

УДК: 524.8:531.51

О СТАБИЛИЗАЦИИ ДИЛАТОНА В СТРУННОЙ КОСМОЛОГИИ. I

А.А.СААРЯН

Поступила 8 сентября 1999

Принята к печати 15 ноября 1999

Предложен новый механизм стабилизации скалярного поля дилатона в рамках низкоэнергетической струнной гравитации с петлевыми поправками к дилатонным функциям связи. В его основе лежит предположение о том, что петлевые поправки генерируют дилатонную кинетическую функцию, являющейся сингулярной при некотором конечном значении поля дилатона. Для негравитационного источника баротропного типа система уравнений, описывающая эволюцию однородных и изотропных космологических моделей, представлена в виде автономной динамической системы третьего порядка. Методами качественной теории динамических систем исследовано поведение общего решения в окрестности сингулярностей дилатонной функции связи. Показано, что имеется отличный от решений ОТО класс решений с постоянным дилатоном. Выявлены условия, при которых эти решения являются аттрактором для общего решения с переменным дилатоном.

1. *Введение.* Наличие в гравитационном секторе дополнительных к метрике полей является одной из основных характерных черт, отличающих эффективную струнную гравитацию от общей теории относительности (ОТО) (см., например, [1,2]). Такими универсальными полями, фигурирующими во всех струнных построениях, являются скалярное поле дилатона и антисимметричное поле Калба-Рамона. В компактифицированных вариантах теории присутствуют также характерные для многомерных теорий поля, связанные с дополнительными размерностями и называемые обычно модулями. Вследствие суперсимметрии все эти поля имеют плоские потенциалы и играют важную роль в физике ранней Вселенной, включая образование когерентных скалярных конденсатов, бариогенезис, инфляцию и квинтэссенцию [3-9]. Поле Калба-Рамона является естественным источником, реализующим динамическую компактификацию дополнительных измерений в ходе космологической эволюции [10]. Вакуумное среднее поле дилатона определяет струнную константу связи, а поэтому и основные соотношения между планковским масштабом, масштабами компактификации и калибровочными константами. Наличие дилатона приводит также к новым по отношению к ОТО симметриям. Интересным примером является дуальность масштабного фактора - симметрия струнного эффективного действия на фоне космологических многообразий по отношению к замене малых масштабных факторов большими, $R \rightarrow 1/R$ [11]. На ней основан

космологический сценарий (обычно называемый Pre-Big-Bang-сценарием), в котором две дуально связанные (инфляционная и замедленная) фазы гладко сшиваются в единую несингулярную модель [12]. Согласно этому сценарию эволюция Вселенной начинается в состоянии струнного пертурбативного вакуума, когда дилатон находится глубоко в области слабой связи, а кривизна мала (“асимптотическая прошлая тривиальность” по терминологии [13]). Такое состояние неустойчиво, и Вселенная эволюционирует в направлении области сильной связи с возрастающей по степенному закону кривизной. В струнном конформном представлении соответствующая стадия представляет дилатонно-доминированную суперинфляцию. После такой инфляции наступает фаза, где становятся важными струнные эффекты кривизны и петлевые поправки струнных диаграмм и происходит переход в радиационно-доминированную Post-Big-Bang-фазу стандартной космологии. Таким образом, в Pre-Big-Bang-сценарии вместо сингулярности Большого Взрыва имеется фаза с кривизной, близкой к планковской, которая гладко связывает начальную инфляционную и конечную радиационно-доминированную стадии. Построение реальных моделей такого перехода является одним из основных проблем Pre-Big-Bang-сценария и известно как “проблема красивого выхода” [14-20].

Однако наличие модулей приводит также к ряду проблем, некоторые из которых, несмотря на огромные успехи теории струн, связанные, в частности, с дуальной революцией, до сих пор окончательно не разрешены. Ряд параметров в низкоэнергетическом струнном действии, включая гравитационную и калибровочные константы, определяется вакуумными средними полей модулей. Вследствие этого космологические вариации этих полей приводят к соответствующим вариациям физических констант. Возможность таких вариаций существенно ограничена современными наблюдательными данными. В связи с этим одной из основных проблем струнной феноменологии является проблема фиксации модулей. Обычно полагают, что нарушающие суперсимметрию непертурбативные эффекты генерируют потенциал, который придает массу полям модулей и фиксирует их в точках минимума. Наиболее популярным механизмом этого типа является конденсация калибрино в скрытом секторе калибровочной группы (см. [21,22] и приведенные там ссылки). Для дилатона результирующий потенциал является комбинацией экспоненциальных функций и многочленов. Подробное исследование этих конденсатных моделей показало необходимость, по крайней мере, двух конденсатов для генерации минимума при реалистических значениях дилатона (“racetrack” модели) [23,24]. Альтернативный подход получения такого реалистического минимума, основанный на моделях с одним конденсатом, недавно был предложен в [25-27]. В этом сценарии важную роль играют струнные непертурбативные поправки к келеровскому потенциалу. Анализ этих моделей показал, что возможна фиксация дилатона в минимуме с малой положительной космологической постоянной [28,29].

