АСТРОФИЗИКА

ТОМ 42 АВГУСТ, 1999 ВЫПУСК 3

УДК: 524.622-327

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАКОНА ВРАЩЕНИЯ ПЛОСКОЙ ПОДСИСТЕМЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАССТОЯНИЯ ДО ЦЕНТРА ГАЛАКТИКИ: РЕАЛИСТИЧНОСТЬ МОДЕЛИ И ОПТИМИЗАЦИЯ ЕЕ СЛОЖНОСТИ

И.И.НИКИФОРОВ

Поступила 10 декабря 1998
Принята к печати 25 декабря 1998

Нереалистичные предположения о законе галактического вращения в кинематических методах определения расстояния до центра Галактики (R_0) могут сильно исказить результат. Предложен эмпирический способ оптимизации сглаженности модельной кривой вращения, устраняющий соответствующие систематические ошибки R_0. Разработана обобщенная процедура оценивания R_0 из анализа вращения произвольной однородной плоской подсистемы галактических объектов.

1. *Введение.* Методы нахождения расстояния от Солнца до галактического центра (R_0) можно подразделить по типу используемого наблюдательного материала. Этот признак позволяет выделить, по крайней мере в первом приближении, пространственные, кинематические, динамические и нефазовые группы методов. Удобство такой классификации в том, что принадлежность к одной из групп одновременно определяет и основные достоинства и недостатки любой конкретной методики, а также смысл самого понятия "центр Галактики" (ЦГ). В исследованиях пространственного распределения объектов (светящейся материи) ЦГ отождествляется с точкой наибольшей плотности или с другой центральной особенностью, что делает очень важным учет искажений истинного распределения из-за неполноты выявленности и статистических эффектов (например, [1-6]). Анализ кинематики различных галактических составляющих (см. ссылки ниже, в разделе 2) позволяет находить динамический ЦГ (барицентр), и здесь основная проблема заключается в выборе адекватной кинематической модели. В динамических методах [7-9], в которых используются данные как о пространственном распределении, так и о кинематике, оба эти ЦГ считаются совпадающими. Многочисленные предположения, которые требуются в таких методах (о законе поверхностной плотности, потенциале Галактики, о различных кинематических и структурных параметрах), создают очевидные трудности для получения надежных результатов. Возможны также подходы, оперирующие другими пространствами данных, не конфигурационными или фазовыми, с иными трудностями и своим особым определением ЦГ. Так Сурдин

[10] определяет ЦГ как точку пересечения оси симметрии распределения металличностей шаровых скоплений с плоскостью Галактики.

Вопрос о степени совпадения этих "центров" остается открытым, об этом нужно помнить при сравнении результатов применения разных методов. Различие может составлять всего ~0.1 кпк, если оно обусловлено только сложной динамикой центральной области радиусом несколько сотен парсек [11]. Однако пока нельзя исключить и возможности более масштабных особенностей, например, смещения массивного гало относительно центра масс видимой Галактики, как отмечено в [12]. Сказанное во многом относится и к задаче локализации положения ЦГ на небесной сфере - разделение на пространственные и кинематические методики здесь также естественно [11].

Эта физическая неопределенность положения ЦГ и неопределенность масштабов шкал расстояний - общие систематические факторы. Кроме них, каждый класс методов определения R_0 имеет свои характерные источники систематических ошибок. Поскольку такая систематика порождается несоответствием реальности принимаемых моделей и предположений, часто излишних, то она может быть устранена путем совершенствования методик анализа данных наблюдений. О существенности систематических ошибок, не сводимых к рассогласованности шкал расстояний, ясно свидетельствуют результаты обзора определений R_0 [13].

В этой работе рассматривается один из систематических эффектов - неадекватность представления закона дифференциального вращения, основной составляющей любой кинематической модели, в задаче оценивания R_0 в его динамическом смысле.

