АСТРОФИЗИКА

ТОМ 43 МАЙ, 2000 ВЫПУСК 2

УДК: 52-423

ВАРИАНТ БИМЕТРИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ. I. ПАРАМЕТРИЗОВАННЫЙ ПОСТ-НЬЮТОНОВСКИЙ ФОРМАЛИЗМ

Р.М.АВАКЯН, А.А.ЕРАНЯН

Поступила 8 декабря 1999
Принята к печати 25 января 2000

Рассмотрена биметрическая теория гравитации с квадратичным по "напряженностям"лагранжианом. Определены все пост-ньютоновские параметры и показано, что они совпадают с соответствующими параметрами ОТО.

1. *Введение*. В настоящее время существует ряд альтернативных теорий гравитации [1]. Они отличаются от ОТО наличием, наряду с метрикой g_{ik}, дополнительных полей. Один из основных классов альтернативных теорий – это биметрические теории гравитации, типичным представителем которых является теория Розена [2].

Некоторые из таких теорий трудно согласовать с наблюдательными данными даже на пост-ньютоновском уровне. Также типичным для них является предсказание такого дипольного гравитационного излучения, которое не согласуется с данными двойного пульсара PSR1913+16 [1].

Вообще представляют интерес теории гравитации, близкие к ОТО в области слабого гравитационного поля и заметно отличающиеся от нее в случае сильных полей.

Известно, что теорию Эйнштейна также можно сформулировать на языке биметрического формализма [3]. Для этого достаточно в лагранжиане эйнштейновской теории заменить обычные производные $g_{ik,l}$ ковариантными производными $g_{ik/l}$ по метрике плоского пространства – времени $d\sigma^2 = \gamma_{ik}\, dx^i dx^k$.

$$g_{ik,l} \equiv \frac{\partial g_{ik}}{\partial x^l} \to g_{ik|l} \equiv \frac{\partial g_{ik}}{\partial x^l} - \overset{\vee}{\Gamma}{}^m_{il} g_{km} - \overset{\vee}{\Gamma}{}^m_{kl} g_{lm}, \qquad (1)$$

где $\overset{\vee}{\Gamma}{}^m_{kl}$ - символы Кристоффеля плоского пространства - времени.

В рамках биметрического формализма лагранжиан гравитационного поля в ОТО принимает вид

$$\Lambda_g^E = -\frac{c^3}{16\pi G}\left[\left(-\frac{1}{4}g_{lm|r}g_{kn|s}+\frac{1}{2}g_{lm|r}g_{ks|n}\right)g^{lk}g^{mn}g^{rs}+\right.$$
$$\left.+\left(\frac{1}{4}U_mU_n-\frac{1}{2}V_mU_n\right)g^{mn}\right] = -\frac{c^3}{16\pi G}\left[\overline{\Gamma}^l_{ln}\overline{\Gamma}^n_{kl}-\overline{\Gamma}^l_{lk}\overline{\Gamma}^n_{ln}\right]g^{lk}, \tag{2}$$

где введены обозначения

$$U_l = g^{ns}g_{ns|l}, \tag{3}$$

$$V_l = g^{ns}g_{ln|s}, \tag{4}$$

$$\overline{\Gamma}^l_{ik} = \Gamma^l_{ik} - \check{\Gamma}^l_{ik} = \frac{1}{2}g^{lm}\left(g_{mi|k}+g_{mk|i}-g_{ik|m}\right), \tag{5}$$

Γ^l_{ik} - символы Кристоффеля для метрики g_{ik}. $\overline{\Gamma}^l_{kl}$ называется тензором аффинной деформации.

Уравнения поля Эйнштейна следуют из условия равенства нулю вариации полного действия по g_{ik}: $\delta(S_g+S_m)/\delta g^{ik}=0$, где S_g - действие для гравитационного поля, а S_m- действие для материи и негравитационных полей.

В обычной теории Эйнштейна возможность четырех преобразований $x^i = f^i(x'^i)$ позволяет наложить столько же условий на g_{ik} и компоненты 4-скорости u^i. В результате получается замкнутая система уравнений. В биметрическом варианте теории Эйнштейна законы сохранения $T^k_{i;k}=0$ (T^k_i - тензор энергии - импульса материи и негравитационных полей) опять содержатся в уравнениях поля Эйнштейна, а координатные преобразования $x^i = f^i(x'^i)$ не позволяют уменьшить число неизвестных до необходимого.

