АСТРОФИЗИКА

ТОМ 41 МАЙ, 1998 ВЫПУСК 2

УДК: 524.8:531.51

О СТРУННОЙ КОСМОЛОГИИ С ПЕТЛЕВЫМИ ПОПРАВКАМИ

А.А.СААРЯН

Поступила 8 августа 1997
Принята к печати 10 сентября 1997

Исследованы однородные космологические модели в рамках низкоэнергетической струнной гравитации с петлевыми поправками. Рассмотрены различные конформные представления эффективного действия. Без конкретизации поправочных функций в лагранжиане найдены космологические решения с произвольной кривизной и с полями дилатона, модулей и полями Калба-Рамона, соответствующими источнику с предельно жестким уравнением состояния. Они обобщают ранее известные решения древесного приближения. Исследовано поведение решений в различных асимптотических областях.

1. *Введение*. Последние годы ознаменовались существенным прогрессом в области непертурбативной теории суперструн и суперсимметричных теорий Янга-Миллса (см. [1-12] и приведенные там ссылки), что привело к значительному продвижению в нашем понимании сущности этих теорий. Однако в связи с тем, что теория суперструн окончательно не сформулирована, вывод определенных предсказаний относительно квантово-гравитационных эффектов в рамках этой теории в настоящее время затруднен. Поэтому приобретают важное значение исследования на основе низкоэнергетической эффективной теории струн, которая вследствие наличия дополнительных степеней свободы (дилатон, аксион, поля модулей, определяющие геометрию внутренних подпространств, и т.д.) существенно отличается от ОТО. В частности, в рамках такого подхода в настоящее время получен ряд интересных результатов в физике черных дыр (см. [13-17] и приведенные там ссылки). Другой областью исследования струнных эффектов является ранняя космология. Эти эффекты и их наблюдательные проявления важны как с точки зрения проверки теории струн, так и для разрешения ряда проблем современной космологии. Все более возрастающее число работ в этом направлении (см. [18-45] и приведенные там ссылки) привело к формированию новой области космологических исследований - струнной космологии.

Данная работа посвящена D-мерным космологическим моделям с переменным дилатоном в рамках низкоэнергетической эффективной струнной гравитации с петлевыми поправками. В качестве дополнительного источника рассматривается совокупность полей модулей и поля Калба-Рамона. В разделе 2 обсуждается структура эффективного действия теории и различные конформные представления. Наиболее важными из этих представлений являются струнное представление, представления Эйнштейна и Йордана. В разделе 3 выведены соответствующие уравнения поля в общем конформном представлении и рассмотрена D-мерная однородная анизотропная космологическая модель. Уравнения модели наиболее просты в эйнштейновском представлении (раздел 4). В частности, в этом представлении легко находятся вакуумные решения с Риччи-плоскими подпространствами. Далее рассмотрены анизотропные решения с набором скалярных полей без потенциала в качестве негравитационного источника. При $D=4$ к скалярному полю аксиона сводится также поле Калба-Рамона. Однако для аксиона, в отличие от обычных скалярных полей, представления Эйнштейна и Йордана в древесном приближении не совпадают. Набор скалярных полей и поля Калба-Рамона эквивалентен дополнительному источнику с предельно жестким уравнением состояния. Для такого источника уравнения, описывающие эволюцию космологической модели в эйнштейновском представлении, существенно упрощаются. Это позволяет найти явный вид общего решения для анизотропной модели с Риччи-плоскими подпространствами. В разделе 5 рассмотрены изотропные модели с искривленным пространством. Как и в предыдущем случае, предельно жесткое уравнение состояния источника позволяет найти общее решение для совокупности скалярных полей и поля Калба-Рамона. Оно обобщает ранее известные решения древесного приближения.

2. *Струнное эффективное действие и конформные представления*. Пертурбативная теория струн содержит два параметра: натяжение струны α' с размерностью обратного квадрата массы (единицы $\hbar = c = 1$) и безразмерная струнная постоянная связи g_s. Первый из них определяет масштаб длины (или массы) в теории и контролирует струнные эффекты: при $\alpha' \to 0$ теория становится эффективной теорией поля. Второй параметр g_s контролирует квантовые поправки и является параметром петлевого разложения. В ведущем порядке по натяжению струны эффективное действие можно записать в виде [46-51]

$$S = \int d^D x \sqrt{|\tilde{G}|} \left[-\tilde{F}_R(\varphi)\tilde{R} - 4\tilde{F}_\varphi(\varphi)\partial_M \varphi \tilde{\partial}^M \varphi + \tilde{L}_m(\varphi, \tilde{G}_{MN}, \psi) \right], \qquad (2.1)$$

где φ - поле дилатона, $\tilde{R}$ - скаляр Риччи D-мерной метрики $\tilde{G}_{MN}$, $\tilde{L}_m$ - плотность лагранжиана других полей, коллективно обозначенных символом ψ, и, вообще говоря, зависящая как от метрики, так и от дилатона. (см. ниже). Здесь и далее символ ~ над буквами указывает величины в струнном конформном представлении, метрика которого является метрикой соответствующей σ-модели. Наиболее важными частными случаями лагранжиана в действии (2.1) являются:

1) антисимметричное поле Калба-Рамона B_{MN} с напряженностью $H_{MNP} = 3\partial_{[P}B_{MN]}$:

$$\tilde{L}_m = \frac{1}{12}\tilde{F}_H(\varphi)\tilde{H}^2, \quad \tilde{H}^2 = H_{MNP}\tilde{H}^{MNP}; \tag{2.2}$$

2) калибровочное поле с тензором напряженности F_{iMN}:

$$\tilde{L}_m = \sum_{i,a}\frac{1}{4g_i^2}F_F(\varphi)F^a_{iMN}\tilde{F}_i^{aMN} \tag{2.3}$$

где индекс i нумерует различные простые компоненты калибровочной группы, а индекс a указывает на присоединенное представление;

3) дилатонный потенциал

$$\tilde{L}_m = -\tilde{V}(\varphi); \tag{2.4}$$

4) поля модулей ψ_i, представляющие внутренние степени свободы, связанные с компактифицированными размерностями при $D < D_{cr}$:

$$\tilde{L}_m = \sum_i \tilde{F}_{\psi_i}(\varphi)\tilde{G}^{MN}\,\partial_M\psi_i\partial_N\psi_i - U(\varphi,\psi_i). \tag{2.5}$$

Потенциальные члены в (2.4) и (2.5) имеют непертурбативный характер и обычно связаны с нарушением суперсимметрии в теории. В функции же $\tilde{F}_k(\varphi)$, $k = R, \varphi, H, F, \psi_i$, вообще говоря, дают вклад как пертурбативные, так и непертурбативные эффекты. Для них на пертурбативном уровне можно написать следующее разложение:

$$\tilde{F}_k(\varphi) = e^{-2\varphi}\left(1+\sum_{l=1}^{\infty}\tilde{Z}_k^{(l)}e^{2l\varphi}\right), \tag{2.6}$$

где $\tilde{Z}_k^{(l)}$ представляет l-петлевой вклад, а параметр петлевого разложения является $e^{2\varphi}(= g_s)$: каждая петля струнных диаграмм дает вклад $\sim e^{2\varphi}$. При $\varphi \ll -1$ система находится в области слабой связи и описывается древесным приближением струнных диаграмм.

