

УДК: 524.8:531.51

О СТАБИЛИЗАЦИИ ДИЛАТОНА В СТРУННОЙ КОСМОЛОГИИ. III. МОДЕЛИ С ИСКРИВЛЕННЫМ ПРОСТРАНСТВОМ

А. А. СААРЯН

Поступила 8 сентября 1999

Принята к печати 15 мая 2000

В рамках предложенного в первой части работы механизма фиксации дилатона продолжен анализ однородных и изотропных космологических моделей низкоэнергетической струнной гравитации с петлевыми поправками. Для различных значений показателя сингулярности дилатонной кинетической функции и баротропного индекса негравитационной материи методами качественной теории динамических систем исследовано поведение моделей с искривленным пространством. Выявлены условия, при которых происходит стабилизация дилатона в результате космологического расширения, и построены соответствующие фазовые картины.

1. *Введение.* В первой части данной работы [1] было показано, что петлевые поправки к дилатонным функциям связи в струнном эффективном действии приводят к новому механизму фиксации дилатона. В его рамках стабилизация дилатона происходит в сингулярных точках кинетической функции дилатона. Возможность генерации последних петлевыми поправками является основным предположением предложенного механизма. В [1] было показано, что существует класс однородных и изотропных космологических моделей с постоянным дилатоном, соответствующим точкам сингулярности кинетической функции. Поведение плоских моделей с переменным дилатоном в окрестности этих решений исследовано в [2], где выявлены условия, при которых решения с постоянным дилатоном являются аттракторами и происходит стабилизация дилатона в результате космологической эволюции. В данной работе исследовано поведение моделей с искривленным пространством и с переменным дилатоном в окрестности сингулярностей дилатонной кинетической функции. Рассмотрен вопрос о возможности стабилизации дилатона в этих точках, а также эффективность такой стабилизации. Статья организована следующим образом. Во втором разделе проведен качественный анализ чисто грави-дилатонных моделей с искривленным пространством. Общему случаю искривленных моделей с дополнительным баротропным источником посвящен раздел 3. В заключении подытожены основные результаты работы.

2. *Грави-дилатонные модели.* Прежде чем перейти к общему случаю искривленных моделей с произвольным баротропным источником, рассмотрим сначала чисто грави-дилатонные модели ($\epsilon=0$). В работе [3] было показано, что в общем случае дилатонных функций связи соответствующие космологические решения могут быть найдены явно, в терминах интегралов, содержащих эти функций. В \mathcal{E} -представлении эти решения имеют вид [3]

$$R = R_m \left| \frac{1}{\sqrt{k}} \sin[\sqrt{k}(n-1)t_c] \right|^{1/(n-1)}, \quad k = 0, \pm 1 \quad (1)$$

$$\int \frac{d\varphi}{f(\varphi)} = \frac{\pm 1}{n-1} \ln \left| \frac{1}{\sqrt{k}} \tan[\sqrt{k}(n-1)t_c/2] \right|, \quad (2)$$

где R - масштабный фактор, φ - поле дилатона, n - размерность пространства. При заданных дилатонных функциях связи $F_A(\varphi)$, $K = R$, φ эти выражения совместно с $t = \int R dt_c$ в параметрическом виде определяют зависимость масштабного фактора и дилатона от синхронного времени t . Соответствующие решения в струнном представлении получаются конформным преобразованием метрики.

Рассмотрим поведение решений (1) и (2) в окрестности сингулярных точек кинетической функции $\bar{F}_\varphi(\varphi)$, т.е. нулей функции $f(\varphi) = 1/\sqrt{-4F_\varphi(\varphi)}$. Предполагая, что вблизи этих нулей функция имеет вид

$$f(\varphi) = f_1 |\varphi - \varphi_0|^\beta, \quad \varphi \rightarrow \varphi_0, \quad \beta > 0, \quad (3)$$

из (2) находим

$$\operatorname{sgn}(\varphi - \varphi_0) \frac{|\varphi - \varphi_0|^{1-\beta}}{1-\beta} = \pm \frac{f_1}{\sqrt{1-1/n}} \ln \left| \frac{1}{\sqrt{k}} \tan[\sqrt{k}(n-1)t_c/2] \right| + \text{const} \quad (4)$$