В результате, в общем случае для 20-и неизвестных (10 компонент g_{ik}, 4 функции f^i, входящие в γ_{ik}, давление P, плотность энергии ρc^2 и 4 компоненты скорости u^i) имеем 10 уравнений Эйнштейна, уравнение состояния $P=P(\rho)$, условие $u_iu^i=1$ и четыре условия, накладываемые с помощью координатных преобразований. В принципе, недостающие четыре уравнения должны следовать из условия равенства нулю вариации действия при преобразовании координат.

Но в случае теории Эйнштейна имеется вырождение - это условие выполняется тождественно, что означает отсутствие однозначного соответствия между метриками плоского и искривленного пространства - времени. В качестве четырех недостающих уравнений можно взять, например, условия гармоничности Фока. Это можно считать недостатком такого варианта биметрической формулировки теории Эйнштейна, так как полная система уравнений теории должна следовать из принципа наименьшего действия.

2. ***Вариант биметрической теории.*** Введение плоской метрики создает богатые возможности для биметрического обобщения теории

гравитации. Величины g_{ik}, γ_{ik} и ковариантные производные g_{ik} по фоновой метрике (любого порядка) являются тензорами и с их помощью можно составить всевозможные скаляры, входящие в лагранжиан гравитационного поля. Однако вид лагранжиана однозначно фиксируется, если наложить следующие естественные условия:

а) теория не должна содержать новые размерные постоянные;

б) все индексы поднимаются и опускаются с помощью метрического тензора искривленного пространства - времени.

С учетом этих условий лагранжиан можно записать в следующем виде [4]:

$$\Lambda_g = -\frac{c^3}{16\pi G}\Big[\left(a_1 g_{lm|r} g_{kn|s} + a_2 g_{lm|r} g_{ks|n}\right) g^{lk} g^{mn} g^{rs} + \\ + \left(a_3 U_m U_n + a_4 U_m V_n + a_5 V_m V_n\right) g^{mn}\Big], \tag{6}$$

где a_i - безразмерные параметры теории.

Биметрическому варианту эйнштейновской теории соответствуют значения

$$a_1 = -a_3 = -\frac{1}{4}, \quad a_2 = -a_4 = \frac{1}{2}, \quad a_5 = 0. \tag{7}$$

Скаляры, линейные по вторым производным ($g_{ik|l|m} g^{ik} g^{lm}$ или $g_{ik|l|m} g^{il} g^{km}$) и также удовлетворяющие вышеприведенным условиям, после выделения в них дивергентных членов (исчезающих при вариации действия) сводятся к квадратичным по первым производным скалярам.

3. *Уравнения поля.* Из условия равенства нулю вариации полного действия по g^{ik} получим следующие уравнения:

$$\overline{R}_{ik} - \frac{1}{2}\overline{R} g_{ik} + S_{ik} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{ik}, \tag{8}$$

где

$$T_{ik} = \frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta\left(\sqrt{-g}\Lambda_m\right)}{\delta g^{ik}}, \tag{9}$$

черта над $\overline{R}_{ik}$ и $\overline{R}$ означает, что в выражениях для R_{ik} и R обычные производные заменены ковариантными по фоновой метрике γ_{ik}, а S_{ik} - определенный тензор, зависящий от первых и вторых ковариантных производных метрического тензора g_{ik}.

Из условия равенства нулю вариации действия при преобразовании координат получим

$$S^{ik}_{\cdot ;k} = 0. \tag{10}$$

При выводе (10) считалось, что теория метрическая и в Λ_m гравитационное поле входит только посредством метрического тензора g_{ik}: $\Lambda_m = \Lambda_m\left(g_{ik}, q_a, q_{a;l}\right)$, где q_a - материальные переменные.

Как видно из (8) и (10), уравнение

$$T^{k}_{i;k} = 0 \tag{11}$$

содержится в полной системе уравнений данной теории.