Как уже отмечалось выше, действие (2.1) написано в струнном конформном представлении. Однако, в зависимости от того, какой процесс лежит в основе акта изменения, физическими являются различные конформные представления. Например, если акт измерения имеет электромагнитный характер, то в этом процессе измеряется метрика конформного представления, в котором электромагнитная часть действия не зависит от поля дилатона (представление Йордана для электромагнитного поля). С точки зрения сравнения динамической картины эволюции конкретной модели в различных конформных представлениях удобно рассматривать общее конформное представление, связанное со струнным представлением преобразованием D-мерной метрики

$$G^{MN} = \Omega^2(\varphi)\tilde{G}^{MN} \tag{2.7}$$

с произвольной, достаточно гладкой функцией $\Omega(\varphi)$. С точностью до дивергентных членов действие (2.1) в новом конформном представлении примет вид

$$S = \int d^D x\sqrt{|G|}\left[-F_R(\varphi)R - 4F_\varphi(\varphi)\partial_M\varphi\,\partial^M\varphi + L_m(\varphi, G_{MN}, \psi)\right], \tag{2.8}$$

где введены новые функции

$$\begin{gathered} 4F_\varphi(\varphi) = \Omega^{n-1}\left[n(n-1)(\Omega'/\Omega)^2\tilde{F}_R + 2n(\Omega'/\Omega)\tilde{F}'_R + 4\tilde{F}_\varphi\right], \\ F_R(\varphi) = \Omega^{n-1}\tilde{F}_R, \quad L_m(\varphi, G_{MN}, \psi) = \Omega^D\tilde{L}_m\left(\varphi, \Omega^2 G_{MN}, \psi\right), \end{gathered} \tag{2.9}$$

$n = D - 1$ - число пространственных измерений, а штрих означает производную по φ. Действие (2.8) представляет обобщенную D-мерную скалярно-тензорную теорию с зависящим от скалярного поля негравитационным лагранжианом.

В древесном приближении конформный множитель в (2.7) удобно выбрать в виде

$$\Omega^2(\varphi) = e^{c\varphi}, \tag{2.10}$$

с произвольной постоянной c. Гравитационная часть соответствующего действия теперь эквивалента D-мерной теории Йордана-Бранса-Дикке с параметром

$$\omega = -1 + \frac{8-(n-1)c}{\left[4-(n-1)c\right]^2}c. \tag{2.11}$$

В частности, в струнном представлении отсюда получаем $\omega = -1$.

Наиболее важным частным случаем действия (2.8) является действие в эйнштейновском (E-) представлении, когда член со скаляром Риччи имеет стандартный канонический вид. Этому представлению соответствует выбор конформного множителя в (2.7) согласно

$$\Omega^2(\varphi) = \tilde{F}_R^{-2/(n-1)} \tag{2.12}$$

и действие

$$S=\int d^D x\sqrt{|\bar{G}|}\left[-\bar{R}-4\bar{F}_\varphi\,\partial_M\varphi\,\bar{\partial}^M\varphi+\bar{L}_m\left(\varphi,\bar{G}_{MN},\psi\right)\right], \tag{2.13}$$

где черточки над буквами указывают на величины в Е-представлении. Здесь мы предполагали, что $\tilde{F}_R>0$. Если эта функция отрицательно определена, то конформный множитель можно выбрать аналогично (2.12) с абсолютным значением. Теперь в соответствующем действии скаляр Риччи будет входить с положительным знаком, т.е. соответствующая гравитационная постоянная будет отрицательной. Функция при кинетическом члене поля дилатона связана с соответствующей функцией струнного представления соотношением

$$4\bar{F}_\varphi(\varphi)=-\frac{n}{n-1}\left(\frac{\tilde{F}_R'}{\tilde{F}_R}\right)^2+\frac{4\tilde{F}_\varphi}{\tilde{F}_R}. \tag{2.14}$$

При $\bar{F}_\varphi<0$, введя новое скалярное поле ϕ, согласно

$$d\phi=2\sqrt{-\bar{F}_\varphi}\,d\varphi, \tag{2.15}$$

кинетический член можно записать в каноническом виде. Ниже мы будем рассматривать именно этот случай. В древесном приближении $\bar{F}_\varphi=-1/(n-1)$, и новое скалярное поле пропорционально дилатону

$$\phi=\frac{2}{\sqrt{n-1}}\varphi. \tag{2.16}$$

Другим важным конформным представлением скалярно-тензорных теорий является представление Йордана, в котором негравитационная часть действия не зависит от скалярного поля. Для действия (2.8) такое представление, вообще говоря, нереализуемо. Рассмотрим важный частный случай, когда в (2.1) зависимость $\tilde{L}_m$ от поля дилатона факторизуется:

$$\tilde{L}_m\left(\varphi,\tilde{G}_{MN},\psi\right)=\tilde{F}_L(\varphi)\,\tilde{L}\left(\tilde{G}_{MN},\psi\right). \tag{2.17}$$

Для этих лагранжианов представление Йордана реализуемо, если функция $\tilde{L}$ обладает определенным конформным весом β:

$$\tilde{L}\left(\Omega^2\,G_{MN},\psi\right)=\Omega^{2\beta}\,\tilde{L}(G_{MN},\psi). \tag{2.18}$$

Соответствующая функция в общем конформном представлении определяется из последнего соотношения (2.9) и имеет вид

$$L_m=\Omega^{D+2\beta}\,\tilde{F}_L(\varphi)\,\tilde{L}(G_{MN},\psi). \tag{2.19}$$

Теперь выбор конформного множителя согласно

$$\Omega^{D+2\beta} = \left|\tilde{F}_L(\varphi)\right|^{-1} \tag{2.20}$$

приводит к представлению Йордана. Исключение составляет случай $\beta = -D/2$, когда лагранжиан $\tilde{L}_m$ является конформно инвариантной величиной. Для рассмотренных выше примеров параметр β имеет следующие значения: $\beta = -3$ в случае поля Калба-Рамона, $\beta = -2$ для калибровочного поля, $\beta = 0$ для дилатонного потенциала. Лагранжиан (2.5) обладает определенным конформным весом ($\beta = -1$), если потенциальные члены отсутствуют, и обладает свойством (2.17), если функции при кинетических членах универсальны.

