АСТРОФИЗИКА

ТОМ 43 НОЯБРЬ, 2000 ВЫПУСК 4

УДК: 52.423

ВАРИАНТ БИМЕТРИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ. III. ГРАВИТАЦИОННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

Р.М.АВАКЯН, А.А.ЕРАНЯН

Поступила 4 февраля 2000
Принята к печати 11 августа 2000

Исследовано гравитационное излучение в варианте биметрической теории гравитации в случае медленных движений и слабых полей. Рассмотрены вопросы скорости распространения, поляризации и генерации слабой гравитационной волны. Определены коэффициенты Петерса-Метьюза и коэффициент дипольного излучения.

1. *Введение.* В работе [1], в качестве новой альтернативы ОТО, был предложен вариант биметрической теории гравитации. Как было показано в [2], в пост-ньютоновском приближении предсказания предложенной теории и ОТО совпадают. Поэтому возникает необходимость рассмотрения в рамках этой теории таких явлений, для которых разница в предсказаниях теорий может оказаться существенной. Одним из таких явлений может быть гравитационное излучение, исследованию которого в рамках предложенной теории посвящена настоящая работа.

2. *Гравитационное излучение.* Последовательное изучение проблемы гравитационного излучения вследствие сильной нелинейности уравнений поля возможно в случае слабых волн. В силу чрезвычайно малой интенсивности гравитационного излучения для наших целей достаточно использование линеаризованных уравнений поля. В квазидекартовой системе координат $\gamma_{ik} = \mathrm{diag}\left(c_0^{-1}, -c_1^{-1}, -c_1^{-1}, -c_1^{-1}\right)$, где γ_{ik} - фоновая метрика, а c_0 и c_1 - космологические константы связи [2,4], метрику представим в виде

$$g_{ik} = \overset{(0)}{g}_{ik} + h_{ik}, \tag{1}$$

где

$$\overset{(0)}{g}_{ik} = \mathrm{diag}(1,-1,-1,-1), \tag{2}$$

причем $|h_{ik}| << 1$ во всем пространстве, включая область, занимаемую источником. При этом с точностью до величин первого порядка по h_{ik} контравариантный метрический тензор:

$$g^{ik} = \overset{(0)}{g}{}^{ik} - h^{ik}, \tag{3}$$

а определитель тензора g_{ik}:

$$g = \overset{(0)}{g}(1+h), \tag{4}$$

где $h = h^i_i$; все индексы поднимаются и опускаются с помощью метрики $\overset{(0)}{g}_{ik}$.

В указанной системе координат линеаризованные уравнения поля [1,2] имеют вид

$$\frac{1}{2}\Box\Psi_{ik} + \left(\frac{1}{2} - a\right)\left[\Psi^l_{l,kl} + \Psi^l_{k,il} - \overset{(0)}{g}_{ik}\Psi^{ln}_{,ln}\right] = \frac{8\pi G}{c^4}T_{ik}, \tag{5}$$

$$a\Box\Psi^m_{k,m} = 0, \tag{6}$$

где

$$\Psi_{ik} = h_{ik} - \frac{1}{2}\overset{(0)}{g}_{ik}h, \tag{7}$$

$f_{,l} \equiv \dfrac{\partial f}{\partial x^l}$, $\Box = -\overset{(0)}{g}{}^{ik}\dfrac{\partial^2}{\partial x^l \partial x^k}$ - оператор ∂' Аламбера, a - один из безразмерных параметров теории, $\overset{(0)}{T}_{ik}$ получается из тензора T_{ik} путем замены в нем $g_{ik} \to \overset{(0)}{g}_{ik}$ и ковариантной производной на обычную. В этом приближении ковариантный закон сохранения $T^k_{l;k} = 0$ принимает вид

$$\overset{(0)}{T}{}^k_{l,k} = 0. \tag{8}$$

Рассмотрим вначале уравнение (6). Оно должно иметь место во всем пространстве, при любом a и для произвольного слабого источника. Для изолированного источника на бесконечности $\Psi^k_{i,k} \to 0$. В силу условия регулярности решения в остальной области пространства получается, что во всем пространстве

$$\Psi^k_{i,k} = 0. \tag{9}$$

Вообще говоря, уравнение (6) имеет решение в виде плоских волн, представляющих внешнее поле, не связанное с полем изолированной системы. Поэтому без ограничения общности такие решения можно отбросить [5].