В работе [4] было проведено пост-ньютоновское разложение для статического сферически-симметричного (ССС) гравитационного поля. При этом из требования согласования теории с наблюдательными данными были получены следующие условия:

$$a_1 = -\frac{1}{4}, \quad a_2 + a_4 + a_5 = 0, \quad 8a_3 + 2a_4 = 1. \tag{12}$$

С учетом (12) лагранжиан (6) и тензор S_{ik} можно записать в виде:

$$\begin{gathered}\Lambda_g = \Lambda_g^E + \frac{c^3}{16\pi G}\left[a\left(g_{lm|r} g_{ks|n} g^{lk} g^{mn} g^{rs} + \frac{1}{4} g^{mn} U_m U_n - g^{mn} U_m V_n\right) - \right. \\ \left. - b\left(g_{lm|r} g_{ks|n} g^{lk} g^{mn} g^{rs} - V_m V_n g^{mn}\right)\right],\end{gathered} \tag{13}$$

$$\begin{gathered}S_{ik} = a\left[U_{(i|k)} - 2V_{(i|k)} + \frac{1}{4} U_i U_k + \frac{1}{2} g_{ik}\left(2V^{n}_{|n} - U^{n}_{|n} - \frac{1}{4} U_n U^n\right)\right] + \\ + b\left[U_{(i}V_{k)} - V_i V_k - \frac{1}{2} g_{ik} V_n V^n\right] + (a+b)\left[g_{is|m} g_{kn|r} g^{sr} g^{mn} + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} g_{ik} g_{mn|p} g_{sr|l} g^{ms} g^{pr} g^{nl} - g_{(in|k)} U^n - 2 g_{(in|k)} g^{mn}_{|m} + 2 g_{(in|m} g^{mn}_{|k)}\right],\end{gathered} \tag{14}$$

где $a \equiv \frac{1}{2} + a_4$, $b \equiv a_5$, а маленькие круглые скобки при индексах означают симметризацию.

4. *Параметризованный пост-ньютоновский формализм.* Исследование, проведенное в [4] для ССС гравитационного поля, недостаточное, поскольку позволяет определить только два из десяти пост-ньютоновских параметров [1]. Необходимо определить все ПН - параметры (в том числе и космологические коэффициенты связи) для динамической системы тел или жидкости, возможно движущейся относительно системы покоя Вселенной.

Только при наличии полного набора ПН-параметров теорию можно сравнить с данными экспериментов в Солнечной системе. Для облегчения сравнения этих данных с предсказаниями различных теорий разработан пост-ньютоновский параметризованный формализм (ППН) [1]. Ниже найдены эти параметры для рассматриваемой теории.

Рассмотрим изолированную систему гравитирующих тел со слабым гравитационным полем и малыми скоростями $v/c \ll 1$ в однородной изотропной Вселенной с динамическим масштабом времени намного меньше хаббловского и относительно малых размеров, чтобы в ее пределах отклонение космологической метрики от метрики Минковского было меньше пост-ньютоновских членов. Тогда существует система координат с метрикой

$$\gamma_{ik} = \mathrm{diag}\left(c_0^{-1}, -c_1^{-1}, -c_1^{-1}, -c_1^{-1}\right), \tag{15}$$

в которой асимптотические значения полевых переменных вдали от системы имеют вид:

$$g_{ik} \xrightarrow[r\to\infty]{} \overset{(0)}{g}_{ik} = \mathrm{diag}(1, -1, -1, -1). \tag{16}$$

Космологические коэффициенты связи c_0 и c_1 могут изменяться в ходе эволюции Вселенной и определяются решением соответствующей космологической задачи.

В соответствии со стандартным ППН - формализмом в качестве T^{ik} выберем тензор энергии-импульса идеальной жидкости

$$T^{ik} = \left[P + \rho_0 c^2(1+\varepsilon)\right]U^i U^k - Pg^{ik}, \tag{17}$$

где P - давление, ρ_0 - плотность массы покоя, ε - внутренняя энергия на единицу массы покоя (все виды энергии, кроме энергии покоя и тяготения).

Поскольку $P/\rho \sim \varepsilon \sim U \sim \dfrac{v^2}{c^2} \ll 1$ (U - ньютоновский потенциал), величины g_{ik} можно разложить в ряд по степеням v/c:

$$\begin{aligned} g_{00} &= 1 + \overset{(2)}{g}_{00} + \overset{(4)}{g}_{00} + \cdots, \\ g_{\alpha\beta} &= \overset{(0)}{g}_{\alpha\beta} + \overset{(2)}{g}_{\alpha\beta} + \cdots, \\ g_{0\alpha} &= \overset{(3)}{g}_{0\alpha} + \cdots, \end{aligned} \tag{18}$$

где $\overset{(n)}{g}_{ik} \sim (v/c)^n$ и греческие индексы принимают значения 1, 2, 3.