3. *Уравнения поля и космологическая модель.* Введя новое скалярное поле

$$\Phi = F_R(\varphi), \tag{3.1}$$

действие (2.8) можно записать в виде

$$S = \int d^D x \sqrt{|G|}\left[-\Phi R + \omega(\Phi)\partial^M \Phi \partial_M \Phi/\Phi + L(\Phi, G_{MN}, \psi)\right], \tag{3.2}$$

где введены обозначения

$$\omega(\Phi) = -4F_\varphi \frac{F_R}{F_R'^2}, \qquad L(\Phi, G_{MN}, \psi) = L_m(\varphi(\Phi), G_{MN}, \psi). \tag{3.3}$$

Вариация этого действия приводит к следующим уравнениям поля:

$$\begin{gathered} R_{MN} - \frac{1}{2}G_{MN}R = \frac{1}{2\Phi}T_{MN} + \frac{\omega}{\Phi^2}\left(\partial_M\Phi\partial_N\Phi - \frac{1}{2}G_{MN}\,\partial_p\Phi\partial^p\Phi\right) + \\ + \Phi^{-1}\left(D_M D_N\Phi - G_{MN}\,\Box\Phi\right), \\ \frac{2\omega}{\Phi}\Box\Phi + \partial_p\Phi\partial^p\left(\frac{\omega}{\Phi}\right) + R = \frac{1}{\sqrt{|G|}}\frac{\delta\left(L\sqrt{|G|}\right)}{\delta\Phi}, \end{gathered} \tag{3.4}$$

где D_M - ковариантная производная относительно метрики G_{MN}, $\Box = G^{MN}D_M D_N$ - ковариантный даламбертиан,

$$T_{MN} = \frac{2}{\sqrt{|G|}}\frac{\delta\left(L\sqrt{|G|}\right)}{\delta G^{MN}}. \tag{3.5}$$

- тензор энергии-импульса. Исключая R с помощью свертки первого уравнения (3.4), эти уравнения можно записать также в виде

$$R_{MN} = \frac{1}{2\Phi}\left(T_{MN} - \frac{G_{MN}}{n-1}T\right) + \frac{\omega}{\Phi^2}\partial_M\Phi\partial_N\Phi + \Phi^{-1}\left(D_M D_N\Phi + \frac{G_{MN}}{n-1}\Box\Phi\right),$$

$$2\left(\omega + \frac{n}{n-1}\right)\Box\Phi + \partial_p\Phi\partial^p\omega = \frac{1}{n-1}\left(T + \frac{n-1}{\sqrt{|G|}}\Phi\frac{\delta L\sqrt{|G|}}{\delta\Phi}\right). \qquad (3.6)$$

Ковариантное уравнение неразрывности для тензора энергии-импульса имеет вид

$$D_M T^M_N = -\frac{1}{\sqrt{|G|}}\frac{\delta L\sqrt{|G|}}{\delta\Phi}\partial_N\Phi. \qquad (3.7)$$

Правая часть этого уравнения появляется вследствие зависимости негравитационного лагранжиана от поля дилатона и исчезает в представлении Йордана.

Рассмотрим D-мерную однородную космологическую модель с пространственно-временной структурой $R\otimes M^1\otimes\ldots\otimes M^p$ и с метрикой

$$G_{MN} = \mathrm{diag}\left(N^2(t),\ldots, -R_l^2(t)\,g^{(l)}_{lm},\ldots\right), \qquad (3.8)$$

где M^l - максимально симметричное пространство размерности n_l, $\sum_l n_l = n$, $g^{(l)}_{lm}$ - метрика в этом пространстве, $R_l(t)$ - соответствующие масштабные факторы. Функции $N(t)$, $R_l(t)$ зависят от конформного представления и связаны с соответствующими величинами в струнном и E-представлениях соотношениями

$$N(t) = \Omega^{-1}(\varphi)\tilde{N}(t) = \overline{\Omega}^{-1}\,\overline{N}(t), R_l(t) = \Omega^{-1}\tilde{R}_l(t) = \overline{\Omega}^{-1}\,\overline{R}_l(t), \overline{\Omega} = \Omega\tilde{F}_R^{1/(n-1)}. \qquad (3.9)$$

Они связывают картины космологической эволюции в различных представлениях.

Из уравнений поля следует, что для метрики (3.8) тензор энергии-импульса диагонален и может быть представлен в виде

$$T^N_M = \mathrm{diag}\left(\varepsilon,\ldots, -\delta^l_m\,p_l,\ldots\right), \qquad (3.10)$$

где ε - плотность энергии, p_l - эффективное давление в подпространстве M^l. Для лагранжианов, не зависящих от производных метрики, значения этих величин связаны соотношениями

$$T^N_M = \Omega^D\tilde{T}^N_M = \overline{\Omega}^D\,\overline{T}^N_M. \qquad (3.11)$$

Введя обозначения

$$a_l = p_l/\varepsilon,\quad \alpha = \frac{1}{\varepsilon\sqrt{|G|}}\frac{\delta L\sqrt{|G|}}{\delta\varphi},\ \overline{a} = 1 - \sum_{l=1}^{p} n_l a_l, \qquad (3.12)$$

уравнения космологической модели можно записать в виде

$$\dot{H}_i + yH_i - \delta_i \frac{b^2}{2}\frac{\dot\Phi}{\Phi}\dot\omega + N^2 k_i \frac{n_i-1}{R_i^2} = \frac{N^2}{\Phi} b_i \varepsilon, \quad i = 0,1,\ldots,p$$

$$\frac{N^2}{\Phi}\varepsilon = \sum_{i,l=0}^{p} a_{il} H_i H_l + \sum k_i n_i \frac{n_i-1}{R_i^2}, \tag{3.13}$$