Другая возможность фиксации дилатона, естественно возникающая в эффективной теории струн с петлевыми поправками к дилатонным функциям связи, предложена Дэмуrom и Поляковым [30] (об аналогичном механизме релаксации скалярно-тензорных теорий гравитации к ОТО см. [31,32]). Основная идея механизма состоит в том, что петлевые поправки струнных диаграмм могут генерировать немонотонные функции связи дилатона с другими полями. В предположении, что различные функции связи имеют общий экстремум в некоторой точке, космологическая эволюция приводит к эффективной фиксации дилатона. Более того, рассмотрение инфляционных моделей [33] показало, что ряд космологических проблем, возникающих при фиксации модулей с помощью потенциала, получает естественное разрешение в рамках этого подхода.

Интересно отметить, что без конкретизации формы петлевых поправок и в случаях, когда источниками являются набор безмассовых скалярных полей и поле Калба-Рамона, струнная космология допускает точные решения в терминах интегралов, зависящих от дилатонных функций связи [34]. Качественный анализ космологической эволюции, без конкретизации формы дилатонных функций связи и для общего случая источника с подробным исследованием механизма Дэмура-Полякова, проведен в наших предыдущих работах [35,36].

В данной статье предложен и исследован другой механизм фиксации дилатона. Как и в механизме Дэмура-Полякова здесь важную роль играют петлевые поправки к дилатонным функциям связи. Ключевым моментом нашего механизма является предположение о том, что эти поправки генерируют кинетические функции, сингулярные при некотором конечном значении поля дилатона (о скалярно-тензорных космологических моделях с сингулярной функцией $\omega(\phi)$ см. [37,38]). Выявлен класс моделей, для которых космологическая эволюция приводит к фиксации дилатона в этих сингулярных точках.

В следующем разделе обсуждается структура струнного эффективного действия и дилатонных функций связи с различными полями в струнном и эйнштейновском представлениях. Соответствующая система космологических уравнений написана в виде автономной динамической системы третьего порядка. Сингулярные точки дилатонной кинетической функции являются точками покоя этой системы. Она имеет класс решений с постоянным дилатоном, содержащий как частный случай решения ОТО. Модели этого класса рассмотрены в разделе 3. Для всех качественно различных случаев значений баротропного индекса негравитационного источника проведен качественный анализ моделей, построены соответствующие фазовые картины (рис.1) и исследованы различные асимптотические поведения решений в зависимости от начальных данных. Решения с переменным дилатоном и их асимптотическое поведение в окрестности сингулярностей дилатонной кинетической функции будут рассмотрены во второй части работы.

2. Космологическая модель и динамическая система. Поправки к низкоэнергетическому струнному эффективному действию имеют вид двойных

рядов по двум параметрам разложения. Первым из них является масштаб длины струны $\lambda_s = \sqrt{\alpha'}$, где α' - натяжение струны. Соответствующие поправки становятся важными в режимах с малыми характерными радиусами кривизны. Они являются классическими поправками, обусловленными конечным размером струны, и играют важную роль в регуляризации сингулярностей. Вторым параметром является безразмерная струнная постоянная связи $g_s^2 = e^{2\langle\varphi\rangle}$, где $\langle\varphi\rangle$ - среднее значение дилатона. Эти поправки являются квантовыми, так как степень $e^{2\langle\varphi\rangle}$ определяет число петель в струнных диаграммах и они в принципе могут нарушать энергетические условия. Поскольку эти условия существенным образом входят в формулировки теорем Хокинга-Пенроуза о сингулярностях, то эти поправки тоже могут служить в качестве регуляторов сингулярностей.

В ведущем порядке по натяжению струны низкоэнергетическое струнное действие может быть записано в виде [30,34,36]

$$S = \int d^D x \sqrt{|\tilde{G}|} \left[-\tilde{F}_R(\varphi) \tilde{R} - 4\tilde{F}_\varphi(\varphi) \partial_M \varphi \tilde{\partial}^M \varphi + \tilde{L}(\varphi, \tilde{G}_{MN}, \psi) \right], \quad (1)$$

φ - поле дилатона, \tilde{R} - скаляр кривизны D -мерной метрики \tilde{G}_{MN} , а тильда над буквами указывает на величины в струнном конформном представлении, метрика которого совпадает с метрикой соответствующей σ -модели. Функция \tilde{L} представляет плотность лагранжиана других полей ψ и может быть записана в виде

$$\tilde{L} = \sum_I \tilde{F}_I(\varphi) \tilde{L}_I(\tilde{G}_{MN}, \psi). \quad (2)$$

Эта сумма, в частности, содержит вклад поля Калба-Рамона B_{MN} с напряженностью H_{MNP} , а также различных форм-полей обоих $NS - NS$ и $R - R$ типов, естественно возникающих в теориях суперструн.