Отсутствие членов первого и третьего порядков в g_{00} и $g_{\alpha\beta}$ следует из законов сохранения массы покоя и пост-ньютоновской энергии, а отсутствие члена первого порядка в $g_{0\alpha}$ следует из того, что уже в ньютоновском приближении $g_{0\alpha}$ содержит члены не ниже третьего порядка по v/c.

Изменение со временем физических величин в Солнечной системе определяется движением ее составных частей, поэтому

$$\frac{\partial f}{\partial x^0} \sim \frac{v}{c}\frac{\partial f}{\partial x^\alpha}. \tag{19}$$

Фоновая метрика γ_{ik} входит в уравнения поля (8) и (10) только через $\overset{\vee}{\Gamma}{}^l_{kl}$, которые в случае (15) равны нулю. Следовательно, космологические константы связи c_0 и c_1 выпадают из уравнений и, в отличие от большинства известных биметрических теорий, в рассматриваемой теории метрика g_{ik} не зависит от c_0 и c_1.

Рассмотрим вначале второе приближение. Для этого необходимо вычислить в этом порядке R_{ik}, S_{ik} и T_{ik}, учитывая при этом, что для этих величин разложения имеют вид:

$$\overset{}{S}_{00} = \overset{(2)}{S}_{00} + \overset{(4)}{S}_{00} + \cdots; \ S_{\alpha\beta} = \overset{(2)}{S}_{\alpha\beta} + \overset{(4)}{S}_{\alpha\beta} + \cdots; \ S_{0\alpha} = \overset{(3)}{S}_{0\alpha} + \cdots;$$
$$T^{00} = \overset{(0)}{T}{}^{00} + \overset{(2)}{T}{}^{00} + \cdots; \ T^{\alpha\beta} = \overset{(2)}{T}{}^{\alpha\beta} + \overset{(4)}{T}{}^{\alpha\beta} + \cdots; \ T^{0\alpha} = \overset{(1)}{T}{}^{0\alpha} + \cdots;, \tag{20}$$
$$R^{00} = \overset{(0)}{R}{}^{00} + \overset{(2)}{R}{}^{00} + \cdots; \ R^{\alpha\beta} = \overset{(2)}{R}{}^{\alpha\beta} + \overset{(4)}{R}{}^{\alpha\beta} + \cdots; \ R^{0\alpha} = \overset{(3)}{R}{}^{0\alpha} + \cdots.$$

После вычислений получим

$$\overset{(2)}{R}_{00} = -\frac{1}{2} \overset{(0)}{g}{}^{\alpha\beta} \overset{(2)}{g}_{00,\alpha\beta}, \tag{21}$$

$$\overset{(2)}{R}_{\alpha\beta} = -\frac{1}{2} \overset{(0)}{g}{}^{\sigma\tau} \left[\overset{(2)}{g}_{\alpha\beta,\sigma,\tau} - \overset{(2)}{g}_{\tau\beta,\sigma,\alpha} - \overset{(2)}{g}_{\tau\alpha,\sigma,\beta} + \overset{(2)}{g}_{\sigma\tau,\alpha,\beta} \right] - \frac{1}{2} \overset{(2)}{g}_{00,\alpha\beta}, \tag{22}$$

$$\overset{(2)}{S}_{00} = \frac{a}{2} \left(2 \overset{(2)}{V}{}^{\alpha}_{,\alpha} - \overset{(2)}{U}{}^{\alpha}_{,\alpha} \right), \tag{23}$$

$$\overset{(2)}{S}_{\alpha\beta} = a \left[\overset{(2)}{U}_{(\alpha,\beta)} - 2 \overset{(2)}{V}_{(\alpha,\beta)} + \frac{1}{2} \overset{(0)}{g}_{\alpha\beta} \left(2 \overset{(2)}{V}{}^{\gamma}_{,\gamma} - \overset{(2)}{U}{}^{\gamma}_{,\gamma} \right) \right], \tag{24}$$

$$\overset{(2)}{S} = \overset{(2)}{S}_{00} + \overset{(0)}{g}{}^{\alpha\beta} \overset{(2)}{S}_{\alpha\beta}, \tag{25}$$

где

$$\overset{(2)}{U}_{\alpha} = \overset{(2)}{g}_{00,\alpha} + \overset{(0)}{g}{}^{\tau\varepsilon} \overset{(2)}{g}_{\tau\varepsilon,\alpha}, \quad \overset{(2)}{V}_{\alpha} = \overset{(0)}{g}{}^{\tau\varepsilon} \overset{(0)}{g}_{\alpha\tau,\varepsilon}, \tag{26}$$

и для идеальной жидкости (скорость света $c = 1$)

$$\overset{(0)}{T}_{00} = \rho_0, \quad \overset{(0)}{T}{}^{\alpha\beta} = 0, \quad \overset{(1)}{T}{}^{0\alpha} = \rho_0 v^{\alpha}, \tag{27}$$

где v^{α} - компоненты трехмерной скорости.