для $\beta \neq 1$. При $\beta = 1$ в левой части имеем $\ln|\varphi - \varphi_0|$ вместо $|\varphi - \varphi_0|^{1-\beta}/(1-\beta)$. Из этого выражения следует, что при $\beta < 1$ точке $\varphi = \varphi_0$ соответствует конечное значение временной координаты t_c и масштабного фактора, и поэтому решения могут перейти из области $\varphi < \varphi_0$ в область $\varphi > \varphi_0$ или наоборот. При $\beta \geq 1$ точке $\varphi = \varphi_0$ соответствует $R = 0$ или $R = \infty$. Первый из этих случаев соответствует конечному значению временной координаты, и решение в этой точке сингулярно. Во втором же случае имеем $t_c \rightarrow \infty$ при $\varphi \rightarrow \varphi_0$.

Для построения фазовых картин грави-дилатонных моделей с сингулярной кинетической функцией дилатона (фазовую картину для несингулярного случая см. в [4]) заметим, что для соответствующих решений из уравнения связи (см. уравнение (3) в [2]) имеем $x = \pm \sqrt{n(n-1)}$ и динамическая система (1) из [2] сводится к двумерной системе относительно переменных (φ, h) . Соответствующие фазовые картины при $x = \sqrt{n(n-1)}$ для качественно различных случаев $\beta \geq 1$ и $0 < \beta < 1$ изображены на рис.1 а и

b, соответственно. На этих рисунках предварительно проведено отображение фазовой плоскости (φ, h) на прямоугольную область

$$(y, w), \quad 0 \leq y \leq 1, \quad |w| \leq 1, \quad (5)$$

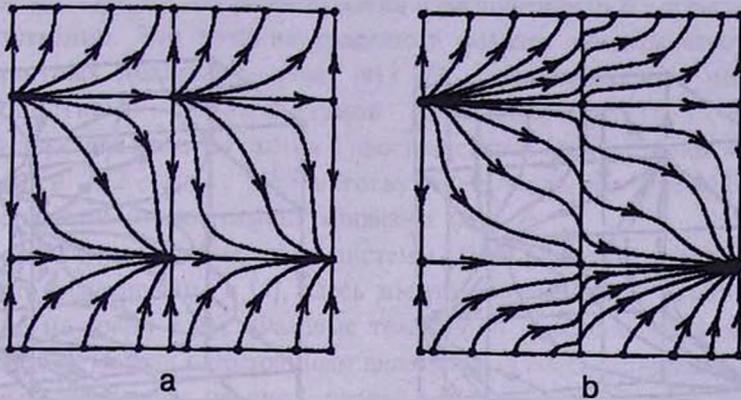


Рис.1. Фазовые диаграммы гравидилатонных моделей с сингулярной кинетической функцией для качественно различных случаев а) $\beta \geq 1$ и б) $0 < \beta < 1$. Фазовое пространство (φ, h) отображено на прямоугольную область (5) согласно (6).

где y и w определены соотношениями

$$e^\varphi = \frac{y}{1-y}, \quad w = \frac{h}{1+|h|}. \quad (6)$$

Фазовые диаграммы для случая $x = -\sqrt{n(n-1)}$ можно получить преобразованием $\varphi \rightarrow -\varphi, f(\varphi) \rightarrow f(-\varphi)$. Горизонтальные отрезки $w = \pm 1/2$ соответствуют пространственно плоским моделям. Они разделяют фазовый прямоугольник на три инвариантных подмногообразия: траектории с $|w| \leq 1/2$ соответствуют моделям с $k=1$, а траектории с $w > 1/2$ ($w < -1/2$) соответствуют моделям расширения (сжатия) с $k=-1$. При $\beta \geq 1$ на отрезке $\varphi = \varphi_0$ особыми являются точки $(y = y_0, w = \pm 1)$ и $(y = y_0, w = \pm 1/2)$ (см. рис.1а) (характер особых точек с $\varphi \neq \varphi_0$ исследовался в [4] и здесь мы на этом останавливаться не будем). Решения $\varphi = \varphi_0$ разделяют фазовое пространство на два инвариантных подмногообразия с $\varphi < \varphi_0$ и $\varphi > \varphi_0$. Точки $(y_0, \pm 1/2)$ имеют характер седло-узла. Для верхнего (нижнего) знака узловой сектор неустойчив (устойчив) и расположен правее (левее) отрезка $\varphi = \varphi_0$. Соответствующие траектории выходят из точки (входят в точку) в конечный момент времени, причем в ее окрестности

