АСТРОФИЗИКА

ТОМ 42 ФЕВРАЛЬ, 1999 ВЫПУСК 1

УДК: 524.354.4

К ТЕОРИИ РЕЛАКСАЦИИ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ ПУЛЬСАРОВ В РАМКАХ ОТО

М.В.АЙРАПЕТЯН, Д.М.СЕДРАКЯН

Поступила 26 ноября 1998

Рассмотрена динамика вращения двухкомпонентной системы в нейтронной звезде в рамках ОТО. Получены уравнения для угловых скоростей нормальной и сверхтекучей компонент в Ω-приближении. Показано, что решения этих уравнений могут описать послескачковую релаксацию угловой скорости пульсаров.

1. *Введение.* Открытие пульсаров и их дальнейшее исследование радиоастрономическими методами привели к установлению интереснейших свойств этих компактных объектов. В частности, было установлено, что пульсары - быстровращающиеся звезды с вековым изменением угловой скорости вращения порядка $|\dot{\Omega}_c|/\Omega_c \sim 10^{-13} \div 10^{-15}\,c^{-1}$. Во время замедления вращения угловая скорость имеет нерегулярное поведение: за короткое время (менее чем 2 минуты) величина $\Omega_c(t)$ претерпевает скачки с относительным изменением порядка $\Delta\Omega_c/\Omega_c \sim 10^{-6} \div 10^{-9}$, после чего происходит релаксация к предскачковому значению. Наиболее часто скачки угловой скорости вращения наблюдались у пульсара Vela (12 скачков), и, как показывают наблюдательные данные, характерные времена релаксации угловой скорости $\Omega_c(t)$ меняются в довольно широком спектре от нескольких часов до порядка тысячи дней [1-3].

Для теоретического объяснения вышеуказанного поведения угловой скорости пульсаров необходимо рассмотреть динамику вращения двухкомпонентной сверхтекучей системы, возникающей при процессе остывания нейтронной звезды при температуре порядка 10^8 - 10^9 K. В сверхтекучее состояние переходят нейтроны во внутренней коре, а также нейтроны и протоны в ядре звезды, между тем как релятивистские электроны во всей звезде остаются нормальными. Из-за вращения звезды в нейтронной сверхтекучей жидкости возникает решетка квантовых вихревых нитей. Для описания релаксационного поведения угловой скорости пульсара Vela в теориях, развитых в работах [4-8], рассматривается динамика движения вихревой системы во внутренней коре нейтронной звезды. В работах [4-5] считается, что вихри пиннингованы к ядрам внутренней коры, и движение вихревой системы осуществляется путем термически активизированного медленного крипа при температуре порядка $T \sim 10^8$ K. Однако в [6-8] принимается, что вихри не могут быть сильно пиннингованы к случайным центрам пиннинга из-за большой жесткости вихря. Они в основном свободны, но двигаются со слабым трением, возникающим между вихрями и решеткой внутренней коры нейтронной звезды. Полученные времена релаксации угловой скорости пульсара в обеих теориях в основном совпадают с наблюдательными данными для пульсара Vela. Однако эти теории сталкиваются с такими определенными трудностями, как большая неопределенность параметров пиннинга и нехватка моментов инерции релаксационных областей [8,12].

Более приемлемая теория, согласующаяся с наблюдательными данными, была предложена в работах [9-11], где для объяснения как скачка, так и послескачковой релаксации угловой скорости пульсара Vela рассматривается динамика движения двухкомпонентной сверхтекучей системы в ядре нейтронной звезды. Эффект увлечения протонов сверхтекучей нейтронной жидкостью приводит к возникновению кластера протонных вихрей с магнитным полем порядка 10^{14} Гс. Из-за сильного взаимодействия между нормальной и сверхтекучей компонентами, обусловленного рассеянием релятивистских электронов на магнитном поле кластера, при любом отклонении вихревой решетки от равновесной конфигурации последует релаксационный процесс с характерными временами, охватывающими весь спектр наблюдательных времен для угловой скорости пульсара Vela.

Однако во всех вышеуказанных теориях исследования были проведены в плоском пространстве. Между тем, релятивистские и связанные с вращением поправки к результатам, полученным для вращающихся нейтронных звезд в ньютоновском приближении, могут быть до порядка 20%. Следовательно, окончательное рассмотрение динамики движения двухкомпонентной сверхтекучей системы в нейтронной звезде необходимо провести в рамках Общей теории относительности.