где точка над буквой означает производную по времени, $k_i = -1, 0, 1$ для подпространства M^i с отрицательной, нулевой и положительной кривизной, соответственно,

$$H_i = \dot{R}_i / R_i, \quad i = 0,1,\ldots,p, \quad R_0 \equiv \Phi, \quad n_0 = 1$$

$$y = \sum_{i=0}^{p} n_i H_i - \dot{N}/N, \quad b^2 = \left[\omega(n-1) + n\right]^{-1} = -\left[4(n-1)\bar{F}_\varphi\right]^{-1}\left(F'_R/F_R\right)^2,$$

$$b_0 = \frac{1}{2}b^2\left[\bar{a} + (n-1)\alpha F_R/F'_R\right], \quad b_i = \frac{1}{2}\left(a_i + \frac{\bar{a}}{n-1}\right) - \frac{b_0}{n-1}, \quad i = 1,\ldots,p, \tag{3.14}$$

$$\delta_0 = 1-n, \quad \delta_i = 1, \quad a_{il} = n_i n_l - n_i \delta_{il}, \quad i = 1,\ldots,p, \quad a_{00} = -\omega.$$

В древесном приближении функция $b(\varphi)$ является постоянной

$$b = \frac{c}{4}(n-1) - 1, \quad F_R = e^{2b\varphi}. \tag{3.15}$$

Выбор $N = 1$ в приведенных выше формулах соответствует синхронной в общем конформном представлении системе отсчета, причем синхронная временная координата зависит от конкретного представления. Заметим также, что в представлении Йордана $\alpha = 0$.

Уравнение непрерывности (3.7) в космологическом контексте примет вид

$$\dot\varepsilon/\varepsilon + \sum_{i=1}^{p} n_i(1+a_i)H_i + \alpha\dot\varphi = 0. \tag{3.16}$$

Величины a_i и α, вообще говоря, являются функциями от времени. Из (3.11) следует, что a_i конформно-инвариантны, а величины α в различных конформных представлениях связаны соотношением

$$\alpha = \tilde\alpha - \bar{a}\,\Omega'/\Omega, \tag{3.17}$$

если лагранжиан $\tilde{L}_m$ не зависит от производных метрики.

В случае уравнения состояния с постоянными a_i и для функции α, зависящей только от поля дилатона, интегрирование уравнения непрерывности (3.16) приводит к следующему результату:

$$\varepsilon = \mathrm{const}\cdot\exp\left(-\int\alpha(\varphi)\,d\varphi\right)\prod_{i=1}^{p} R_i^{-n_i(1+a_i)}. \tag{3.18}$$

В частности, для пылевидной материи $a_i = 0$ мы получим $\varepsilon \sim 1/V$, где V - объем многомерного пространства. В качестве примера дополнительного источника рассмотрим систему скалярных полей ψ_i с плотностью лагранжиана (2.5) для случая нулевого потенциала. В рамках однородных космологических моделей, полагая $\psi_i = \psi_i(t)$, для соответствующей плотности энергии и давления получим

$$\varepsilon = p_i = L_m = \sum_i F_{\psi_i} \dot{\psi}_i^2 / N^2 \tag{3.19}$$

и, следовательно,

$$a_i = 1, \qquad i = 1, \dots, p, \tag{3.20}$$

т.е. система описывается предельно жестким уравнением состояния. Соответствующие коэффициенты b_i определяются из (3.14) и равны

$$b_0 = \frac{F_R'}{8 F_R \bar{F}_\varphi}\left(\frac{F_R'}{F_R} - \alpha\right), \qquad b_i = \frac{b_0}{1-n}, \qquad i = 1, \dots, p. \tag{3.21}$$

Из уравнения движения поля ψ_i

$$\partial_M\left(\sqrt{|G|}\, F_{\psi_i} G^{MN} \partial_N \psi_i\right) = 0 \tag{3.22}$$

теперь получим

$$\dot{\psi} = \frac{C_i N}{V F_{\psi_i}}, \qquad V = \prod_{i=1}^{p} R_i^{n_i}, \tag{3.23}$$

где C_i - постоянные интегрирования. Следовательно, выражения для плотности энергии и функции α примут вид

$$\varepsilon = V^{-2} \sum_i C_i^2 F_{\psi_i}^{-1}, \qquad \alpha = \frac{1}{V^2 \varepsilon} \sum C_i^2 F_{\psi_i}' / F_{\psi_i}^2. \tag{3.24}$$

Поскольку функция α зависит только от поля дилатона, то эту формулу для плотности энергии можно получить также из (3.18).

Другим важным примером дополнительного источника является поле Калба-Рамона (см. (2.2)). Соответствующее уравнение поля имеет вид

$$\partial_M\left(\sqrt{|G|}\, F_H H^{MNP}\right) = 0, \qquad F_H = \Omega^{D-6} \tilde{F}_H. \tag{3.25}$$

При $D = 4$ это уравнение решается с помощью анзаца

$$H^{MNP} = \frac{1}{\sqrt{|G|}} F_H^{-1} \varepsilon^{MNPQ} \partial_Q h, \tag{3.26}$$

где ε^{MNPQ} - полностью антисимметричный 4-тензор, h - скалярное поле аксиона. Из тождества Бьянки $\partial_{[Q} H_{MNP]} = 0$ следует уравнение для поля h:

$$\Box h - \partial^M h \partial_M F_H / F_H = 0. \tag{3.27}$$

Соответствующая плотность лагранжиана, из которого следует это уравнение, имеет вид

$$L_m = F_h \partial^M h \partial_M h, \qquad F_h = 1/(2 F_H). \tag{3.28}$$

Таким образом, в этом случае поле Калба-Рамона эквивалентно скалярному полю h и соответствующие формулы являются частным случаем предыдущего примера. Однако следует отметить, что если для обычных скалярных полей в древесном приближении $\tilde{F}_{\psi_i} = e^{-2\varphi}$, то для поля h, как это следует из (3.28), $\tilde{F}_h = e^{2\varphi}/2$.

4. *Решения с Риччи-плоскими подпространствами*. Картину эволюции рассмотренной выше космологической модели наиболее удобно рассматривать в Е-представлении. Введя новое скалярное поле согласно (2.15), систему уравнений (3.13) можно записать в виде (здесь и ниже, чтобы не усложнять запись формул, черточки над буквами, указывающие на величины в Е-представлении, опускаем, везде, где особо не оговорено, рассматривается Е-представление)

$$\begin{aligned}
&\dot{H}_i + y H_i + k_i N^2 \frac{n_i - 1}{R_i^2} = N^2 b_i \varepsilon, \quad i = 1, \dots, p \\
&\ddot{\phi} + y\dot{\phi} = \frac{1}{2} N^2 \alpha\varepsilon, \\
&N^2 \varepsilon + \dot{\phi}^2 = \sum_{i,l=1}^{p} a_{il} H_i H_l + \sum_{i=1}^{p} k_i n_i (n_i - 1) N^2 / R_i^2,
\end{aligned} \tag{4.1}$$

где теперь в Е-представлении

$$b_i = \frac{1}{2}\left(a_i + \frac{\bar{a}}{n-1}\right). \tag{4.2}$$

Из второго уравнения (4.1) следует, что для решений с постоянным дилатоном $\varphi = \varphi_0$ значения φ_0 должны быть корнями уравнения $\alpha(\varphi) = 0$. Значение дилатона может быть фиксировано как с помощью дилатонного потенциала, так и нетривиальной зависимостью от φ лагранжиана других полей (см., например, (2.2) и (2.3)). Второй способ в литературе известен как механизм Дэмура-Полякова [45].

