты  $\Gamma$ ,  $D$ ,  $E$  задаются формулами (8). Согласно формулам (10), уравнения (5) не допускают простых осесимметричных решений в плоскости  $YZ$  (см. приложение), однако, если ввести новые переменные

$$y = \sqrt{-\frac{\partial^2 \alpha}{\partial \beta^2} c_n} y', \quad z = \sqrt{-\frac{\partial^2 \alpha}{\partial \gamma^2} c_n} z',$$

то по координатам  $y', z'$  уравнения (5) допускают осесимметричные решения по "радиальной" координате, эллиптические по форме поперечного сечения в координатах  $y, z$ , причем  $r^2 = y'^2 + z'^2$ . В этом случае уравнения (5) запишутся в следующем виде:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 u_{1,2}}{\partial t \partial \tau_{1,2}} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 u_{1,2}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_{1,2}}{\partial r} \right) - \frac{\partial u_{1,2}}{\partial \tau_{1,2}} \frac{d \ln \Phi}{dt} = \\ & = -\frac{1}{c_n} \frac{\partial}{\partial \tau_{1,2}} \left[ \Gamma u_{1,2} \frac{\partial u_{1,2}}{\partial \tau_{1,2}} + D \frac{\partial^2 u_{1,2}}{\partial \tau_{1,2}^2} + E \frac{\partial^3 u_{1,2}}{\partial \tau_{1,2}^3} \right]. \end{aligned} \quad (11)$$

Всюду  $F$  означает линейное одномерное по координатам  $\tau_{1,2}$  лучевое решение, которое для задачи магнитной гидродинамики можно получить из закона сохранения энергии возмущений в волне [3-5].

Ищем решения уравнений (11) в виде квазимонохроматических и квазиплоских волн:

$$u_{1,2} = \frac{1}{2} \left[ U_{1,2} e^{i\theta_{1,2} - v\omega^2 \tau'_{1,2}} + V_{1,2} e^{2i\theta - 2v\omega^2 \tau'_{1,2}} + \text{к.с.} \right], \quad (12)$$

где  $U_{1,2}$  и  $V_{1,2}$  - амплитуды первой и второй гармоники соответственно,  $\theta_{1,2} = \omega \tau_{1,2} - \omega' t$ ,  $\omega$  - основная частота волн,  $\omega'$  - модулированная частота,  $v$  - затухание. Подставляя (12) в (11) можно получить:

$$\omega' = -\frac{1}{c_n} E \omega^3, \quad v = -\frac{1}{c_n} D. \quad (13)$$

Уравнение для амплитуд второй гармоники, при предположении  $\omega'/c_n \gg 1$ , дает выражение, связывающее  $V_{1,2}$  с  $U_{1,2}$ . Исключив  $V_{1,2}$  из уравнения для первой гармоники, получим нелинейное уравнение Шредингера для определения амплитуд  $U_{1,2}$  первой гармоники:

$$\begin{aligned} & i\omega \left( \frac{\partial U_{1,2}}{\partial t} + c_n \frac{\partial U_{1,2}}{\partial \tau'_{1,2}} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 U_{1,2}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_{1,2}}{\partial r} \right) - \frac{\partial U_{1,2}}{\partial \tau'_{1,2}} \frac{d \ln \Phi}{dt} = \\ & = (\kappa_1 + i\kappa_2) U_{1,2}^2 U_{1,2}, \end{aligned} \quad (14)$$

где

$$\begin{aligned} \kappa_1 &= 3E\omega^2\xi, \quad \kappa_2 = \omega D\xi, \\ \xi &= \frac{1}{8c_n} \frac{\Gamma^2 e^{-2\nu\omega^2\tau'_{1,2}}}{9E^2\omega^2 + D^2}, \end{aligned} \quad (15)$$