Обобщение уравнений динамики движения двухкомпонентной сверхтекучей системы на случай искривленного гравитацией пространства было проведено в работах [13,14]. Полученные в этих работах уравнения могут быть использованы для описания послескачкового поведения угловой скорости пульсаров в рамках ОТО.

Цель данной статьи - получить уравнения для угловых скоростей сверхтекучей и нормальной компонент в ядре нейтронной звезды и их решения после скачка угловой скорости вращения звезды в рамках ОТО.

Будем полагать, что вращение звезды аксиально-симметричное, а поведение сверхтекучей компоненты можно описать в гидродинамическом приближении.

2. *Уравнения движения*. Как было сказано выше, уравнения движения двухкомпонентной сверхтекучей системы в рамках ОТО

представляют собой обобщения соответствующих уравнений, полученных для плоского пространства [13,14]. Уравнение, выражающее закон сохранения циркуляции скорости вращающейся сверхтекучей жидкости, в ковариантном виде следующее:

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} e^{ijkl} \nabla_{[k}\mu_{l]} = -w\varepsilon^{ij}. \tag{1}$$

Здесь $\mu_l = \mu_s u_l(s)$ - 4-вектор импульса частиц сверхтекучей жидкости с эффективной массой μ_s, $u_l(s)$ - вектор скорости сверхтекучей компоненты, $\varepsilon^{ij} = -u^i(L)\nu^j + u^j(L)\nu^i$, где $u^i(L)$ - 4-вектор скорости квантовых вихревых нитей; ν^i - единичный вектор в направлении вихря; g - определитель метрического тензора g_{ik}. Величина w, входящая в уравнение (1), определяется как

$$w^2 = \frac{1}{2} w_{ij} w^{ij},$$

где $w_{ij} = 2\nabla_{[i}\mu_{j]}$.

Следующее уравнение представляет собой уравнение движения нейтронного вихря и выражает факт равенства силы Магнуса и силы трения, действующих на нейтронный вихрь. В искривленном пространстве это уравнение имеет вид:

$$n_s^l w_{lk} = \eta \perp_{kl} n_e^l. \tag{2}$$

Здесь $n_s^l = n_s u^l(s)$, $n_e^l = n_e u^l(e)$ - векторы плотностей числа частиц, где n_s, $u^l(s)$ и n_e, $u^l(e)$ - плотности числа частиц и векторы скоростей сверхтекучей и нормальной компонент соответственно, $\perp_{kl} = g_{kl} - \varepsilon_{km}\varepsilon_{ml}$, η - коэффициент трения нейтронного вихря с нормальной компонентой.

И, наконец, уравнение релятивистского момента вращения для единичного объема внутри звезды имеет следующий вид:

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial t}\left(\sqrt{-g}\, T_{s3}^0 + \sqrt{-g}\, T_{e3}^0\right) = -m\left(x^1, x^2\right), \tag{3}$$

где T^i_{sj} и T^i_{ej} - тензоры энергии-импульса сверхтекучей и нормальной компонент соответственно, $m\left(x^1, x^2\right)$ - плотность внешнего момента сил, действующих на выделенный объем.

Уравнения (1) - (3) содержат в качестве неизвестных также компоненты g_{ik} метрического тензора. Чтобы замкнуть систему уравнений (1) - (3), вместе с ней надо решать уравнения Эйнштейна для нахождения компонентов метрического тензора g_{ik}:

$$G_k^l = 8\pi T_k^l. \tag{4}$$

3. *Уравнения для* $\Omega_e(t)$ *и* $\Omega_s(t)$ *в* Ω*-приближении.* Решение уравнений (1) - (3) совместно с уравнением Эйнштейна (4) чрезвычайно сложно. Однако при некоторых упрощениях можно получить уравнения, описывающие поведение угловых скоростей нормальной и сверхтекучей

компонент $\Omega_e(t)$ и $\Omega_s(t)$ после скачка угловой скорости пульсара.

