АСТРОФИЗИКА

ТОМ 42 ФЕВРАЛЬ, 1999 ВЫПУСК 1

УДК: 524.8-423

ДИНАМИКА СОБСТВЕННОГО ВРЕМЕНИ В ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ И КОНФОРМНОЕ ОБЪЕДИНЕНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

М.ПАВЛОВСКИЙ[1], В.В.ПАПОЯН[2], В.Н.ПЕРВУШИН[3], В.И.СМИРИЧИНСКИЙ[3]

Поступила 22 июля 1998
Принята к печати 30 октября 1998

Работа посвящена описанию динамики собственного времени в зависимости от параметра эволюции, который удается выделить в гамильтоновой версии ОТО с метрикой Дирака - АДМ и в конформно-инвариантных переменных Лихнеровича. В этих переменных ОТО эквивалентна конформно-инвариантной теории скалярного поля Пенроуза-Черникова-Тагирова, причем роль скалярного поля играет величина, пропорциональная масштабному фактору. Отождествление такого скалярного поля с модулем поля Хиггса в стандартной модели, объединяющей электрослабые и сильные взаимодействия, позволяет сформулировать конформно-инвариантную единую теорию, в которой вакуумное среднее скалярного поля определяется интегралами движения космологической эволюции

1. *Введение.* Теория гравитации Эйнштейна (Общая Теория Относительности - ОТО) инвариантна относительно группы общих преобразований координат, включающих репараметризацию времени $t \mapsto t' = t'(t)$. В ОТО понятие времени многозначно [1-3], а наблюдатель в ОТО (будем называть его эйнштейновским) измеряет собственное время как инвариантный геометрический интервал. В частном случае космологических моделей ОТО [1-3] гамильтонов подход [1] выделяет внутренний динамический параметр эволюции инвариантного дираковского сектора физических переменных [4-8]. Таким эволюционным параметром оказывается величина, играющая роль космологического масштабного фактора (иногда мы будем называть ее космическим масштабом). Соотношение между геометрическим интервалом и динамическим параметром эволюции (далее это соотношение будем называть - "динамика" собственного времени) позволяет описывать наблюдательные космологические факты (закон Хаббла, красное смещение и т.д.).

В настоящей статье для обобщения метода гамильтоновой редукции с внутренним параметром эволюции на случай теории гравитации с физическими полями используются АДМ-параметризация метрики [11] и конформно-инвариантные переменные Лихнеровича [12], с космическим масштабом (определитель пространственной части метрики) в роли конформного фактора. В АДМ-параметризации метрика инвариантна относительно группы кинеметрических преобразований, подгруппой которых является глобальная репараметризация времени $t \mapsto t' = t'(t)$. Гамильтонова редукция такой системы приводит к тому, что одна из динамических переменных становится параметром эволюции редуцированной системы. Йорк и Кухарж [9,10] указывали, что такой переменной может быть величина, пропорциональная следу второй квадратичной формы. В настоящей работе предполагается также, что этот след может быть представлен в виде произведения глобальной (функция только времени) и локальной частей. АДМ-параметризация и конформно-инвариантные переменные Лихнеровича позволяют выделить эволюционный параметр редуцированной системы, который оказывается глобальной частью масштабного фактора.

Основная трудность гамильтоновой редукции в ОТО связана с необходимостью отделения параметров общекоординатных преобразований от инвариантных физических степеней свободы. Используя канонические преобразования Леви-Чивита [15-17], такое отделение удалось провести для фридмановских космологических моделей [7,8]. Было показано, что таким путем можно, во-первых, установить связь между фридмановскими и дираковскими наблюдаемыми и, во-вторых, построить нормируемую волновую функцию Вселенной, вариация которой по собственному времени ведет к известному закону "красного смещения" [8]. Показано также, что если исходить из принципов причинности и соответствия, то выделяемое гамильтоновой редукцией конформное время оказывается предпочтительным по сравнению с собственным [18].

В изложении мы придерживаемся следующего плана: в разделе 2 рассматривается фридмановская космологическая модель и соотношение между собственным временем и параметром эволюции редуцированной системы. В разделе 3 динамический параметр эволюции ОТО определяется как глобальная компонента пространственной метрики и выводится зависимость собственного времени от параметра эволюции. В разделе 4 строится конформно-инвариантная теория, объединяющая фундаментальные взаимодействия, и анализируется динамика собственного времени в этой теории. Заключение содержит краткую сводку полученных результатов.

2. *Классическая и квантовая космология.* Рассмотрим модель, которая задается действием Гильберта-Эйнштейна с электромагнитным полем [2,3,5-8],

$$W = \int d^4x \sqrt{-g} \left[-\frac{{}^{(4)}R(g)}{16\pi} M_{Pl}^2 - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}(A) F^{\mu\nu}(A) \right] \qquad (1)$$

Подстановка метрики Фридмана-Робертсона-Уокера

$$(ds)^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = a_0^2(t)\left[N_c^2 dt^2 - \gamma_{ij}^c\, dx^i dx^j\right]; \quad {}^{(3)}R\left(\gamma^c\right) = \frac{6k}{r_0^2} \tag{2}$$

в действие сводит эту систему к набору осцилляторов. В гамильтоновой форме оно принимает вид [6,8]

$$W^E\left[p_f, q_f; p_0, a_0 \middle| t, N_c\right] = \int_{t_1}^{t_2} dt \left(-p_0 \dot{a}_0 + \frac{1}{2}\frac{d}{dt}(p_0 a_0) + \sum_f p_f \dot{f} - \right.$$

$$\left. - N_c\left[-\frac{p_0^2}{4} + \mathrm{h}^2(a_0)\right]\right), \tag{3}$$

где

$$\mathrm{h}^2(a_0) = -\frac{k a_0^2}{r_0^2} + H_M\left(p_f, f\right). \tag{4}$$

Переменная a_0 - пространственный масштаб метрики (2), $k = +1,0,-1$ соответственно для замкнутого, плоского и открытого пространства. Здесь сохранен временной поверхностный член [6].

Уравнения движения для "полей материи" соответствуют закону сохранения

$$\frac{d}{dt} H_M\left(p_f, f\right) = 0. \tag{5}$$

Условимся различать три величины, так или иначе связанных с понятием времени.