$$R - |t_c|^{1/(n-1)}, \quad \varphi - \varphi_0 - |\ln|t_c||^{1/1-\beta}, \quad t_c \rightarrow 0 \quad (7)$$

и точка является сингулярной. Для седловых секторов сепаратрисами являются отрезки $|w| = 1/2$, соответствующие пространственно-плоским моделям. Соответствующие решения входят/выходят в бесконечном будущем/прошлом.

При $0 < \beta < 1$ (рис.1б) фазовые траектории области $\varphi < \varphi_0$ в конечный момент времени достигают решения $\varphi = \varphi_0$ в касательном направлении.

В соответствующей точке значение масштабного фактора канечно и отлично от нуля. В ходе дальнейшей эволюции решения переходят в область $\varphi > \varphi_0$.

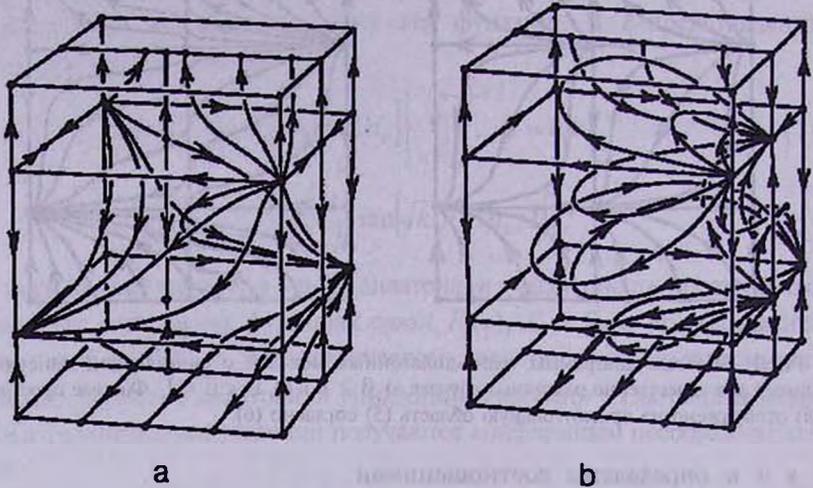


Рис.2. Примеры фазовых картин для моделей с искривленным пространством при $\varphi \leq \varphi_0$. Фазовое пространство (φ, x, h) отображено на прямоугольный параллелепипед (9) согласно (6). Приведены случаи а) $\beta \geq 1, a > 2/n - 1$; б) $\beta \geq 1, a < 2/n - 1$.

3. Модели с искривленным пространством. Для моделей с $k = \pm 1$ динамическая система имеет третий порядок, а соответствующее фазовое пространство трехмерно. Качественный анализ этой системы в предположении, что функции связи дилатона везде регулярны, проводился в предыдущих наших работах. Были построены соответствующие фазовые картины для всех качественно различных случаев. В частности, рассмотрены модели с фиксацией дилатона в результате космологической эволюции посредством механизма Демура - Полякова, т.е. в нулях функции $a(\varphi)$. Здесь же мы концентрируемся на анализе поведения фазовых траекторий и соответствующих их решений в окрестности нулей функции $f(\varphi)$, т.е. в окрестности сингулярных точек дилатонной кинетической функции $F_*(\varphi)$. В частности, рассмотрен вопрос о возможности фиксации дилатона в этих нулях.