Будем полагать угловую скорость вращения пульсара малой величиной (точнее - малым параметром задачи является величина $\Omega_s^2/8\pi\rho_c\chi \sim 10^{-5}$ для пульсара Vela, где ρ_c - центральная плотность звезды, χ - гравитационная постоянная). Тогда, как показано в [14], из совместного решения уравнений (1) и (2) можно получить уравнение, определяющее временную зависимость $\Omega_s(t)$. В принятом нами Ω-приближении, т.е. отбрасывая все члены, имеющие порядок Ω^2 и выше, оно имеет следующий вид:

$$\frac{\partial\Omega_s}{\partial t} = -\frac{w^2 n_s}{u^0(e)\, n_e\, \eta\mu_s}\left(\Omega_s - \Omega_e\right). \tag{5}$$

При получении (5) учитывалось, что ввиду аксиально-симметричного вращения нейтронной звезды компоненты $u^3(e)$ и $u^3(s)$ скоростей нормальной и сверхтекучей компонент можно выразить через соответствующие угловые скорости Ω_e и Ω_s следующим образом:

$$u^3(e) = \Omega_e\, u^0(e),$$
$$u^3(s) = \Omega_s\, u^0(s). \tag{6}$$

Здесь необходимо отметить, что компоненты g_{ik} метрического тензора в общем случае зависят от времени. Но так как времена наблюдений за поведением угловых скоростей пульсаров малы по сравнению с их временами жизни ($t_{\text{набл}}/\tau_0 \sim 10^{-3}$ для пульсара Vela), а во время скачка относительные изменения угловой скорости пульсара малы и распределение масс внутри звезды существенно не меняется, будем пренебрегать временной зависимостью компонент метрического тензора, т.е. будем полагать $\partial g_{ik}/\partial t = 0$, что и было сделано при получении (5).

Выражение для неизвестной величины w, входящей в (4), можно получить, воспользовавшись тем, что единичный вектор ν^i в направлении вихря имеет компоненты $(0, \nu^1, \nu^2, 0)$ в сферических координатах (R, θ, φ), причем:

$$g_{11}\left(\nu^1\right)^2 + g_{22}\left(\nu^2\right)^2 = 1. \tag{7}$$

Умножая уравнение (1) на $\delta^0_i\delta^1_l$ и $\delta^0_i\delta^2_l$ и суммируя, получим соответственно:

$$\frac{\mu_s}{\sqrt{-g}}\frac{\partial}{\partial\theta}u^0(s)\left(g_{03} + \Omega_s\, g_{33}\right) = w u^0(L)\nu^1, \tag{8}$$

$$\frac{\mu_s}{\sqrt{-g}}\frac{\partial}{\partial R}u^0(s)\left(g_{03} + \Omega_s\, g_{33}\right) = -w u^0(L)\nu^2. \tag{9}$$

Подставляя (8) и (9) в (7), для w^2 получим выражение:

$$w^2 = \frac{\mu_s^2}{u^0(L)^2}\left\{\frac{g_{11}}{-g}\left[\frac{\partial}{\partial\theta}u^0(s)\left(g_{03} + \Omega_s\, g_{33}\right)\right]^2 + \frac{g_{22}}{-g}\left[\frac{\partial}{\partial R}u^0(s)\left(g_{03} + \Omega_s\, g_{33}\right)\right]^2\right\}. \tag{10}$$

В дальнейшем нам понадобятся выражения для метрического тензора g_{ik}. В сферических координатах (R, θ, φ) в принятом нами Ω-приближении эти компоненты можно выбрать следующим образом:

$$g_{00} = -e^{\nu},\ g_{11} = e^{\lambda},\ g_{22} = R^2,\ g_{33} = R^2 \sin^2\theta,\ g_{33} = \omega R^2 \sin^2\theta. \qquad (11)$$

Как было сказано выше, неизвестные функции ν, λ, ω находятся из уравнений Эйнштейна (4). Решения уравнений (4) изучались в многочисленных работах (см., например, [15]) в связи с задачами нахождения равновесных конфигураций вращающихся нейтронных звезд и их интегральных характеристик. Однако в них не было учтено наличие сверхтекучей компоненты внутри звезды, вращающейся с угловой скоростью $\Omega_s(R,\theta) \neq \Omega_c$. Угловая скорость сверхтекучей компоненты должна входить в левую часть уравнений Эйнштейна (4), что сделает их решение чрезвычайно сложным. Будем предполагать, что во время эволюции звезды угловая скорость сверхтекучей компоненты мало отличается от угловой скорости вращения нормальной компоненты. Тогда, при решении уравнений Эйнштейна (4) можно считать, что звезда вращается как целое с постоянной скоростью. Как показано в [15], в этом случае функции ν, λ, ω являются функциями только от R и являются решениями соответствующих уравнений при заданном уравнении состояния. Таким образом, в дальнейшем будем считать компоненты метрического тензора заданными функциями от R. С учетом (11) можно получить, что в Ω-приближении