2. *Проблема реалистичности модели вращения.* В классе кинематических методов определения R_0 эта проблема не возникает только, если R_0 находится по кривизне линии нулевых лучевых скоростей [14-16], для чего не требуется модель закона вращения Галактики. Но такой подход проигрывает в общей неопределенности результата методам, использующим данные о конечном промежутке расстояний до оси вращения Галактики (R). В последнем случае происходит частичное сглаживание эффектов локальных некруговых движений и неоднородного распределения объектов [15,17], а также повышается статистическая надежность параметра R_0 за счет роста объема выборки. Однако эти преимущества могут быть сведены на нет недостаточно реалистичными предположениями о модельном законе вращения. Обычно этот закон жестко фиксируют [15,17-23] или представляют в виде некоторого выражения со свободными коэффициентами [24-32], как правило, отрезка ряда 1-го, иногда 2-го порядка. Разные варианты избранной аналитической формы, в частности разложения разных порядков, сравнивают довольно редко [33-35], при этом не изучая или вообще не затрагивая вопрос об их оптимальности. Между тем, степень сглаженности модели вращения может

сильно влиять на оценку R_0, особенно если данные охватывают значительный промежуток R (смещение достигает $\gtrsim \frac{1}{4}$ величины R_0) [21-23,25,36,37].

В [37] предложена методика нахождения оптимального уровня воспроизведения деталей закона вращения при определении R_0 способом согласования данных о вращении диффузного HI и областей HII. Однако необходимость введения дополнительных предположений о весах таких разнородных данных и различия полей скоростей этих двух подсистем снижают надежность результата.

В настоящей работе аналогичная техника поиска оптимально-сглаженных моделей кривой вращения при оценивании R_0 разработана для произвольной однородной плоской подсистемы. Однородность состава населения и наблюдательного материала позволяет избежать недостатков метода, примененного в [37]. Объекты разных типов (возрастов) нежелательно включать в одну выборку также из-за возможной несогласованности шкал расстояний.

3. *Модель и ее параметры.* В предположении чисто кругового вращения "модельная" величина лучевой скорости объекта относительно Местного стандарта покоя (МСП) определяется выражением

$$V_{\text{mod}} = (\omega - \omega_0) R_0 \sin l \cos b - \Pi_{LSR} \cos l \cos b - \Delta\theta_{LSR} \sin l \cos b - Z_{LSR} \sin b, \quad (1)$$

где ω и ω_0 - угловые скорости вращения подсистемы на R и R_0, l и b- галактические координаты объекта, Π_{LSR}, $\Delta\theta_{LSR}$ и Z_{LSR} - компоненты скорости движения МСП относительно Вращательного стандарта покоя (ВСП) в направлениях $l=0°$, $l=90°$ и $b=90°$, соответственно. Введенный в [38] ВСП - это система отсчета с началом координат в окрестностях Солнца, движущаяся по круговой орбите со скоростью, равной средней скорости вращения Галактики (точнее - рассматриваемой подсистемы) на $R=R_0$.

В случае плоской подсистемы кривую вращения $\theta(R)$ можно представлять полиномами

$$\Theta_n(R) = \sum_{i=0}^{n} \theta_i (\Delta R)^i, \quad n \geq 1, \quad (2)$$

где $\Delta R \equiv R - R_0$, не вводя зависимости линейной скорости вращения θ от расстояния от галактической плоскости, и можно положить $Z_{LSR} = 0$. Тогда модель (1) принимает общий вид

$$V_{\text{mod}} = \left[\Delta\theta_1 \Delta R + \sum_{i=2}^{n} \theta_i (\Delta R)^i \right] \frac{R_0}{R} \sin l \cos b - \Pi_{LSR} \cos l \cos b - \Delta\theta_{LSR} \sin l \cos b,$$

$$\Delta\theta_1 \equiv \theta_1 - \omega_0 = -2A, \quad \omega_0 = \omega_{LSR} - \frac{\Delta\theta_{LSR}}{R_0}, \quad \Delta\theta_{LSR} = \theta_{LSR} - \theta_0, \quad (3)$$

где A - параметр Оорта, индексы 0 и LSR кинематических параметров относятся к ВСП и МСП, соответственно, а

$$R = \sqrt{R_0^2 + r^2 \cos^2 b - 2 R_0 r \cos l \cos b},$$

r - гелиоцентрическое расстояние до объекта.