1) Инвариантность относительно репараметризации времени

$$t \mapsto t' = t'(t) \tag{6}$$

приводит к соответствующей связи и указывает на то что координатное время t не наблюдаемо.

2) Определим "лагранжево время" $dT = N_c dt$. Оно для расширенной системы (3) совпадает с конформным временем η [8], которое, в свою очередь, легко связать с временем Фридмана t_F

$$d\,t_F = ds\big|_{dx=0} = a_0 N_c dt = a_0 d\,\eta. \tag{7}$$

3) Редукция расширенной системы (3), посредством решения связи $\dfrac{\delta W}{\delta N_c} = 0$ относительно импульса, входящего в гамильтониан с отрицательным знаком, выделяет пространственный масштаб как динамический параметр эволюции редуцированной системы [2,3,5,6].

Связь

$$-\frac{p_0^2}{4}+\mathrm{h}^2=0 \tag{8}$$

имеет два решения

$$\left(p_0\right)_{\pm}=\pm 2h. \tag{9}$$

Подстановка (9) в (3) приводит к действию

$$W_{\pm}^{R}\left[p_f, f \middle| a_0\right]=\int\limits_{a_0(1)}^{a_0(2)} da_0\left[\sum_f p_f \frac{df}{da_0} \mp 2\mathrm{h} \pm \frac{d}{da_0}\left(a_0\,\mathrm{h}\right)\right] \tag{10}$$

с параметром эволюции a_0.

Уравнение движения для "дополнительного" импульса p_0 расширенной системы (3)

$$\frac{\delta W}{\delta p_0}=0 \Rightarrow p_0=2\frac{da_0}{N dt}=2\frac{da_0}{d\eta}=2a' \tag{11}$$

(вместе со связью (9)) устанавливает соотношения между конформным (или собственным) временем наблюдателя (7) и параметром эволюции a_0

$$\eta_{\pm}=\pm\int\limits_0^{a_0} da\,\mathrm{h}^{-1}; \quad dt_F=a_0(\eta)\,d\eta. \tag{12}$$

Как одно, так и другое время могут быть вычислены для конкретных значений интегралов движения

$$H_M=E_c. \tag{13}$$

Уравнение (12) выражает эволюцию "собственного времени" через $a_0(\eta)$ аналогично известному закону Фридмана [22].

Редуцированная система (10) не содержит динамики собственного времени, поэтому ее необходимо дополнить соглашением о времени, измеряемом наблюдателем (7). В частности, для того, чтобы соотнести с наблюдательной космологией уравнение Уиллера-де-Вита (УДВ) [23], квантовая связь

$$\left[-\frac{\hat{p}_0^2}{4}+\mathrm{h}^2\right]\Psi_{WDW}\left(a_0\middle| f\right)=0; \qquad \left(\hat{p}_0=\frac{\delta}{i da_0}\right), \tag{14}$$

определяющая волновую функцию, должна быть дополнена соглашением (7). Особую роль приобретает здесь каноническое преобразование "дополнительной" пары сопряженных переменных

$$\left(p_0 a_0\right) \to \left(\Pi, \eta\right),$$

в результате которого связь (8) становится линейной [8],

$$-\Pi+H_M=0. \tag{15}$$

Конформное время совпадает с параметром эволюции, и новое редуцированное действие полностью совпадает с обычным полевым действием для материи в плоском пространстве

$$W_{\pm}^{R}\left[p_f, f|\eta\right] = \int\limits_{\eta(1)}^{\eta(2)} d\eta \left[\sum_f p_f \frac{df}{d\eta} \mp H_M\left(p_f, f\right)\right]. \qquad (16)$$

В этом случае уравнение УДВ (14) совпадает с уравнением Шредингера

$$\pm \frac{d}{i d\eta} \Psi_{\pm}\left(\eta|f\right) = H_M \Psi_{\pm}\left(\eta|f\right). \qquad (17)$$

Можно получить также спектральное разложение волновой функции Вселенной и анти-Вселенной по "in" и "out" собственным функциям оператора H_M:

$$\left(H_{\rm M}\langle E|f\rangle = E\langle E|f\rangle\right),$$

$$\Psi_{+}\left(\eta_{+}|f\right) = \sum_E \left[e^{i\overline{W}_E^{(+)}(\eta_+)}\langle E|f\rangle\theta(\eta_+)\alpha_{(\mathrm{in})}^{(+)} + e^{-i\overline{W}_E^{(+)}(\eta_+)}\langle E|f\rangle^{*}\theta(-\eta_+)\alpha_{(\mathrm{out})}^{(-)}\right], \qquad (18)$$

$$\Psi_{-}\left(\eta_{-}|f\right) = \sum_E \left[e^{i\overline{W}_E^{(-)}(\eta_-)}\langle E|f\rangle\theta(\eta_-)\beta_{(\mathrm{out})}^{(-)} + e^{-i\overline{W}_E^{(-)}(\eta_-)}\langle E|f\rangle^{*}\theta(-\eta_-)\beta_{(\mathrm{in})}^{(+)}\right], \qquad (19)$$

где $\overline{W}_E^{(\pm)}(\eta)$ - часть редуцированного действия, связанная с энергией (10) [6,8],

$$W_E^{(\pm)}(\eta_{\pm}) = \mp \int\limits_{a_0(1)}^{a_0(2)} da_0 \left[2\mathrm{h} - \frac{d}{da_0}(a_0\,\mathrm{h})\right] \equiv E\,\eta_{\pm}, \qquad (20)$$

$\alpha_{(\mathrm{in})}^{(+)}, \alpha_{(\mathrm{out})}^{(-)}$ - операторы рождения и уничтожения Вселенной с (Ψ_+) и конформным временем $\eta_{(+)}$; $\beta_{(\mathrm{in})}^{(+)}, \beta_{(\mathrm{out})}^{(-)}$ - операторы рождения и уничтожения анти-Вселенной с (Ψ_-) и конформным временем $\eta_{(-)}$ (12).

Таким образом, удалось получить нормируемую волновую функцию Вселенной, исключив "дополнительные" переменные в редуцированном действии, что оказалось возможным благодаря использованию действия Гильберта-Эйнштейна, введению конформно-инвариантных наблюдателей и каноническому преобразованию Леви-Чивита, что и привело к обычной теории поля для материи в плоском пространстве с конформным временем.