Из выражений (23)-(25) следует

$$\overset{(2)}{S}_{00} - \frac{1}{2} \overset{(2)}{S} = 0. \tag{28}$$

Для удобства, вместо уравнения (8) используем эквивалентное ему уравнение

$$\overline{R}_{ik} + S_{ik} - \frac{1}{2} S g_{ik} = 8\pi G \left(T_{ik} - \frac{1}{2} T g_{ik} \right). \tag{29}$$

Используя (20), (21) и (27)-(29), получим уравнение

$$\overset{(0)}{g}{}^{\alpha\beta} \partial_{\alpha} \partial_{\beta} \overset{(2)}{g}_{00} = -8\pi k \overset{(0)}{T}_{00} = -8\pi G \rho_0, \tag{30}$$

решение которого есть

$$\overset{(2)}{g}_{00} = -2G\int \frac{\rho_0(\bar{r}',t)}{|\bar{r}-\bar{r}'|} d^3x' \equiv -2U. \tag{31}$$

Уравнение (10) во втором порядке сводится к

$$\overset{(2)}{S}{}^{\alpha\beta}_{,\alpha} = 0, \tag{32}$$

из которого ввиду произвольности параметра a теории получим

$$\overset{(0)}{g}{}^{\gamma\delta}\left(\overset{(2)}{U}_\beta - 2\overset{(2)}{V}_\beta\right)_{,\gamma,\delta} \equiv \Delta\left(\overset{(2)}{U}_\beta - 2\overset{(2)}{V}_\beta\right) = 0. \tag{33}$$

Поскольку последнее имеет место во всем пространстве для произвольного источника и на бесконечности $\overset{(2)}{U}_\beta \to 0$ и $\overset{(2)}{V}_\beta \to 0$, получим

$$\overset{(2)}{U}_\beta = 2\overset{(2)}{V}_\beta. \tag{34}$$

В раскрытом виде уравнение (34)

$$\overset{(2)}{g}_{00,\beta} + \overset{(0)}{g}{}^{\sigma\tau}\overset{(2)}{g}_{\sigma\tau,\beta} = 2\overset{(0)}{g}{}^{\sigma\tau}\overset{(2)}{g}_{\sigma\beta,\tau}, \tag{35}$$

является условием гармоничности Фока во втором порядке - калибровки, используемой в теории Эйнштейна.

Из формул (23) и (24) с учетом (34) имеем

$$\overset{(2)}{S}_{00} = \overset{(2)}{S}_{\alpha\beta} = 0. \tag{36}$$

Поэтому, из уравнения $\overset{(2)}{R}_{\alpha\beta} + \overset{(2)}{S}_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}\overset{(0)}{g}_{\alpha\beta}\overset{(2)}{S} = 8\pi G\left(\overset{(0)}{T}_{\alpha\beta} - \overset{(0)}{g}_{\alpha\beta}\overset{(0)}{T}\right)$ получаем

$$\Delta\overset{(2)}{g}_{\alpha\beta} = 8\pi G\overset{(0)}{g}_{\alpha\beta}\rho_0, \tag{37}$$

откуда

$$\overset{(2)}{g}_{\alpha\beta} = 2U\overset{(0)}{g}_{\alpha\beta}. \tag{38}$$

Найдем теперь $\overset{(3)}{g}_{0\alpha}$, используя уравнения

$$\overset{(3)}{R}_{0\alpha} + \overset{(3)}{S}_{0\alpha} = 8\pi G\overset{(1)}{T}_{0\alpha}, \tag{39}$$

$$\overset{(3)}{S}{}^{0\gamma}_{,\gamma} = 0, \tag{40}$$

где

$$\overset{(3)}{S}_{0\alpha} = \frac{a}{2}\left(\overset{(3)}{U}_0 - 2\overset{(3)}{V}_0\right),$$

$$\overset{(3)}{U}_0 = \overset{(2)}{g}_{00,0} + \overset{(0)}{g}{}^{\sigma\tau}\overset{(2)}{g}_{\sigma\tau,0},$$
$$\overset{(3)}{V}_0 = \overset{(2)}{g}_{00,0} + \overset{(0)}{g}{}^{\sigma\tau}\overset{(3)}{g}_{0\sigma,\tau}. \tag{41}$$