Вектор неизвестных параметров модели (3)

$$\mathbf{p} = \left(R_0, \Delta\theta_1, \ldots, \theta_n, \Pi_{LSR}, \Delta\theta_{LSR}\right)$$

находится для заданного n в результате минимизации статистики

$$S^2(\mathbf{p}) = \sum_{j=1}^{N} \Delta V_j^2, \quad \Delta V_j \equiv \left[V_{obs} - V_{mod}(\mathbf{p})\right]_j, \tag{4}$$

где V_{obs} - наблюдаемая лучевая скорость, приведенная к МСП, N - число объектов. Возможность учета ошибок r путем введения весов или применения двумерной оптимизации системы уравнений $V_{obs} = V_{mod}(\mathbf{p})$ будет рассмотрена в следующей статье при обсуждении результатов применения этой методики.

Поясним, почему в качестве модели закона вращения выбрано разложение (2) для линейной, а не угловой скорости. Кривые вращения внешних спиральных галактик и нашей Галактики - плоские в первом приближении; на предположении $\theta(R) = \theta_0$ даже основаны некоторые работы по определению R_0 [21,30]. Нелинейные члены (2) непосредственно описывают отклонения от этой простой модели. В случае же разложения в ряд $\omega(R)$ даже при идеально плоской кривой вращения новые нелинейные члены будут требоваться просто по мере увеличения промежутка ΔR, т.к. $\omega(R) \propto R^{-1}$.

Члены при Π_{LSR} и, в особенности, $\Delta\theta_{LSR}$ могут сильно повлиять на результат. Их включение в модель необходимо не только из-за допущения движения МСП относительно ВСП, но и из-за возможного несоответствия рассматриваемым объектам принятых компонентов остаточного движения Солнца, которые зависят от спектрального класса звезд (см., например, [39,40]).

4. *Определение ошибок параметров*. Наиболее обоснованными формальными доверительными интервалами искомых параметров в подобных задачах являются проекции многомерной доверительной области на соответствующие оси параметров. Их можно найти с помощью статистики

$$\chi^2(\mathbf{p}) \equiv \sum_{j=1}^{N} \left(\frac{\Delta V_j}{\sigma_j}\right)^2, \tag{5}$$

где σ_j - среднеквадратическое уклонение $(V_{obs})_j$ от $(V_{mod})_j$. Согласно [41] (с.551-590), границы доверительного интервала параметра p_m для уровня 1σ ($\approx$68.3%) являются корнями уравнения

$$\chi_1^2(p_m) = \chi_0^2 + 1. \tag{6}$$

Здесь χ_0^2 - значение глобального минимума $\chi^2(\mathbf{p})$, $\chi_1^2(p_m)$ - минимальная величина χ^2 при постоянном p_m.

Очевидно, что для корректного определения ошибок параметров нужно знать абсолютные "ошибки наблюдений" σ_j, а не только их относительные величины $\tilde{\sigma}_j$, которые определяют веса уравнений. Значения σ_j в настоящей задаче формируются истинной дисперсией скоростей в подсистеме, ошибками измерений V_{obs} и r и систематическими отклонениями от модели (вследствие нереалистичных предположений о кривой вращения, наличия глобальных отклонений от схемы чисто кругового вращения и локальных аномалий и пр.). До выполнения моделирования поля скоростей уверенно учесть вклады всех этих факторов затруднительно. Проблему можно разрешить после нахождения р введением поправки

$$\sigma_j = \sigma_0 \tilde{\sigma}_j, \tag{7}$$

использовав оценку средней ошибки единицы веса

$$\sigma_0^2 = \frac{1}{N_{\text{free}}} \min \sum_{j=1}^{N} \left(\frac{\Delta V_j}{\tilde{\sigma}_j} \right)^2, \tag{8}$$

где $N_{\text{free}} = N - M$, M - число параметров ($= \text{n} + 3$ для общего вида модели (3)). Тогда (6) превращается в уравнение

$$\chi_1^2(p_m) = N_{\text{free}} + 1. \tag{9}$$

Ошибки σ_{p_m}, определенные при помощи соотношений (7)-(9), отражают реальный, обусловленный всеми факторами, а не предполагаемый масштаб отклонений наблюдений от модели. В случае $\tilde{\sigma}_j = 1$ (статистика (4)) σ_0^2 - наблюдаемая средняя дисперсия скоростей.