Для уравнений (14) стационарные решения, удовлетворяющие условию  $\partial U_{1,2}/\partial t = 0$ , устанавливаются тогда, когда энергия возмущений, подаваемая на левой границе ( $x = l$ ) слоя, затрачивается на диссипацию и излучение электромагнитных волн с правого конца этого слоя. При поиске стационарных решений для простоты также предположим, что  $d \ln \Phi / dt = 0$ . Как граничное условие для искомого решения на левой границе  $x = l$  выбираем функцию  $h_{y1} = U_1$  для идущей направо волны в виде гауссовского пучка:

$$U_1 = K_0 e^{-r^2/r_0^2} e^{-i\omega t} e^{i\frac{r^2}{2R_1(0)}}, \quad (16)$$

осесимметричного по  $r$  и эллиптического по  $y, z$ . Здесь  $R_1(0)\omega c_n$  - есть радиус кривизны поверхности левого торца слоя. Тогда решения можно написать в виде:

$$U_{1,2} = A_{1,2} e^{i\varphi_{1,2}},$$

где

$$\begin{aligned} A_{1,2} &= \frac{b_{1,2}}{f_{1,2}(\tau'_{1,2})} e^{-\frac{r^2}{2r_0^2 f_{1,2}^2(\tau'_{1,2})}}, \\ \varphi_{1,2} &= \sigma(\tau'_{1,2}) + \frac{r^2}{2R_{1,2}(\tau'_{1,2})}. \end{aligned} \quad (17)$$

Подставляя (17) в (14), приравняв члены с  $r^0$ ,  $r^2$  и действительные и мнимые части, можно получить уравнения для безразмерных радиусов пучков  $f_{1,2}$ , радиуса кривизны волн, и фаз  $s_{1,2}$ :

$$\frac{d^2 f_{1,2}}{d\tau'_{1,2}} = \frac{\xi_1}{f_{1,2}^3} + \frac{2\nu b_{1,2}^2 \kappa_2 \omega}{f_{1,2}} c_n, \quad (18)$$

$$\frac{1}{f_{1,2}} \frac{df_{1,2}}{d\tau'_{1,2}} = -\frac{1}{\omega} \left( -\frac{1}{R_{1,2}} + \kappa_2 \frac{b_{1,2}^2}{f_{1,2}^2} \right), \quad (19)$$

$$\frac{d\sigma}{d\tau'_{1,2}} = -\frac{c_n}{\omega} \left( \frac{2}{r_0^2 f_{1,2}^2 c_n} + \kappa_1 \frac{b_{1,2}^2}{f_{1,2}^2} \right), \quad (20)$$

где

$$\xi_1 = \frac{1}{r_0^4 \omega^2} + \frac{2b_{1,2}^2 \kappa_1}{r_0^2 \omega^2} - \frac{\kappa_2^2 b_{1,2}^4}{\omega^2}. \quad (21)$$

Граничное условие (16) при  $x = l$  и  $\tau'_1 = 0$  дает начальные условия для уравнения (18), написанного для функции  $f_i$ :

$$f_i(0) = 1, \quad \frac{df_i(0)}{d\tau'_i} = F = -\frac{1}{\omega} \left( -\frac{1}{R_1(0)} + \kappa_2 b_1^2 \right),$$

где можно считать  $b_1 = K_0$ . Считая далее диссипацию малой, можно в уравнении (18) отбросить второе слагаемое в правой части и считать  $\kappa_1$  и  $\kappa_2$  постоянными. Тогда уравнение (18) интегрируется и получаем:

$$f_1^2 = \frac{\xi_1}{K} + K \left( \tau_1' + F/K \right)^2, \quad (22)$$

где  $K = \xi_1 + F^2$ . Для нахождения окончательных решений необходимо задать граничное условие на правом торце слоя. Естественным условием будет требование свободной границы на поверхности звезды, т.е. при  $x=0$ ,  $p'=0$ . Это условие в силу (9) и (1) при  $x=0$  дает

$$h_y = 0 \quad \text{и} \quad U_1 = -U_2. \quad (23)$$

Согласно (17)-(20) условие (23) выполняется при требовании:

$$b_2 = -b_1, \quad f_2 \left( l/c_n \right) = f_1 \left( l/c_n \right), \quad \frac{df_2}{d\tau_2'} = \frac{df_1}{d\tau_1'}. \quad (24)$$

Здесь  $l$  - продольная длина рассматриваемого слоя. Можно решить уравнение для  $f_2$  (15) при условиях (24) и показать, что  $f_2$  снова дается решением (22), где нужно заменить  $\tau_1'$  на  $\tau_2'$ . Решение (22) для  $f_{1,2}$  имеет место и для импульсных пучков, для которых

$$\left. \frac{\partial U_{1,2}}{\partial t} + \frac{\partial U_{1,2}}{\partial \tau_{1,2}'} = \frac{\partial U_{1,2}}{\partial \tau_{1,2}'} \right|_{\tau_{1,2}'},$$

т.е. стационарное решение в системе движущейся с волной. При этом  $K_0$  есть функция времени  $t$  [8].