3. *Общая Теория Относительности.*

3.1. *Переменные*. Проанализируем динамику "собственного времени" в электровакуумной теории Эйнштейна

$$W^E(g,A) = \int d^4x\sqrt{-g}\left[-\frac{\mu^2}{6}{}^{(4)}R - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}(A)F^{\mu\nu}(A)\right]; \quad \left(\mu = M_{Pl}\sqrt{\frac{3}{8\pi}}\right), \qquad (21)$$

где M_{pl} - масса Планка.

Отправной точкой нашего анализа будет (3+1) расщепление 4-х пространства [11]

$$(ds)^2 = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu = N^2dt^2 - g_{ij}^{(3)}\breve{d}x^i\breve{d}x^j; \quad \left(\breve{d}x^i = dx^i + N^i dt\right) \tag{22}$$

и конформно-инвариантные переменные Лихнеровича [12]

$$N_c = \left\|g^{(3)}\right\|^{-1/6} N, \quad g_{ij}^c = \left\|g^{(3)}\right\|^{-1/3} g_{ij}^{(3)}; \ \left(\left\|g^c\right\| = 1\right); \ \overline{a} = \mu\left\|g^{(3)}\right\|^{1/6}. \tag{23}$$

В этих переменных действие (21) принимает вид

$$W^E_{[\overline{a},g^c,A]} = \int d^4x\left[-N_c\frac{\overline{a}^2}{6}R^{(4)}\left(g^c\right) + \overline{a}\,\partial_\mu\left(N_c\,\partial^\mu\,\overline{a}\right) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}(A)F^{\mu\nu}(A)\right], \tag{24}$$

а в формализме первого порядка, в переменных (22), (23), переписывается следующим образом:

$$W^E\left[P_A, A; P_g, g^c, \overline{P}_a, \overline{a}\middle|t\right] = \int\limits_{t_1}^{t_2} dt\int d^3x\left[\sum_{f=g,A} P_f D_0 f - \overline{P}_a D_0\overline{a} - N_c\,\mathcal{H} + S\right], \tag{25}$$

где

$$\mathcal{H} = -\frac{\overline{P}_a^2}{4} + 6\frac{P_g^2}{\overline{a}^2} + \frac{\overline{a}^2}{6}\overline{R} + \mathcal{H}_A; \quad \left(\mathcal{H}_A = \frac{1}{2}P_A^2 + \frac{1}{4}F_{ij}F^{ij}\right)$$

гамильтонова плотность, $\overline{R}$ - скалярная кривизна пространственной метрики

$$\overline{R} = R^{(3)}\left(g_{ij}^c\right) + 8\,\overline{a}^{-1/2}\,\Delta\,a^{-1/2}; \qquad \Delta\,\overline{a} = \partial_i\left(g_c^{ij}\,\partial_j\,\overline{a}\right), \tag{26}$$

S - поверхностный член исходного действия (21), P_A, P_g, $\overline{P}_a$ - канонические импульсы, а

$$\begin{aligned} D_0\overline{a} &= \partial_0\,\overline{a} - \partial_k\left(N^k\overline{a}\right) + \frac{2}{3}\overline{a}\,\partial_k\,N^k, \\ D_0 g_{ij}^c &= \partial_0\,g_{ij}^c - \nabla_i\,N_j - \nabla_j\,N_i + \frac{2}{3}\partial_k\,g_{ij}^c N^k. \end{aligned} \tag{27}$$

Величины

$$D_0\,A_i = \partial_0\,\dot{A}_i - \partial_i\,A_0 + F_{ij}N^j, \tag{28}$$

помноженные на dt - инварианты кинеметрических преобразований [13]

$$t \to t' = t'(t); \quad x^k \to x'^k = x'^k\left(t, x^1, x^2, x^3\right), \qquad N \to N'\ldots \tag{29}$$

В этой теории, как и прежде, удобно различать три связанные со временем величины:

1) Инвариантность теории (25) относительно преобразований (29) означает, что координатное время t не наблюдаемо.

2) Инвариантное "лагранжево время", определяемое лагранжевым множителем N_c,

$$dT_c(x,t) = N_c(x,t)\,dt, \tag{30}$$

совпадает с измеримым собственным временем в АДМ-параметризации (22) с точностью до множителя $\overline{a}/\mu$:

$$dT(x,t) = ds|_{dx=0} = \frac{\overline{a}(x,t)\,dT_c(x,t)}{\mu}. \tag{31}$$

3) Динамический параметр эволюции редуцированного физического сектора как "дополнительная" переменная расширенной системы - обобщение космологического пространственного масштаба a_0.

Для выбора "дополнительной" переменной воспользуемся результатами работы [13], где было показано, что пространственный масштаб $\overline{a}(x,t)$ содержит глобальный фактор ($a_0(t)$)

$$\overline{a}(x,t) = a_0(t)\lambda(x,t), \tag{32}$$

который зависит только от времени и не может быть обращен в константу никаким выбором системы отсчета, если ввести ограничение

$$\int d^3x\lambda(x,t)\frac{D_0\,\dot{\lambda}(x,t)}{N_c} = 0, \tag{33}$$

которое, по сути, есть условие, диагонализирующее кинетический член в (25).