С учетом (9) уравнение (5) принимает вид:

$$\Box\Psi_{ik} = \frac{16\pi G}{c^4}\overset{(0)}{T}_{ik}. \tag{10}$$

В приближении слабого поля тензор $\overset{(0)}{T}_{ik}$ не зависит от h_{ik} (или Ψ_{ik}). Поэтому, если Ψ_{ik} есть решение системы (8) и (10), то решением будет также и

$$\Psi'_{ik} = \Psi_{ik} - \xi_{i,k} - \xi_{k,i} + \overset{(0)}{g}_{ik}\xi^m_{,m}, \tag{11}$$

где 4-вектор ξ^m удовлетворяет уравнению

$$\Box\xi^m = 0. \qquad (12)$$

Преобразование (11) является калибровочным преобразованием и не связано с преобразованием координат. При таком преобразовании наблюдаемые физические величины не меняются. На ξ^m должно быть наложено условие

$$\left|\xi_{m,n}\right| \ll 1, \qquad (13)$$

гарантирующее слабость поля. Воспользовавшись этим произволом выберем ξ_m таким образом, чтобы обратить в нуль компоненты $\Psi_{0\alpha}$ и след $\Psi = \Psi_0^0 + \Psi_\alpha^\alpha$ (греческие индексы пробегают значения 1, 2, 3). Условия такого вида для поля Ψ_{ik} называют TT - калибровкой. Соответствующие выражения для ξ^m приведены, например, в [6].

Вне источника имеем уравнение

$$\Box\Psi_{ik} = 0, \qquad (14)$$

из которого следует, что гравитон распространяется со скоростью света. Этот результат отличает рассматриваемый вариант теории гравитации от большинства других альтернативных биметрических теорий, в которых скорость распространения гравитационных волн зависит от космологических констант связи [4]. Например, в теории Розена эта скорость равна $\sqrt{c_1/c_0}$ [7].

В [8] была разработана лоренц-инвариантная схема $E(2)$ классификации поляризации гравитационных волн в метрических теориях гравитации. Согласно ей, класс теории определяется видом линеаризованных уравнений поля для плоской волны в пустоте. Эти уравнения для данной теории и ОТО имеют один и тот же вид. Это обстоятельство означает, что обе теории принадлежат к одному и тому же $E(2)$ классу N_2 с параметрами Ньюмена-Пенроуза $\psi_2=\psi_3=\Psi_{22}=0$, $\psi_4 \neq 0$, то есть в этой теории (как и в ОТО) физическое гравитационное поле имеет спин 2 и спиральность ± 2.

3. *Генарация гравитационных волн.* Рассмотрим теперь излучение гравитационных волн медленно движущимися источниками, в частности, мультипольность такого излучения. Важность последнего обусловлена тем, что, анализируя изменение периода орбитального движения двойного пульсара, вызванное гравитационным излучением, можно получить информацию о мультипольности излучения. Для этого решение уравнения (10) запишем в виде

$$\Psi_i^k = -\frac{4G}{c^4}\int\left(T_i^k\right)_{t-R/c}\frac{dV'}{R}, \qquad (15)$$

где R - расстояние точки наблюдения от элемента интегрирования. Исходя из (8), можно показать, что вдали от источника и в случае малых скоростей [6,9]

$$\Psi^{\alpha\beta} = -\frac{2G}{c^4 R_0}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\int \rho(t - R_0/c, \vec{r}')x'^{\alpha} x'^{\beta}\, dV', \tag{16}$$

где ρ - плотность массы излучающей материи, R_0 - расстояние точки наблюдения от некоторого элемента внутри распределения масс.