Полученные нами решения позволяют определить интересующие нас физические параметры на правой границе слоя; т.е. при  $x=0$  или  $\tau' = l/c_n$ . Легко видеть, что  $p' = \frac{\partial v_x}{\partial x} = h_y = 0$ , откуда следует:

$$v_x = \text{Re}V_x, \quad j_z = -\frac{c}{4\pi} \frac{\partial h_y}{\partial x} = \text{Re}J_z, \quad (25)$$

где

$$|V_x| = \frac{2 b_1 c_n}{H_y f(l/c_n)} \exp \left\{ -\frac{v\omega^2 l}{c_n} - \frac{r^2}{2 r_0^2 f^2(l/c_n)} \right\}, \quad (26)$$

$$|J_z| = \frac{c}{4\pi} \frac{2 b_1 \omega}{c_n f(l/c_n)} \exp \left\{ -\frac{v\omega^2 l}{c_n} - \frac{r^2}{2 r_0^2 f^2(l/c_n)} \right\}. \quad (27)$$

Как видно из (26),(27) полученные выражения для  $|V_x|$  и  $|J_z|$  зависят от значения амплитуды возбуждения магнитного поля на внутренней границе коры нейтронной звезды:  $b_1 = K_0$ . Последнее определяется из физического механизма возбуждения магнитного поля на поверхности ядра нейтронной звезды, где меняется характер распределения магнитного поля при переходе от кластерного распределения к непрерывному [6].

4. *Заключение.* Как было отмечено в работе [1], где в линейном приближении было рассмотрено распространение волны через плазму

коры нейтронной звезды, для частот  $\omega \ll 10^{10} \text{ с}^{-1}$  плазма почти прозрачна. Этот результат был получен для волны с неограниченным плоским фронтом. Но, как видно из полученных здесь решений, диссипация волнового пучка совпадает со случаем с неограниченным фронтом, следовательно и в этом случае плазма будет прозрачна для волн с  $\omega \ll 10^{10} \text{ с}^{-1}$ . Так как волны почти без потерь доходят к поверхности звезды, следовательно представляется важным оценить отличные от нуля воздействия на фокальном пятне на поверхности звезды. Из формул (26), (27) видно, что на поверхности звезды отличны от нуля  $v_x$  и  $j_z$ . Это означает, что из фокального пятна возможен как выброс вещества, так и излучение электромагнитных волн. Амплитуда выброса поверхностного вещества и интенсивность электромагнитного излучения могут быть оценены, если мы зададим мощность возбуждения магнитного поля на внутренней границе коры нейтронной звезды. Так как аннигиляция вихревых кластеров на границе ядра нейтронной звезды может привести к возбуждению магнитного поля, то важно оценить, соответствуют ли эти возбуждения, как по мощности, так и частотному распределению, тому, чтобы объяснить наблюдаемое спектральное распределение радиоизлучения пульсаров.

В настоящее время проводятся эти исследования. Результаты будут опубликованы в последующих статьях.

1 Институт механики НАН Армении,

2 Ереванский Государственный университет, Армения

### Приложение

#### ЗАДАЧА ОБ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ГАУССОВЫХ ПУЧКАХ

Можно получить решение узких пучков и в случае осесимметричного по  $y, z$  пучка в форме поперечного сечения

$$y^2 + z^2 = r_0'^2, \quad r_0' = \text{const},$$

для которого в переменных  $y', z'$  эта форма имеет вид эллипса:

$$\frac{y'^2}{a_{01}^2} + \frac{z'^2}{a_{02}^2} = 1, \quad a_{01}^2 = -\frac{r_0'^2}{\frac{\partial^2 \alpha}{\partial \beta^2} c_n}, \quad a_{02}^2 = -\frac{r_0'^2}{\frac{\partial^2 \alpha}{\partial \gamma^2} c_n}. \quad (28)$$

Поскольку уравнения Шредингера для двух пучков совпадают, дается вывод для одного пучка.

