

THE UNIVERSITY OF CHICAGO  
LIBRARY  
OF THE DIVISION OF THE PHYSICAL SCIENCES  
CHICAGO, ILL.

Պրոֆ. Գ. Գ. Անանյան

515  
Ա-55

ՀԱՅԿԱՅԻՆ ԷՆՍԿԼՈՊԵԴԻԱ

Գ. ԾԱԳՐԱԿԱՆ

ՅԵՐԿՐԱԶԱՓՈՒԹՅԱՆ ԴԱՍԸՆԹԱՑ  
ԻՆԴՈՒՍՏՐԻԱԼ ԲՏՈՒՋՆԵՐԻ ԶԱՄԱՐ

1895



ՀԱՍՏԱՏՈՒՄ ԳԵՄԱԿԱՆ ՀՐԱՏԱՐԱԿԶՈՒԹՅՈՒՆ

ՅԵՐԵՎԱՆ

1988

A  $\frac{5}{14142}$

## Ա Ռ Ա Ջ Ա Ր Ա Ն

Դիրքը կազմված է ինդուստրիալ բուռնների համար, վորով կանխորոշվում է նրա բովանդակութունը: Մինչդեռ շինարարական և նարտարակետական բուռնների համար ծրագրերն երում և կուրսերում ամբողջ դասընթացի մեջ կարմիր թելով անցնում է սովերների կառուցումը և մեծ տեղ է հատկացվում հեռանկարին, սույն կուրսում բոլորովին բացակայում են գծագրական յերկրաչափության այդ բաժինները:

Ինդուստրիալ բուռնների հիմնական դիտարկումների ուսումնասիրության ուղին ընկնում է ֆիզիկայի, մաթեմատիկայի, մեխանիկայի գծագրական յերկրաչափության վրայով, վորովհետև ամենից առաջ մենք պիտի դրսևորենք արտադրական պրոյեկտի ֆիզիկական եյությունը, պիտի տանք մեխանիկա-մաթեմատիկական հիմնավորում և գրաֆիկ ձևավորում:

Ինդուստրիալ բուռններում տեխնիկական գծագրությունն առավելապես ունի մեքենայինական թեքում և զրա համար գծագրական յերկրաչափությանը, վորը հիմք է հանդիսանում գծագրության, տված է մեքենայինական թեքում:

Վրմանք այդ հասկանում են այնպես, վոր իբր թե անհրաժեշտ է ծանրաբեռնել գծագրական յերկրաչափության կուրսը մեքենայինական ախլի գծագրերով, վորը հաճախ տալիս է զուտ արտաքին, զուտ ցուցական ձև չեղինակը հրաժարվել և այդ յեղանակից և դնացել և աստիճանաբար՝ ներքին պատրաստման ճանապարհով գնալի մեքենայինական գծագրությունը, ավարտելով այդ ներքին պատրաստումը մի հոդվածով՝ «Անցում գծագրական յերկրաչափությունից մեքենայինական գծագրության»:

Բայց կուրսը սրանով չի սահմանափակվում, այլ յուր զարգացման ընթացքում տալիս է տարածական հարցերի և խնդիրների լուծման մեթոդներ:

Այստեղ մենք յայն կերպով ոգտվում ենք պրոյեկցիանների հարթության փոփոխման մեթոդից և յերևան ենք հանում այդ մեթոդի

բոր անավելութիւնները, մինչդեռ մի շարք հեղինակներ այդ մեթոդն անտեսում են, կամ նրանից սակավ են ոգտւում: Պրոյեկցիաների հարթութիւնների փոփոխման մեթոդի այսպիսի լայն ոգտադրումը տալիս է կուրսի կառուցմանը նոր ուղղութիւն:

Հեղինակն աշխատել է ռեյեֆ կերպով ակնբախ դարձնել ամբողջ կուրսում խնդրի լուծման մեթոդը, ցույց տալով միայն մի քանի կետերի կառուցումը և հաճախ այդ կառուցումների ընթացքը նշելով սլաքներով:

Առաջնորդվելով խնդրի լուծման այս ուղիով, հեղինակը տալիս է բազմանիստերի, գլանաձև, կոնաձև մակերևութիւնների և պատման մարմինների մակերևութիւնների կառուցման սքեմաները:

Այդ սքեմաների կիրառումը փայլուն կերպով նշում և յերկրաչափական մարմինների մակերևութիւնների փոխադարձ հատմանը պատկանող կետերը դառնելու յեղանակները:

Կուրսում որթողոնալ պրոյեկցիաների հետ միասին արվում են ակոնոմետրիկ պրոյեկցիաների հիմունքները և շատ խնդիրներ լուծվում են դուզահեռաբար յերկու մեթոդով, փոխադարձաբար լուսաբոնելով իրար և ցույց տալով խնդրի լուծման ընդհանրութիւնն ըստ յերկու մեթոդների:

Սկզբում յենթադրվում էր դժադրական յերկրաչափութիւնը հրատարակել յերկու մասով և առաջին մասն արդեն լույս և տեսել 1929 թվից չորս հրատարակութեամբ:

Այժմ այս հինգերորդ հրատարակութիւնում վորոշված և յերկու մասը միացնել, հասցնելով նյութը դժադրական յերկրաչափութեան նախատեսված ծրագրի ծավալին, վոր հաստատված է ԽՍՀՄ Կենտրոնական յից Համամիութենական բարձրագոյն տեխնիկական հրժութեան Կոմիտեյի կողմից (ծրագիր № 73, հաստատված 20-IV-34 թ.) և աւել համապատասխան անուն <sup>1)</sup>:

Շնորհիվ գծադրերի կրկնակի համարակալման՝ կուրսից հեշտութեամբ կարելի է անջատել նրա մի մասը, յեթն անհրաժեշտ և նյութը համառոտել ժամերի քիչ քանակի պատճառով: Համարներն առնված են շրջանակների մեջ:

Խնդիրները յեն սատցել մեծ դարգացում, վորովհետև հեղինակը լույս և ընծայում դժադրական յերկրաչափութեան հատուկ խնդրագրերի լրացումն տվյալ կուրսի:

Ք. ԼԵՆԻՆԳՐԱԴ

2/III—1935 թիվ:

Պրոֆեսոր Դ. Աճառով

<sup>1)</sup> Բայց գաւընթացի կարգավորման պայմաններին համապատասխան ստեղծված յեղանգ վորոշ չափով ընդարձակել միջանի բաժիններ, վորը կարելի յէ ի հաշիվ ուսանողի ինքնուրույն աշխատանքի կատարել:

## ԿԱՌՈՒՑՈՒՄՆԵՐ

## ՆԵՐԱՅՈՒԹՅՈՒՆ

## a) Դժադրական յերկրաչափության առարկան

Մեր մաքերի արտահայտման այն յեղանակները (բանավոր խոսք և գիր), վորոնցով մենք ողտվել ենք մինչև այժմ, բոլորովին անհարձն հանդիսանում, յերբ խոսք և լինում առարկայի այնպիսի նկարագրման մասին, վոր հնարավոր լինի գաղափար կազմել առարկայի ձևի և չափերի վերաբերմամբ:

Մենքնայի և կառուցվածքի ամենապարզ մասը հնարավոր չե բառերով այնպես մանրամասն նկարագրել, վոր մենք կարողանայինք միայն նկարագրությունից պարզ պատկերացնել տվյալ մասի ձևը և չափերը: Փոխադարձ զստավորումը, ձևը, յելուստների, խորշերի, անցքերի, կլորացման և ուրիշ ելեմենտների չափերը վորևե տվյալ մասի համար տնկարելի չե տալ նկարագրությամբ: Յեվ ահա մեզ ողնության և գալիս մեր մաքերի արտահայտման մի յեղանակ ևս—գծագրի յեղանակը:

Դժագիրը գրաֆիկորեն պատկերացնում և թղթի վրա մեր տեխնիկական մաքերն ըստ վորևե մասնագրիության և ներկայացնում երկրենից տեխնիկական գիր:

Մեր խնդիրն և—կարողանալ ճիշտ կազմել այդ տեխնիկական գրերը—գծագրերը և ուրիշ անձնավորության կազմածը կարողանալ կարգալ, այսինքն հասկանալ: Այդ «տեխնիկական գիրը», ինչպես յուրաքանչյուր գիր, պիտի ունենա իր այբուբենը և քերականությունը, վորպիսին հանդիսանում և գծագրական յերկրաչափությունը:

Այսպիսով գծագրական յերկրաչափությունը (ուսումնասիրելով գծագրի կազմելու ելեմենտներ) կազմում և գծագրության հիմքը: Բայց գծագրական յերկրաչափության խնդիրը սրանով չի սահմանափակվում:

Գծագրական յերկրաչափությունը լուծուած և տարածական խնդիրներ, այսինքն յեռաչափ խնդիրներ (վորոնց անմիջական լուծումը առանց Թանգարժեք և դժվար պատրաստվող մոդելներէ անհնարին և) պարզ հարթ գծագրերի միջոցով, վորոնք կոչվում են պրոյեկցիաներ, և տալիս և այդ խնդիրներէ լուծման մեթոդները:

Բացի դրանից, գծագրական յերկրաչափությունը հարկադրելով ուսանողին լուծել տարածական յերկրաչափական խնդիրներ, ազդում և նրա յերեւակայության վրա, վերջինիս աստիճանաբար զարգացման մաքով:

Տարածական մտածողության ունակությունը կա մեղանից յուրաքանչյուրում, սակայն վոչ այն աստիճան զարգացած, վորն անհրաժեշտ և վորեւ մասնագիտության խնժենների վորովհետև առանց յերեակայության բաղաբար զարգացման հնարավոր չն վոչ մի նախագծում, ուստի մենք գործի ալդ կողմի վրա պիտի հատուկ ուշադրութիւն դարձնենք:

Այսպիսով, գծագրական յերկրաչափության ուսումնասիրումը բարձրագույն տեխնիկական դպրոցներում ունի յերեք խնդիր.