Новым переменным соответствуют сопряженные импульсы P_0 и P_λ. Определим разложение $\overline{P}_a$ по новым импульсам следующим образом:

$$\overline{P}_a = \frac{P_\lambda}{a_0} + P_0\frac{\lambda}{N_c\int d^3x\frac{\lambda^2}{N_c}}; \qquad \left(\int d^3x\,\lambda(x,t)P_\lambda \equiv 0\right), \tag{34}$$

что приводит к обычной канонической структуре в новых переменных:

$$\int d^3x\left(\overline{P}_a D_0\overline{a}\right) = \dot{a}_0\int d^3x\,\overline{P}_a\,\lambda + a_0\int d^3x\,\overline{P}_a\,D_0\,\lambda = \dot{a}_0\,P_0 + \int d^3x\,P_\lambda\,D_0\,\lambda. \tag{35}$$

Подстановка (34) в гамильтониан (25) дает

$$\int d^3x\,N_c\overline{P}_a^2 = P_0^2\left[\int d^3x\frac{\lambda^2}{N_c}\right]^{-1} + \frac{1}{a_0^2}\int d^3x\,N_c\,P_\lambda^2, \tag{36}$$

а расширенное действие (25) приобретает структуру, аналогичную структуре расширенной космологической модели (3):

$$W^E\left[P_f, f; P_0, a_0 | t\right] = \int\limits_{t_1}^{t_2} dt \left(\left[\int d^3x \sum_{f=g_c,A,\lambda} P_f D_0 f\right] - \dot{a}_0 P_0 + \right.$$

$$\left. + \frac{P_0^2}{4}\left[\int d^3x \frac{\lambda^2}{N_c}\right]^{-1} - \int d^3x\, N_c \mathcal{H}_F \right), \tag{37}$$

где $\mathcal{H}_F$ - гамильтониан без части "дополнительного" импульса:

$$\mathcal{H}_F = \frac{1}{a_0^2}\left[-\frac{P_\lambda^2}{4} + 6\frac{P_g^2}{\lambda^2}\right] + a_0^2 \frac{\varphi^2}{6}\overline{R} + \mathcal{H}_A. \tag{38}$$

3.2. *Редукция*. Исключим "дополнительные" переменные a_0, P_0, разрешая связь

$$\int d^3x\, N_c \frac{\delta W}{\delta N_c} = 0 \Rightarrow \frac{P_0^2}{4} = \left(\int d^3x\, N_c \mathcal{H}_F\right)\left(\int d^3x \frac{\lambda^2}{N_c}\right), \tag{39}$$

относительно P_0. Два решения этого уравнения соответствуют двум редуцированным системам с действиями

$$W_\pm^R\left[P_f, f | a_0\right] = \int\limits_{a_0(1)}^{a_0(2)} da_0 \left[\sum_{f=\lambda,g_c,A} P_f D_a f \mp \left(\int d^3x\, N_c \mathcal{H}_F\right)^{1/2}\left(\int d^3x \frac{\lambda^2}{N_c}\right)^{1/2}\right] \tag{40}$$

и с параметром эволюции a_0, где

$$D_a f = \frac{D_0 f}{\dot{a}_0} \tag{41}$$

ковариантная производная с новым шифт-вектором N^k и векторным полем A_μ, которое отличается от прежнего (27) множителем $\left(\dot{a}_0\right)^{-1}$.

Локальные уравнения движения (40) воспроизводят инвариантный сектор изначальной расширенной системы и определяют эволюцию переменных (P_f, f) по параметру a_0

$$\left(P_f(x,t),\ f(x,t),\ \ldots\right) \to \left(P_f(x,a_0),\ f(x,a_0),\ \ldots\right). \tag{42}$$

Действие (40) инвариантно относительно преобразований $N_c(x,t) \to N_c' = f(t) N_c$. Другими словами, функция "смещения" $N_c(x,t)$ может быть определена с точностью до глобального множителя, зависящего от времени

$$N_c(x,t) = N_0(t)\mathcal{N}(x,t). \tag{43}$$

Редуцируемая система теряет глобальную часть функции "смещения", которая формирует глобальное время наблюдателя

$$N_0 dt = d\,\eta; \qquad \left(\eta(t') = \eta(t)\right) \tag{44}$$

точно так же, как и редуцированное действие космологической модели теряет функцию "смещения", которая формирует конформное время фридмановского наблюдателя.

Назовем величину (44) глобальным конформным временем. Глобальную функцию "смещения" $N_0(t)$ можно определить, используя второй интеграл в (39)

$$\int d^3x \frac{\lambda^2}{N_c} \stackrel{\mathrm{def}}{=} \frac{l_0}{N_0(t)}, \tag{45}$$

где l_0 - константа.

3.3. *Динамика собственного времени.* Для исследования эволюции системы относительно глобального конформного времени (44), введем следующие обозначения:

$$\int d^3x\, N_c \mathcal{H}_F = l_0 N_0\, \mathrm{h}^2(a_0) \equiv l_0 N_0 \left[\frac{\mathrm{k}_A^2}{a_0^2} + \mathrm{h}_R^2 + a_0^2\, \Gamma^{-2} \right], \tag{46}$$

где k_A^2 и Γ^{-2} соответствуют кинетическому и потенциальному членам гравитационного слагаемого в (38), а h_R^2 - электромагнитная часть гамильтониана.

Уравнения на "дополнительные" переменные P_0, a_0 и глобальную функцию "смещения" (которые отсутствуют в редуцированном действии (40)) имеют вид

$$N_0 \frac{\delta W^E}{\delta N_c} = 0 \Rightarrow (P_0)_\pm = \pm 2 l_0\, \mathrm{h}(a_0), \tag{47}$$

$$\frac{\delta W^E}{\delta a_0} = 0 \Rightarrow P_0' = l_0 \frac{d}{da_0} \mathrm{h}^2(a_0); \qquad \left(f' = \frac{d}{d\eta} f \right), \tag{48}$$

$$\frac{\delta W^E}{\delta P_0} = 0 \Rightarrow a_0' = \frac{P_0}{2 l_0}. \tag{49}$$

Из этих уравнений следует закон сохранения

$$\frac{\left(\mathrm{k}_A^2\right)'}{a_0^2} + \left(\mathrm{h}_R^2\right)' + a_0^2 \left(\Gamma^{-2}\right)' = 0 \tag{50}$$

и фридмано-подобная эволюция глобального конформного времени (44)

$$\eta_{(\pm)}(a_0) = \pm \int_0^{a_0} da\, \mathrm{h}^{-1}(a). \tag{51}$$

Соотношение (50) позволяет проверить, что законы Хаббла и красного смещения для нашего наблюдателя

$$Z(D) = \frac{a(t_F)}{a(t_F - D)} - 1 = D \cdot H_0 + \ldots; \qquad \left(t_F(\eta) = \int_0^{\eta} d\eta'\, a_0(\eta') \right) \tag{52}$$

воспроизводят эволюцию Вселенной стандартной космологической модели, если предположить доминантность кинетического или потенциального слагаемого гамильтониана. Первый случай $\left(k_A^2 \neq 0,\ h_R = \Gamma^{-1} = 0\right)$, соответствует анизотропной модели Вселенной Мизнера [5]. Второй случай воспроизводит Вселенную, заполненную радиацией $\left(k_A^2 = 0;\ h_R \neq 0;\ \Gamma^{-1} \neq 0\right)$. В обоих случаях величины (k_A, h_R, Γ^{-1}) являются интегралами движения (константами на локальных уравнениях движения).