В действии (1) $\tilde{F}_K(\varphi)$, $K = R, \varphi, i$ - функции связи дилатона с другими полями. В настоящей стадии развития теории струн конкретный вид этих функций неизвестен. В области слабой связи они допускают разложение

$$\tilde{F}_K(\varphi) = e^{-2L\varphi} \left(1 + \sum_{l=1}^{\infty} Z_K^{(l)} e^{2l\varphi} \right), \quad (3)$$

где первое слагаемое соответствует древесному приближению струнных диаграмм. В этом приближении дилатон универсально связан с полями $NS - NS$ сектора с $\zeta = 1$ и непосредственно не взаимодействует с полями $R - R$ сектора, $\zeta = 0$. Безразмерный коэффициент $Z_K^{(l)}$ определяется вкладом l петлевых струнных диаграмм, а параметром петлевого разложения, как отмечалось выше, является $e^{2\varphi}$.

Действие (1) написано в струнном конформном представлении. В этом представлении моды метрики и скалярного поля смешаны: волны \tilde{G}_{MN} помимо спиральности 2 содержат также возбуждения спиральности 0 (об аналогичной ситуации в скалярно-тензорных теориях гравитации см.,

например, [39]). Математически это означает, что переменные $(\varphi, \tilde{G}_{MN})$ являются неудобными для формулировки задачи Коши. В этом отношении целесообразно перейти к другому конформному представлению теории (эйнштейновское (E) -представление), в котором моды спиральностей 2 и 0 разделены. Такое представление реализуется конформным преобразованием D -мерной метрики

$$G_{MN} = \Omega^{-2} \tilde{G}_{MN} \quad (4)$$

с зависящим от поля дилатона конформным множителем

$$\Omega = \Omega_E(\varphi) = \tilde{F}_R^{1/(1-n)}(\varphi), \quad n = D-1. \quad (5)$$

В эйнштейновском представлении струнное эффективное действие запишется в виде

$$S = \int d^D x \sqrt{|G|} \left[-R - 4 F_\varphi(\varphi) \partial_M \varphi \partial^M \varphi + L(\varphi, \tilde{G}_{MN}, \psi) \right] \quad (6)$$

Здесь кинетическая функция дилатона и негравитационная часть плотности лагранжиана связаны с соответствующими функциями струнного представления соотношениями

$$F_\varphi(\varphi) = \frac{-n}{n-1} \left[\frac{\tilde{F}_R'(\varphi)}{2\tilde{F}_R} \right]^2 + \frac{\tilde{F}_\varphi}{\tilde{F}_R}, \quad L = \Omega^D \tilde{L}(\varphi, \Omega^2 G_{MN}, \psi). \quad (7)$$

При $F_\varphi(\varphi) > 0$ кинетический член поля дилатона отрицателен и дилатон является духовым. Поэтому ниже мы будем полагать $F_\varphi(\varphi) < 0$ (при $F_\varphi(\varphi) = 0$ поле дилатона является нединамическим). Введя в этом случае новое скалярное поле ψ согласно соотношению

$$d\psi = \sqrt{-4F_\varphi} d\varphi, \quad (8)$$

кинетический член поля дилатона в (6) можно представить в каноническом виде. Однако здесь мы не будем делать этого, поскольку ниже нас в основном будет интересовать поведение космологических моделей в окрестности особенностей функции $F_\varphi(\varphi)$.

Действие (6) описывает D -мерную ОТО с дополнительным скалярным полем, непосредственно взаимодействующим с негравитационной материей. Вследствие этого взаимодействия здесь тензор энергии-импульса негравитационной материи

$$T_{MN} = \frac{2}{\sqrt{|G|}} \frac{\delta L \sqrt{|G|}}{\delta G^{MN}} \quad (9)$$

отдельно ковариантно не сохраняется:

$$D_M T_N^M = -\frac{1}{\sqrt{|G|}} \frac{\delta L \sqrt{|G|}}{\delta \varphi} \partial_N \varphi, \quad (10)$$

где D_M означает ковариантную производную относительно метрики G_{MN}

Заметим, что если β_r -конформный вес плотности лагранжиана \tilde{L}_r в (2), то лагранжиан L в E -представления также можно записать в виде (2):

$$L = \sum F_i(\varphi) \tilde{L}_i(G_{MN}, \psi), \quad F_i(\varphi) = \tilde{F}_i(\varphi) \Omega^{D+2\beta_i}, \quad (11)$$

где для E -представления функция $\Omega(\varphi)$ определена соотношением (5). Если часть лагранжиана, содержащая поле ψ , обладает определенным весом β_r , то выбор конформного множителя согласно $\Omega^{D+2\beta_i} = 1/\tilde{F}_i(\varphi)$ приводит к представлению Йордана для поля ψ . Заметим, что для полного лагранжиана L - это представление, вообще говоря, нереализуемо.

В данной работе нас в основном будет интересовать поведение космологических моделей струнной эффективной гравитации в окрестности особых точек дилатонной кинетической функции $F_\varphi(\varphi)$, т.е. вблизи точек φ -пространства, в которых эта функция обращается в бесконечность. Из выражения (7) следует, что в терминах дилатонных функций связи струнного представления особыми для $F_\varphi(\varphi)$ являются точки, в которых функции $\tilde{F}_\varphi(\varphi)$ и $\tilde{F}_R(\varphi)$ обращаются в бесконечность, а также нули функции $\tilde{F}_R(\varphi)$. Ниже мы рассмотрим первую из этих возможностей (особые точки функции $\tilde{F}_\varphi(\varphi)$). Как будет показано ниже, поведение моделей в этом случае вполне регулярно и не соответствует физической сингулярности в теории. Относительно последних двух возможностей отметим лишь, что в особых точках или в нулях функции $\tilde{F}_R(\varphi)$ само конформное преобразование (4), реализующее переход к E -представлению, является сингулярным.