$$-g = -g_{00}\, g_{11}\, g_{22}\, g_{33}, \qquad (12)$$

а также

$$u^0(s) = u^0(e) = \frac{1}{\sqrt{-g_{00}}} = e^{-\nu/2}, \qquad (13)$$

что следует из условия

$$u^i(s)\,u_i(s) = u^i(e)\,u_i(e) = -1.$$

Чтобы получить окончательное выражение для w^2, необходимо найти компоненту $u^0(L)$ скорости вихря. Как показано в [14], из уравнения (2) движения вихря можно получить два уравнения, определяющие компоненты $u^2(L)$ и $u^3(L)$ скорости вихря. Эти уравнения имеют вид:

$$\frac{\perp_{03}}{\perp_{33}} = -\frac{\Omega_e + \kappa^2\Omega_s}{1+\kappa^2}, \qquad (14)$$

$$\frac{1}{w}\frac{w_{03}}{\perp_{33}} = \frac{\kappa}{1+\kappa^2}\left(\Omega_s - \Omega_e\right), \qquad (15)$$

где

$$\kappa = \frac{n_s u^0(s)\, w}{n_e u^0(e)\, \eta}.$$

При больших значениях коэффициента трения η, а именно этот случай осуществляется в ядре нейтронной звезды [10], имеем $\kappa \ll 1$. Тогда уравнения (14) и (15) примут вид:

$$\perp_{03} = -\Omega_e \perp_{33}, \tag{16}$$

$$w_{03} = \kappa\, w(\Omega_s - \Omega_e). \tag{17}$$

Эти уравнения более удобно записать в цилиндрических координатах (z, r, φ), где вектор v^i имеет компоненты $(0, v^i, 0, 0)$, причем $v^1 = 1/\sqrt{g'_{11}}$, где g'_{ik} - компоненты метрического тензора в цилиндрических координатах. Подставляя в (16) и (17) соответствующие значения для $\perp_{03}$, $\perp_{33}$ и w_{03} по ранее указанным определениям, получаем:

$$\frac{g'_{03} + u_0(L)\,u_3(L)}{g'_{33} + u_3(L)\,u_3(L)} = -\Omega_e, \tag{18}$$

$$\frac{\sqrt{-g'}\,u^2(L)v^1}{g'_{33} + u_3(L)\,u_3(L)} = \kappa(\Omega_s - \Omega_e). \tag{19}$$

Для компонент скорости вихря $u^i(L)$ имеем также условие

$$u_0(L)\,u^0(L) + u_2(L)\,u^2(L) + u_3(L)\,u^3(L) = -1. \tag{20}$$

Ясно, что вдоль направления вихря сила Магнуса и сила трения меняются из-за изменения плотности вещества и коэффициента трения η. Это может привести к отклонению вихря от направления, параллельного оси OZ. Однако вследствие большой жесткости вихря [6-8,14] можно считать, что они остаются параллельными оси Oz, т.е. в цилиндрических координатах (z, r, φ) имеем $u^1(L) = 0$.

С учетом (20), уравнения (18) и (19) можно преобразовать к следующему удобному виду:

$$u_3(L) = \frac{g'_{03} + \Omega_e\, g'_{33}}{g'_{00} + \Omega_e\, g'_{03}}\, u_0(L)\, c, \tag{21}$$

$$\sqrt{\frac{-g'}{g'_{11}}}\, u^2(L) = \kappa(\Omega_s - \Omega_e)\, u^0(L)\, u_0(L)\, \frac{g'^2_{03} - g'_{00} g'_{33}}{g'_{00} + \Omega_e\, g'_{03}}\, c, \tag{22}$$

где

$$c = 1 + \frac{u_2(L)\,u^2(L)}{u_0(L)\,u^0(L)}.$$

Как видно из (22), $u^2(L) \sim (\Omega_s - \Omega_e)$, следовательно можно принять, что $u_2(L)u^2(L)/u_0(L)u^0(L) \ll 1$ и $c \approx 1$. С учетом этого, а также того факта, что при преобразовании координат компонента g'_{03} остается пропорциональной Ω_e, поскольку в сферических координатах $g_{03} \sim \omega \sim \Omega_e$, из (21) и (22) в Ω-приближении получаем:

$$u_3(L) = \frac{g'_{03} + \Omega_e\, g'_{33}}{g'_{00}}\, u_0(L), \tag{23}$$

$$u^2(L) = -\sqrt{\frac{-g'_{11}}{g'}}\,\kappa(\Omega_s - \Omega_e)\,u^0(L)\,u_0(L)\,g'_{33}. \tag{24}$$