Фазовое пространство (φ, x, h) динамической системы (1) в [2] можно компактифицировать с помощью отображения

$$(\varphi, x, h) \rightarrow (y, x, w), \quad (8)$$

где новые переменные y и w определены согласно (6). В терминах этих переменных фазовое пространство решений с неотрицательной плотностью энергии является прямоугольным параллелепипедом

$$0 \leq y \leq y_0, \quad |x| \leq \sqrt{n(n-1)}, \quad |w| \leq 1, \quad (9)$$

где $e^{\varphi_0} = y_0/(1 - y_0)$. Мы рассмотрим случай $\varphi \leq \varphi_0$. Картину для $\varphi \geq \varphi_0$ нетрудно получить отсюда с учетом свойств инвариантности динамической системы. Пространственно-плоским моделям соответствуют горизонтальные сечения $w = -1/2, 1/2$ для случаев сжатия и расширения (в E -представлении) соответственно. Эти сечения разделяют фазовое пространство на три инвариантных подпространства: $|w| < 1/2$, соответствующее моделям с пространствами положительной кривизны ($k = 1$); $-1 < w < -1/2$, соответствующее моделям сжатия с пространствами отрицательной кривизны ($k = -1$) и $1/2 < w < 1$, соответствующее моделям расширения с пространствами отрицательной кривизны ($k = -1$).

Поскольку все особые точки системы (1) из [2] кроме нулей функции $f(\varphi)$ были исследованы в [4], здесь мы рассмотрим лишь особые точки, лежащие на грани $y = y_0$. Фазовые траектории, лежащие на этой грани, представляют модели с постоянным дилатоном, а соответствующие фазовые картины изображены на рис.1 первой части работы. Особые точки (y_0, x, w) и их характер следующие (ниже мы рассмотрим лишь точки с $h \geq 0$; характер соответствующих особых точек с $h < 0$ получается отсюда с учетом инвариантности динамической системы относительно преобразований $\tau \rightarrow -\tau, x \rightarrow -x, h \rightarrow -h$).

а) Точка

$$(y_0, \pm\sqrt{n(n-1)}, 1/2) \quad (10)$$

соответствует пространственно-плоским гравидилатонным моделям с постоянным дилатоном $\varphi = \varphi_0$. Она является неустойчивым узлом для случая нижнего знака и имеет седловой характер для случая верхнего знака.

б) Точка

$$(y_0, \pm\sqrt{n(n-1)}, 1) \quad (11)$$

имеет характер седла и представляет модели с пространством отрицательной кривизны с $H = 1$. Соответствующее решение для масштабного фактора в терминах синхронного времени имеет вид $R = t$.

с) Точка

$$(y_0, 0, 1) \quad (12)$$

имеет характер седла при $a < 2/n - 1$ и вырожденного устойчивого узла при $a > 2/n - 1$, где $a = \epsilon/p$ — баротропный индекс негравитационной материи с плотностью энергии ϵ и давлением p . В последнем случае соответствующее решение является аттрактором будущего для моделей ОТО.

д) Для точки

$$(y_0, 0, 1/2) \quad (13)$$

собственное число, соответствующее оси h , равно $\lambda_3 = n(1 + a) - 2$. Поэтому в классе моделей $k = \pm 1$ она является седлом при $a > 2/n - 1$. При $a < 2/n - 1$, в зависимости от того, какой из случаев, приведенных на рис.1,

реализуется, точка (13) может иметь как седловой характер, так и характер устойчивого узла. Во втором случае для моделей с $\varphi = \varphi_0$ эта точка всегда является устойчивым узлом (см. фазовую диаграмму рис.1б в [1]).

е) Точка

$$(y_0, \pm x_1, 0), \quad x_1 = \sqrt{(n-1)(n-1/b)}, \quad b = \frac{1-a}{2(n-1)} \quad (14)$$

имеет седловой характер и соответствует моделям с $k=1$. Соответствующие решения описывают модели с постоянным масштабным фактором и дилатоном $\varphi = \varphi_0$, $R = \text{const}$ и плотностью энергии $\varepsilon = (2/(1-a))((n-1)/R)^2$ и реализуется только для источников с баротропным индексом $a < 2/n-1$. Рассмотрим поведение решений в окрестности точки с верхним знаком (аналогичные результаты для точки с нижним знаком получаются отсюда с учетом свойств инвариантности динамической системы). Соответствующую зависимость от τ нетрудно найти из системы (1) предыдущей части работы. Для функции дилатона она имеет вид

$$\varphi = \varphi_0 - \left[(\beta - 1) f_1 \sqrt{(n-1)(n-1/b)} (\tau - \tau_0) \right]^{1/(1-\beta)}, \quad \beta \neq 1 \quad (15)$$

$$\varphi = \varphi_0 - \text{const} \cdot \exp \left[f_1 \sqrt{(n-1)(n-1/b)} \tau \right], \quad \beta = 1$$