Так как среди параметров модели (3) есть один нелинейный (R_0), то выражение (8) и, следовательно, уравнение (9) дают несмещенные оценки ошибок, строго говоря, только при $N_{\text{free}} \to \infty$ [41,стр.553]. Однако для модели (3) оценка (8) приемлема, что будет показано методом численного моделирования в следующей статье на некоторых конкретных примерах. Непосредственно находить корни уравнения (9), что требует многократного решения системы (3) при одном фиксированном параметре, мы предлагаем только для R_0. Ошибки других параметров можно находить, также используя соотношения (7) и (8), менее трудоемким способом - по элементам матрицы ковариаций: $\sigma_{p_m} = \sqrt{c_{mm}}$. Оба способа формально эквивалентны [41], но первый из них более детальный - левая и правая границы доверительного интервала с помощью него находятся по отдельности. Поэтому он и применяется для оценивания неопределенности R_0, самого важного параметра в настоящей задаче.

Нахождению ошибок параметров уделяется здесь повышенное внимание не только с целью надежно оценить статистическую неопределенность R_0 и других неизвестных, но и потому, что величины σ_{θ_l} существенны для оптимизации порядка модели (2).

5. *Эмпирическая оптимизация сглаженности модели и результирующая оценка* R_0. Для любой заданной выборки можно определить порядки разложения (2), которые обеспечивают достаточно адекватное представление кривой вращения, чтобы оценки R_0 получались систематически несмещенными. Назовем такие порядки *допустимыми* $(\tilde{n}_0)$. С целью их нахождения рассматривается зависимость $\sigma_0^2(n)$. Данная функция - в среднем убывающая ($\sigma_0^2(N-3) = 0$ в общем случае (3)). Но расчеты для реальных данных [37] показывают, что обычно после начального резкого

падения дальнейшее уменьшение σ_0^2 приостанавливается для нескольких значений n. Этот эффект возникает благодаря достигнутому воспроизведению наиболее значимых деталей действительного закона $\theta(R)$ полиномами Θ_n: рост n не ведет к выявлению новой структуры в данных и, следовательно, к снижению σ_0^2. Поэтому первоначально в множество допустимых порядков $\{\tilde{n}_0\}$ включаются последовательные значения n по правилу

$$\sigma_0^2(n) \approx \text{const} \;\; \text{для} \;\; n \in \{\tilde{n}_0\}. \tag{10}$$

Затем эти значения $\tilde{n}_0$ ограничиваются сверху тем порядком n, при котором коэффициенты θ_i становятся ненадежными ($\sigma_{\theta_i}/\theta_i \gtrsim 0.5 \;\; \forall 2 \le i \le n$ или $\sigma_{\theta_n}/\theta_n \gtrsim 1$) или модель Θ_n оказывается явно нереалистичной на краях интервала R. Последнее часто сопровождается возобновлением падения σ_0^2, что служит, согласно (10), самостоятельным основанием для отсечения излишне сложных моделей. Таким образом, в число допустимых моделей (как правило, от одной до трех) попадают самые простые модели кривой вращения из возможных. В случаях, когда участок $\sigma_0^2(n) \approx \text{const}$ получается не очень четким, правильность выбора множества $\{\tilde{n}_0\}$ можно проверить методом Монте-Карло, выяснив, насколько смещены в среднем оценки R_0 для порядков, вызывающих сомнения. Для некоторых приложений (не для выведения результирующей величины R_0) удобно из $\{\tilde{n}_0\}$ выделить оптимальный порядок (n_0), результаты для которого наиболее надежны и реалистичны, хотя не всегда выбор оказывается однозначным.