1. Մտածել գծագրության հիմք:

2. Տալ տարածական, յերկրաչափական և խնժեներական խնդիրների լուծման մեթոդներ պրոյեկցիաների ոգնությամբ:

3. Լինել յերեակայության զարգացման միջոց:

Գծագրական յերկրաչափությունը հիմնված և պրոյեկտելու մեթոդների վրա և տալիս և միջոցներ պրոյեկտման մեկ մեթոդից անցնել մյուսին:

Գծագրական յերկրաչափությունը (որթոգոնալ պրոյեկցիաները) առաջին անգամ ծագել և Ֆրանսիայում և նրա հեղինակն և XVIII դարի վերջի և XIX դարի սկզբի ակադավոր դիտնականներից մեկը՝ Գասպար Մոմօր (1746—1818): Որթոգոնալ պրոյեկցիաները շատերը անվանել են և անվանում են Մոմօի մերուդ: Գասպար Մոմօը հնարավորութիւն ունեցավ հրապարակել իր մեթոդը միայն 1795 թվին, վորովհետև մինչև այդ ժամանակ, մոտ 20 տարվա ընթացքում Մոմօը կարող եր ոգաագործել այս իր մեթոդը և կարգալ դասախոսութիւններ գծագրական յերկրաչափությունից Մեդիերի դպրոցում, բայց դրանից դուրս տարածել այդ դասախոսութիւնները կառավարութիւն կողմից արգելված եր: Ահա թե ինչ և գրում պրոֆեսոր Վ. Ի. Կուրդյումովը ալդ առթիւ. «Նրա նոր յերկրաչափությանը սկզբում վերաբերվեցին մեծ անպատահությամբ, իսկ յերը համոզվեցին յերկրաչափական խնդիրների լուծման նոր մեթոդների խոշոր առավելութիւններին, Մեդիերում հիմնվեց գծագրական յերկրաչափության ամբիոն: Քույրաբերելով դասախոսութիւններ կարդալը, Մոմօին, սակայն,

արդիւնքին տապաքել վորեւ բան, վախենալով, վոր չլինի թե ոտաբերկրացիներն ոգւովն գրանիցաւ:

Այսպես ծագեց սկզբունքն որթողնաւ պրոյեկցիաների, վորոնք ուղղանկյուն պրոյեկցիաներ են յերկու, յերեք կամ մի քանի հարթութիւնների (մինչև վեց) վրա: Դրա համար գծագրական յերկրաչափութեան սույն հրատարակվող կուրսում հետազայում մենք բորթողնաւ պրոյեկցիաները տերմինի փոխարեն գործածում ենք բուղղանկյուն պրոյեկցիաները տերմինը: Այս վերջին տերմինը սկանակին գործի ելութեան մասին ավելի պարզ հասկացողութեանն է աւելի:

Դասպար Մոնթի մեթոդը 1795 թվից հետո արագ տարածվում է Յեմբրուպի մյուս պետութիւններում, վորովհետև այդ մեթոդի խոշոր ոգուաւ բոլորի համար ակներև էր: Մեզ մոտ հասավ Մոնթի մեթոդը վորոշ ուշացումով՝ միայն 1816 թվին, Մոնթի աշակերտներից մեկի Պալմիի միջոցով, վորը հրատարակեց գծագրական յերկրաչափութեան կուրսը Ֆրանսերեն լեզվով 1816 թվին, վորը նույն թվին փոխադրվում է ռուսերենի Յա. Ա. Սևասիւմսովի կողմից: Այս գծագրական յերկրաչափութեան առաջին կուրսի ռուսերեն լեզվով յերևան դալուց հետո նա արագ սկսում է տարածվել մեզ մոտ:

Դժագրական յերկրաչափութեան հետագա հեղինակներին միայն մնաց լայնացնել և կատարելագործել յերկրաչափական խնդիրների լուծման մեթոդներն որթողնաւ պրոյեկցիաների ոգնութեամբ: Բայց որթողնաւ պրոյեկցիաները, չնայած իրենց խոշոր արժեքներին, ունեն նաև մի թերութեան—անբավարար ակներևութեան:

Յեթև առարկայի գլխավոր (յերկարութեան, լայնութեան և բարձրութեան) չափերը դնենք կոորդինատային առանցքների ուղղութեամբ, ապա որթողնաւ պրոյեկցիաներում կտացվի գծագրի դյուրաչափելիութեան: Որինակ, ուղղանկյուն դուգանկանիստը՝ դասավորված տարածութեան մեջ այնպես, ինչպես մատնանշված է վերևում, պատկերանում է հորիզոնական և վերաիկալ հարթութիւնների վրա ուղղանկյունների ձևով, վորոնց կողմերը կներկայացնեն հենց համաժողովարարական չափերը:

Այդպիսի յերկու ուղղանկյուն պրոյեկցիաները միանգամայն դյուրաշափելի յեն, բայց ակներախ չեն և բացի դրանից, ուրիշ դեպքերում անորոշ են (տես սույն գտարնթացի՝ յերեք հարթութիւնների վրա պրոյեկտման անհրաժեշտութեան պարզաբանման բաժինը): Դրա համար բոլորովին բնական է գծագրական յերկրաչափութեան մյուս հեղինակների ձգտումը՝ աւել պրոյեկտման այնպիսի մի մեթոդ, վորի շնորհիվ, բացի դյուրաչափութեանից, ստացվի նաև ակներախութեան:

Հայտնի անգլիական գիտնական՝ Կեմբրիջի համալսարանի պրոֆեսոր Վիլլիամ Ֆարիչ (William Farich), ձգտելով պարարաստել այն բան-

վորենքի և վարպետների համար, վորոնք դժվարությամբ յեն հասկա-  
նում բարդ գծագրեր, վերջիններին մասնագիտության պատկանող տար-  
րեր առարկաների այնպիսի պատկերներ, վորոնք միաժամանակ լինելին  
և ակնբախ, և դուրաշափելի, 1820 թվին հնարել և ամեն տեսակ յերկ-  
րաշափական մարմնի պրոյեկտման հատուկ մեթոդ մեկ հաջող ընտրած  
պրոնկցիոն հարթության վրա, վորն այս դեպքում կոչվում և պատ-  
կեքի հարթություն: Տարվելով իր պրոյեկցիաների նոր յեղանակով,  
վոր կիրառվում եր տեխնիկական բնույթ ունեցող պրակտիկ խնդրե-  
րների լուծման համար, Վ. Ֆերիլը թողեց համալսարանի զբաղեցրած  
իր ֆիզիկայի ամբիոնը և սկսեց չրջել Անգլիայի արդյունաբերական  
քաղաքների ֆաբրիկները և նործարանները, սովորեցնելով այնտեղ  
բանվորներին և վարպետներին տեխնիկական գծագրեր կազմելու նոր  
յեղանակը:

Վ. Ֆերիլը անվանեց իր մեթոդը «իզոմետրիկ պերսպեկտիվ»  
(հեռանկար):

Հետագա հեղինակները զարգացրեցին և ընդհանրացրին Վ. Ֆե-  
րիլի մեթոդը, և այս յեղանակով ստեղծվեց ակադեմիստիան, այսինքն  
պրոյեկտման այնպիսի մեթոդ, յերբ պատկերային հարթության վրա  
միաժամանակ պատկերանում են վոչ միայն տվյալ կետերի պրոյեկ-  
ցիաները, այլև կոորդինատային առանցքների պրոյեկցիաները և կե-  
տերի կոորդինատները պրոյեկցիաները:

## b) Ընդհանուր գաղափար կոնական պրոյեկտման մեթոդի մասին

Տարածության մեջ ունենք դիցուք ABC յեռանկյունին, հար-  
թությունը K և կետը S (գծ. 1):

Պայմանավորվենք հարթությունը K անվանել պրոյեկցիոնի  
հարթություն և S կետը—տեսակետ: ABC յեռանկյան գագաթներից  
տանում ենք գծեր՝ AS, BS և CS դեպի տեսակետ S: Այս գծերը կոչ-  
վում յեն պրոյեկտող գծեր կամ պրոյեկտող հառաքայթներ:

Պրոյեկտող գծերի հատումները պրոյեկցիաների հարթության հետ  
կոչվում են կետերի պրոյեկցիաներ և նշանակվում են փոքր տառերով:

Այսպիսով, գծ. 1 վրա a, b, c կետերը A, B, C կետերի կոնական  
պրոյեկցիաներն են հանդիսանում, իսկ յեռանկյունի abc (փոքր յե-  
ռանկյունին) կլինի ABC յեռանկյան կոնական պրոյեկցիան:

Ինքը պրոյեկտման մեթոդը, յերբ պրոյեկտող գծերը հանդիպում  
են մի կետում, կոչվում և կոնական պրոյեկտման մեթոդ:

Դիցուք տեսակետը սկսում ե հեռանալ պրոյեկցիաների հարթությանից ե հեռանում ե դեպի անսահմանություն: Այս դեպքում պրոյեկտոր ճառագայթները կլինեն իրար զուգահեռ: Այս զուգահեռ գծերը հասնում ենք պրոյեկցիաների հարթության հետ ե 1a գծագրի վրա ստանում ենք ալոպես կոչված յեռանկյան գլանական պրոյեկցիան:

Խնքը մեթոդը կոչվում ե գլանական կամ զուգահեռ պրոյեկտման մեթոդ, վորը նալած զուգահեռ ճառագայթների թեքության դեպի պրոյեկցիաների հարթությունը, բաժանվում ե յերկու մեթոդի՝

1) ուղղանկյուն պրոյեկտման մեթոդ ե

2) շեղանկյուն պրոյեկտման մեթոդ:

Հետադալում կդիտենք զուգահեռ պրոյեկտման ալգ յերկու մեթոդները: Նկատենք, վոր ուղղանկյուն պրոյեկցիաները հաճախ կոչվում են որթողոնալ պրոյեկցիաներ:

1a գծագրի վրա կետերի զուգահեռ պրոյեկցիաները, ալսինքն՝ մեր յեռանկյան գաղաթները նույնպես նշանակված են փոքր-ա, Ե, Ը տառերով: Ուրեմն, աԵԸ յեռանկյունին ներկայացնում ե ABC յեռանկյան զուգահեռ պրոյեկցիան: Հետադալում, ինչպես կբացատրվի, մենք կնշանակենք կետերի զուգահեռ պրոյեկցիաները փոքր տառերով՝ նշաններով կամ առանց նշանների, նալած այն հարթություններին, վորոնց վրա մենք պրոյեկտելու յենք:

## Գ Լ Ո Ւ Ն Ի

### ՈՒՂԱՆԿՑՈՒՆ ՊՐՈՅԵԿՏՄԱՆ ՄԵԹՈԴ

#### § 1. Կետի պրոյեկտման մի հարթության վրա

Կետի ուղղանկյուն պրոյեկցիան տվյալ հարթության վրա կոչվում ե այն ուղղահայացի հիմքը, վորը թողած ե կետից տվյալ հարթության վրա: Իբրեւ պրոյեկցիաների հարթություն կարելի ե ընդունել հորիզոնական, վերտիկալ կամ վորեւ մի ուրիշ հարթություն: Առաջին հերթին մենք կետը կպրոյեկտենք հորիզոնական հարթության վրա, վորը սովորաբար նշանակում են H-ով: Ուրեմն, արտահայտությունը՝ «պրոյեկտել կետը H հարթության վրա» համասարադոր ե արտահայտությանը՝ «պրոյեկտել կետը պրոյեկցիաների հորիզոնական հարթության վրա»:

Դժ. 1. Վրա ունենք ալոպես կոչված ճառագայթներ, վորն աչքի ե ընկնում ալնրախությունը, փոխաբերում ե մոդելը:

Հետագայում մենք շատ հարցեր լուսարանելու յենք այդպիսի ակնբախ տարածական գծազրկերով: 1<sub>1</sub> գծ. վրա զուգահեռագիծը պայմանորեն պատկերացնում է H հարթությունը:

Վերտիկալ կետավոր գիծը գծ. 1<sub>1</sub> վրա ներկայացնում է A կետից դեպի H հարթությունը թողած ուղղահայացը: Այդ ուղղահայացի վրա կա սլաք, վոր ցույց է տալիս կառուցման բնթացքը, այսինքն, վերցված է տարածության մեջ A կետը և նրանից թողած է ուղղահայաց դեպի H հարթությունը:

Ուղղահայացի հիմքը նշանակում ենք a և անվանում ենք նրան, ինչպես ասված էր, A կետի հորիզոնական պրոյեկցիա: Ամբողջ կուրսի ընթացքում տարածության կետերը նշանակելու ենք A, B, C մեծատառերով, իսկ նրանց համապատասխան պրոյեկցիաները՝ a, b, c փոքրատառերով:

Որինակ գծ. 2 վրա տված են չորս կետեր A, B, C և D և նրանց հորիզոնական պրոյեկցիաները: 2 գծ. վրա տեսնում ենք, վոր A և B կետերը գտնվում են H հարթությունից բարձր, D կետը գտնվում է H հարթությունից ցածր և, վերջապես, C կետը գտնվում է H հարթության վրա:

1<sub>1</sub> և 2 գծ. վրա ունենք տարածական գծազրկեր, վորոնք փոխաբերվում են մոդելները: Մենք հարթությունը վերցնում ենք ուղղահայան ձևով, իսկ այստեղ տարածական գծազրկերի վրա նա պատկերացված է զուգահեռագծի ձևով:

Դիցուք 3 գծ. վրա H հարթությունը պատկերացված է ուղղահայան ձևով և նրա վրա քաշված է A կետի հորիզոնական պրոյեկցիան: Դժադիր 3 համապատասխանում է 1<sub>1</sub> տարածական գծազրկին: 4 գծ. վրա պատկերացված է հորիզոնական H հարթությունը և A, B, C և D կետերի հորիզոնական պրոյեկցիաները, վորոնք համապատասխանում են 2-րդ տարածության գծազրկի կետերին: Միայն կետերի հորիզոնական պրոյեկցիաներով (գծ. 3 և 4) չի կարելի դասել այդ կետերի տեղերի մասին տարածության մեջ: Այն հարցին, թե, որինակ՝ վորտեղ է գտնվում A կետը, 3 և 4 գծազրկերի միջոցով մենք ճիշտ պատասխանել չենք կարող:

Մենք միայն կարող ենք ասել, վոր A կետը գտնվում է այն ուղղահայացի վրա, վոր կանգնեցրած է H հարթության վրա a կետում: Բայց թե այդ ուղղահայացի վրա հատկապես վորտեղ է գտնվում A կետը, այդ մենք ճիշտ մատնանշել չենք կարող: Միայն կարող կլինենք այն ժամանակ, յերբ կժանոթանանք. գծազրկական յերկրաչափության մի փոքր բաժնի հետ, վորը կոչվում է ռեթիկան նշաններով պրոյեկցիաներ: Կամ ռեթիկանակիր պրոյեկցիաներ: Այստեղ վերևում դրված հարցը լուծվում է կետերի հորիզոնական պրոյեկցիա-

ներին ինց լրացուցիչ թվանշաններ դնելով Այդ կետերի հորիզոնական պոչակեցիաներին կից նիշերը կոչվում են քվակամ մեամենք կամ պարզորեն կետերի մեամենք։ Նրանք արտահայտում են միավոր չափերով (մետր, սանտիմետր և այլն) կետերի հեռավորությունները H հարթությունից։

Վորովհետև կետերը կարող են լինել H հարթությունից վերև և H հարթությունից ցած, ուստի պայմանավորվել են հարթությունից բարձր կետերի համար վերցնել նշանները դրական նշանով, իսկ ցածր կետերի համար—բացասական նշանով. 5 դժ. վրա մենք կունենանք A, B, C և D կետերի պատկերացումը «թվական նշաններով պոչակեցիաների» մեթոդով։

Դիցուք 5 դժ. վրա և հետագա դժգրեքում նշանները տված են մետրներով, այդ դեպքում A կետը կդանվի H հարթությունից բարձր՝ դեպի H հարթությունը տարած ուղղահայացի վրա, վոր կանգնեցրած և a կետում և կունենա 6 մ հեռավորություն H-ից։ B կետը նույնպես H հարթությունից բարձր է, գտնվում է b կետում դեպի H հարթությունը կանգնեցրած ուղղահայացի վրա և ունի 10 մ հեռավորություն H հարթությունից։ D կետն ունի բացասական թվանշան—5, դրա համար նա գտնվում է H հարթությունից ցած, վերջինից 5 մ հեռավորության վրա՝ հաշվելով ըստ ուղղահայացի, վոր կանգնեցրած և d կետում։ Վերջապես, C կետի թվանշանը հավասար է զրոյի, ուրեմն C կետը գտնվում է հենց H հարթության վրա այնտեղ, վորտեղ գտնվում է յուր հորիզոնական պոչակեցիան C։

## § 2. Ուղիղ գծի պոչակեցումը մի հարթության վրա

Դիցուք, տարածության մեջ ունենք AB ուղիղը։ Պոչակեցում ենք A և B կետերը H հարթության վրա և ստանում ենք նրանց պոչակեցիաները a և b (դժ. 6)։ Յեթե յերեակայինք մի հարթություն, վորը լինի ուղղահայաց H հարթության և անցնի AB ուղիղով, ապա այդպիսի հարթությունը կպարունակի իր մեջ Aa և Bb ուղղահայացները և կհատի H հարթությունն ըստ ab ուղիղի, վորը կոչվում ենք AB ուղիղի նորիզոնական պոչակեցիա։

Յեթե AB ուղիղ գծի վրա վերցնենք մի վորեն C կետ (դժ. 6), վորը բաժանում է AB ուղիղը m:n հարաբերությամբ, ապա C կետի հորիզոնական պոչակեցիան, այսինքն C կետը նույնպես կբաժանի նույն ուղիղ գծի հորիզոնական պոչակեցիան m:n հարաբերությամբ։

C կետից դեպի H հարթությունը թողած ուղղահայացը գտնվում է մեր մասնանշած ABba հարթության վրա, դրա համար C կետի