Преобразуя условие (20) к следующему виду:

$$g'_{00}u^0(L)^2 - \frac{g'^2_{03}}{g'_{33}}u^0(L)^2 + g'_{22}u^2(L)^2 + \frac{u_3(L)^2}{g'_{33}} = -1, \tag{25}$$

можно увидеть, что с учетом (23) и (24), все члены этой суммы, кроме первого, имеют порядок Ω^2, следовательно ими можно пренебречь. Тогда из (25) получаем

$$u^0(L) = \frac{1}{\sqrt{-g'_{00}}}. \tag{26}$$

Напомним, что это выражение для $u^0(L)$ получено в цилиндрических координатах. Очевидно, что при преобразовании координат $(z, r, \varphi) \to (R, \theta, \varphi)$ компонента g_{00} не меняется, следовательно, выражение (26) имеет место также в сферических координатах, т.е.

$$u^0(L) = \frac{1}{\sqrt{-g_{00}}} = e^{-\nu/2}. \tag{27}$$

Таким образом, учитывая (11-13) и (27), а также то, что функции ν, λ, ω зависят только от R, из (10) для w^2 имеем:

$$w^2 = 4\mu_s^2(\omega + \Omega_s)^2 e^{-\nu}\left\{\cos^2\theta + \left[1 + \frac{R}{2}\frac{\partial}{\partial R}\ln e^{-\nu/2}(\omega + \Omega_s)\right]^2 \sin^2\theta\right\}. \tag{28}$$

Так как $\Omega_s \approx \Omega_e$, и значения функций $\nu = \nu(R)$ и $\omega = \omega(R)$ слабо зависят от R внутри звезды [15], то такую же зависимость от R будет иметь величина $\ln e^{-\nu/2}(\omega + \Omega_s)$. Тогда можно пренебречь также ее производной по R, и для величины w^2 окончательно получаем:

$$w = 2\mu_s\Omega_e(1 + q)e^{-\nu/2}. \tag{29}$$

Подставляя полученное нами выражение (29) в (5) и обозначая

$$\Delta\Omega = \Omega_s - \Omega_e,$$
$$\frac{1}{\tau} = \frac{4n_s\mu_s}{n_e\eta}\Omega_e^2(1+q)^2 e^{-\nu/2}, \tag{30}$$

получаем уравнение:

$$\frac{d\Omega_e}{dt} = -\frac{\partial\Delta\Omega}{\partial t} - \frac{\Delta\Omega}{\tau} \tag{31}$$

для определения послескачкового поведения угловой скорости сверхтекучей компоненты. То же самое уравнение было получено в работе [9] при рассмотрении динамики вращения двухкомпонентной сверхтекучей системы в случае плоского пространства. Времена релаксаций из [9] можно получить из (30) переходом к ньютоновскому случаю подстановкой $\mu_s \to 2m_n$, $\nu \to 0$ и $q \to 0$, где m_n - масса нейтрона.

Уравнение для угловой скорости нормальной компоненты можно получить из (3) следующим образом. Выражения для компонент тензоров энергии-импульса сверхтекучей и нормальной компонент имеют вид:

$$T^0_{s3} = \mu_s n_s u^0(s) u_3(s) = \mu_s n_s u^0(s)^2 (g_{03} + \Omega_s g_{33}) = \\ = \mu_s n_s u^0(s)^2 g_{33} \frac{\omega + \Omega_s}{\Omega_s} \Omega_s, \tag{32}$$

$$T^0_{e3} = \mu_e n_e u^0(e) u_3(e) = \mu_e n_e u^0(e)^2 (g_{03} + \Omega_e g_{33}) = \\ = \mu_e n_e u^0(e)^2 g_{33} \frac{\omega + \Omega_e}{\Omega_e} \Omega_e. \tag{33}$$