Рассмотрим основанную на действии (6) однородную и изотропную космологическую модель. В E -представлении соответствующая метрика запишется в виде

$$ds^2 = N^2(t) dt^2 - R^2(t) dl_n^2, \quad (12)$$

где dl_n - элемент длины n -мерного пространства постоянной кривизны, $R(t)$ - масштабный фактор, функция $N(t)$ определяется выбором временной координаты. Из условия однородности модели следует, что дилатон зависит только от времени, $\varphi = \varphi(t)$. В рассматриваемом космологическом контексте основанные на (6) уравнения поля имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{H} + H(nH - \dot{N}/N) + N^2 k(n-1)/R^2 &= N^2 b \varepsilon, \\ \ddot{\varphi} + (F'_\varphi/2F_\varphi)\dot{\varphi}^2 + \dot{\varphi}(nH - \dot{N}/N) &= -N^2 \alpha \varepsilon / (8F_\varphi), \\ n(n-1)(H^2 + N^2 k/R^2) + 4F_\varphi \dot{\varphi}^2 &= N^2 \varepsilon, \end{aligned} \quad (13)$$

где точка над буквами означает производную по времени, ε и p - плотность энергии и давление негравитационной материи, $k=0, 1, -1$ для моделей с пространствами нулевой, положительной и отрицательной кривизны, соответственно. В (13) введены следующие обозначения:

$$H = \dot{R}/R, \quad b = \frac{1-a}{2(n-1)}, \quad (14)$$

$$a = p/\varepsilon, \quad \alpha = \frac{1}{\varepsilon\sqrt{|G|}} \frac{\delta L\sqrt{|G|}}{\delta\varphi}. \quad (15)$$

Последнее уравнение системы (13) есть уравнение связи и является следствием первых двух. Оно накладывает ограничения на возможные начальные данные.

В дальнейшем нам будет удобно работать в конформной калибровке $N(t) = R(t)$. Соответствующую временную координату будем обозначать индексом c , t_c . Введя новые переменные

$$d\tau = \sqrt{H^2 + k} dt_c, \quad h = \frac{d \ln R}{d\tau} = \frac{H}{\sqrt{H^2 + k}}, \quad H = \frac{d \ln R}{d t_c}, \quad (16)$$

систему космологических уравнений (13) можно записать в виде трехмерной автономной динамической системы

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi}{d\tau} &= f(\varphi)x, \\ \frac{dx}{d\tau} &= [n(n-1) - x^2][f(\varphi)\alpha(\varphi)/2 - bhx], \\ \frac{dh}{d\tau} &= (1 - h^2)[(n-1)(nb-1) - bx^2], \end{aligned} \quad (17)$$

где введено обозначение

$$f(\varphi) = 1/\sqrt{-4F_\varphi(\varphi)}. \quad (18)$$

Эта система инвариантна относительно преобразований

$$\tau \rightarrow -\tau, \quad x \rightarrow -x, \quad h \rightarrow -h, \quad (19)$$

связывающих модели расширения и сжатия, и

$$\varphi \rightarrow -\varphi, \quad x \rightarrow -x, \quad \alpha(\varphi) \rightarrow -\alpha(-\varphi), \quad f(\varphi) \rightarrow f(-\varphi), \quad (20)$$

связывающих модели для двух, вообще говоря, различных наборов функций $(\alpha(\varphi), f(\varphi))$ и $(-\alpha(-\varphi), f(-\varphi))$.

Плотность энергии выражается через решения системы (17) с помощью соотношения

$$R^2 \varepsilon = (H^2 + k)[n(n-1) - x^2]. \quad (21)$$

В частности, отсюда следует, что фазовые траектории динамической системы (17), описывающие чисто грави-дилатонные модели ($\varepsilon = 0$), лежат на плоскостях $x = \pm\sqrt{n(n-1)}$. Уравнения этих траекторий нетрудно найти из (17):

$$x = \pm\sqrt{n(n-1)}, \quad h = \mp \tanh^k \left[\sqrt{1-1/n} \int d\varphi/f(\varphi) \right]. \quad (22)$$

Соответствующие решения без конкретизации дилатонных функций связи

приведены в работе [34] как в эйнштейновском, так и в струнном конформных представлениях.