Для Риччи-плоских подпространств M^i ($k_i = 0$) и при отсутствии негравитационных источников ($L_m = 0$) из системы (4.1) находим

$$H = \mathrm{const} \cdot N/V, \quad \dot{\phi} = \mathrm{const} \cdot N/V. \tag{4.3}$$

Введя синхронную в Е-представлении временную координату t_E:

$$dt_E = N(t)\,dt, \tag{4.4}$$

соответствующие решения можно записать в виде

$$H_i = \frac{H_{io}}{t_E - t_o}, \quad R_i = R_{io}|t_E - t_o|^{H_{io}}, \quad \sum_{i=1}^{p} n_i H_{io} = 1, \tag{4.5а}$$

$$\phi = \phi_{io}\ln|t_E - t_o| + \phi_o, \qquad \phi_{io}^2 + \sum n_i H_{io}^2 = 1, \tag{4.5б}$$

где H_{io}, R_{io}, ϕ_o, t_o - постоянные интегрирования. Последнее соотношение является следствием уравнения связи. Решение (4.5) является аналогом решения Казнера в многомерной ОТО. Для заданных функций $\tilde{F}_\varphi(\varphi)$ и $\tilde{F}_R(\varphi)$ зависимость поля дилатона от времени определяется из

$$\phi_{io}\ln|t_E - t_o| = 2\int\sqrt{-\bar{\tilde{F}}_\varphi}\,d\varphi, \tag{4.6}$$

где подинтегральная функция выражается через указанные функции соотношением (2.14). Соответствующее решение в струнном представлении находится преобразованием

$$\tilde{R}_i = \tilde{F}_R^{1/(1-n)} R_i, \quad dt_s = \tilde{F}_R^{1/(1-n)} dt_E, \tag{4.7}$$

где t_s - синхронная в струнном представлении временная координата. В древесном приближении решение струнного представления примет вид [18,19]

$$\varphi = \varphi_{10}\ln|t_s - t_{so}| + \varphi_0, \qquad \tilde{R}_i = \tilde{R}_{io}|t_s - t_{so}|^{\tilde{H}_{io}},$$

$$\sum_{i=1}^{p} n_i \tilde{H}_{io} = 1 + 2\varphi_{10}, \qquad \sum_{i=1}^{p} n_i \tilde{H}_{io}^2 = 1. \tag{4.8}$$

Это же решение в общем конформном представлении древесного приближения можно найти в работе [42].

В уравнениях (4.1) в качестве дополнительного источника рассмотрим совокупность скалярных полей ψ_i и поля Калба-Рамона:

$$L_m = \sum_i F_{\psi_i}\,\partial^M\psi_i\,\partial_M\psi_i + \frac{1}{12}F_H(\varphi)H^2. \tag{4.9}$$

Как уже отмечалось выше, если принять анзац (3.26), то к скалярному полю аксиона с лагранжианом (3.28) сводится также поле Калба-Рамона. В частности, в космологическом контексте мы будем полагать

$$\varepsilon = p_i = L_m = \sum_i{}' F_{\psi_i}\,\dot\psi_i^2/N^2 = \sum_i F_{\psi_i}\,\dot\psi_i^2/N^2 + F_h\dot h^2/N^2, \tag{4.10}$$

а штрих указывает на то, что соответствующая сумма включает также вклад поля аксиона. Для функций F_{ψ_i}, согласно (2.7) и (2.12), в E-представлении имеем

$$F_{\psi_l} = \tilde{F}_{\psi_l}/\tilde{F}_R, \quad F_h = \left(2\tilde{F}_H\tilde{F}_R\right)^{-1}. \tag{4.11}$$

Отсюда следует, что в древесном приближении, вследствие универсальности функций $\tilde{F}_k\left(= e^{-2\varphi}\right)$

$$F_{\psi_l} = 1, \qquad F_h = e^{4\varphi}/2. \tag{4.12}$$

Таким образом, для обычных скалярных полей (это относится также к полю дилатона) в древесном приближении представления Эйнштейна и Йордана совпадают, в то время как для поля аксиона это не так.

Из (4.10) следует, что для источника с лагранжианом (4.9) все коэффициенты a_l равны единице, откуда, в свою очередь, исходя из (4.2), получаем, что все коэффициенты b_l равны нулю. Для этих значений и для Риччи-плоских подпространств решение первого уравнения (4.1) в синхронной в Е-представлении системе координат по-прежнему задается соотношениями (4.5а). Из уравнения связи теперь имеем

$$\varepsilon + \dot{\phi}^2 = A(t_E - t_o)^{-2}, \qquad A = 1 - \sum_{l=1}^{p} n_l H_{l0}^2, \tag{4.13}$$

где плотность энергии с учетом (3.24) определяется соотношением

$$\varepsilon = \frac{1}{V_0^2(t_E - t_o)^2} \sum_l{}' \frac{C_l^2}{F_{\psi_l}}. \tag{4.14}$$

Подстановка этого выражения в (4.13) и интегрирование полученного уравнения приводят к следующему результату:

$$\ln|t_E - t_o| = \pm\int \left[\mathrm{A} - \sum_l{}' C_l^2 V_0^{-2}/F_{\psi_l}\right]^{-1/2} d\phi. \tag{4.15}$$

Здесь функции F_{ψ_l} связаны с соответствующими функциями струнного представления соотношениями (4.11). Зная функцию $\varphi(t_E)$, далее из уравнений (см. (3.23))

$$\frac{d\psi_l}{dt_E} = \frac{C_l}{V_0 F_{\psi_l}(\varphi)|t_E - t_o|}. \tag{4.16}$$