Как известно [17], угловой момент вращения вещества в сферическом объеме радиуса R определяется как

$$K = \int T^0_3 \sqrt{-g}\, dV, \tag{34}$$

где

$$T^0_3 = T^0_{s3} + T^0_{e3}. \tag{35}$$

Подставляя в (35) выражения для T^0_{s3} и T^0_{e3} из (32) и (33) и используя (11) и (13), получаем:

$$T^0_3 = \mu_s n_s e^{-\nu} R^2 \sin^2\theta (\Omega_s + \omega) + \mu_e n_e e^{-\nu} R^2 \sin^2\theta (\Omega_e + \omega). \tag{36}$$

Подставляя выражения $\sqrt{-g} = e^{(\nu+\lambda)/2} R^2 \sin\theta$ и (36) в (34) и интегрируя угловую часть, получим зависимость углового момента вращения от R:

$$K(R) = \frac{8\pi}{3} \int_0^R \mu_s n_s R^4 (\Omega_s + \omega) e^{(\lambda-\nu)/2} dR + \\ + \frac{8\pi}{3} \int_0^R \mu_e n_e R^4 (\Omega_e + \omega) e^{(\lambda-\nu)/2} dR = K_s + K_e, \tag{37}$$

где K_s и K_e - угловые моменты вращения сверхтекучей и нормальной частей соответственно, внутри выделенного объема.

Из (37) можно получить, что

$$\frac{dK_s}{dR} = \frac{8\pi}{3} \mu_s n_s R^4 (\Omega_s + \omega) e^{(\lambda-\nu)/2}, \tag{38}$$

$$\frac{dK_e}{dR} = \frac{8\pi}{3} \mu_e n_e R^4 (\Omega_e + \omega) e^{(\lambda-\nu)/2}. \tag{39}$$

Определим моменты инерции сверхтекучей и нормальной частей элемента объема как

$$dI_s = \frac{dK_s}{\Omega_s}, \quad dI_e = \frac{dK_e}{\Omega_e}. \tag{40}$$

Тогда для определения I_s и I_e в зависимости от R получим соответствующие уравнения:

$$\frac{dI_s}{dR} = \frac{8\pi}{3}\mu_s n_s R^4 \frac{\omega + \Omega_s}{\Omega_s} e^{(\lambda-\nu)/2}, \tag{41}$$

$$\frac{dI_e}{dR} = \frac{8\pi}{3}\mu_e n_e R^4 \frac{\omega + \Omega_e}{\Omega_e} e^{(\lambda-\nu)/2}, \tag{42}$$

начальные условия для которых имеют вид: $I_s(0) = I_e(0) = 0$.
Интегрируя уравнение (3) по объему, с учетом (32) и (33), а также используя уравнения (41) и (42), окончательно получаем:

$$\int \frac{\partial \Omega_s}{\partial t} dI_s + \frac{d\Omega_e}{dt} \int dI_e = -K_{ext}, \tag{43}$$

где K_{ext} - внешний тормозящий момент сил, действующих на звезду. Здесь, как и выше, мы пренебрегли также временной зависимостью компонент метрического тензора g_{ik}. Введем обозначения

$$p_0\,dy = \frac{dI_s}{I}, \quad \gamma = \frac{K_{ext}}{I}, \tag{44}$$

где I - полный момент инерции звезды, p_0 - относительный момент инерции сверхтекучей компоненты. Тогда, с учетом (30) и (44), уравнение (43) примет вид:

$$\frac{d\Omega_e}{dt} + p_0 \int_0^1 \frac{\partial \Delta\Omega}{\partial t} dy = -\gamma. \tag{45}$$

Таким образом, уравнения (31) и (45), совместно с уравнениями Эйнштейна (4) определяют динамику вращения двухкомпонентной сверхтекучей системы в рамках ОТО в Ω-приближении.

4. *Решение уравнений*. Совместное решение уравнений (31) и (45) представляет собой большую трудность. Однако, основываясь на работах [10,16], можно сделать несколько предположений, допускающих решение этих уравнений. В этих работах было вычислено время релаксации звезды в зависимости от плотности вещества после скачка угловой скорости нормальной компоненты. Внутри звезды существуют две существенно разные области. В первой из них, при $\rho \le 7\cdot 10^{14}$ г/см^3, включающей в себя также внутреннюю кору [5], время релаксации τ меньше времени жизни пульсара τ_0: $\tau \le \tau_0$ (для пульсара Vela $\tau_0 \approx 10^4$ лет), а во второй области, где $7\cdot 10^{14}$ г/см$^3 \le \rho \le 8.43\cdot 10^{14}$ г/см^3, имеем $\tau \ge \tau_0$. Так как в окрестности значения плотности $\rho = 7\cdot 10^{14}$ г/см^3 при малых ее изменениях значение τ меняется достаточно быстро, то можно принять, что при $\rho \le 7\cdot 10^{14}$ г/см^3 выполняется условие $\tau << \tau_0$, а при $7\cdot 10^{14}$ г/см$^3 \le \rho \le 8.43\cdot 10^{14}$ г/см^3 - условие $\tau >> \tau_0$. Из вышепринятого следует, что в первой из областей