Дифференциал "лагранжевого времени" записывается в виде

$$d\,T_c(x,t) = \delta N(x,\eta)\,d\,\eta. \tag{53}$$

В квантовой теории, согласно принципу соответствия, интегралы движения становятся сохраняющимися квантовыми числами. Каждый член спектрального разложения волновой функции по квантовым числам выражается через собственное время наблюдателя, что позволяет выделить "in" и "out" состояния Вселенной и анти-Вселенной.

Попытка [8] включить наблюдателя в схему редукции (каноническое преобразование Леви-Чивита [15-17]) расширенной системы обнаруживает предпочтительность конформного времени по сравнению с собственным. В пределе плоского пространства конформное время приводит к действию квантово-полевой теории [6] и не нарушает причинность [18].

4. *Конформное объединение взаимодействий.*

4.1. ***Формулировка теории.*** Как отмечалось выше, теория Эйнштейна с (3+1) параметризацией метрики в терминах конформно-инвариантных переменных Лихнеровича (23) полностью совпадает с конформно-инвариантной теорией скалярного поля Пенроуза-Черникова-Тагирова (ПЧТ), с действием

$$W^{PCT}[\Phi, g] = \int d^4x \left[-\sqrt{-g}\,\frac{\Phi^2}{6} R^{(4)}(g) + \Phi\partial_\mu\left(\sqrt{-g}\,\partial^\mu\Phi\right)\right], \tag{54}$$

которое в конформно-инвариантных переменных

$$\varphi_c = \left\|g^{(3)}\right\|^{1/6}\Phi; \qquad g^c_{\mu\nu} = \left\|g^{(3)}\right\|^{-1/3} g_{\mu\nu}; \qquad \sqrt{-g^c} = N_c \tag{55}$$

принимает вид

$$W^{PCT}[\varphi_c, g_c] = \int d^4x \left[-N_c\,\frac{\varphi_c^2}{6} R^{(4)}(g^c) + \varphi_c\partial_\mu\left(N_c\,\partial^\mu\varphi_c\right)\right] \tag{56}$$

и совпадает с эйнштейновским действием (24), если заменить φ_c на $\bar{a}$. Наблюдаемыми в теории ПЧТ являются конформно-инвариантные величины, в частности, конформно-инвариантный интервал

$$(ds)_c^2 = g^c_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = N_c^2 dt^2 - (3)\, g^c_{ij} \breve{d}x^i \breve{d}x^j. \qquad (57)$$

Следуя [19,20,24,25], мы можем интерпретировать ПЧТ-скалярное поле как модуль дуплета поля Хиггса и добавить конформно-инвариантную часть стандартной модели (СМ) сильных и электрослабых взаимодействий

$$W^{SM}[\varphi_{Hc}, n, V, \psi, g_c] = \int d^4x \left(\mathcal{L}_0^{SM} + N_c\left[-\varphi_{Hc} F + \varphi_{Hc}^2 B - \lambda\varphi_{Hc}^4\right]\right), \qquad (58)$$

где $\mathcal{L}_0^{SM}$ - свободная от скалярного поля часть СМ, выраженная в конформно-инвариантных переменных (55) [20], B и F - массовые члены бозонных и фермионных полей соответственно:

$$B = Dn(Dn)^*; \quad F = (\overline{\psi}_L n)\psi_R + h.c., \qquad (59)$$

которые в унитарной калибровке могут быть выражены через параметры физических полей $\left(V_i^p, \psi_\alpha^p\right)$,

$$B = V_i^p \hat{Y}_{ij} V_j^p, \quad F = \overline{\psi}_\alpha^p \hat{X}_{\alpha\beta}\, \psi_\beta^p \qquad (60)$$

с поглощенными угловыми компонентами (n) скалярного поля (здесь $\hat{Y}_{ij}$, $\hat{X}_{\alpha\beta}$ - матрицы из констант связи). Для соответствия с обычными обозначениями СМ введем

$$\varphi_{Hc} = \chi\varphi_c. \qquad (61)$$

Фактор χ является новой константой связи [19]. (Значение χ очень мало и равно по порядку величины $\frac{m_W}{M_{Pl}}$, где m_W - масса слабого бозона W).

Лагранжиан конформной теории объединения взаимодействий (КТОВ)

$$W^{CUT}\left[\phi_c, V^p, \psi^p, g_c\right] = W^{PCT}[\phi_c, g_c] + W^{SM}\left[\phi_c, V^p, \psi^p, g_c\right] \qquad (62)$$

не содержит каких-либо размерных параметров.

4.2. *Редукция и динамика собственного времени.* Проанализируем понятие "времени" в КТОВ. Скалярное поле в КТОВ выступает в роли масштабного фактора метрики. Выделим из него параметр эволюции a_0 и используем для глобальной компоненты следующие обозначения:

$$\varphi_c(x,t) = \varphi_0(t)\, a(x,t); \quad N = N_0(t)\mathcal{N}(x,t). \qquad (63)$$

Тогда расширенное действие принимает вид

$$W^{CUT}(P_f, f; P_0, \varphi_0 | t) = \int_{t_1}^{t_2}\left(\int d^3x \sum_{f=a, g_c, F_{SM}} P_f D_0 f - P_0 \dot{\varphi}_0 - N_0\left[-\frac{P_0^2}{4V_0} + H_f[\varphi_0]\right]\right) dt, \qquad (64)$$

где F_{SM} - набор полей СМ, а

$$H_f[\varphi_0] = \int d^3x\, \mathcal{N}\mathcal{H}\left(p_f, f, \varphi_0\right) = \mathrm{h}^2_{CUT}(\varphi_0)V_0, \quad V_0 = \int d^3x \frac{a^2}{\mathcal{N}} \tag{65}$$

гамильтониан локальных степеней свободы (поверхностный член опущен).