հորիզոնական պրոյեկցիան գտնվում է  $ab$  ուղիղի վրա, այսինքն,  $AB$  ուղիղի հորիզոնական պրոյեկցիայի վրա:

Գծ. 6-ից ունենք՝

$$\frac{ac}{cb} = \frac{AC}{CB} = m : n,$$

ինչ վոր պահանջվում էր ապացուցել:

**§ 3. Ուղիղ գծի պատկերացումը թվական նոստրի ունեցող (թվանոստրաֆի) պրոյեկցիաների մերսզով**

Ուղիղ գծի միայն հորիզոնական պրոյեկցիայով մենք չենք կարող գաղափար կազմել վոր ուղիղի գիրքի մասին տարածության մեջ և վոր էլ նրա յերկարության մասին: Մենք միայն կարող ենք ասել, վոր ուղիղ գծի տվյալ հատվածի ծայրերը գտնվում են ուղղահայացների վրա, վորոնք կանգնեցրած են զեպի  $H$  հարթությունը ուղիղ գծի հորիզոնական պրոյեկցիայի ծայրերից:

Յեթե տարածության մեջ տրված է մի ուղիղ գիծ միմիայն ըստ յուր հորիզոնական պրոյեկցիայի, ապա առաջադրության վորոշակիության համար հարկավոր են նաև տվյալ հատվածի ծայրերի թվական նշանները:

Գծ. 7 վրա պատկերացված է թվանշանակիր պրոյեկցիաների մեթոդով լերկու ուղիղներ՝  $AB$ , վորը թվ է զեպի  $H$  հարթությունը և  $CD$ , վորը զուգահեռ է  $H$  հարթությանը:  $A$  կետը  $H$  հարթությանից գտնվում է 7 մ բարձրության վրա, իսկ  $B$  կետը՝ 12 մ բարձրության վրա: Հետևապես  $AB$  ուղիղն ունի թեքություն  $B$ -ից զեպի  $A$ ,  $C$  և  $D$  կետերը գտնվում են  $H$  հարթությունից 8 մ հեռավորության վրա, ուրեմն  $CD$  զուգահեռ է  $H$  հարթությանը: Այս գիծը, վորը զուգահեռ է  $H$  հարթությանը, կոչվում է ճեղքվածքային կամ ճեղքվածքային հետևապես գծ. 7 վրա  $CD$  ուղիղը կլինի հորիզոնական:

Լուծենք մի քանի պարզ խնդիրներ:

Խնդիր 1. Ուղիղի վրա, վոր տված է հորիզոնական պրոյեկցիայով և ծայրերի թվական նշաններով, գտնել վորոշ թվական նշանով կետի պրոյեկցիան:  $AB$  ուղիղի վրա (գծ. 8) գտնենք յերկու կետ, վորոնց թվանշաններն են 10 և 13: Նկատենք, վոր  $B$  կետի գերազանցումը  $A$  կետից կլինի  $16 - 8 = 8$ . Յեթե մենք  $AB$  ուղիղը բաժանենք 8 հավասար մասերի, ապա բաժանման կետերը կստանային  $A$ -ից զեպի  $B$  հետևյալ թվանշանները՝ 9, 10, 11... 15:

Այսպիսով հեշտ է գտնել 10 և 13 թվանշաններով վորոշելի  $C$  և  $D$  կետերի համապատասխան պրոյեկցիաները  $c$  և  $d$ :

Դրա համար  $ab$  ուղիղը բաժանում ենք 8 հավասար մասի և

վերջումն ենք շ կետը յերկրորդ բաժնի վերջում, իսկ Ժ կետը հինգերորդ բաժնի վերջում՝ հաշված 2 կետից:

Խնդիր 2. Տված և AB ուղիղը և C կետը (զծ. 9). C կետով տանել ուղիղ՝ դեմ հորիզոնական հարթությանը զուգահեռ, վոր հատի AB ուղիղը:

AB ուղիղը թեքված և ղեպի H հարթութունը: A և B կետերի բարձրությունների տարբերությունը H հարթության նկատմամբ կլինի  $8-3=5$ : Բաժանում ենք ab հինգ հավասար մասի և ստանում ենք կետերի հորիզոնական պրոյեկցիաները 7, 6, 5 և 4 թվանշանով՝ հաշվելով a-ից ղեպի b: Վորոնելիս ուղիղ C կետն ունի թվանշան 5, ապա cd դեմը կլինի վորոնելիս ուղիղի հորիզոնական պրոյեկցիան: Իսկ ունենալով նրա հորիզոնական պրոյեկցիան և ծայրերի թվանշանները, մենք ունենք նաև վորոնելի CD դժի սրձադրը:

Խնդիր 3. Տված են AB և CD ուղիղները. գտնել AB և CD ուղիղների հատումը H հարթության հետ (զծ. 10):

Գտնել ուղիղի և H հարթության հատումը—գա նշանակում և գտնել ուղիղի վրա աշխարհի մի կետ, վորի թվանշանը հավասար լինի զրոյի Փնտռում ենք աշխարհի կետ AB ուղիղի վրա: A կետի թվանշանն և պլուս 4, իսկ B կետինը՝ մինուս 3: Հետևապես A կետի բարձրությունը B կետի նկատմամբ կլինի՝

$$4 - (-3) = 4 + 3 = 7:$$

Դրա համար ab բաժանում ենք 7 հավասար մասի և ստանում ենք կետերի հորիզոնական պրոյեկցիաները 3, 2, 1, 0, —1, —2 թվանշաններով: Վորոնելիս n կետը, վորի թվանշանը հավասար և զրոյի, հեռավորամբ կարելի չե գտնել 10 դժ. վրա CD ուղիղն ունի թեքություն D-ից ղեպի C, վորը յերևում և C և D կետերի թվանշաններից: C կետի թվանշանն և 2, իսկ D կետինը՝ 6. D կետի բարձրությունը C նկատմամբ կլինի  $6-2=4$ : Բաժանելով CD ուղիղի հորիզոնական պրոյեկցիան՝ աշխնքն cd՝ 4 հավասար մասի, կստանանք կետերի հորիզոնական պրոյեկցիաները 5, 4, 3 թվանշաններով: Յեթե cd ուղիղի ուղղությունը C կետից ղեպի ձախ շարունակենք ստացված բաժինները, ապա յերկրորդ բաժնի ծայրում կստանանք վորոնելի m կետը—զրո թվանշանով:

§ 2. Հարթ պակկերմերի պրոյեկումը մի հարթությամբ վրա

Հարթ պատկերներից ղլտենք ամենից առաջ յեռանկյան պրոյեկտումը: Յեռանկյունին H հարթության վրա պրոյեկտելու համար (զծ. 11). բաժնական և A, B և C զազաթները պրոյեկտել H-ի վրա և

գազաթների ստացված պրոյեկցիաները միացնել իրար հետ ուղիղ գծերով:

Ըստ թվանշանակիր պրոյեկցիաների մեթոդի յեռանկյունին կտրվի իր հորիզոնական պրոյեկցիայով և գազաթների թվանշաններով (գծ. 12 և 13): Գծ. 12 վրա յեռանկյան բոլոր յերեք գազաթները դանշվում են H հարթությունից բարձր: Գծ. 13 վրա յեռանկյան ab կողմը գտնվում է H հարթության վրա, իսկ c գազաթը H հարթությունից 10 մ բարձրության վրա:

Խնդիր 4: Տված է յեռանկյունի ABC: Գտնել այդ յեռանկյան և H հարթության հատման գիծը:

Գծ. 14 վրա գազաթը C գտնվում և H հարթությունից ցած, իսկ A և B գազաթները՝ H հարթությունից բարձր: Այդ մենք տեսնում ենք A, B և C գազաթների թվանշաններից ab և bc ուղիղների վրա գտնում ենք n և m կետերը զրո թվանշանով, ինչպես մենք արել ենք № 3 խնդրում, և միացնում ենք նրանց իրար հետ ուղիղ գծով, վորովհետև յեռանկյան և հարթության հատումից ստացվում է ուղիղ գիծ:

Խնդիր 5: ABC յեռանկյան հարթության վրա տանել հորիզոնական, այսինքն մի ուղիղ գիծ՝ H հարթությանը զուգահեռ:

Գծ. 15 վրա ABC յեռանկյան հարթության վրա քաշված են յերկու հորիզոնականներ, մեկը C գազաթով 7 մ բարձրության վրա, իսկ մյուսը AB գծի M կետով 6 մ բարձրության վրա: Կառուցման յեղանակը պարզ յերևում է գծագրից:

Խնդիր 6: Կառուցել կամավոր հարթ քառանկյունի թվանշանակիր պրոյեկցիաների մեթոդով:

Տարածության մեջ կամավոր վերցրած չորս կետերը կարող են չգտնվել մեկ հարթության վրա, զրա համար հարթ քառանկյունի կառուցելու համար մենք վերցնում ենք յերեք կամավոր կետեր և կազմում ենք տարածության մեջ միանգամայն վորոշակի յեռանկյունի: Ստացված յեռանկյան հարթության վրա, սակայն նրա կոնտուրից դուրս, վերցնում ենք մի կետ և ընդունում ենք այն իբրև վորոշվող քառանկյան չորրորդ գազաթ: Գծ. 16 վրա ցույց է տված այդ կառուցումը: Մենք վերցրել ենք abc և գազաթների թվանշանները 5, 10 և 9: ab գիծը բաժանել ենք 5 մասի և ստացել AB ուղիղի կետերի հորիզոնական պրոյեկցիաները 6, 7, 8 և 9 թվանշաններով: Ցեթե այդ կետերից վորևե մեկը, որինակ՝ 7 թվանշանով կետը միացնենք c գազաթի հետ, ապա կստանանք մի ուղիղ, վոր գտնվում է ABC յեռանկյան հարթության վրա: Շարունակենք այդ ուղիղը յեռանկյան սահմանից դուրս և վերցնենք նրա վրա մի կետ, որինակ, 5 թվանշանով: Այդպիսի ուղիղի հորիզոնական պրոյեկցիան գծագրի վրա տարած է կետաշարով: 7 և 9 կետերի միջև հեռավորությունը կխառն

ենք և միջնակետում ստանում ենք կետի հորիզոնական պրոյեկցիան 8 թվանշանով: Կետաշարի շարունակության վրա տեղադրում ենք յերկու բաժին և ստանում ենք հարթ քառանկյան չորրորդ գագաթի վորսնվող հորիզոնական պրոյեկցիան:

Խնդիր 1: Տված և մի յեռանկյունի իր հորիզոնական պրոյեկցիայով և գագաթների թվանշաններով.