Поведение же функций $x(\tau)$ и $h(\tau)$ следующее:

$$x = x_1 + c_1 e^{\lambda_2 \tau} + c_2 e^{\lambda_3 \tau}, \quad \lambda_{2,3} = \pm (n-1) \sqrt{2(nb-1)}, \quad (16)$$

$$h = - \frac{\sqrt{1-a}}{n-1} (c_2 e^{\lambda_2 \tau} - c_3 e^{\lambda_3 \tau}),$$

где τ_0 , $c_{2,3}$ - постоянные интегрирования. В формуле (15) знак разности $\tau - \tau_0$ определяется условием положительности выражения в квадратных скобках. При $c_2 \neq 0$ слагаемые с экспонентами $e^{\lambda_3 \tau}$ можно опустить, и соответствующие выражения описывают фазовые траектории удаляющиеся от точки (14). При $c_2 = 0$ имеем подмножество решений, составляющих устойчивый сектор седла (14): $x \rightarrow x_0$, $h \rightarrow 0$ при $\tau \rightarrow \infty$. В окрестности точки (14) соответствующие фазовые траектории лежат на плоскости

$$h = \frac{\sqrt{1-a}}{n-1} x. \quad (17)$$

При $\beta < 1$ фазовые траектории этих решений, описывающие модели с $k=1$, в конечный момент времени, соответствующий значению τ_0 , достигают грани $y = y_0$ ($\varphi = \varphi_0$), касаясь решений с постоянным дилатоном. В точке касания $x = x_1 + c_2 e^{\lambda_2 \tau_0} + c_3 e^{\lambda_3 \tau_0} \neq x_1$ и $h \neq 0$, и она отлична от точки (14). Через эту точку проходит только траектория с $c_1 = 0$. Если функция $\alpha(\varphi)$ непрерывна в точке φ_0 , то в ходе дальнейшей эволюции решение переходит в область $\varphi > \varphi_0$. При $\beta \geq 1$ траектории устойчивого сектора седла (14) ($c_2 = 0$), лежащие в плоскости (17) и описывающие модели с $k=1$, стремятся к точке (14) (с верхним знаком) при $\tau \rightarrow +\infty$,

т.е. $\varphi \rightarrow \varphi_0$, касаясь решения с $c_2 = c_3 = 0$, соответствующего одной из устойчивых сепаратрис седла. В особой точке эта траектория перпендикулярна грани $y = y_0$. Остальные же траектории принадлежат седловому сектору и удаляются от особой точки в ходе эволюции.

Рассмотрим теперь поведение решений, описывающих модели с $k = \pm 1$ вблизи грани $\varphi = \varphi_0$ в окрестности неособой точки (y_0, x_0, h_0) , отличной от (14). Зависимость дилатона от параметра τ и функция $x(\varphi)$ определяются соотношениями (13) и (14) из [2]. Соответствующее выражение для функции h имеет вид

$$h = h_0 + \left[(n-1)(nb-1) - bx_0^2 \right] \frac{h_0^2}{x_0 f_1 (1-\beta)} (\varphi_0 - \varphi)^{1-\beta} \quad (18)$$

(при $\beta = 1$ в правой части следует заменить $(\varphi_0 - \varphi)^{1-\beta} / (1-\beta)$ на функцию $\ln(\varphi_0 - \varphi)$). Отсюда следует, что как и в случае плоских моделей при $\beta < 1$, $x_0 > 0$ и $k = \pm 1$, модели с переменным дилатоном в конечный момент времени (соответствующий значению $\tau = \tau_0$) достигают решения с $\varphi = \varphi_0$. Для моделей же $x_0 < 0$ имеем $\tau > \tau_0$, решения разветвляются от решений с $\varphi = \varphi_0$ при значении $\tau = \tau_0$.