3. *Решения с постоянным дилатоном.* В этом разделе мы рассмотрим решения, описывающие космологические модели с независимым от времени дилатоном. Из системы (17) следует, что имеются два класса таких решений. Для первого из них значение дилатона является нулем функции $\alpha(\varphi)$, а $x = 0$. Эти решения рассматривались в [36] и здесь мы их касаться не будем. Для второго класса решений с постоянным дилатоном имеем $\varphi = \varphi_0$, где φ_0 является нулем функции $f(\varphi)$, $f(\varphi_0) = 0$. В этом случае функция $x(\tau)$, вообще говоря, отлична от нуля. Соответствующие траектории образуют двумерное подпространство трехмерного фазового пространства (φ, x, h) динамической системы (17). Эти траектории описываются системой

$$\begin{aligned} \frac{dx}{d\tau} &= -bhx[n(n-1) - x^2], \\ \frac{dh}{d\tau} &= (1 - h^2)[(n-1)(nb-1) - bx^2]. \end{aligned} \quad (23)$$

Прежде всего заметим, что эта система имеет решения $x = 0$ и $x = \pm\sqrt{n(n-1)}$, причем второе из них, согласно (21), соответствует вакуумным решениям. Для x , отличных от этих значений, интегрируя первое уравнение (23) с учетом (16), находим

$$x^2 = \frac{n(n-1)}{\left(\frac{R}{R_0}\right)^{n(1-a)} + 1}, \quad (24)$$

где R_0 - постоянная интегрирования. Предельные значения этой постоянной $R_0 = 0, \infty$ соответствуют указанным частным решениям с $x = 0, \pm\sqrt{n(n-1)}$ соответственно. Интегрируя первое уравнение (13) с учетом (21) и (24) ($N = R$), находим

$$H^2 + k = CR^{2-n(1+a)} \left[1 + \left(\frac{R_0}{R}\right)^{n(1-a)} \right] \quad (25)$$

с новой постоянной интегрирования C . Зависимость масштабного фактора от конформной временной координаты определится теперь из соотношения

$$\pm t_c = \int \frac{R^{n-2} dR}{\left[C \left(R^{n(1-a)} + R_0^{n(1-a)} \right) - kR^{2(n-1)} \right]^{1/2}}, \quad (26)$$

где верхний/нижний знак соответствует моделям расширения/сжатия.

Для частного решения с $x = 0$ имеем $R_0 = 0$ и (26) элементарно интегрируется. Такое интегрирование приводит к следующему результату для моделей с неотрицательной плотностью энергии ($C \geq 0$):

$$R = \text{const} \left| \frac{1}{\sqrt{k}} \sin \left\{ \sqrt{k} \left[n(1+a)/2 - 1 \right] t_c \right\} \right|^{1/[n(1+a)/2-1]} \quad (27)$$

Они соответствуют решениям ОТО с источником, описываемым плотностью энергии ϵ и эффективным давлением p для случая постоянного a . Синхронная временная координата t в E -представлении определяется равенством $t = \int R dt_c$, которое совместно с (27) в параметрическом виде определяет зависимость $R = R(t)$:

Для частных решений $x = \pm\sqrt{n(n-1)}$ имеем $\epsilon = 0$, и уравнение для H теперь совпадает с соответствующим уравнением ОТО и масштабный фактор определяется формулой (27) с $a = 1$.

Перейдем теперь к анализу качественной структуры фазовой картины динамической системы (23) в плоскости (x, h) . С этой целью рассмотрим особые точки и их характер, определяемый соответствующими собственными числами. В конечной части фазовой плоскости для системы (23) особые точки следующие:

точки

$$(x = 0, h = h_0), \quad h_0 = \pm 1 \quad (28)$$

с собственными числами

$$\lambda_2 = -n(n-1)bh_0, \quad \lambda_3 = -2(n-1)(bn-1)h_0, \quad (29)$$

точки

$$(x = \pm\sqrt{n(n-1)}, h = h_0), \quad (30)$$

имеющие собственные числа

$$\lambda_2 = 2n(n-1)bh_0, \quad \lambda_3 = 2(n-1)h_0, \quad (31)$$

и точки

$$(x = \pm\sqrt{(n-1/b)(n-1)}, h = 0), \quad (32)$$

с собственными числами

$$\lambda_{2,3} = \pm(n-1)\sqrt{2(nb-1)}. \quad (33)$$

Заметим, что случай (32) реализуется только для источников с $a \leq 2/n - 1$. Для определенности рассмотрим характер особых точек, описывающих модели расширения ($h_0 = 1$). Характер особых точек с $h_0 = -1$ получается отсюда с учетом инвариантности системы (23) относительно преобразования (19). Из выражений для собственных чисел следует, что точка (28) является седлом при $a > 2/n - 1$ и устойчивым узлом при $a < 2/n - 1$. Эта точка соответствует пространственно-плоским решениям, соответствующим формуле (27) с $k = 0$. Точки (30) являются неустойчивыми узлами. В их окрестности траектории касаются решения при $a > 2/n - 1$ и решений $x = \pm\sqrt{n(n-1)}$ при $a < 2/n - 1$. Соответствующие этим точкам решения для масштабного фактора описываются выражением (27) с $k = 0$ и $a = 1$. Точки (32) являются седлами. Согласно (16), для этих точек $H = 0$ и они описывают модели с пространством

положительной кривизны и с постоянным масштабным фактором, $R = \text{const}$. Соответствующая плотность энергии также постоянна и равна $\epsilon = 2(n-1)^2/R^2(1-a)$. Эти решения реализуются только при $a \leq 2/n-1$. Для построения фазовой картины необходимо также исследование поведения траекторий на бесконечности фазовой плоскости, $h \rightarrow \pm\infty$, соответствующей открытым моделям. Для этого проще всего перейти в (23) от переменных (τ, x, h) к переменным (T, x, z) , где $dT = hd\tau$, $z = 1/h$. При $H = 0$ особыми являются точки $(x = 0, H = 0)$ и $(x = \pm\sqrt{n(n-1)}, H = 0)$. Первая из них является устойчивым узлом при $a > 2/n-1$ и седлом при $a < 2/n-1$. Последние две точки соответствуют вакуумным моделям ($\epsilon = 0$) и являются седловыми.