в течение времени жизни пульсара должно создаваться такое распределение вихрей, что угловые скорости $\Omega_s(t)$ и $\Omega_c(t)$ сверхтекучей и нормальной компонент имеют одинаковый темп замедления под воздействием внешнего тормозящего момента сил, т.е. $\dot{\Omega}_s(t)=\dot{\Omega}_c(t)$, следовательно $\partial\Delta\Omega/\partial t=0$ в этой области. Будем считать, что это распределение вихрей меняется во время скачка только в тех частях этой области, которые ответственны за скачок и послескачковую релаксацию угловой скорости пульсара, т.е. $\partial\Delta\Omega/\partial t\neq 0$ в этих частях. Во второй же области начальное распределение вихрей не меняется в течение жизни пульсара, следовательно, угловая скорость $\Omega_s(t)$ сверхтекучей компоненты также не меняется в течение этого времени, т.е. $\Omega_s(t)=\mathrm{const}$ в этой области. Отметим здесь также, что при решении уравнений Эйнштейна (4) мы приняли, что угловая скорость $\Omega_s(t)$ сверхтекучей компоненты мало отличается от угловой скорости $\Omega_c(t)$ нормальной компоненты. Это условие может выполняться в зависимости от того, какова была угловая скорость вращения пульсара при переходе нейтронной жидкости в сверхтекучее состояние во время эволюции звезды. Если принять, что тогда нейтронная звезда вращалась как целое, с угловой скоростью, мало отличающейся от настоящего значения (~100 об/с), то в течение эволюции звезды величина $\Omega_s(t)$ также будет мало отличаться от $\Omega_c(t)$ внутри всей звезды.

Обозначим относительный момент инерции сверхтекучей части в области, где $\tau\ll\tau_0$, через βp_0. Как показывают наблюдения, послескачковый релаксационный процесс происходит с характерными временами от нескольких часов до нескольких сот дней. Обозначим через αp_0 относительный момент инерции сверхтекучей части той области, которая ответственна за релаксационное поведение угловой скорости пульсара. Очевидно, что $\alpha\ll\beta<1$, так как $\tau_{релакс}\ll\tau_0$. Таким образом, в области изменения переменной y величина $\partial\Delta\Omega/\partial t$ имеет следующие значения:

$$\begin{gathered}\frac{\partial\Delta\Omega}{\partial t}\neq 0,\ \text{при}\ 0\le y\le\alpha,\\ \frac{\partial\Delta\Omega}{\partial t}=0,\ \text{при}\ \beta-\alpha\le y\le\beta,\\ \frac{\partial\Delta\Omega}{\partial t}=-\frac{d\Omega_s}{dt},\ \text{при}\ 1-\beta\le y\le 1.\end{gathered}\tag{46}$$

Подстановка (46) в уравнение (45) приводит к следующему результату:

$$\frac{\partial\Omega_c}{\partial t}+\frac{p_0}{1-(1-\beta)p_0}\int_0^\alpha\frac{\partial\Delta\Omega}{\partial t}dy=-\frac{\gamma}{1-(1-\beta)p_0}.\tag{47}$$

Систему уравнений (31) и (47) можно решить методом последовательных приближений. Так, предполагая, что $1-(1-\beta)p_0\gg\alpha p_0$, из (47), пренебрегая вторым слагаемым по сравнению с первым, получаем:

$$\frac{d\Omega_e}{dt} = -\frac{\gamma}{1-(1-\beta)p_0}, \tag{48}$$

Подставим (48) в (31). Тогда, при начальном условии $\Delta\Omega(0) = \Delta\Omega_0$, решение для $\Delta\Omega$ имеет вид:

$$\Delta\Omega - \Delta\Omega_0 = \left(\frac{\gamma\tau}{1-(1-\beta)p_0} - \Delta\Omega_0\right)\left(1-e^{-t/\tau}\right) = \left(\Delta\Omega^0 - \Delta\Omega_0\right)\left(1-e^{-t/\tau}\right), \tag{49}$$