После выяснения характера особых точек теперь мы приступим к описанию качественной эволюции моделей в окрестности $\varphi = \varphi_0$ для различных значений параметров. Прежде всего из последнего уравнения соответствующей динамической системы (см. систему (1) в [2]) следует, что при $a > 2/n-1$ функции $h(\tau)$ и $w(\tau)$ являются монотонно убывающими/возрастающими для закрытых/открытых моделей расширения. В случае же $a < 2/n-1$ отрезки траекторий, лежащие в области

$$bx^2 < 1 - n(1+a)/2, \quad (19)$$

описывают ускоренное расширение или сжатие, $d^2 R/dt^2 > 0$. Эволюция в этой области носит инфляционный характер, функция $h(\tau)$ возрастает (убывает) для закрытых (открытых) моделей.

3.1. $\beta \geq 1, a > 2/n-1$. На грани $\varphi = \varphi_0$ ($y = y_0$) единственными аттракторами являются точки (y, x, w) с координатами

$$(y_0, 0, \pm 1), \quad (20)$$

$$(y_0, \pm \sqrt{n(n-1)}, \pm 1/2), \quad (21)$$

причем точки с верхним/нижним знаком являются аттракторами будущего/прошлого. Точка (20) соответствует моделям с $k = -1$. Точки (21) описывают чисто гравитационные модели с плоским пространством. В их окрестности эволюция является дилатонно-доминированной. Остальные особые точки с $\varphi = \varphi_0$ имеют седловой характер. Характер точек с $\varphi < \varphi_0$ исследовался в [4]. На основе этих результатов можно построить фазовые картины для произвольной функции $\alpha(\varphi)$. В качестве примера

на рис.2а приведена фазовая диаграмма для случая функции $\alpha(\varphi)/4b\sqrt{n}$, график которой имеет вид (а) рис.1f работы [2]. Картина фазовых траекторий пространственно плоских моделей расширения (сечение $w = 1/2$) изображена на рис.1а этой работы. Соответствующие картины для моделей сжатия (сечение $w = -1/2$) можно получить преобразованием $\tau \rightarrow -\tau$, $x \rightarrow -x$. Фазовые траектории, лежащие на грани $y = y_0$, описывают модели с постоянным дилатоном $\varphi = \varphi_0$, соответствующим сингулярным точкам дилатонной кинетической функции. Картина фазовых траекторий на этой грани приведена на рис.1а первой части работы. В случае моделей с искривленным пространством, возможных аттракторами прошлого являются точка (21) с нижним знаком, точка $(y = 0, \sqrt{n(n-1)}, 1/2)$ (для $k = \pm 1$) и точки отрезка $x = 0$, $w = -1$ для моделей сжатия с $k = -1$. Аттракторами же будущего являются точка (21) с верхним знаком, точка $(y = 0, -\sqrt{n(n-1)}, -1/2)$ (для $k = \pm 1$) и точки отрезка $x = 0$, $w = 1$ для моделей расширения с $k = -1$. Вертикальные отрезки ($\varphi = \varphi_1$, $x = 0$), $\alpha(\varphi_1) = 0$ представляют модели ОТО. Все модели расширения с $k = \pm 1$ и с переменным дилатоном, кроме особых соответствующих сепаратрисам седловых точек, начинают эволюцию в конечный момент времени из точки (21) с нижним знаком или из точки $(0, \sqrt{n(n-1)}, 1/2)$. В этих точках масштабный фактор обращается в нуль и они являются сингулярными. После начальной стадии дилатонно-доминированного расширения для моделей $k = 1$ ($|w| < 1/2$) расширение останавливается в точках $w = 0$ и модели переходят в фазу сжатия и заканчивают эволюцию в другой конечный момент времени в сингулярных точках (21) с верхним знаком или в точке $(0, -\sqrt{n(n-1)}, -1/2)$ со значением $R = 0$. Модели же расширения с $k = -1$ (область $w > 1/2$) асимптотически стремятся к точкам отрезка $0 \leq y \leq y_0$, $x = 0$, $w = 1$. Предельное значение поля дилатона зависит от начальных данных. Соответствующее асимптотическое поведение масштабного фактора и поля дилатона приведено в работе [4].