Уравнение (11) примет вид:

$$i\omega \frac{\partial U_1}{\partial \tau_1'} + \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial^2 U_1}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 U_1}{\partial z'^2} \right] = (\kappa_1 + i\kappa_2) |U_1|^2 U_1. \quad (29)$$

Решение уравнения (29) для эллиптической формы (28) можно искать в виде [7]:

$$U_1(\tau'_1, y', z') = \frac{A}{\sqrt{a_1(\tau'_1)a_2(\tau'_1)}} \exp \left\{ -\frac{y'^2}{2a_1^2} - \frac{z'^2}{2a_2^2} + iS_1(\tau'_1)y'^2 + iS_2(\tau'_1) + i\varphi(\tau'_1) \right\}, \quad (30)$$

причем  $a_{10}, a_{20}$  есть значения  $a_1, a_2$  при  $\tau'_1 = 0$ ,  $A^2 = A_0^2 a_{10} b_{10}$ . При этом на границе  $x=l$ ,  $\tau'_1 = 0$  имеет место

$$U_1(0, y', z') = A_0 \exp \left\{ -\frac{y'^2}{2a_{01}^2} - \frac{z'^2}{2a_{02}^2} + i\frac{y'^2}{2F_1} + i\frac{z'^2}{2F_2} \right\}, \quad (31)$$

где  $F_{1,2} = a_{01,2}^2 R_0 / r_0^2$ ,  $\omega R_0 / c_n$  - радиус кривизны волны при  $x=l$ . Подставляя (30) в (29), приравнивая члены нулевого порядка по  $y', z'$  и члены с  $y'^2, z'^2$ , в которых отделены действительные и мнимые части, можно получить уравнения:

$$S_{1,2} = \frac{\omega}{2a_{1,2}} \frac{da_{1,2}}{d\tau'_1} + \frac{A^2}{2a_1 a_2} \kappa_2, \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 a_{1,2}}{d\tau'^2} = & \frac{1}{\omega} A^2 \kappa_2 \left( \frac{1}{a_{2,1}} \frac{da_{2,1}}{d\tau'_1} - \frac{1}{a_1 a_2} \frac{da_{1,2}}{d\tau'_1} \right) + \frac{2\kappa_1 A^2}{\omega^2 a_{1,2}^2 a_{2,1}} + \\ & + \frac{1}{a_{1,2}^3 \omega^2} - \frac{\kappa_2 A^4}{a_{1,2} a_{2,1}^2 \omega^2} - 2\nu\omega\kappa_2 \frac{A^2}{a_{2,1}}, \end{aligned} \quad (33)$$

что обобщает уравнения [7] на учет диссипации ( $\kappa_2 \neq 0$ ).

Начальные условия для интегрирования (33) в силу (28), (31) и (32) имеют вид:

$$\tau'_1 = 0, \quad a_{1,2} = a_{1,20}, \quad S_{1,2}(0) = \frac{1}{2F_{1,2}}, \quad \frac{da_{1,2}}{d\tau'_1} = \frac{a_{1,20}}{\omega} \left( \frac{1}{F_{1,2}} - A_0^2 \kappa_2 \right), \quad (34)$$

Уравнения (33) при условиях (34) могут быть без труда проинтегрированы численно. Можно также получить из (29) интегральное соотношение, из которого выведены, аналогично [2,8], уравнения для  $a_{1,2}$  в случае непроисевых лучей.

WAVES BEAMS IN THE PLAZMA WITH TRANSVERSAL  
MAGNETIC FIELD

A.G.BAGDOEV, D.M.SEDRAKIAN

Propagation of radial magnetohydrodynamic waves near the equatorial plane of the neutron star crust with transversal magnetic field has been considered. These waves are generated by space - finite perturbation of transversal magnetic field applied on the inner surface of the neutron star crust. The strength of the magnetic field and the electric currents generated by wave beam on the surface of the star are calculated.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Д.М.Седракян*, *Астрофизика*, **31**, 101, 1989.
2. *А.Г.Багдоев, А.В.Шекоян*, *Акуст. Ж.*, **45**, 119, 1999.
3. *А.Г.Багдоев, Л.Г.Петросян*, *Изв. АН Арм. ССР, Механика*, **36**, 3, 1983.
4. *А.Г.Багдоев, А.А.Гургенян*, *Изв. АН Арм. ССР, Механика*, **39**, 16, 1986.
5. *М.М.Минасян*, *Докл. АН Арм. ССР*, **55**, 123, 1972.
6. *Д.М.Седракян*, *Астрофизика*, **43**, 377, 2000.
7. *В.В.Воробьев*, *Изд. высш. учебн. завед., Радиофизика*, **13**, 1905, 1970.
8. *М.Б.Виноградов, О.В.Руденко, А.П.Сухоруков*, *Теория волн*, Наука, М, 1979.