Из (40) с учетом (41) получаем

$$\Delta\left(\overset{(3)}{U}_0 - 2\overset{(3)}{V}_0\right) = 0, \tag{42}$$

Поэтому, как и в случае (33), имеем

$$\overset{(3)}{U}_0 = 2\overset{(3)}{V}_0, \tag{43}$$

которое в раскрытом виде опять является условием калибровки в ОТО в соответствующем порядке. Используя (27), (41) и (43), из (39) получим

$$\Delta \overset{(3)}{g}_{0\alpha} = -16\pi G \overset{(2)}{g}_{\alpha\beta} \overset{(1)}{T}{}^{0\beta}, \tag{44}$$

поэтому

$$g_{0\alpha} = 4 \overset{(0)}{g}_{\alpha\beta} V^\beta, \tag{45}$$

где

$$V^\beta = -G\int \frac{\rho_0(\bar{r}',t)v^\beta}{|\bar{r}-\bar{r}'|} d^3x'. \tag{46}$$

Осталось определить $\overset{(4)}{g}_{00}$. В требуемом порядке с учетом $\overset{(2)}{S}_{lk} = 0$, получим

$$\overset{(4)}{R}_{00} + \overset{(4)}{S}_{00} - \frac{1}{2}\overset{(4)}{S} = 8\pi G\left(\overset{(2)}{T}_{00} - \frac{1}{2}\overset{(2)}{T}\right), \tag{47}$$

где

$$\begin{aligned}
\overset{(4)}{S} &= \overset{(4)}{S}_{00} + \overset{(0)}{g}{}^{\alpha\beta} \overset{(4)}{S}_{\alpha\beta}, \\
\overset{(4)}{S}_{00} &= \frac{a}{2}\left(2\overset{(4)}{V}{}^\gamma_{,\gamma} - 2\overset{(4)}{U}{}^\gamma_{,\gamma}\right), \\
\overset{(4)}{S}_{\alpha\beta} &= a\left[\overset{(4)}{U}_{(\alpha,\beta)} - 2\overset{(4)}{V}_{(\alpha,\beta)} + \frac{1}{2}\overset{(0)}{g}_{\alpha\beta}\left(2\overset{(4)}{V}{}^\gamma_{,\gamma} - \overset{(4)}{U}{}^\gamma_{,\gamma}\right)\right],
\end{aligned} \tag{48}$$

Из (48) следует

$$\overset{(4)}{S}_{00} - \frac{1}{2}\overset{(4)}{S} = 0. \tag{49}$$

Теперь рассмотрим уравнение (10), которое в четвертом порядке имеет вид

$$\overset{(4)}{S}{}^{\alpha\gamma}_{;\gamma} = 0, \tag{50}$$

что эквивалентно

$$\Delta\left(\overset{(4)}{U}_\alpha - 2\overset{(4)}{V}_\alpha\right) = 0, \tag{51}$$

откуда, как и в предыдущих случаях

$$\overset{(4)}{U}_\alpha = 2\overset{(4)}{V}_\alpha, \tag{52}$$

Используя (49) и (52), из уравнения (47) получим

$$\Delta \overset{(4)}{g}_{00} + \overset{(2)}{g}_{00,0,0,} - \overset{(0)}{g}{}^{\sigma\alpha} \overset{(0)}{g}{}^{\tau\beta} \overset{(2)}{g}_{\sigma\tau} \overset{(2)}{g}_{00,\alpha\beta} - \overset{(0)}{g}{}^{\alpha\beta} \overset{(2)}{g}_{00,\alpha} \overset{(2)}{g}_{00,\beta} =$$
$$= -8\pi G\left(\overset{(2)}{T}_{00} + 2\overset{(2)}{g}_{00}\overset{(0)}{T}{}_0^0 - \overset{(0)}{g}_{\alpha\beta}\overset{(2)}{T}{}^{\alpha\beta}\right), \tag{53}$$

где

$$\overset{(2)}{T}{}^{00} = \rho_0\left(2U + \varepsilon - v_\alpha v^\alpha\right); \; \overset{(2)}{T}{}^{\alpha\beta} = \rho_0 v^\alpha v^\beta - \overset{(0)}{g}{}^{\alpha\beta}P. \tag{54}$$