ա) 5,—3, 12, б) 17, 5, 0, в) —8,—10, 18:

Կառուցել յեռանկյան ծանրության կենտրոնի հորիզոնական պրոյեկցիան և գտնել ծանրության կենտրոնի թվանշանը:

Խնդիր 2: Կառուցել յեռանկյան հատումը հորիզոնական հարթության հետ: Տված և յեռանկյան հորիզոնական պրոյեկցիան և գագաթների թվանշանները.

а) 17,—8, 3, б) —5, 5, 0, в) —4,—8, 12:

Խնդիր 3: Տված և յեռանկյունին հորիզոնական պրոյեկցիայով և գագաթների թվանշանները՝

а) 13, 20,—2, б) —1, 7, 12, в) 3, 7, 12:

Կառուցել այս յեռանկյան հատումն այն հարթության հետ, վորը զուգահեռ և H հարթությանը և գտնվում և նրանից 5 միավոր բարձրության վրա:

Խնդիր 4: Տված են զուգահեռադնի յերեք գագաթների հորիզոնական պրոյեկցիաները և նրանց թվանշանները, գտնել չորրորդ գագաթի հորիզոնական պրոյեկցիան և նրա թվանշանը.

а) 5, 5, 8, б) —4,—9, 17, в) 0, 10,—3:

Խնդիր 5: Տրվում և ուղիղ գծի հորիզոնական պրոյեկցիան և նրա ծայրերի թվանշանները.

а) 5, 10, б) —4, 11, в) 2,—8:

Տվյալ ուղիղի հորիզոնական պրոյեկցիայի վրա գտնվում և նույն ուղիղին պատկանող մի կետի հորիզոնական պրոյեկցիան: Դասել այդ կետի թվանշանը:

## § 5. Պրոյեկում յեղիւ հարությումնների վրա

Թվանշանակիր պրոյեկցիաների մեթոդը շատ գնահատելի յն տեխնիկայի վորոշ բնագավառներում, իսկ մյուս բնագավառներում բոլորովին անպետք և, որինակ, գեոդեզիայում (նրանից ոգտվում են տեղի ուլյեֆը ցույց տալու համար) բացարձակապես անհրաժեշտ և, իսկ մեքենաշինության մեջ նա բոլորովին անպետք է: Յեթն ցանկանայինք մեքենայի մի պարզ մասը (գետալ) պատկերացնել թվանշանակիր պրոյեկցիաների մեթոդով, կատանայինք թվերի մեծ կուտակում և կարող և այնպես պատահել, վոր մի քանի կետերի թվանշանները դրելու տեղ չլինի: Իհարկե, այդպիսի գծագրից բոլորովին անհնարին կլինի

ոգտվել: դրա համար թվանշանակիր պրոյեկցիաների մեթոդն անպետք է մեքենայինական, շինարարական և տեխնիկայի մի շարք բնագավառների գծագրերի համար: Տեխնիկայի բնագավառներում ոգտվում են պրոյեկտումով յերկու կամ յերեք փոխադարձ ուղղամիայաց հարթությունների վրա:

## § 6. Կետի պրոյեկցումը յերկու հարթությունների վրա

Դիցուք, ունենք յերկու փոխադարձ ուղղահայաց հարթություն — հորիզոնական  $H$  հարթությունը և վերտիկալ հարթությունը  $V$  (գծ. 17): Այս հարթությունների հատումը անվանենք պրոյեկցիոնների առանցք և այդ առանցքը կարդանք վոչ թե  $XO$ , այլ  $OX$ , վորը հասկանալի էլինի հետագայում:

Գծ. 17 վրա ունենք այդ հարթությունների տարածական գծագիրը և  $A$  կետի տարածական գծագիրը յուր ուղղանկյուն պրոյեկցիաներով  $H$  և  $V$  հարթությունների վրա: Ինչպես մենք արդեն գիտենք, կետի ուղղանկյուն պրոյեկցիան տվյալ հարթության վրա ստանալու համար հարկավոր է կետից թողնել ուղղահայաց այդ հարթության վրա և վերցնել այդ ուղղահայացի հիմքը: Գծագրի վրա սլաքներով ցույց են տված  $H$  և  $V$  վրա թողած ուղղահայացների ուղղությունները: Ուղղահայացներից մեկի հիմքը կլինի  $A$  կետի հորիզոնական պրոյեկցիան, իսկ մյուսինը — վերտիկալ պրոյեկցիան:

Առաջիկա նման հորիզոնական պրոյեկցիան նշանակենք  $a$ , իսկ վերտիկալը նույնպես  $a$ , բայց վերևից դնելով նիշ, տարբերելու համար հորիզոնական պրոյեկցիայից, այսինքն  $a'$ : Յերևակայենք մի հարթություն, վորն անցնում է  $Aa$  և  $Aa'$  ուղղահայացներով և վորը կհատի  $H$  և  $V$  հարթություններն ըստ  $aa_0$  և  $a'a_0$  կտաշարների: Ապացուցենք, վոր այդ գծերն ուղղահայաց են  $OX$  առանցքին:

$Aaa_0a'$  քառանկյունով շրջափակված հարթությունն անցնում է  $Aa$  և  $Aa'$  ուղղահայացներով գեպի  $H$  և  $V$  հարթությունները, ուրեմն այդ քառանկյան հարթությունն ուղղահայաց է  $H$  և  $V$ -ին, նշանակում է, տարածաչափության հայտնի թեորեմայի հիման վրա, նա ուղղահայաց է և պրոյեկցիոնների առանցքին: Այսպիսով մենք ապացուցեցինք, վոր  $Aaa_0a'$  քառանկյան հարթությունն ուղղահայաց է պրոյեկցիոնների  $OX$  առանցքին: Իսկ գրանից հետևում է, վոր

$$aa_0 \perp OX \text{ և } a'a_0 \perp OX,$$

ինչ վոր պահանջվում էր ապացուցել:

Շրջելով  $H$  հարթությունը  $OX$  առանցքի շուրջն այնպես, ինչպես այդ ցույց է տված գծ. 17 վրա սլաքով, մինչև վոր  $H$  հարթությունը հա-

մընկնի V հարթության հետ, մենք կուեննանք հարթ (գծ. 18) գծագիր, վորի վրա պատկերացրած կլինեն պրոյեկցիաների OX առանցքը, V հարթությունը, H հարթությունը շրջած գիրքով և A կետի յերկու պրոյեկցիաները, ընդվորում վերաիկալ ա' պրոյեկցիան մնացել և իր տեղում, իսկ հորիզոնական ա պրոյեկցիան դարձել և H հարթության հետ միասին և գրավել և գծ. 18. վրա ա գիրքը իսկ ա<sub>0</sub> կետը պրոյեկցիաների առանցքի վրա պահում և իր նախկին գիրքը, վորովհետև H հարթության պատվելու ժամանակ նա յեղել և անշարժ:

Ապացուցված էր, վոր  $a a_0 \perp OX$ , H հարթության պատվելու ժամանակ այդ ուղղահայացությունը կպահպանվի նաև H հարթության լրիվ պտույտից հետո. գծ. 18 վրա մենք կուեննանք  $a'a_0 \perp OX$ , վորովհետև  $a'a_0$  գիծը H հարթության պատվելուց չի փոխել իր գիրքը: Հետևապես գծ. 18 վրա  $a a_0$  և  $a'a_0$  գծերը զսոյսում են մի ուղիղի վրա, վորն ուղղահայաց է OX առանցքին:

Այսպիսով սահմանում ենք յերկու հարթությունների վրա կետի պրոյեկտման հետևյալ հիմնական թեորեմը. «H և V հարթությունների համասեղման ժամանակ կետի յերկու պրոյեկցիաները գտնվում են միևնույն ուղղահայացի վրա, վոր անցած է դիպի պրոյեկցիաների առանցքը», Հետագայում այդպիսի պրոյեկցիաների առանցքի ուղղահայացը կոչվում և պրոյեկցիայի ուղիղ (գծագրի վրա նրան պատկերացնում ենք բարակ կետաշարով):