В древесном приближении с учетом выражений (4.12) из (4.15) для дилатона находим

$$e^{2\varphi} = \frac{A_1}{2}\left(|t_E - t_o|^{\alpha_1} + \frac{\alpha_2}{A_1^2}|t_E - t_o|^{-\alpha_1}\right),$$

$$\alpha_1 = \pm\sqrt{\left(\Lambda - \sum_l C_l^2 V_0^{-2}\right)(n-1)}\,, \quad \alpha_2 = 2C_h^2(n-1)/\alpha_1^2 V_0^2, \tag{4.17}$$

A_1 - постоянная интегрирования. В том же приближении из уравнений (4.16) получим

$$\psi_l = \psi_{lo} + \frac{C_l}{V_0}\ln|t_E - t_o|, \tag{4.18}$$

$$h = h_0 - \frac{4C_h}{\alpha_1 V_0 A_1^2}\left[|t_E - t_o|^{2\alpha_1} + \alpha_2/A_1^2\right]^{-1} \tag{4.19}$$

с постоянными интегрирования ψ_{lo} и h_o. Соответствующие решения в струнном представлении могут быть найдены преобразованием (4.7). Рассмотрим здесь простой случай нулевого поля Калба-Рамона, соответствующий значению постоянной $\alpha_2 = 0\ (C_h = 0)$. Синхронные временные координаты в струнном и Е-представлениях в древесном приближении связаны соотношением

$$t_s - t_{so} = \mathrm{const}\cdot|t_E - t_o|^{\frac{\alpha_1}{n-1}+1} \tag{4.20}$$

и решения струнного представления имеют вид

$$\tilde{R}_l \sim |t_s - t_{so}|^{\tilde{H}_{lo}}, \quad e^{2\varphi} \sim |t_s - t_{so}|^{\tilde{\alpha}_1}$$

$$\psi_l \sim \ln|t_s - t_{so}|, \quad \sum_{l=1}^{p} n_l \tilde{H}_{lo} = 1 + \tilde{\alpha}_1, \tag{4.21}$$

где постоянные выражаются через постоянные H_{lo} и α_1 в формулах (4.5а) и (4.17).

5. *Изотропные модели с искривленным пространством*. В предыдущем разделе мы рассмотрели космологические модели со скалярными полями и полем Калба-Рамона в случае Риччи-плоских подпространств. Здесь мы рассмотрим изотропные модели с искривленным пространством. Соответствующая система космологических уравнений в Е-представлении получается из (4.1):

$$\dot{H} + H\left(nH - \dot{N}/N\right) + N^2 k\frac{n-1}{R^2} = N^2 b_1 \varepsilon,$$

$$\ddot{\phi} + \dot{\phi}\left(nH - \dot{N}/N\right) = \frac{1}{2}N^2 \alpha\varepsilon, \tag{5.1}$$

где

$$b_1 = \frac{1-a_1}{2(n-1)}, \quad a_1 = \frac{p}{\varepsilon}. \tag{5.2}$$

Уравнение связи запишется в виде

$$N^2\varepsilon + \dot\phi^2 = n(n-1)\left(H^2 + kN^2/R^2\right). \tag{5.3}$$

Решение космологических уравнений существенно упрощается для источника с предельно жестким уравнением состояния $p = \varepsilon\ (a_1 = 1)$. В частности, как это было показано в предыдущем разделе, этому условию удовлетворяет совокупность скалярных полей и поля Калба-Рамона с лагранжианом (4.9). Для таких источников первое уравнение системы (5.1) совпадает с соответствующим вакуумным уравнением и наиболее просто решается в терминах конформного времени η, соответствующего калибровке $N = R$:

$$ds^2 = R^2\left(d\eta^2 - dl^2\right). \tag{5.4}$$

Теперь, интегрируя первое уравнение (5.1), для функции Хаббла получим

$$H^2 = B/R^{2(n-1)} - k, \tag{5.5}$$

где B - постоянная интегрирования. Отсюда следует, что для закрытых моделей $(k = 1)$ масштабный фактор меняется в конечном интервале $0 \le R \le R_m$, где $R_m = B^{1/2(n-1)}$. С учетом (5.5) из уравнения связи получаем

$$N^2\varepsilon + \left(\frac{d\phi}{d\eta}\right)^2 = \frac{n(n-1)}{R^{2(n-1)}}B \tag{5.6}$$

и поэтому, если плотность энергии неотрицательна, то таковой должна быть и постоянная B. Заметим, что решения с отрицательной B реализуются только для моделей с пространствами отрицательной кривизны, причем в этом случае масштабный фактор меняется в пределах

$$|B|^{1/2(n-1)} = R_{\min} \le R < \infty, \tag{5.7}$$

и соответствующие модели являются несингулярными:

$$R = R_{\min}\left[\operatorname{ch}(n-1)\eta\right]^{1/(n-1)} \tag{5.8}$$

Для решений с неотрицательной плотностью энергии еще одно интегрирование уравнения (5.5) приводит к следующему результату:

$$R = R_m\left|\frac{1}{\sqrt{k}}\sin\left[\sqrt{k}(n-1)\eta\right]\right|^{1/(n-1)}. \tag{5.9}$$

С учетом этого из уравнения связи для плотности энергии находим

$$N^2 \varepsilon + \left(\frac{d\phi}{d\eta}\right)^2 = \frac{kn(n-1)}{\sin^2\left[\sqrt{k}(n-1)\eta\right]}. \tag{5.10}$$

В качестве негравитационного источника рассмотрим систему с плотностью лагранжиана (4.9) и плотностью энергии (4.10), причем не будем конкретизировать значение n размерности пространства. Подстановка (4.10) в уравнение связи (5.10) приводит к следующему уравнению:

$$\frac{d\phi}{d\eta} = \frac{\pm\sqrt{k}}{\sin\left[\sqrt{k}(n-1)\eta\right]}\left[n(n-1) - R_m^{2(1-n)} \sum_l{}' \frac{C_l^2}{F_{\psi_l}}\right]^{1/2}, \tag{5.11}$$

интегрируя которое, для поля дилатона находим соотношение

$$\pm\ln\left|\frac{1}{\sqrt{k}}\operatorname{tg}\left[\sqrt{k}(n-1)\eta/2\right]\right| = (n-1)\int\left[\frac{n}{n-1}\left(\frac{\tilde{F}_R'}{\tilde{F}_R}\right)^2 - \frac{4\tilde{F}_\varphi}{\tilde{F}_R}\right]^{1/2} \times$$
$$\times\left[n(n-1) - R_m^{2(1-n)} \sum_l{}' \frac{C_l^2 \tilde{F}_R}{\tilde{F}_{\psi_l}}\right]^{-1/2} d\varphi. \tag{5.12}$$

Для заданных функций $\tilde{F}_k(\varphi)$ в лагранжиане (2.1) эта формула совместно с (5.9) определяет динамику соответствующей космологической модели. Для моделей с отрицательной плотностью энергии эволюция поля дилатона определяется из соотношения

$$\pm 2\operatorname{arctg}\left[e^{(n-1)\eta}\right] = (n-1)\int\left[\sum_l{}' \frac{C_l^2}{F_{\psi_l}} R_{\min}^{2(1-n)} - n(n-1)\right]^{-1/2} d\phi, \tag{5.13}$$

а масштабный фактор имеет вид (5.8). Далее мы будем рассматривать модели с неотрицательной плотностью энергии.