Для расчета интенсивности гравитационного излучения воспользуемся ковариантным дифференциальным законом сохранения [3]

$$\left[\frac{g}{\gamma}\left(t^{ik}_{LL} - \frac{c^4}{8\pi G}S^{ik} + T^{ik}\right)\right]_{|k} = 0, \tag{17}$$

где t^{ik}_{LL} - тензорное обобщение псевдотензора Ландау-Лифшица [3], выражение S^{ik} можно найти в [2], вертикальная черточка означает ковариантную производную по фоновой метрике γ_{ik}.

В квазидекартовой системе координат

$$\left[(-g)\left(t^{ik}_{LL} - \frac{c^4}{8\pi G}S^{ik} + T^{ik}\right)\right]_{,k} = 0. \tag{18}$$

Интегрируя (18) по некоторому большому объему и полагая, что поток вещества через поверхность, ограничивающую объем интегрирования, отсутствует, получим

$$\frac{\partial}{\partial t}\int(-g)\left(t^{0k}_{LL} - \frac{c^4}{8\pi G}S^{0k} + T^{0k}\right)dV = -\oint(-g)\left(ct^{\alpha k}_{LL} - \frac{c^5}{8\pi G}S^{\alpha k}\right)df_{\alpha}, \tag{19}$$

где интегрирование в правой части производится по двумерной поверхности, окружающей область интегрирования левой части. Поскольку при $k = 0$ левая часть равенства (19) представляет собой потерю энергии системой в единицу времени, то поток энергии гравитационного излучения через элемент площади df_{α} будет равен:

$$dI = (-g)\left(ct^{\alpha 0}_{LL} - \frac{c^5}{8\pi G}S^{\alpha 0}\right)df_{\alpha}. \tag{20}$$

Выбрав в качестве поверхности интегрирования сферу и учтя, что $df_{\alpha} = -R_0^2\, n_{\alpha}\, d\Omega$, где $d\Omega$ - элемент телесного угла, а $n_{\alpha} = \frac{x_{\alpha}}{R_0}$ - единичный вектор $(n_{\alpha}n^{\alpha} = -1)$, получим

$$\frac{dI}{d\Omega} = -(-g)n_{\alpha}R_0^2\left(ct^{\alpha 0}_{LL} - \frac{c^5}{8\pi G}S^{\alpha 0}\right). \tag{21}$$

На больших расстояниях от излучающей системы и в случае слабых полей в TT - калибровке $(h_{0i} = h = 0,\ h^{\alpha\beta}_{,\alpha} = 0,)$ имеем

$$t^{\alpha 0}_{LL} = \frac{c^4}{32\pi G}n^{\alpha}\, h^{\varepsilon\tau}_{,0}\, h_{\varepsilon\tau,0}, \tag{22}$$

$$S^{0\alpha} = -a\, n^{\alpha}\left(h^{\varepsilon\tau}\, h_{\varepsilon\tau,0}\right)_{,0}, \tag{23}$$

где учтена также запаздывающая природа $h^{ik} = h^{ik}(t - R_0/c)$ $(n_\alpha h^{\alpha\beta} = 0)$. Подставив (22),(23) в (21) и с учетом того, что в рассматриваемом приближении $g \approx -1$, получим

$$\frac{dI}{d\Omega} = \frac{c^5 R_0^2}{8\pi G}\left[\frac{1}{4} h^{\varepsilon\tau}_{,0}\, h_{\varepsilon\tau,0} + a\left(h^{\varepsilon\tau}\, h_{\varepsilon\tau,0}\right)_{,0}\right]. \tag{24}$$

Выражение (24) отличается от соответствующего выражения ОТО, приведенного в [8] вторым членом в квадратных скобках. Однако этот член, будучи полной производной по времени, исчезает при усреднении по интервалу времени, превышающему период волны. Аналогичная ситуация имеет место в ОТО, если при расчете интенсивности излучения использовать, например, псевдотензор энергии-импульса приведенный в [5]. Поэтому в дальнейших расчетах этот член будет опущен.