где $\Delta\Omega^0 = \dfrac{\gamma\tau}{1-(1-\beta)p_0}$ - стационарное значение $\Delta\Omega$ при $t \to \infty$. Подставляя (49) в уравнение (47) и интегрируя, для $\Omega_e(t)$ получаем:

$$\Omega_e(t) - \Omega_e(0) = -\frac{p_0}{1-(1-\beta)p_0}\int_0^\alpha \left(\Delta\Omega^0 - \Delta\Omega_0\right)\left(1-e^{-t/\tau}\right)dy -$$

$$-\frac{1}{1-(1-\beta)p_0}\int \gamma(t)\,dt, \tag{50}$$

где $\Omega_e(0)$ - начальное значение угловой скорости пульсара сразу после скачка. Из (50) для наблюдаемой величины $\dot{\Omega}_e(t)$ получаем:

$$\dot{\Omega}_e(t) = -\frac{p_0}{1-(1-\beta)p_0}\int_0^\alpha \Delta\Omega_c \frac{e^{-t/\tau}}{\tau}dy - \frac{\gamma}{1-(1-\beta)p_0}, \tag{51}$$

где $\Delta\Omega_c$ - величина скачка угловой скорости пульсара.

Таким образом, формулой (51), определяющей измеряемую величину $\dot{\Omega}_e$, можно описать наблюдаемую релаксацию угловой скорости пульсаров. Для этого, на основе модели нейтронной звезды, необходимо найти зависимость характерного времени релаксации τ от плотности вещества. Формула (30) дает эту зависимость в рамках ОТО.

Ереванский государственный
университет, Армения

ON THE THEORY OF RELAXATION OF THE PULSARS' ANGULAR VELOCITY IN FRAME OF GRT

M.V.HAIRAPETIAN, D.M.SEDRAKIAN

The dynamics of the rotating two-component system in the neutron star is considered in frame of GRT. Equations for angular velocities of the normal and superfluid components are derived in Ω-approximation. It is shown, that the solutions of this equations can describe the postjump relaxation of the pulsar's angular velocity.

ЛИТЕРАТУРА

1. *J.M.Cordes*, *G.S.Downs*, *J.Krause-Polstorff*, Astrophys. J., **330**, 841, 1988.
2. *A.G.Lyne*, Nature, **326**, 569, 1987.
3. *P.M.McCulloch*, *P.A.Hamilton*, *P.McDonnel*, *F.A.King*, Nature, **346**, 822, 1990.
4. *M.A.Alpar*, *P.W.Anderson*, *D.Pines*, *J.Shaham*, Astrophys. J., **276**, 325, 1984.
5. *M.A.Alpar*, *H.F.Chou*, *K.S.Cheng*, *D.Pines*, Astrophys. J., **409**, 345, 1993.
6. *P.B.Jones*, Mon. Notis. Roy. Astron. Soc., **243**, 257, 1990.
7. P.B.Jones, Mon. Notis. Roy. Astron. Soc., **246**, 315, 1990.
8. P.B.Jones, Mon. Notis. Roy. Astron. Soc., **263**, 619, 1993.
9. *А.Д.Седракян*, *Д.М.Седракян*, Ж. эксперим. и теор. физ., **102**, 721, 1992.
10. *A.D.Sedrakian*, *D.M.Sedrakian*, Astrophys. J., **447**, 305, 1995.
11. *A.D.Sedrakian*, *D.M.Sedrakian*, *J.M.Cordes*, *Y.Terzian*, Astrophys. J., **447**, 324, 1995.
12. *Д.М.Седракян*, *М.В.Айрапетян*, Астрофизика, **40**, 67, 1997.
13. *Д.М.Седракян*, Астрофизика, **40**, 403, 1997.
14. *D.Langlois*, *D.M.Sedrakian*, *B.Carter*, Mon. Notis. Roy. Astron. Soc., 1998 (in press).
15. *Г.Г.Арутюнян*, *Д.М.Седракян*, *Э.Б.Чубарян*, Астрон. ж., **48**, 496, 1971.
16. *Д.М.Седракян*, *К.Шахабасян*, *Ю.Брук*, Астрофизика, **40**, 497, 1997.
17. *J.B.Hartle*, Astrophys. J., **150**, 1005, 1967.