Полученное уравнение эквивалентно соответствующему уравнению ОТО, поэтому

$$\overset{(4)}{g}_{00} = 2U^2 - G\left(\int\rho_0(\bar r',t)|\bar r - \bar r'|d^3x\right)_{,0,0} - 4\Phi_1 - 4\Phi_2 - 2\Phi_3 - 6\Phi_4, \tag{55}$$

где потенциалы Φ_i равны

$$\Phi_i = G\int\frac{\rho_0 F_i(\bar r',t)}{|\bar r - \bar r'|}d^3x', \tag{56}$$

а функции F_i определяются следующим образом:

$$F_1 = -v_\alpha v^\alpha;\, F_2 = U;\, F_3 = \varepsilon;\, F_4 = \frac{P}{\rho_0}. \tag{57}$$

Для сравнения полученных результатов с пост-ньютоновской суперметрикой [1] мы должны перейти в "каноническую" систему координат, характерной чертой которой является то, что пространственные компоненты метрики диагональны, а отличные от нуля компоненты g_{ik} не содержат вторых производных $\left(\int\rho_0(\bar r',t)|\bar r - \bar r'|d^3x\right)_{,0,0}$.

Для этого сделаем преобразование $x'^0 = x^0 + \xi^0(x')$, $x'^\alpha = x^\alpha$, где $\xi^0(x^i) = O(v^3)$, в результате для метрических коэффициентов получим; $g'_{00} = g_{00} + 2\xi_{0,0}$, $g'_{0,\alpha} = g_{0,\alpha} + \xi_{0,\alpha}$, $g'_{\alpha\beta} = g_{\alpha\beta}$.

Переход к канонической системе осуществляется выбором $\xi_0 = \frac{G}{2}\left(\int\rho_0(\bar r',t)|\bar r - \bar r'|d^3x'\right)_{,0}$, поэтому

$$\begin{aligned} g'_{00} &= 1 - 2U + 2U^2 - 4\Phi_1 - 4\Phi_2 - 2\Phi_3 - 6\Phi_4 + O(v^4), \\ g'_{0\alpha} &= \frac{7}{2}\overset{(0)}{g}_{\alpha\beta} V^\beta + \frac{1}{2}N_\alpha + O(v^5), \\ g'_{0\beta} &= \overset{(0)}{g}_{\alpha\beta}(1 + 2U), \end{aligned} \tag{58}$$

где

$$N_\alpha = G\overset{(0)}{g}_{\alpha\sigma}\int\frac{\rho_0(\bar r',t)v_\beta\left(x^\beta - x'^\beta\right)\left(x^\sigma - x'^\sigma\right)}{|\bar r - \bar r'|}d^3x'. \tag{59}$$

Сравнивая (58) с суперметрикой, найдем значения пост-ньютоновских параметров

$$\beta = \gamma = 1,\ a_1 = a_2 = a_3 = \xi_k = \xi_2 = \xi_3 = \xi_4 = \xi_w = 0. \tag{60}$$

Они совпадают со значениями соответствующих им параметров в теории Эйнштейна. Таким образом, рассматриваемая теория согласована с экспериментом в пределах Солнечной системы независимо от значений безразмерных констант a и b теории. Она является полностью консервативной теорией без эффектов привилегированной системы отсчета.

Ереванский государственный университет,
Армения

VARIANT OF THE BIMETRIC THEORY OF GRAVITATION. I. PARAMETERIZED POST-NEWTONIAN FORMALISM

R.M.AVAGYAN, A.A.YERANYAN

Post-Newtonian parameters are found in bimetric theory of gravitation with the Lagrangian, quadratic with respect to the "intensity" and its shown that they are consistent to the proper parameters of General Relativity.

ЛИТЕРАТУРА

1. *К.Уилл*, Теория и эксперимент в гравитационной физике. Энергоатомиздат, М, 1985.
2. *N.Rosen*, Ann. Phys., **84**, 455, 1974.
3. *N.Rosen*, The III rd. International School of Cosmology and Gravitation, 'Ettore Majorana' Centre for Scientific Culture, g-12May, Erice, 1974, ppZ-40.
4. *R.M.Avakian*, *L.Sh.Grigorian*, Astrophys. and Space Sci., **146**, 183-193, 1988.