Поскольку в TT - калибровке $h_{\alpha\beta} = \Psi_{\alpha\beta}$, то из (16) получим

$$h_{\alpha\beta} = -\frac{2G}{3c^4 R_0}\left(P^\varepsilon_\alpha P^\tau_\beta - \frac{1}{2} P^{\varepsilon\tau} P_{\alpha\beta}\right)\ddot{D}_{\varepsilon\tau}, \tag{25}$$

где точки означают производную по времени,

$$D^{\alpha\beta} = \int \rho\left(3x'^\alpha x'^\beta - r'^2 \overset{(0)}{g}{}^{\alpha\beta}\right) dV' \tag{26}$$

- квадрупольный момент системы, а

$$P^\alpha_\beta = \delta^\alpha_\beta + n_\beta n^\alpha \tag{27}$$

- оператор проектирования, удовлетворяющий условиям $P^\alpha_\alpha = 2$, $P^\alpha_\sigma P^\sigma_\beta = P^\alpha_\beta$.

Интенсивность излучения по всем направлениям, т.е. потеря энергии системой в единицу времени будет равна

$$-\frac{dE}{dt} = I = \frac{G}{45c^5}\dddot{D}_{\alpha\beta}\dddot{D}^{\alpha\beta}. \tag{28}$$

Таким образом, выражение для интенсивности излучения совпадает с аналогичным в ОТО, т.е. и в рассматриваемом варианте теории дипольное и монопольное излучения отсутствуют. Указанный результат отличает этот вариант теории от известных альтернативных теорий [4].

Для двойной системы тел с массами m_1 и m_2 с использованием процедуры, изложенной в [4,9], получим

$$I = \frac{8}{15}\frac{G^3 m^2 M^2}{c^5 R^6}\left[12\upsilon^2 R^2 - 11\left(\bar{R}\bar{\upsilon}\right)^2\right], \tag{29}$$

где $m = m_1 + m_2$, $M = \dfrac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$, а υ - относительная скорость движения тел. Из сравнения с общей формулой для интенсивности излучения в метрических теориях [4] получим значения k_1 и k_2 Петерса-Метьюза и k_D - дипольного излучения

$$k_1 = 12; \quad k_2 = 11; \quad k_D = 0; \tag{30}$$

Таким образом, в вопросах, связанных с гравитационным излучением, рассматриваемая теория не отличается от ОТО.

Авторы выражают благодарность участникам семинара кафедры теоретической физики ЕГУ за полезные обсуждения.

Ереванский государственный университет,
Армения

VARIANT OF THE BIMETRIC THEORY OF GRAVITATION. III. GRAVITATIONAL RADIATION

R.M.AVAGYAN, A.H.YERANYAN

The gravitational radiation in the variant of the bimetric theory of gravitation is studied in slow motion and weak-field limit. Problems of speed and polarization as well as the problem of generation of weak gravitational wave are considered. In the case of a binary system the coefficients of Peters-Methews and the coefficient of dipole radiation are determined.

ЛИТЕРАТУРА

1. *R.M.Avakian*, *L.Sh.Grigorian*, Astrophys. and Space Sci., **146**, 183, 1988.
2. *Р.М.Авакян*, *А.А.Еранян*, Астрофизика **43**, 303, 2000.
3. *Р.М.Авакян*, *А.А.Еранян*, Астрофизика **43**, 493, 2000.
4. *К.Уилл*, Теория и эксперимент в гравитационной физике. Энергоатомиздат, М., 1985.
5. *Г.С.Саакян*, Пространство-время и гравитация, ЕГУ, Ереван, 1985.
6. *А.А.Логунов*, *М.А.Мествиришвили*, Релятивистская теория гравитации, Наука, М., 1989.
7. *N.Rosen*, Ann. Phys., **84**, 455, 1974.
8. *D.M.Eardley D.L.Lee*, Phys Rev., **D8**, 3308, 1973.
9. *Л.Д.Ландау*, *Е.М.Лифшиц*, Теория поля, Наука, М., 1988.