Итоговая оценка $\langle R_0 \rangle$ для каждой выборки находится как взвешенное среднее R_0 по всем $\tilde{n}_0$. Веса берутся обратно пропорциональными квадратам длин доверительных интервалов R_0. Объединение этих интервалов, сдвинутых с сохранением их длин к величине $\langle R_0 \rangle$, с добавлением в квадратах среднеквадратического разброса значений R_0 для разных порядков $\tilde{n}_0$ принимается за доверительный интервал $\langle R_0 \rangle$. В случае единственного допустимого порядка добавляется разброс величин R_0 для соседних порядков ($n_0 \pm 1$). Найденная так ошибка $\langle R_0 \rangle$ учитывает неопределенность сглаженности модели вращения.

Заметим, что использование в качестве окончательной оценки R_0 величины $R_0(n_0)$ представляется менее удачным решением. Допустимые порядки изначально ищутся как обеспечивающие сравнимое качество представления кривой вращения. Поэтому нет оснований игнорировать какие-либо значения $R_0(\tilde{n}_0)$, их лучше использовать все и учесть, тем самым, неопределенность порядка модели. Кроме того, вычисления показывают, что далеко не всегда R_0 для разных $\tilde{n}_0$ близки, а порядок n_0 очевиден.

Если для допустимых моделей находятся объекты с большими неувязками ($\gtrsim 3\sigma_0$), то они исключаются из выборки и все вычисления выполняются заново. При необходимости делается несколько итераций.

В следующей работе этот метод будет применен к газовым комплексам

Галактики. Для этих данных будут приведены примеры зависимостей $\sigma_0^2(n)$. Также будет показана методом численного моделирования обоснованность предположения (10) и общая эффективность предложенного способа оптимизации сглаженности модели вращения. Метод применим к произвольной плоской подсистеме, но его легко обобщить и на сферические составляющие, введя зависимость θ от модуля расстояния от галактической плоскости и рассматривая вместо модели (2) соответствующий полином от двух переменных.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Международного научного фонда и Российского правительства (грант №NW4300) и Российского фонда фундаментальных исследований (гранты №№96-02-19636 и 96-02-19658).

Астрономический институт Санкт-Петербургского государственного университета, Россия

MODELLING FLAT SUBSYSTEM ROTATION LAW AND THE DETERMINATION OF DISTANCE TO THE GALACTIC CENTER: ADEQUACY OF MODEL AND SEARCH FOR OPTIMUM MODEL SOPHISTICATION

I.I.NIKIFOROV

Nonrealistic assumptions of Galactic rotation law in kinematic methods of determination of the Galactic center distance (R_0) can produce strongly erroneous result. In an effort to remove this type systematic errors in R_0 an empiric technique for optimizing the data smoothing by model rotation curve is suggested. A generalized procedure of R_0 evaluation from analysis of rotation for any homogeneous flat subsystem of galactic objects is elaborated.

ЛИТЕРАТУРА

1. *J.H.Oort*, *L.Plaut*, Astron. Astrophys., **41**, 71, 1975.
2. *C.Tello*, Workshop on "Cosmology and Large-Scale Structure in the Universe", Rio de Janeiro, 1992, p.167.
3. *А.С.Расторгуев*, *Е.Д.Павловская*, *О.В.Дурлевич*, *А.А.Филиппова*, Письма в Астрон.ж., **20**, 688, 1994.
4. *B.W.Carney*, *J.P.Fulbright*, *D.W.Terndrup et al.*, Astron. J., **110**, 1674, 1995.
5. *A.C.Layden*, *R.B.Hanson*, *S.L.Hawley et al.*, Astron. J., **112**, 2110, 1996.