Рассмотрим расширенное действие (64) на связи (редукция)

$$\frac{\delta W^E}{\delta N_0} = 0. \Rightarrow \left(P_0\right)_\pm = \pm 2\sqrt{V_0 H_f}. \tag{66}$$

Редуцированное действие

$$W^R_\pm\left(P_f, f|\varphi_0\right) = \int\limits_{\varphi_1=\varphi_0(t_1)}^{\varphi_2=\varphi_0(t_2)} d\varphi_0 \left\{\left(\int d^3x \sum_f P_f D_\varphi f\right) \mp 2\sqrt{V_0 H_f}\right\} \tag{67}$$

дополнено динамикой собственного времени.

Динамические уравнения для глобальной компоненты имеют вид

$$\frac{\delta W^E}{\delta N_0} = 0 \Rightarrow \left(P_0\right)_\pm = \pm 2V_0\, \mathrm{h}_{CT}(\varphi_0), \tag{68}$$

$$\frac{\delta W^E}{\delta \varphi_0} = 0 \Rightarrow P_0' = V_0 \frac{d}{d\varphi_0} \mathrm{h}^2_{CT}(\varphi_0); \quad \left(f' = \frac{d}{d\eta} f\right) \tag{69}$$

$$\frac{\delta W^E}{\delta P_0} = 0 \Rightarrow \left(\frac{d\varphi_0}{d\eta}\right)_\pm = \frac{\left(P_0\right)_\pm}{2V_0} = \pm \mathrm{h}_{CT}(\varphi_0), \tag{70}$$

где эффективная плотность гамильтониана выглядит следующим образом:

$$\mathrm{h}^2_{CT} = \frac{\mathrm{k}^2_A}{\varphi_0^2} + \mathrm{h}^2_R + \mu^2_F \varphi_0 + \Gamma^{-2}_B \varphi_0^2 + \Lambda \varphi_0^4. \tag{71}$$

Эти уравнения ведут к фридмано-подобной эволюции глобального конформного времени наблюдателя

$$\eta(\varphi_0) = \int\limits_0^{\varphi_0} d\varphi\, \mathrm{h}^{-1}_{CUT}(\varphi) \tag{72}$$

и закону сохранения

$$\frac{\left(\mathrm{k}^2_A\right)'}{\varphi_0^2} + \left(\mathrm{h}^2_R\right)' + \left(\mu^2_F\right)' \varphi_0 + \left(\Gamma^{-2}_B\right)' \varphi_0^2 + \left(\Lambda\right)' \varphi_0^4 = 0. \tag{73}$$

Для закона Хаббла и красного смещения в конформном времени (см. также [8,26]) имеем

$$z(D_c) = \frac{\varphi_0(\eta_0)}{\varphi_0(\eta_0 - D_c)} - 1 \simeq D_c H_{Hub}; \quad H_{Hub} = \frac{1}{\varphi_0(\eta)} \frac{d}{d\eta} \varphi_0(\eta). \tag{74}$$

В зависимости от значения φ_0, в гамильтониане (71), (73) доминируют кинетическая или потенциальная слагаемые и возникают различные стадии эволюции Вселенной (72): анизотропная $\left(k_A^2 \neq 0\right)$ и радиационная $\left(h_R^2 \neq 0\right)$ (в ранней Вселенной), заполненая пылью $\left(\mu_F^2 \neq; \Gamma_B^{-2}\right)$ и деситтеровская $\Lambda \neq 0$ (в настоящее время).

В приближенной теории множитель $a(x,t) = 1 + \delta_a$ с точностью до единицы совпадает с потенциалом ньютоновской гравитации (δ_a). Тем не менее, Хиггс-ПЧТ поле в этой модели не имеет частицеподобных возбуждений (как это и было предсказано в работе [19]).

4.3. *Космический хиггсовский вакуум и "пыльная" Вселенная.* Покажем, что значение скалярного поля в КТОВ определяется сегодняшним состоянием Вселенной (наблюдаемыми плотностью материи ρ_{un} и параметром Хаббла H_{hb}).

Для наблюдателя, живущего во Вселенной, состояние "вакуума" есть состояние Вселенной в настоящее время: | Universe> =| Lab.vacuum>, если его теория претендует на описание как космологии, так и лабораторных экспериментов.

В соответствии с этим, гамильтониан (65) может быть расщеплен на "большую" (космологическую - глобальную) и "малую" (лабораторную-локальную) части

$$H_f[\varphi_0] \overset{\text{def}}{=} \rho_{un} V_0 + \left(H_f - \rho_{un} V_0\right) = \rho_{un}(\varphi_0) V_0 + H_L. \tag{75}$$

Здесь глобальная часть гамильтониана $\rho_{un}(\varphi_0) V_0$ может быть определена "космологическим" усреднением

$$< \text{Universe}\left|H_f\right|\text{Universe} >= \rho_{un} V_0, \tag{76}$$

причем так, чтобы "космологическое" усреднение локальных частей гамильтониана обращалось в нуль.

$$< \text{Universe}\left|H_L\right|\text{Universe} >= 0. \tag{77}$$

Предположим, что локальной динамикой можно пренебречь, если рассматривать космологический сектор в динамике собственного времени (68), (69), (70),

$$\frac{\delta W^E}{\delta N_0} = 0. \Rightarrow p_0 = 2V_0\sqrt{\rho_{un} + \frac{H_L}{V_0}} = 2V_0\sqrt{\rho_{un}} + \frac{H_L}{\sqrt{\rho_{un}}} + o\left(\frac{1}{V_0}\right), \tag{78}$$

$$\frac{\delta W^E}{\delta P_0} = 0 \Rightarrow \left(\frac{d\varphi_0}{d\eta}\right)_+ = \sqrt{\frac{H_f}{V_0}} = \sqrt{\rho_{un} + \frac{H_L}{V_0}} = \sqrt{\rho_{un}} + o\left(\frac{1}{V_0}\right). \tag{79}$$