3.2. $\beta \geq 1, a < 2/n - 1$. Теперь на грани $y = y_0$, наряду с (21), аттракторами являются также точки

$$(y_0, 0, \pm 1/2), \quad (22)$$

причем точка с верхним/нижним знаком является аттрактором будущего/прошлого. Эти точки соответствуют пространственно-плоским моделям ОТО. Фазовая картина на грани $y = y_0$ имеет вид, изображенный на рис.1b из первой части работы. Особые точки (14) имеют седловой характер с двумерными узловыми секторами, устойчивыми/неустойчивыми в случае верхнего/нижнего знака. В окрестности особой точки траектории этих узловых секторов лежат на плоскостях (17). На рис.2b приведена фазовая диаграмма для функции $\alpha(\varphi)/4b\sqrt{n}$, график которой имеет вид (е) рис.1f.

Характер особых точек с $\varphi = \varphi_0$, нетрудно выяснить на основе результатов работы [4]. Аттракторами будущего являются точки (21) и (22) с верхними знаками. Точки же с нижними знаками являются аттракторами прошлого. Все модели расширения, кроме особых, соответствующих узловым секторам седловых точек $(y, 0, 1)$ и (14) (с нижним знаком), начинают свою эволюцию из сингулярной точки (21) с нижним знаком в конечный момент времени. Указанные же особые решения начинают свою эволюцию из соответствующих точек в бесконечном прошлом. В зависимости от начальных данных модели заканчивают эволюцию в точках (21) и (22) с верхними знаками в конечном и бесконечном будущем для первого и второго случая соответственно. Во втором случае асимптотиками решений с переменным дилатоном являются модели ОТО. Существуют также модели, заканчивающие эволюцию в устойчивом узловом секторе седла (14) с верхним знаком. Отдельный класс моделей составляют траектории, начинающие эволюцию в бесконечном прошлом из точки (22) с нижним знаком, в состоянии сжатия со значения $R = \infty$. Аттракторы будущего для этих решений те же, что и для рассмотренных выше решений. Для моделей расширения (сжатия) с $k = 1$ существует также двумерный класс моделей, соответствующих неустойчивым (устойчивым) сепаратрисам седловых точек $(y, 0, 1)$ ($(y, 0, -1)$), начинающим (заканчивающим) свою эволюцию в этих точках в бесконечном прошлом (будущем). Таким образом, все модели расширения с $k = -1$ асимптотически стремятся к решениям ОТО с плоским пространством. Для моделей же с $k = 1$ существует также класс моделей, для которых расширение прекращается и они переходят в фазу сжатия и заканчивают эволюцию в точках, соответствующих чисто гравитационным решениям. Конечная стадия этих моделей является дилатонно-доминированной.

3.3. $0 < \beta < 1$. Картина фазовых траекторий на грани $y = y_0$ ($\varphi = \varphi_0$) не зависит от β и та же, что и в предыдущих пунктах. Однако теперь решения с $\varphi < \varphi_0$ ($\varphi > \varphi_0$) в конечный момент времени могут перейти в область $\varphi > \varphi_0$ ($\varphi < \varphi_0$) при значениях $x > 0$ ($x < 0$). При $\beta \geq 1/2$ помимо этих решений существуют модели с искривленным пространством, фазовые траектории которых заканчивают эволюцию в точке (22) с верхним знаком. Они реализуются для источников с баротропным индексом $a < 2/n - 1$. При $a > 2/n - 1$ эта точка имеет седловой характер. При $\beta > 1/2$ через каждую точку грани $\varphi = \varphi_0$, отличной от точек отрезка $x = 0$, проходят две траектории, описывающие модели с переменным и постоянным дилатоном. Точкам же отрезка $\varphi = \varphi_0$, $x = 0$ соответствуют только модели с постоянным дилатоном и они представляют решения ОТО. При значениях же $\beta < 1/2$ через эти точки также проходят два

решения. В этом случае картина космологической эволюции моделей с $k = \pm 1$ мало отличается от рассмотренной в [4] для случая несингулярной кинетической функции. Отличие заключается в том, что теперь траектории с переменным дилатоном пересекают грань $\varphi = \varphi_0$ с бесконечной производной, касаясь траекторий с постоянным дилатоном, лежащих на этой грани. Наличие последних является второй отличительной чертой моделей с сингулярной кинетической функцией.