Для полноты рассмотрим также граничный случай $a = 2/n-1$. При этом $bn = 1$ и точки (32) сливаются, а соответствующие собственные числа равны нулю, т.е. эта точка является вырожденной. Теперь особыми являются все точки оси $x = 0$. Для этих точек $H = H_0 = \text{const}$ и соответствующие решения имеют вид $R = \text{const} e^{H_0 t}$ в терминах конформного времени и вид $R = H_0 t (H_0 \neq 0)$ в терминах синхронной в E -представлении временной координаты. Соответствующую плотность энергии нетрудно найти из последнего уравнения (13): $\epsilon = (1 + k/H_0^2)n(n-1)/t^2$. При $a = 2/n-1$ динамическая система сводится к простой введением новой независимой переменной $d\tau' = xd\tau$. Проведя анализ для этой простой системы и возвращаясь снова к исходной системе, нетрудно построить соответствующую фазовую картину. Заметим, что теперь точки (30) являются звездными узлами, а точка $x = 0, h = 0$ седлом. Сепаратрисами этого седла являются особые решения, соответствующие траектории которых представлены отрезками $h = \pm x/\sqrt{n(n-1)}$. Фазовые картины для качественно различных случаев $a > 2/n-1$, $a = 2/n-1$ и $a < 2/n-1$, построенные на основе проведенного выше анализа, приведены на рис.1 a,b,c, соответственно. На этих рисунках предварительно проведено отображение фазового пространства $|x| \leq \sqrt{n(n-1)}$, $-\infty < h < \infty$ на прямоугольную область (x, w) согласно

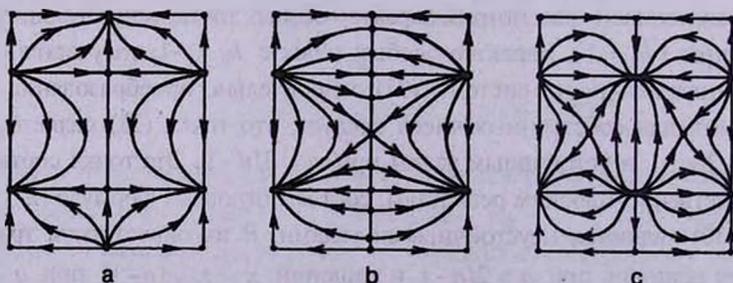


Рис.1. Фазовые диаграммы космологических моделей с постоянным масштабным фактором, описываемых динамической системой (23) для качественно различных случаев: а) $a > 2/n-1$; б) $a = 2/n-1$; в) $a < 2/n-1$. Фазовое пространство (x, h) , $|x| \leq \sqrt{n(n-1)}$, $-\infty < h < +\infty$ отображена на прямоугольную область (x, w) , $|x| \leq \sqrt{n(n-1)}$, $|w| \leq 1$ согласно (34).

$$h = \frac{w}{1 - |w|}, \quad -1 \leq w \leq 1. \quad (34)$$

Горизонтальные отрезки $w = \pm 1/2$ соответствуют пространственно-плоским моделям расширения и сжатия. Они расщепляют фазовое пространство на три инвариантных подпространства, соответствующие замкнутым ($|w| < 1/2$), расширяющимся открытым ($1/2 < w < 1$) и сжимающимся открытым ($-1 < w < -1/2$) моделям. Отрезки $x = 0$ соответствуют моделям ОТО, описываемым решением (27), а отрезки $x = \pm \sqrt{n(n-1)}$ представляют вакуумные решения. Во втором случае, как уже отмечалось выше, зависимость масштабного фактора от конформной временной координаты определяется выражением (27) с $a = 1$. Заметим, что уравнение фазовых траекторий динамической системы (23) может быть найдено явно и имеет вид

$$h^2 = 1 + \text{const} |x|^{2(1-1/nb)} |x^2 - n(n-1)|^{1/nb}, \quad (35)$$

где положительным/отрицательным значениям постоянной интегрирования соответствуют открытые/замкнутые модели.