6. *M.W.Feast*, Mon. Notic. Roy. Astron. Soc., **284**, 761, 1997.
7. *A.Toomre*, Quart. J. Roy. Astron. Soc., 13, 241, 1972.
8. *C.Cruz-González*, Mon. Notic. Roy. Astron. Soc., **168**, 41, 1974.
9. *G.Rybicki*, *M.Legar*, *M.Schaefer*, Bull. Amer. Astron. Soc., **6**, 453, 1974.
10. *В.Г.Сурдин*, Астрон. ж., **57**, 959, 1980.
11. *L.Blitz*, in "Physics of the Gaseous and Stellar Disks of the Galaxy", ed. I.R.King, ASP Conf. ser., v. **66**, 1994, p.1.
12. *F.J.Kerr*, *D.Lynden-Bell*, Mon. Notic. Roy. Astron. Soc., **221**, 1023, 1986.
13. *M.J.Reid*, Ann. Rev. Astron. Astrophys., **31**, 345, 1993.
14. *R.J.Trumpler*, *H.F.Weaver*, in "Statistical Astronomy", Berkeley, Los Angeles, 1953, p.559.
15. *D.Crampton*, *D.Bernard*, *B.L.Harris*, *A.D.Thackeray*, Mon. Notic. Roy. Astron. Soc., **176**, 683, 1976.
16. *C.R.Gwinn*, *J.M.Moran*, *M.J.Reid*, Astrophys. J., **393**, 149, 1992.
17. *L.A.Balona*, *M.W.Feast*, Mon. Notic. Roy. Astron. Soc., **167**, 621, 1974.
18. *R.J.Quiroga*, Astron. Astrophys., **92**, 186, 1980.
19. *G.R.Knapp*,.in "Kinematics, Dynamics and Structure of the Milky Way", Workshop on "The Milky Way", ed. W.L.H.Shuter, Dordrecht, 1983, p.233.
20. *J.Herman*, *B.Baud*, *H.J.Habing*, *A.Winnberg*, Astron. Astrophys., **143**, 122, 1985.
21. *J.Brand*, Ph. D. Thesis, Leiden Univ., 1986.
22. *L.Blitz*, *J.Brand*, in "The Outer Galaxy", Proc. of a Symposium Held in Honor of Frank J. Kerr, eds. L.Blitz, F.J.Lockman, Berlin, 1988, p.73.
23. *M.R.Merrifield*, Astron. J., **103**, 1552, 1992.
24. *J.Byl*, *M.W.Ovenden*, Astrophys. J., **225**, 496, 1978.
25. *M.W.Ovenden*, *J.Byl*, in "Kinematics, Dynamics and Structure of the Milky Way", Workshop on "The Milky Way", ed. W.L.H.Shuter, Dordrecht, 1983, p.59.
26. *Л.В.Юревич*, Астрофизика, **23**, 265, 1985.
27. *И.Г.Колесник*, *Л.В.Юревич*, Кинематика и физика неб. тел, **3**, 72, 1987.
28. *K.Rohlfs*, *R.Chini*, *J.E.Wink*, *R.Böhme*, Astron. Astrophys., **158**, 181, 1986.
29. *К.А.Бархатова*, *М.Э.Блюм*, Астрономо-геодезические исследования, Свердловск, 4, 1986.
30. *J.A.R.Caldwell*, *I.M.Coulson*, Astron. J., **93**, 1090, 1987.
31. *Т.Г.Малышева*, *Л.А.Пшеничникова*, Астрономо-геодезические исследования: Близкие двойные и кратные звезды, Свердловск, **162**, 1990.
32. *M.R.Metzger*, *J.A.R.Caldwell*, *P.L.Schechter*, Astron. J., **115**, 635, 1998.
33. *И.И.Никифоров*, Вестн. Ленингр. ун-та, сер. 1, вып. 4, 108, 1990.
34. *F.Pont*, *M.Mayor*, *G.Burki*, Astron. Astrophys., **285**, 415, 1994.
35. *А.К.Дамбис*, *А.М.Мельник*, *А.С.Расторгуев*, Письма в Астрон. ж., **21**, 331, 1995.
36. *M.Fich*, *L.Blitz*, *A.A.Stark*, Astrophys. J., **342**, 272, 1989.
37. *И.И.Никифоров*, *И.В.Петровская*, Астрон. ж., **71**, 725, 1994.
38. *W.L.H.Shuter*, Mon. Notic. Roy. Astron. Soc., **199**, 109, 1982.
39. *К.У.Аллен*, Астрофизические величины, Мир, М., 1977.
40. *Т.А.Агекян*, *Г.Попович*, *А.Ю.Мельничникова*, Астрон. ж., **75**, 152, 1997.
41. *W.H.Press*, *B.P.Flannery*, *S.A.Teukolsky*, *W.T.Vetterling*, Numerical Recipes in Pascal: The Art of Scientific Computing, Cambridge, 1989.