Для заданной функции $\varphi(\eta)$, определяемой из (5.12), зависимость остальных полей от времени определяется из уравнения (3.23):

$$\frac{d\psi_l}{d\eta} = \frac{C_l}{R_m^{n-1}} \frac{\sqrt{k}\, F_{\psi_l}^{-1}(\varphi)}{\sin\left[\sqrt{k}(n-1)\eta\right]}. \tag{5.14}$$

В частности, при $\psi_l = h$ получаем уравнение для поля аксиона. В дальнейшем удобо ввести новую переменную z согласно

$$z = \left|\frac{1}{\sqrt{k}}\operatorname{tg}\left[\sqrt{k}(n-1)\eta/2\right]\right|. \tag{5.15}$$

Формула (5.9) для масштабного фактора теперь запишется в виде

$$R = R_0\left(\frac{z}{1+kz^2}\right)^{1/(n-1)} \tag{5.16}$$

Приведенные выше решения написаны через конформное время η. Оно связано с синхронной временной координатой t_E эйнштейновского представления соотношением

$$t_E - t_o = \pm\int R d\eta = \pm\frac{2R_0}{n-1}\int_0^z \frac{z^{1/(n-1)}\,dz}{\left(1+kz^2\right)^{n/(n-1)}}, \tag{5.17}$$

где интеграл в правой части можно выразить через гипергеометрическую функцию. Соответствующие решения в струнном представлении можно найти преобразованием (4.7). Для открытых моделей ($k=-1$) переменная z меняется в пределах $0 \le z \le 1$, при этом, как это следует из (5.17), временная координата t_E не ограничена. В случае закрытых моделей $0 \le z < \infty$, а t_E меняется в конечных пределах:

$$|t_E - t_o| \le t_{Em}, \quad t_{Em} = \frac{R_0}{n-1}B\left(\frac{n}{2(n-1)}, \frac{n}{2(n-1)}\right), \tag{5.18}$$

где $B(x,y)$ - бета-функция Эйлера.

Рассмотрим полученные решения в древесном приближении, когда соответствующие функции E-представления определяются соотношениями (4.12). Интегрирование (5.14) теперь приводит к результату

$$\psi_l = \psi_{l1}\ln z + \psi_{l0}, \quad \psi_{l1} = \frac{C_l}{(n-1)R_m^{n-1}}. \tag{5.19}$$

Аналогичным образом, из соотношения (5.12), для поля дилатона находим

$$e^{2\varphi} = \left(A_1 z^{\pm\beta_1} + \beta_2 z^{\mp\beta_1}/A_1\right)/2, \tag{5.20}$$

где A_1 - постоянная, а β_i связаны с ранее введенными постоянными соотношениями

$$\beta_1 = \left[n - R_m^{2(1-n)}\sum_l C_l^2/(n-1)\right]^{1/2}, \quad \beta_2 = 2C_h^2\Big/\left[n(n-1)R_m^{2(n-1)} - \sum_l C_l^2\right]. \tag{5.21}$$

Как это следует из (5.20) для моделей с отличным от нуля полем Калба-Рамона значение поля дилатона ограничено снизу неравенством $e^{4\varphi} \ge \beta_2$. Отсюда в качестве необходимого условия существования области слабой связи получаем: $\beta_2 \ll 1$. С учетом выражения древесного приближения $F_h = e^{4\varphi}/2$ для поля аксиона из уравнения (5.14) получим

$$h = h_0 \mp \frac{4C_h}{(n-1)\beta_1 R_m^{n-1}} \left(A_1^2 z^{\pm 2\beta_1} + \beta_2\right)^{-1} \tag{5.22}$$

с новой постоянной интегрирования h_0. Для масштабного фактора и синхронной временной координаты t_s струнного представления из соотношений (4.7) находим

$$\tilde{R} = \tilde{R}_0 \left(z \frac{z^{\pm\beta_1} + \beta_2 z^{\mp\beta_1}/A_1^2}{1+kz^2} \right)^{1/(n-1)}, \quad t_s - t_{s0} = \frac{\pm 2}{n-1} \int_0^z \frac{\tilde{R}(z)dz}{1+kz^2}. \tag{5.23}$$

Как и в E-представлении, здесь временная координата t_s меняется в конечных пределах для закрытых моделей и неограничена при $k=0,-1$. В пределе $z \to 0$ все решения стремятся к решению с плоским пространством, причем в E-представлении

$$\begin{gathered} R \sim |t_E - t_0|^{1/n}, \quad e^{2\varphi} \sim |t_E - t_0|^{\beta_3 \frac{n-1}{n}}, \quad t_E \to t_0 \\ \beta_3 = -\beta_1 \text{ при } \beta_2 \neq 0, \ \beta_3 = \pm\beta_1 \text{ при } \beta_2 = 0, \end{gathered} \tag{5.24}$$

а в струнном представлении

$$\tilde{R} \sim |t_s - t_{s0}|^{\frac{1+\beta_3}{n+\beta_3}}, \quad |t_s - t_{s0}| \sim |t_E - t_0|^{\frac{n+\beta_3}{n}}, \quad t_s \to t_{s0} \tag{5.25}$$

Для моделей с нулевыми скалярными полями ψ_l постоянная $\beta_1 = \sqrt{n}$ и получаем решения, ранее рассмотренные в [39].

При $n=3$, введя новую временную координату t, согласно

$$2kt^2 = t_+^2 + kt_-^2 - \left(t_+^2 - kt_-^2\right)\cos 2\sqrt{k}\eta, \quad z = \sqrt{\frac{t^2 - t_-^2}{t_+^2 - kt^2}} \tag{5.26}$$

и выбирая $R_m^2 = \frac{1}{2}\left(t_+^2 - kt_-^2\right)$ для частных значений постоянных интегрирования $\psi_{l1} = -1$, $\beta_1 = 1$, получим решения, которые ранее были найдены в работе [43] исходя из $5D$ решения [52,53].