Как видно из рис.1, все модели расширения с постоянным дилатоном, кроме особых, соответствующих сепаратрисам седловых точек, начинают свою эволюцию в точках (30) с $h_0 = 1$. В их окрестности поправки, обусловленные кривизной пространства, малы. Исходя из вышеприведенных формул, нетрудно показать, что этим точкам соответствуют конечные значения как конформного, так и синхронного временных координат с нулевым значением масштабного фактора, причем в их окрестности $R \sim (t_c - t_{c0})^{1/(n-1)}$. Характер дальнейшей эволюции моделей существенным образом зависит от дополнительного источника через параметр a . Рассмотрим отдельно соответствующие качественно различные случаи:

а) $a > 2/n - 1$ (рис.1а). Траектории, описывающие пространственно-плоские модели ($k = 0, h = 1$) и модели с отрицательной пространственной кривизной ($k = -1, h > 1$), стремятся к соответствующим решениям ОТО при $t \rightarrow \infty$, при этом $R \rightarrow \infty$. Траектории же, описывающие модели с положительной пространственной кривизной ($k = 1, |h| < 1$), в конечный момент времени достигают оси $h = 0$. В этой точке расширение прекращается и траектории максимально приближаются к решениям ОТО. В дальнейшем модели переходят в фазу сжатия и заканчивают эволюцию в конечный момент времени в точке (30) с $h_0 = -1$.

б) $a = 2/n - 1$ (рис.1б). Как и в предыдущем случае, модели расширения с $k = 0, -1$ стремятся при $t \rightarrow \infty$ к соответствующим решениям ОТО с линейно зависящим от времени масштабным фактором, представленным точками отрезка $x = 0$. Для моделей же расширения с $k = 1$ теперь существуют два класса траекторий. Для траекторий первого класса, выходящих из точек (30)

с $h_0 = 1$ в область, ниже устойчивых сепаратрис седла ($x = 0, h = 0$), качественное поведение моделей то же, что и для моделей $k = 1$ предыдущего случая. Время жизни этих моделей конечно. Траектории же второго класса с $k = 1$, расположенные выше устойчивых сепаратрис седла ($x = 0, h = 0$), стремятся к соответствующим решениям ОТО при $t \rightarrow \infty$ и поэтому время жизни этих моделей, как и в случаях $k = 0, -1$, полубесконечно.

с) $a < 2/n - 1$ (рис.1с). Точка (28) с $h_0 = 1$ теперь является устойчивым узлом. Все модели расширения с $k = 0, -1$, а также модели с $k = 1$, расположенные выше устойчивых сепаратрис седловых точек (32), заканчивают свою эволюцию в этой точке при $t \rightarrow \infty$ с $R \rightarrow \infty$. Все эти решения стремятся к решению (27) с $k = 0$, описывающему пространственно-плоские модели. Сепаратрисы седловых точек (32) расщепляют фазовое пространство замкнутых моделей на области с качественно различным поведением фазовых траекторий. Модели, описываемые траекториями, примыкающими к отрезку $x = 0$, начинают свою эволюцию из точки (28), с нижним знаком в бесконечном прошлом ($t = -\infty$), в состоянии сжатия со значений $R = \infty$. В некоторый конечный момент времени, соответствующий минимальному значению масштабного фактора, сжатие переходит в расширение, и модели заканчивают эволюцию в точке (28), с верхним знаком при $t \rightarrow +\infty$ со значением $R = \infty$. В начальной и конечной стадиях эволюции этих моделей вкладом членов, обусловленных пространственной кривизной, можно пренебречь. Поскольку, согласно (13),

$$\frac{d^2 R}{dt^2} = \frac{H^2 + k}{R} [(n-1)(nb-1) - bx^2], \quad (36)$$

то для рассматриваемых траекторий $d^2 R/dt^2 > 0$, и описываемая им эволюция имеет инфляционный характер в E -представлении. Траектории с $k = 1$, расположенные выше сепаратрис седловых точек (32) с $h > 0$, являются моделями чистого расширения. Отрезки этих траекторий, лежащие в области $x^2 < (n-1)(n-1/b)$ согласно (36), описывают стадию инфляционного расширения. Что касается траекторий, примыкающих к отрезкам $x = \pm\sqrt{n(n-1)}$, то описываемая ими качественная эволюция та же, что и в случае замкнутых моделей пункта (а). Для моделей, описываемых траекториями, лежащими ниже сепаратрис точек (32) с $h < 0$, эволюция начинается в бесконечном прошлом со значения $R = \infty$. Эти модели являются сжимающимися и заканчивают эволюцию в конечный момент времени в сингулярных точках (30) с $h_0 = -1$ со значением $R = 0$.

Таким образом, мы рассмотрели все возможные качественно различные случаи поведения моделей с постоянным значением дилатона, являющимся точкой сингулярности дилатонной кинетической функции. Во второй части работы рассмотрены модели с переменным дилатоном, исследовано их асимптотическое поведение в окрестности указанных сингулярных точек и

выявлены условия, при которых происходит стабилизация дилатона в ходе космологической эволюции.

Ереванский государственный университет,
Армения

ON DILATON STABILIZATION IN STRING COSMOLOGY. I

A.A.SAHARIAN

New mechanism is proposed for dilaton stabilization within the framework of low-energy string gravity with higher-loop corrections to the dilaton coupling functions. The main assumption lying in the basis of this mechanism is that the loop corrections generate dilaton kinetic function, being singular for some finite value of dilaton field. For a barotropic type nongravitational source the set of equations describing the evolution of homogeneous and isotropic cosmologies is presented in the form of third order autonomous dynamical system. By using qualitative methods the behavior of general solution is investigated near the singularities of dilaton couplings. It is shown that there is class of solutions with constant dilaton. The conditions are specified under which these solutions are attractors for general solution with variable dilaton.