Эволюция собственного времени наблюдателя по отношению к параметру φ_0 определяет константу Хаббла

$$H_{hb} = \frac{1}{\overline{\varphi}_0(\eta)} \frac{d\,\overline{\varphi}(\eta_0)}{d\,\eta_0} = \frac{\sqrt{\rho_{un}(\varphi_0)}}{\overline{\varphi}_0(\eta_0)}. \tag{80}$$

Последнее равенство следует из уравнения (79) и определяет зависимость между сегодняшним значением скалярного поля и космологическими наблюдательными данными:

$$\overline{\varphi}(\eta = \eta_0) = \frac{\sqrt{\rho_{un}(\eta_0)}}{H_{hb}(\eta_0)}. \tag{81}$$

Если $\rho_{un} = \rho_{cr}$, где

$$\rho_{cr} = \frac{3\,H_{hb}^2\,M_{Pl}^2}{8\pi}, \tag{82}$$

то подстановка (82) в (81) ведет к значению скалярного поля

$$\overline{\varphi}(\eta = \eta_0) = M_{Pl}\sqrt{\frac{3}{8\pi}}, \tag{83}$$

которое соответствует ньютоновской константе связи в эйнштейновской гравитации.

Нынешнее состояние Вселенной хорошо моделируется уравнением состояния пыли. Поэтому в настоящее время "вакуумное" усреднение массовых членов в гамильтониане СМ эквивалентно массе Вселенной M_D, тогда как другими членами можно пренебречь:

$$\rho_{un} V_0 = \varphi_0(\eta) < \mathrm{Univ.}\Big|\int_V d^3x\, \mathcal{N} a\, \overline{\psi}_\alpha\, X_{\alpha\beta}\psi_\beta\Big|\mathrm{Univ.} \overset{\mathrm{def}}{=} M_D = \varphi_0(\eta) < n_b > V_0, \tag{84}$$

где $<n_b>$ - сохраняющаяся величина. В этом случае динамика собственного времени описывается уравнением (79) с плотностью

$$\rho_{un}(\varphi_0) = \varphi_0\langle n_b\rangle; \qquad \frac{d\varphi_0}{d\eta} = \sqrt{\varphi_0\langle n_b\rangle}, \tag{85}$$

закон эволюции скалярного поля выглядит следующим образом:

$$\varphi_0(\eta) = \frac{\eta^2}{4}\langle n_b\rangle, \tag{86}$$

а параметр Хаббла и барионная плотность

$$H_{hb} = \frac{1}{\varphi_0}\frac{d\varphi_0}{d\eta} = \frac{2}{\eta}; \quad \rho_b = \Omega_0\rho_{un}; \quad \left(\rho_{un}\,\frac{3\,H_{hb}^2 M_{Pl}^2}{8\pi}\right) \tag{87}$$

оцениваются из экспериментальных данных $(0.1 < \Omega_0 < 2)$.

Необходимо принять во внимание, что эти наблюдательные данные отражают плотность в момент испускания света с космического объекта $\Omega\,(\eta_0 - L/c)$, которая меньше сегодняшней $\Omega\,(\eta_0) = \Omega_0$ из-за уменьшения массы материи. Это может быть грубо оценено усреднением $\Omega(\eta_0 - L/c)$ по расстоянию (или собственному времени)

$$\gamma = \frac{\eta_0 \Omega_0}{\int\limits_0^{\eta_0} \Omega(\eta)\, d\eta}. \tag{88}$$

(Для "пыльной" Вселенной коэффициент возрастания $\gamma = 3$).

В заключение выпишем интересное соотношение, связывающее массу Планка и определяемые наблюдательными данными космологические параметры,

$$\frac{\overline{\varphi}(\eta = \eta_0)}{M_{Pl}} \sqrt{\frac{8\pi}{3}} = \sqrt{\gamma \Omega_{0(\exp)}} \Big/ h = \omega_0, \tag{89}$$

здесь $h = 0.4 \div 1$ (разброс связан с разбросом оценок параметра Хаббла).

Наблюдательные данные по Ω_0 позволяют оценить ω_0: $\omega_0 = 0.04$ (радиация) и $0.4 < \omega_0 < 9$ (пыль).

5. *Заключение*. В настоящей работе на основе предложенной ранее схемы гамильтоновой редукции обсуждается статус "собственного времени" в теории, объединяющей ОТО и КТОВ, которая инвариантна относительно группы общекоординатных преобразований. Эта инвариантность означает, что ОТО и КТОВ представляют собой расширенные системы (РС) со связями и "дополнительными" переменными. Для отделения сектора физических переменных от нефизических параметров общекоординатных преобразований проводится процедура гамильтоновой редукции, которая приводит к эквивалентной системе без связей и где "дополнительная" переменная становится динамическим параметром эволюции. Такая "дополнительная" переменная выделяется по аналогии с космологической моделью и с использованием конформно-инвариантных переменных Лихнеровича.

Динамика собственного времени по отношению к параметру эволюции описывается уравнением движения расширенной системы, которому подчиняется "дополнительный" импульс. Это уравнение определяет красное смещение и закон Хаббла в космологической модели ОТО и КТОВ. Для того, чтобы получить закон Хаббла в квантовой теории, редуцированная схема квантования дополнена соглашением об измеряемом временном интервале. Нормируемость волновой функции достигается благодаря исключению "дополнительной" переменной из набора независимых переменных редуцируемой системы. В предложенной схеме редукции принцип соответствия с полевой теорией в плоском пространстве и принцип причинности выделяют конформное время, как измеримое.

Сформулирована конформно-инвариантная теория объединения фундаментальных взаимодействий, где помимо конформного времени измеримыми являются также пространственные интервалы. Эта теория объединяет гравитацию со стандартной моделью сильных и электрослабых взаимодействий. Ее лагранжиан не содержит размерных параметров, что вполне гармонирует с хорошо известным фактом: измеримыми являются только отношения размерных величин. В таком подходе масса Планка есть не более чем безразмерный коэффициент перед массой протона.

Предложен механизм возникновения шкалы масс на примере эволюции "пыльной" Вселенной и показано, что значение скалярного поля в настоящее время может быть определенно наблюдаемыми космологическими величинами: плотностью материи и постоянной Хаббла.