5. Заключение. В данной работе мы рассмотрели космологические модели струнной эффективной гравитации с учетом петлевых поправок к дилатонным функциям связи. Показано, что наличие сингулярностей у дилатонной кинетической функции приводит к естественному механизму фиксации дилатона. Однако в связи с отсутствием в настоящее время самосогласованной непertурбативной теории струн, вопрос о возможности генерации таких сингулярностей петлевыми поправками остается открытым.

В первой части работы [1] мы рассмотрели модели с постоянным дилатоном $\varphi = \varphi_0$, где φ_0 - указанная выше сингулярная точка. Они включают, как частный случай, решения ОТО (отрезки $x=0$ на рис.1 из [1]). Вопрос о возможности фиксации дилатона в каких-либо критических точках с $\varphi = \varphi_0$ требует анализа поведения моделей с переменным дилатоном в их окрестности. Такому анализу моделей с плоским и искривленным пространствами и посвящены вторая [2] и третья части работы, соответственно. Поскольку конкретная форма петлевых поправок к настоящему времени неизвестна, наиболее удобным является использование качественных методов, позволяющих получить картину эволюции при различных случаях поведения функций в окрестности рассматриваемой точки и классифицировать качественно различные случаи. В данной работе мы исследовали вариант, когда указанное поведение описывается степенным законом с показателем β , а модели классифицируются параметрами a, β . В пространстве этих параметров точки бифуркации лежат на прямых $a = 2/n - 1, \beta = 1, \beta = 1/2$. Они разделяют множество однородных и изотропных космологических моделей на классы с качественно различным поведением. Стабилизация наиболее эффективна для случая $\beta = 1/2$, когда подавление вариаций дилатона происходит по степенному закону по R . В частности, наличие начальной инфляционной стадии расширения приводит к тому, что такие вариации пренебрежимо малы, и в последующих стадиях модель с большой точностью совпадает со стандартной космологией. Для значений $\beta > 1/2$ в случае решений с фиксацией дилатона стремление φ к предельному значению происходит намного медленнее, по логарифмическому закону относительно R . К сопоставлению этих моделей с основными космологическими наблюдательными данными мы планируем вернуться в одной из следующих наших работ. И, наконец, при $\beta < 1/2$ модели достигают точек с $\varphi = \varphi_0$ в конечный момент времени и далее переходят в область $\varphi > \varphi_0$ (или

$\varphi < \varphi_0$ при $x < 0$). Здесь также возможна фиксация. Однако это требует дополнительных условий на функцию $\alpha(\varphi)$ связи дилатона с другими источниками. В частности, эта функция должна иметь разрыв в точке $\varphi = \varphi_0$.

Работа выполнена в рамках гранта 96-855 Министерства науки и образования Республики Армения.

Ереванский государственный университет, Армения

ON DILATON STABILIZATION IN STRING COSMOLOGY. III. SPATIALLY CURVED MODELS

A.A.SAHARIAN

Homogeneous and isotropic cosmological models of low-energy string gravity with higher-loop corrections are investigated within the framework of the dilaton stabilization mechanism proposed in the first part of present paper. Using qualitative methods, the behaviour of the spatially curved models is investigated near the singular point for various values of the singularity parameter and barotropic index of the nongravitational source. The conditions are specified under which the dilaton stabilization takes place and the corresponding phase diagrams are presented.

ЛИТЕРАТУРА

1. *A.A. Саарян*, *Астрофизика*, **43**, 123, 2000.
2. *A.A. Саарян*, *Астрофизика*, **43**, 313, 2000.
3. *A.A. Saharian*, *Class. Quantum Grav.*, **15**, 1951, 1998.
4. *A.A. Saharian*, *Class. Quantum Grav.*, **16**, 2057, 1999.