ЛИТЕРАТУРА

1. *М.Грин, Дж.Шварц, Э.Виттен*, Теория суперструн, т.1,2, Мир, М., 1990.
2. *E.Kiritsis*, Introduction to Superstring Theory, Prepr. CERN-TH/97-218 (hep-th/9709062).
3. *S.Thomas*, Supersymmetry in the Early Universe, Proceedings of PASCOS/HOPKINS, 1995, Baltimore, Maryland, March 22-25, 1995.
4. *M.Dine, L.Randall, S.Thomas*, Nucl. Phys., **B461**, 291, 1996.
5. *T.Banks, M.Berkooz, P.J.Steinhardt*, Phys. Rev., **D52**, 705, 1995.
6. *T.Banks, M.Berkooz, S.H.Shenker, G.Moore, P.J.Steinhardt*, Phys. Rev., **D52**, 3452, 1995.
7. *M.K.Gaillard, D.H.Lyth, H.Murayama*, Phys. Rev., **D58**, 123505, 1998.
8. *J.D.Lykken*, New and Improved Superstring Phenomenology, astro-ph/9903026.
9. *K.Choi*, String or M Theory Axion as a Quintessence, hep-ph/9902292.

10. *A.A. Саарян*, *Астрофизика*, **39**, 279, 1996.
11. *G.Veneziano*, *Phys. Lett.*, **B265**, 287, 1991.
12. *M.Gasperini*, *G.Veneziano*, *Astropart. Phys.*, **1**, 317, 1993; *Mod. Phys. Lett.*, **A8**, 3701, 1993; *Phys. Rev.*, **D50**, 2519, 1994 (см. также // www.to.infn.it/gasperini).
13. *A.Buonanno*, *T.Damour*, *G.Veneziano*, *Nucl. Phys.*, **B543**, 275, 1999.
14. *R.Brustein*, *G.Veneziano*, *Phys. Lett*, **B277**, 256, 1994.
15. *N.Caloper*, *R.Madden*, *K.A.Olive*, *Nucl. Phys.*, **B452**, 677, 1995.
16. *N.Caloper*, *R.Madden*, *K.A.Olive*, *Phys. Lett.*, **B371**, 34, 1996.
17. *R.Easther*, *K.Maeda*, *D.Wands*, *Phys. Rev.*, **D57**, 4247, 1996.
18. *R.Brustein*, *R.Madden*, *Phys. Lett*, **B410**, 110, 1997.
19. *R.Brustein*, *R.Madden*, *Phys. Rev.*, **D57**, 712, 1998.
20. *A.A.Saharian*, *On Graceful Exit in String Cosmology with Pre-Big Bang Phase*, hep-th/9709118.
21. *M.Cvetic*, *A.Font*, *L.E.Ibanez*, *D.Lust*, *F.Quevedo*, *Nucl. Phys.*, **B361**, 194, 1991.
22. *F.Quevedo*, *Gaugino Condensation, Duality and Supersymmetry Breaking*, Prepr. CERN-TH /95308, hep-th/9511131.
23. *B. de Carlos*, *J.A.Casas*, *C.Munoz*, *Nucl. Phys.*, **B399**, 623, 1993.
24. *M.Dine*, *Y.Shirman*, *Remarks on the Racetrack Scheme*, hep-th/9906246.
25. *J.A.Casas*, *Phys. Lett.*, **B348**, 103, 1996.
26. *P.Binetruy*, *M.Gaillard*, *Y.-Y.Wu*, *Nucl. Phys.*, **B493**, 27, 1997.
27. *P.Binetruy*, *M.Gaillard*, *Y.-Y.Wu*, *Phys. Lett.*, **B412**, 288, 1997.
28. *T.Barreiro*, *B. de Carlos*, *E.J.Copeland*, *Phys. Rev.*, **D57**, 7354, 1998.
29. *A.A.Саарян*, *В.Л.Саргсян*, *Астрофизика*, **42**, 465, 1999.
30. *T.Damour*, *A.M.Polyakov*, *Nucl. Phys.*, **B423**, 532, 1994.
31. *T.Damour*, *K.Nordvedt*, *Phys. Rev.*, **D58**, 3436, 1993.
32. *D.I.Santiago*, *D.Kalligas*, *R.V.Wagoner*, *Phys. Rev.*, **D58**, 124005, 1998.
33. *T.Damour*, *A.Vilenkin*, *Phys. Rev.*, **D53**, 2981, 1996.
34. *A.A.Saharian*, *Class. Quantum Gravity*, **15**, 1951, 1998.
35. *A.A.Саарян*, *Астрофизика*, **42**, 117, 1999; **42**, 295, 1999.
36. *A.A.Saharian*, *Class. Quantum Gravity*, **16**, 2057, 1999.
37. *J.D.Barrow*, *Phys. Rev.*, **D48**, 3592, 1993.
38. *S.K.Rama*, *Phys. Rev.*, **D56**, 6230, 1997.
39. *К.Уилл*, *Теория и эксперимент в гравитационной физике*, Энергоатомиздат, М., 1987.