В заключение выражаем глубокую благодарность В.М.Барбашеву, Р.Брауту, Г.А.Гогилидзе, А.В.Ефремову, В.Г.Кадышевскому, Е.Капусцику, В.Куммеру, Д.Младенову, Ю.Г.Палию и А.М.Хведелидзе за интересные и стимулирующие обсуждения, а также благодарим Русский Фонд Фундаментальных Исследований, грант № 96-01-01223 и Польский Комитет по Научным Исследованиям, грант № 603/P03/96.

[1] Soltan Institute for Nuclear Studies, Warsaw, Poland
[2] Ереванский государственный университет, Армения
[3] Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия

PROPER TIME DYNAMICS IN GENERAL RELATIVITY AND CONFORMAL UNIFICATION OF INTERACTION

M.PAVLOVSKI[1], V.PAPOYAN[2], V.PERVUSHIN[3], V.SMIRICHINSKI[3]

The paper is devoted to the description a measurable timeinterval ("proper time") in the Hamiltonian version of general relativity with the Dirac-ADM metric. To separate the dynamical parameter of evolution from the space metric we use the Lichnerowicz conformally invariant variables. In terms of these variables GR is equivalent to the conformally invariant Penrose-Chernicov-Tagirov theory of a scalar field the role of which is played by the scale factor multiplied on the Planck constant. Identification of this scalar field with the modulus of the Higgs field in the standard model of electroweak and strong interactions allows us to formulate an example of conformally invariant unified theory where the vacuum averaging of the scalar field is determined by cosmological integrals of motion of the Universe evolution.

ЛИТЕРАТУРА

1. *C.M.Misner*, *K.S.Thorne*, *J.A.Wheeler*, "Gravitation", W.H.Freeman and Company, San-Francisco, 1973.
2. *M.P.Jr.Ryan*, *L.C.Shapley*, Homogeneous Relativistic Cosmologies, Princeton Series on Physics, Princeton University Press, Princeton, 1975.
3. *M.P.Ryan*, Hamiltonian Cosmology, Lecture Notes in Physics № 13, Springer Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1972.
4. *P.A.M.Dirac*, Lectures on Quantum Mechanics, Belfer Graduate School of Science, Yeshiva University, New York, 1994.
5. *C.Misner*, Phys. Rev., **186**, 1319, 1969.
6. *A.M.Khvedelidze*, *V.V.Papoyan*, *V.N.Pervushin*, Phys. Rev., **D51**, 5654, 1995; *V.N.Pervushin*, *T.Towmasjan*, Int. J. Mod. Phys., **D4**, 105, 1995; *S.Gogilidze*, *A.Khvedelidze*, *Yu.Palii*, *V.Papoyan*, *V.Pervushin*, Gravitation and Cosmology, gr-qc/9705036, **3**,17, 1997.
7. *V.Pervushin*, *V.Papoyan*, *S.Gogilidze*, *A.Khvedelidze*, *Yu.Palii*, *V.Smirichinski*, Phys. Lett, **B365**, 35, 1996.
8. *A.Khvedelidze*, *Yu.Palii*, *V.Papoyan*, *V.Pervushin*, Phys. Lett, **B402**, 263, 1997.
9. *J.W.Jr.York*, Phys. Rev. Lett., 26, 1658, 1971.
10. *K.Kuchar*, J. Math. Phys., **13**, 768, 1972.
11. *P.A.M.Dirac*, Proc. Roy. Soc., **A246**, 333, 1959; Phys. Rev., **114**, 924, 1958; *R.Arnovitt*, *S.Deser*, *C.W.Misner*, Phys. Rev., **117**, 1595, 1960.
12. *A.Lichnerowicz*, Math. Pures and Appl., **B37**, 23, 1944.
13. *V.N.Pervushin*, *V.I.Smirichinski*, Physics of Atomic Nucl., **61**, 142, 1998; ibid **62** (in press).
14. *V.V.Papoyan*, *V.N.Pervushin*, *V.I.Smirichinski*, Astrophysics (in press).
15. *T.Levi-Civita*, Prace Mat.-Fiz., **17**, 1, 1906; *S.Shanmugadhasan*, J. Math. Phys., **14**, 677, 1973.
16. *S.A.Gogilidze*, *A.M.Khvedelidze*, *V.N.Pervushin*, Phys. Rev., **D53**, 2160, 1996.
17. *S.A.Gogilidze*, *A.M.Khvedelidze*, *V.N.Pervushin*, J. Math. Phys., **37**, 1760, 1996.
18. *F.Wilczek*, Erice Lectures of Cosmology NS-ITP-81-91, Lectures delivered at Ettore Majorana summer scholl, Erice, 1981.
19. *M.Pawlowski*, *R.Raczka*, Found Phys., **24**, 1305, 1994.
20. *V.N.Pervushin*, *V.I.Smirichinski*, M.Pawlowski, ICTP-preprint IC/97/189, Trieste, 1997; *V.N.Pervushin*, *V.I.Smirichinski*, Mod. Phys. Lett., **A13**, 119, 1998.
21. *R.Penrose*, Relativity, Groups and Topology, Gordon and Breach, London, 1964; *N.A.Chernikov*, *E.A.Tagirov*, Ann. Ins. Henri Poincare, **9**, 109, 1968.
22. *A.A.Friedmann*, Z.Phys., **10**, 377, 1922.
23. *J.A.Wheeler*, Batelle Recontres 1967, Lectures in Mathematics and Physics, C.DeWitt and J.A.Wheeler, Benjamin, New York, 1968; B.C.DeWitt, Phys. Rev., 160, 1113, 1967.
24. *Y.Fujii*, Phys. Rev., **D9**, 874, 1974; *P.Minkowski*, Phys. Lett, **B71**, 419, 1977; *T.Matsuki*, Prog. Theor. Phys., **59**, 235, 1978; *A.D.Linde*, Pisma ZHETF, **30**, 479, 1979; *A.Zee*, Phys. Rev. Lett., **42**, 417, 1979; ibid **44**,

703, 1980; *L.Smollin*, Nucl. Phys., B160, 253, 1979.
25. *H.Dehnen*, *K.H.Frommert*, Int. J. Theor. Phys., 32, 1135, 1993.
26. *J.V.Narlikar*, Astrofizika e Cosmologia, Gravitazione, Quanti e Relativita, G.Barbera, Firenze, 1979.