Работа выполнена в рамках гранта 96-855 Министерства науки и просвящения Республики Армения.

Ереванский государственный
университет, Армения

ON STRING COSMOLOGY WITH HIGHER GENUS CORRECTIONS

A.A.SAHARIAN

The homogeneous cosmological models are investigated within the framework of the low-energy effective string gravity with higher genus corrections. The various conformal frames are considered. For the general case of the loop correction functions the cosmological solutions are found with dilaton, moduli fields and Kalb-Ramond field in the case of arbitrary constant spatial curvature. They generalize the previously known tree level solutions.

ЛИТЕРАТУРА

1. *A.Sen*, Int. J. Mod. Phys., **A9**, 3707, 1994.
2. *J.H.Schwarz*, Lett. Math. Phys., **34**, 309, 1995.
3. *M.Duff*, Nucl. Phys., **B442**, 47, 1995.
4. *C.Hull*, *P.Townsend*, Nucl. Phys., **B438**, 109, 1995.
5. *E.Witten*, Nucl. Phys., **B443**, 85, 1995.
6. *C.Vafa*, Nucl. Phys., **B469**, 403, 1995.
7. *P.Horava*, *E.Witten*, Nucl. Phys., **B460**, 506, 1996.
8. *J.Schwarz*, preprint CALTECH-68-2065 (hep-th/9607201); CALTECH-68-2034 (hep-th/9601077).
9. *A.Sen*, preprint MRI-PHY-96-28 (hep-th/9609176).
10. *J.Polchinski*, *E.Witten*, Nucl.Phys., **B460**, 525, 1996.
11. *E.Witten*, Nucl. Phys., **B471**, 121, 1996.
12. *S.Ferrara*, preprint CERN-TH/96-288.
13. *T.Banks*, preprint RU-94-91.
14. *R.R.Khuri*, preprint CERN-TH/95-57.
15. *M.J.Duff*, *R.R.Khuri*, *J.X.Lu*, Phys. Rep., **259**, 213, 1995.
16. *A.Strominger*, *C.Vafa*, Phys. Lett., **B379**, 99, 1996.
17. *P.Kanti*, *K.Tamvakis*, preprint CERN-TH/96-233 (hep-th/9609003).
18. *M.Mueller*, Nucl. Phys., **B337**, 37, 1990.
19. *G.Veneziano*, Phys. Lett., **B265**, 287, 1991.
20. *A.A.Tseytlin*, Class. Quantum Grav., **9**, 979, 1992.
21. *A.A.Tseytlin*, Int. J. Mod. Phys., **D1**, 223, 1992.
22. *P.Binetruy*, *M.K.Gaillard*, Phys. Rev., **D34**, 3069, 1986.
23. *B.A.Campbell*, *A.Linde*, *K.A.Olive*, Nucl. Phys., **B355**, 146, 1991.
24. *M.C.Bento*, *O.Bertolami*, *P.M.Sa*, Phys. Lett., **B262**, 11, 1991.
25. *J.A.Casas*, *J.Garcia-Bellido*, *M.Quiros*, Nucl. Phys., **B361**, 713, 1991.
26. *J.Garcia-Bellido*, *M.Quiros*, Nucl. Phys., **B368**, 463, 1992.

27. *M.C.Bento*, *O.Bertolami*, Class. Quantum Grav., **12**, 1919, 1995.
28. *R.Poppe*, *S.Schwager*, Phys. Lett., **B393**, 51, 1997.
29. *J.D.Barrow*, *K.E.Kunze*, Phys. Rev., **D55**, 623, 1997.
30. *R.Easther*, *K.Maeda*, Phys. Rev., **D54**, 7252, 1996.
31. *M.Gasperini*, preprint CERN-TH/96-330 (gr-qc/9611059).
32. *H.Lu*, preprint CTP-TAMU-51-96 (hep-th/9610107).
33. *M.Gasperini*, *J.Maharana*, *G.Veneziano*, Nucl. Phys., **B472**, 349, 1996.
34. *T.Damour*, *A.Vilenkin*, Phys. Rev., **D53**, 2981, 1996.
35. *M.Gasperini*, *G.Veneziano*, Astropart. Phys., **1**, 317, 1993; Mod. Phys. Lett., A8, 3701, 1993; Phys. Rev., **D50**, 2519, 1994; Phys. Lett., **B387**, 715, 1996.
36. *J.Levin*, Phys. Rev., **D51**, 1536, 1995.
37. *N.Caloper*, *R.Madden*, *K.A.Olive*, Nucl. Phys. **B452**, 677, 1995; Phys. Lett., **B371**, 34, 1996.
38. *R.Easther*, *K.Maeda*, *D.Wands*, Phys. Rev., **D53**, 4247, 1996.
39. *E.J.Copeland*, *A.Lahiri*, *D.Wands*, Phys. Rev., **D50**, 4868, 1994; **D51**, 1569, 1995.
40. *A.A.Саарян*, Астрофизика, **38**, 101, 1995.
41. *A.A.Саарян*, Астрофизика, **38**, 291, 1995; **38**, 448, 1995; **40**, 233, 1997; **40**, 1997.
42. *A.A.Саарян*, Астрофизика, **39**, 279, 1996.
43. *K.Behrndt*, *SFörste*, Nucl. Phys., **B430**, 441, 1994.
44. *J.Lèvin*, *K.Freese*, Nucl. Phys., **B421**, 635, 1994..
45. *T.Damour*, *A.M.Polyakov*, Nucl. Phys., **B423**, 532, 1994.
46. *М.Грин*, *Дж.Шварц*, *Э.Виттен*, Теория суперструн, т.1, 2. Мир, М., 1990.
47. *C.Lovelace*, Phys. Lett., **B135**, 75, 1984.
48. *E.S.Fradkin*, *A.A.Tseytlin*, Phys. Lett., **B158**, 316, 1985; Nucl. Phys., B261, 1, 1985.
49. *C.G.Gallan*, *D.Friedan*, *E.J.Martinec*, *M.J.Perry*, Nucl. Phys., **B262**, 593, 1985.
50. *D.Gross*, *J.Sloan*, Nucl. Phys., **B291**, 41, 1987.
51. *E.Kiritsis*, *C.Kounnas*, *P.M.Petropoulos*, *J.Rizos*, preprint CERN-TH/96-91.
52. *G.W.Gibbons*, *K.Maeda*, Nucl. Phys., **B298**, 741, 1988.
53. *T.Horowitz*, *A.Strominger*, Phys. Rev. Lett., **61**, 2930, 1991.