Դառնանք նորից գծ. 17-ին և մտաից դիտենք  $A a_0 a'$  քառանկյունին: Ուղիղը  $A a \perp H$ , ուրեմն անկյունը  $A a a_0$  ուղիղ անկյուն և Ուղիղը  $A a' \perp V$ , ուրեմն անկյունը  $A a' a_0$  ուղիղ անկյուն և  $a_0 a$  և  $a_0 a'$  գծերն ուղղահայաց են OX առանցքին, ուրեմն անկյունն  $a a_0 a'$  ներկայացնում է գծային անկյունն այն յերկնիստ անկյան, վոր կաղմվում է H և V հարթությունների միջև: Բայց հարթությունը  $V \perp H$ , ուրեմն յերկնիստ անկյունն ուղիղ անկյուն և Բայց ուղիղ յերկնիստ անկյունը համապատասխանում է ուղիղ գծային անկյունը. այսպիսով  $a a_0 a'$  անկյունը նմանապես ուղիղ անկյուն և Մենք ունենք, հետևապես,  $A a a_0 a'$  քառանկյան մեջ յերեք ուղիղ անկյուն, ուրեմն նրա չորրորդ անկյունն էլ և ուղիղ: Հետևապես  $A a a_0 a'$  քառանկյունին ուղղանկյուն և, վորի մեջ ունենք՝

$$A a = a'a_0 \text{ և } A a' = a a_0,$$

այսինքն կետի Aa հեռավորությունը մինչև պրոյեկցիաների հորիզոնական հարթությունը հավասար է կետի վերաիկալ պրոյեկցիայի  $a'a_0$  հեռավորությանը մինչև պրոյեկցիաների OX առանցքը: Կետի Aa' հեռավորությունը մինչև պրոյեկցիաների վերաիկալ հարթությունը հավասար է կետի հորիզոնական պրոյեկցիայի  $a a_0$  հեռավորությանը OX պրոյեկցիաների առանցքին:

Այսպիսով մենք գծագրի միջոցով, վորի վրա պատկերացրած են կետի յերկու պրոյեկցիաները (գծ. 18), կարող ենք վորոշել հենց կետի իր հեռավորությունը պրոյեկցիաների հարթությունից:

**§ 7. Պրոյեկցիաների հաքրությունների վրա գտնվող կետերի պրոյեկցումը յերկու հաքրությունների վրա**

Դժ. 19 վրա ունենք M կետը H հարթության վրա, N կետը՝ V հարթության վրա և K կետը՝ յերկու պրոյեկցիաների հարթությունների վրա, այսինքն պրոյեկցիաների OX առանցքի վրա: M կետի վերաիկալ պրոյեկցիան գտնվում է պրոյեկցիաների առանցքի վրա: N կետի հորիզոնական պրոյեկցիան գտնվում է պրոյեկցիաների առանցքի վրա: K կետն ունի իր յերկու պրոյեկցիաները պրոյեկցիաների առանցքի վրա: Այսպիսով, վորպեսզի կետը գտնվի պրոյեկցիաների հարթության վրա, նրա պրոյեկցիաներից մեկը պիտի լինի պրոյեկցիաների OX առանցքի վրա: Դարձնենք H հարթությունը OX առանցքի շուրջը մինչև համատեղվելը V հարթության հետ, ինչպես ցույց է տված գծ. 19 վրա սլաքով: Կատանաք հարթ գծագիրը 20, վորի վրա պատկերացրած են H, V հարթությունների և OX պրոյեկցիաների առանցքի վրա գտնվող M, N և K կետերի պրոյեկցիաները:

**§ 8. Ուղիղ գծի պրոյեկցումը յերկու հաքրությունների վրա**

Մենք տեսնում ենք, վոր ուղիղ գծի պրոյեկցիան յուրաքանչյուր հարթության վրա ուղիղ գիծ է: Դիցուք, տարածության մեջ ունենք ուղիղը AB: Պրոյեկցիան H հարթության վրա կլինի ab, իսկ V հարթության վրա՝ a'b': ab և a'b' ստանալու համար ըսվական է ունենալ A և B կետերից յուրաքանչյուրի յերկու պրոյեկցիան և այդ կետերի համանուն պրոյեկցիաները միացնել իրար հետ ուղիղ գծերով, վորը և արված է գծ. 21 վրա:

Ենթիւ 7: Տված է ուղիղը յերկու պրոյեկցիաներով: Կառուցել մի կետ, վորը գտնվի այդ ուղիղի վրա: Կառուցել կետը արտահայտության տակ մենք պիտի հասկանանք «կառուցել կետի պրոյեկցիաները»:

Իհարկե, կետի հորիզոնական պրոյեկցիան պիտի գտնվի տվյալ ուղիղի հորիզոնական պրոյեկցիայի վրա, իսկ կետի վերաիկալ պրոյեկցիան՝ ուղիղի վերաիկալ պրոյեկցիայի վրա: Բացի դրանից, վորոշվող կետի յերկու պրոյեկցիաները պիտի գտնվեն մի ընդհանուր ուղղահայացի վրա զեպի պրոյեկցիաների առանցքը:

Դժ. 22 վրա P կետը գտնվում է AB ուղիղի վրա:

հնդիք  $B$ : հասուցել մի ուղիղ, զորն իր ծայրերով հենվի  $H$  և  $V$  հարթությունների վրա:

Վերցնում ենք  $M$  կետը  $H$  հարթություն վրա և  $N$  կետը՝  $V$  հարթության վրա և միացնում ենք նրանց իրար հետ ուղիղ գծով: Դժ. 23 վրա լուծումը կառավարված է յերկու պրոյեկցիաներով: Վորոնվոդ աղիղը կլինի  $MN$  ուղիղ գիծը, այլ կերպ նրան կարելի է կարգադրել ( $m'n'$ ,  $mn$ ):

Արտահայտությունները՝ բաժանված է  $A$  կետը, բաժանված է  $AB$  ուղիղը, համապատասխան դեպքերում, յերբ կա նրանց գծագիրը յերկու պրոյեկցիաներով, կարող են փոխարինվել արտահայտություններով՝ բաժանված է կետը ( $a$ ,  $a'$ ), արժան է ուղիղը ( $a'b'$ ,  $ab$ ):

հնդիք  $D$ : հասուցել ուղիղը յերկու պրոյեկցիաներով այնպես, զոր նա մի ծայրով հենվի պրոյեկցիաների առանցքին, իսկ մյուս ծայրը հավասարաչափ հեռու գտնվի պրոյեկցիաների հարթություններից:

Վորոնվոդ ուղիղի առաջին ծայրի յերկու պրոյեկցիաները գտնվում են պրոյեկցիաների առանցքի վրա: Դժ. 24 վրա կա առաջադրած խնդրի լուծումը:

### § Թ. Պրոյեկցիաների հարույրությունների զուգահեռ ուղիղների պրոյեկցումը

ա) Ուղիղը, զորը զուգահեռ է  $H$  հարթությանը, կոչվում է ճորի-գնացական կամ ճորիգնացալ: Հորիզոնականի յերկու ծայրերը հավասար հեռավորության վրա են գտնվում  $H$  հարթություններից:

Հետևապես այդ ծայրերի վերաիկալ պրոյեկցիաները կլինեն նույնպես հեռու  $OX$  առանցքից և նույն չափով, ինչ չափով ուղիղը հեռու չէ  $H$  հարթություններից: Այստեղից հետևում է, զոր հորիզոնականի վերաիկալ պրոյեկցիան պիտի լինի զուգահեռ պրոյեկցիաների  $OX$  առանցքին: Հորիզոնականի հորիզոնական պրոյեկցիան կարող է դրավել կամավոր դիրք  $OX$  առանցքի նկատմամբ: Դժ. 25 վրա պատկերացված է հորիզոնականը յերկու պրոյեկցիաներով:

բ) Այն ուղիղը, զորը զուգահեռ է  $V$  հարթությանը, կոչվում է ֆրոնցալ կամ վերսիկալ: Վորովհետև ֆրոնտալը զուգահեռ է  $V$  հարթությանը, նրա յերկու ծայրերը գտնվում են հավասար հեռավորության վրա  $V$  հարթություններից: Դրա համար ֆրոնտալի ծայրերի հորիզոնական պրոյեկցիաները կլինեն հավասար հեռավորության վրա  $OX$  առանցքից, ուրեմն ֆրոնտալի հորիզոնական պրոյեկցիան զուգահեռ է պրոյեկցիաների  $OX$  առանցքին: Իսկ ֆրոնտալի վերաիկալ պրոյեկցիան կարող է ունենալ կամավոր թեքություն պրոյեկցիաների  $OX$  առանցքի նկատմամբ: Դժ. 26 վրա պատկերացված է մի ֆրոնտալ յուր պրոյեկցիաներով:

с) Ուղիղը, վորը զուգահեռ է պրոյեկցիաների յերկու հաւորոյրումներին, Այդպիսի ուղիղը կլինի թե հորիզոնական և թե ֆրոնտալ և երկու հորիզոնական, նա պիտի ունենա իր վերտիկալ պրոյեկցիան ՕՄ առանցքին զուգահեռ: Լինելով ֆրոնտալ, նա պիտի ունենա իր հորիզոնական պրոյեկցիան զուգահեռ պրոյեկցիաների ՕՄ առանցքին: Ուրեմն այդպիսի ուղիղի յերկու պրոյեկցիաները զուգահեռ են ՕՄ առանցքին: Գծ. 27 վրա նա պատկերացված է յերկու պրոյեկցիաներով:

### § 10. Պրոյեկցիաների հաւորոյրումներին ուղղահայաց ուղիղների պրոյեկտումը

а) Ուղիղը, վորն ուղղահայաց է H հարթությանը:

Դիտենք տարածական գծ. 28: AB ուղիղն ուղղահայաց է H հարթությանը: Ինչպես յերևում է գծագրից, AB ուղիղի յերկու ծայրերը պրոյեկտվում են մի կետում, դրա համար այդպիսի ուղիղի հորիզոնական պրոյեկցիան ab պատկերացվում է իբրև մի կետ: Դժվար չէ ապացուցել, վոր AB ուղիղի վերտիկալ պրոյեկցիան ուղղահայաց կլինի պրոյեկցիաների ՕՄ առանցքին:

Գծ. 29 վրա պատկերացված է վերտիկալ և հորիզոնական պրոյեկցիաները մի ուղիղի, վորն ուղղահայաց է H հարթությանը:

б) Ուղիղը, վորն ուղղահայաց է V հարթությանը:

Դատելով նախորդ որինակի նման, դժվար չէ հասկանալ, վոր ուղիղը, վորն ուղղահայաց է V հարթությանը, վերջինիս վրա պրոյեկտվում է վորպես կետ: Իսկ այդպիսի ուղիղի հորիզոնական պրոյեկցիան կլինի ուղղահայաց ՕՄ պրոյեկցիաների առանցքին (գծ. 30):

### § 11. Կետերի պրոյեկտումը չորս անկյուններում

17-ից մինչև 30 գծագրերի վրա մենք ունենք պրոյեկտումը կետերի և գծերի, վորոնք գտնվում են այսպես կոչված առաջին անկյունում կամ առաջին քառորդում:

Դիտենք կետերի պրոյեկտումը յերկրորդ, յերրորդ և չորրորդ անկյուններում:

Յենթադրենք, վոր մենք շարունակել ենք H և V հարթություններից լուրջանշուրը ՕՄ առանցքի մյուս կողմը:

Այս դեպքում մենք կունենանք չորս անկյուն (գծ. 30), վորտեղ հոռմեյական թվանշաններով նշված են յերկնիստ անկյունները: Այսպիսով այն կետերը, վորոնք գտնվում են հորիզոնական հարթությանից բարձր և վերտիկալի առջևում, կլինեն առաջին անկյան կետեր:

ինչպես ժողովունք ունեցել ենք նախորդ գծագրերում: Այն կետերը, ժողովնք գտնվում են հորիզոնական պրոյեկցիաների հարթութույններից բարձր և վերադիմելի հետևում, կլինեն յերկրորդ անկյան կետեր:

Գծ. 30<sub>2</sub> վրա ունենք յերկրորդ անկյան B կետի պրոյեկտման տարածական գծագիրը, իսկ գծ. 30<sub>2</sub> վրա՝ յերկրորդ անկյան նույն B կետի և նոր M կետի գծագիրը: Ստանալու համար գծ. 30<sub>2</sub> մենք պատում ենք H հարթութույնը OX առանցքի շուրջը մինչև H հարթութույն համասեղումը V-ի հետ: Այս դեպքում կետի յերկու պրոյեկցիաները կստանանք առանցքից բարձր: Իսկ այդ պրոյեկցիաների հեռավորութունը մինչև պրոյեկցիաների առանցքը կախում ունի կետի դիրքից տարածության մեջ: Որինակ, յերկրորդ անկյան M կետը, ժողովն համար հեռացած և պրոյեկցիաների հարթութույններից, ունի իր յերկու պրոյեկցիաները մի կետում, ժողովում և առանցքից բարձր (գծ. 30<sub>2</sub>):

Գծ. 30<sub>4</sub> և 30<sub>5</sub> ներկայացնում են յերրորդ անկյան պատկանող մի կետի պրոյեկտումը: 30<sub>5</sub> գծագրից յերևում է, ժողովն յերրորդ անկյան այդ կետի պրոյեկցիաները գտնվում են առանցքի տարբեր կողմերում, ընդօրոյում կետի հորիզոնական պրոյեկցիան գտնվում է առանցքից բարձր: Այստեղ մենք ունենք ճիշտ հակառակ պատկերն այն բանի, ինչ ժողովնք ունեցինք առաջին անկյան կետի համար գծ. 18 վրա:

30<sub>6</sub> և 30<sub>7</sub> գծագրերը ներկայացնում են չորրորդ անկյան D կետի տարածական և փոստ գծագիրը: Գծ. 30<sub>7</sub> վրա կետի յերկու պրոյեկցիաները առանցքից ցածր են:

## § 12. Ուղիղ գծերի պրոյեկտումը չորս անկյուններում

Մի ժողովն անկյունում գծերի պրոյեկցիաները կառուցելու համար պիտի այդ անկյունում վերցնել յերկու կետ և նրանց համանուն պրոյեկցիաները միացնել ուղիղ գծերով, սակայն ուղիղ գծերի պրոյեկցիաները գծվում են անընդհատ գծերով ժողովն ամբողջ անկյուններում:

H հարթութույն վրա պրոյեկտելու ժամանակ տեսակետը ընդունվում է H հարթութույնից բարձր: Այդ պատճառով ուղիղ գծերի հատվածները առաջին և յերկրորդ անկյուններում տեսանելի չեն, յերրորդ և չորրորդում անտեսանելի չեն, յեթե պրոյեկցիաների H հարթութույնը համարենք ժողովն թափանցիկ:

Պայմանավորվենք տեսանելի հատվածի պրոյեկցիան գծել անընդհատ գծով:

V-ի վրա պրոյեկտելու ժամանակ տեսակետը գտնվում է V հարթութույնի առջևում, ուրեմն առաջին և չորրորդ անկյունների ուղիղները

հասվածները կառավարվեն V-ի վրա անընդհատ գծերով: Յերկրորդ և յերրորդ անկյուններինը կարոյնկավեն կետաշարերով (գծագրեր 30, 30, և 30<sub>10</sub>):

### § 13. Յեռամկյամ պրոյեկտսը յերկու հարթւոյամ վրա

Յենթադրենք, վոր տարածության մեջ ունենք յ'րեք կետ՝ A, B և C: Գծ. 31 վրա նա պատկերացված է յերկու պրոյեկցիաներով: Ընդունելով այդ կետերը վորպես յեռանկյան գագաթներ, մենք կունենանք գծ. 31 վրա ABC յեռանկյան վերաիկալ և հորիզոնական պրոյեկցիաները:

Խնդիր 10: Յեռանկյան հարթությունում կառուցել մի կետ:

Յեռանկյան հարթությունում մի կետ կառուցելու համար մենք վերցնում ենք յեռանկյան հարթությունում մի ոժանդակ ուղիղ և նրա վրա վերցնում ենք վորոնվող կետը: Գծ. 32 վրա վերցնում ենք (I', I) կետը (b'c', bc) կողմի վրա և այդ կետը միացնում ենք (a', a) գագաթի հետ:

Այդպես քաշած ուղիղը (I'a', Ia) կգտնվի յեռանկյան հարթությունում: Նրա վրա վրա վերցրած K կետը կլինի վորոնելի կետը:

Գծ. 32 վրա (a'1, a1) ուղիղն ոժանդակ ուղիղ է և քաշված է յեռանկյան գագաթներից մեկի վրայով, բայց կարելի է նրան, իհարկե, տանել և վոչ գագաթով: Դրա համար հարկավոր է յեռանկյան մյուս կողմի վրա վերցնել մի կետ (2', 2) և նրան միացնել (I', 1) կետի հետ:

Գծ. 33 և 34 վրա լուծված է նույն խնդիրը, բայց հորիզոնականի (գծ. 33) և ֆրոնտալի միջոցով:

Հիշելով, վոր հորիզոնականի (հորիզոնտալի) վերաիկալ պրոյեկցիան զուգահեռ է պրոյեկցիաների OX առանցքին, մենք գծ. 33 վրա ամենից առաջ քաշում ենք հորիզոնականի վերաիկալ պրոյեկցիան: a' կետով անում ենք մի ուղիղ՝ զուգահեռ պրոյեկցիաների առանցքին, մինչև b'c' հետ I' կետում հասնելու: Կետ I' պրոյեկտում ենք bc վրա և ստանում ենք 1 կետը, վորը միացնում ենք a կետի հետ: Գծ. 33 վրա աշխատանքի ընթացքը ցույց է տված սլաքներով: Այս յեղանակով կառուցած հորիզոնականի վրա վերցնում ենք (k', k) կետը: Գծ. 34-ի վրա խնդիրը լուծված է ֆրոնտալի ոգնությամբ և ֆրոնտալի պրոյեկցիաների կառուցման ընթացքը գծագրի վրա ցույց է տված սլաքներով:

Խնդիր 11: ABC յեռանկյան կողմերն ունեն կոմավոր թեքություն դեպի պրոյեկցիաների հարթությունը: Տվյալ ABC յեռանկյան հարթությունում կառուցել մի ուրիշ յեռանկյունի ամպես, վոր՝

1) վորոնվող յեռանկյան բոլոր յերեք գագաթները գտնվեն տվյալ յեռանկյան կողմերի վրա,

2) վորոնվող յեռանկյան մեկ գագաթը գտնվի տվյալ ABC յեռանկյան կողմի վրա, իսկ մյուս յերկու գագաթները գտնվեն ABC յեռանկյան հորիզոնականի վրա:

3) վորոնվող յեռանկյան մի գագաթը համընկնի տվյալ ABC յեռանկյան գագաթի հետ, մյուս գագաթը գտնվի ABC յեռանկյան կողմի վրա, իսկ յերրորդ գագաթը պիտի վերցվի տվյալ ABC յեռանկյան ծանրության կենտրոնում:

Խնդիր 12: Կառուցել հարթ քառանկյան պրոյեկցիաները՝

1) քառանկյունին կամավոր և,

2) քառանկյունին ունի հորիզոնական պրոյեկցիա քառակուսու ձևով:

Խնդիր 13: Կառուցել հարթ հինգանկյան պրոյեկցիաները՝

1) հինգանկյունը կամավոր և,

2) վորոնվող հինգանկյան վերաիկալ պրոյեկցիան կանոնավոր հինգանկյուն և,

3) տված և վորոնվող հինգանկյան հորիզոնական պրոյեկցիան և և նրա յերեք գագաթների վերաիկալ պրոյեկցիաները: Գտնել մյուս յերկու գագաթների վերաիկալ պրոյեկցիաները:

Խնդիր 14: Տված և յեռանկյունի յերկու պրոյեկցիաներով, Կառուցել յեռանկյան հարթությունում մի ուրիշ յեռանկյունի աշխարհ, վոր՝

ա) վորոնվող յեռանկյան մեկ գագաթը գտնվի տվյալ յեռանկյան ծանրության կենտրոնում, իսկ մյուս յերկու գագաթները գտնվեն նրա կողմերի վրա:

բ) վորոնվող յեռանկյան մի գագաթը գտնվի տվյալ յեռանկյան կողմի միջնակետում, իսկ վորոնվող յեռանկյան հակադիր կողմը համապատասխանորեն զուգահեռ լինի պրոեկցիաների հարթությանը:

գ) վորոնվող յեռանկյան յերկու կողմերը լինեն զուգահեռ H և V հարթություններին, իսկ նրանց ընդհանուր գագաթը գտնվի տվյալ յեռանկյան կողմի միջնակետում:

Խնդիր 15: Տված և մի յեռանկյունի յերկու պրոյեկցիաներով և հորիզոնական պրոյեկցիան մի կետի, վորը գտնվում և այդ յեռանկյան հարթության վրա, կառուցել այդ կետի վերաիկալ պրոյեկցիան:

Խնդիր 16: Տված և մի յեռանկյունի յերկու պրոյեկցիաներով և նույն յեռանկյան հարթությունում գտնվող մի ուրիշ յեռանկյան հորիզոնական պրոյեկցիան. կառուցել այս վերջին յեռանկյան վերաիկալ պրոյեկցիան:

Խնդիր 17: Տված և զուգահեռագծի հորիզոնական պրոյեկցիան և նրա անկյունագծերից մեկի վերաիկալ պրոյեկցիան: Կառուցել զուգահեռագծի վերաիկալ պրոյեկցիան այնպես, վոր զուգահեռագիծը իր մի գագաթով հենվի H հարթության վրա:

Խնդիր 18: Տված են զուգահեռագծի յերկու պրոյեկցիաները և այդ զուգահեռագծի հարթությունում գտնվող մի կետի վերաիկալ

պրոյեկցիան: Կառուցելով ավյալ զուգահեռագծի հարթության մեջ մի ուրիշ զուգահեռագիծ այնպես, վոր վերջին զուգահեռագծի մի կողմը անցնի ավյալ կետով:

9

## § 18. Կետի օտարածական կոորդինատները

Բացի H և V հարթություններից, վերցնենք մի յերրորդ հարթություն, վորն անցնի O կետով և լինի H-ին և V-ին ուղղահայաց: Անվանենք այդ յերրորդ հարթությունը «յերկրորդ վերտիկալ պրոյեկցիաների հարթություն» և նշանակենք նրան W: Այսպիսով մենք կունենանք պրոյեկցիաների յերեք հարթություններ՝ H, V և W (գծ. 35). Այս հարթությունները կոչվում են նաև կոորդինատային նաբոյքայիններ, իսկ նրանց փոխադարձ հատման գծերը կոչվում են կոորդինատային առանցքներ:

Բոլոր յերեք կոորդինատային առանցքները հատվում են մի O կետում, վորը կոչվում է կոորդինատների սկիզբ: Յուրաքանչյուր առանցքի համար մենք պիտի կոորդինատների O սկզբից դեպի մի կողմն ընդունենք ուղղությունը դրական, իսկ դեպի հակառակ կողմը՝ բացասական:

Ցանկանալով ավելի սերտ կապել գծագրական յերկրաչափության գծագրերը արտադրական գործարանային գծագրերի հետ, մենք ընտրել ենք X առանցքի դրական ուղղությունը O-ից դեպի ձախ, Y առանցքինը՝ O-ից դեպի առաջ և Z-ինը՝ դեպի վեր:

Յեթն վերցնենք գործարանային գծագրերը, ապա նրանցից մեծամասնության վրա մենք կունենանք յերեք տեսք՝ տեսք առջվից կամ գլխավոր տեսք, վորը համապատասխանում է մեր վերտիկալ պրոյեկցիային, տեսք վերևից (մեր հորիզոնական պրոյեկցիան) և տեսք կողքից—գլխավորապես տեսք ձախից դեպի աջ: Այս կողքի տեսքը հենց մեր յերրորդ պրոյեկցիան է:

Վորպեսզի պրոյեկցիաների դասավորումը գծագրական յերկրաչափությունում չհակասեն մեքենայական մասերի արտադրական գծագրերին, մենք ընդունել ենք վերևում մատնանշված կոորդինատային առանցքների դրական ուղղությունը:

Հետագայում մենք կտեսնենք մի շարք մոմենտներ, վորոնք կապում են գծագրական յերկրաչափությունը արտադրական մեքենայինական գծագրերի հետ:

Գծ. 34, վրա մենք ունենք տարածական գծագիր, վորը պատկերացնում է 8 յնուանիստ անկյուններ, վորոնք կոչվում են կոորդինատային անկյուններ: Տարածական կետը կարող է գտնվել այդ ութ կոորդինատային անկյուններից յուրաքանչյուրում: Պայմանավորվենք այդ անկյունները հաշվել հետևյալ կարգով:

Դիտելով  $Y$  առանցքի զրահան ուղղության կողմից դեպի  $V$  հարթությունը, պայմանավորվենք  $W$  հարթության ձախ կողմում գտնվող անկյունները համարակալել նույն կարգով, ինչպես մենք անում եյինք յերկու հարթությունների վրա պրոյեկտելիս: Ընդվորում անկյան համարին կազմեցնենք «ձախ» խոսքը: Ուրեմն կունենանք անկյուններ՝ առաջին ձախ, յերկրորդ ձախ և այլն: Համապատասխանորեն համարակալելով աջ կողմի անկյունները, կունենանք՝ առաջին աջ, յերկրորդ աջ և այլն:

Որինակ, կետը  $A$  (գծ. 34<sub>1</sub>) գտնվում է առաջին ձախ անկյունում, իսկ  $B$  կետը—չորրորդ աջ անկյունում:

Կոորդինատային առանցքների հատվածները, հաշված կոորդինատների սկզբից, կոչվում են կետի կոորդինատներ և համապատասխանաբար նշանակվում են  $x$ ,  $y$ ,  $z$ :

Դիցուք առաջին ձախ անկյան սահմաններում ունենք մի վորեն կետ  $A$  (գծ. 35): Նրան պրոյեկտում ենք  $H$ ,  $V$  և  $W$  հարթությունների վրա՝  $A$  կետից ուղղահայացներ թողնելու միջոցով: Յեթն յուրաքանչյուր գույք ուղղահայացների վրայով տանենք ռժանդակ հարթություններ, ապա նրանցով կհատենք կոորդինատային առանցքները  $a_x$ ,  $a_y$  և  $a_z$  կետերում և առանցքների վրա կտանանք  $Oa_x$ ,  $Oa_y$  և  $Oa_z$  հատվածները, վորոնք կոչվում են  $A$  կետի կոորդինատներ և նշանակվում են՝  $Oa_x = x$ ,  $Oa_y = y$  և  $Oa_z = z$ :  $A$  կետի (գծ. 34<sub>1</sub>) բոլոր յերեք կոորդինատները զրահան են: Նույն գծագրի վրա պրոյեկտված են  $B$  և  $C$  կետերը, վորոնցից մեկը գտնվում է աջ չորրորդ անկյունում, իսկ մյուսը ձախ յերրորդ անկյունում:

$B$  կետի  $x$  և  $z$  կոորդինատները բացասական են, իսկ  $y$ -ը—զրահան:  $C$  կետի  $x$  կոորդինատը զրահան է, իսկ  $y$  և  $z$ —բացասական: Պատելով  $H$  և  $W$  հարթությունները մինչև համատեղվելը  $V$  հարթության հետ, մենք կունենանք  $A$ ,  $B$  և  $C$  կետերի պրոյեկցիաները 34<sub>2</sub>, 34<sub>3</sub>, 34<sub>4</sub> գծագրերի վրա:

34<sub>2</sub>, 34<sub>3</sub>, 34<sub>4</sub> գծագրերը դիտելիս տեսնում ենք, վոր կետի յերեք պրոյեկցիաները կարող են գտնվել յերեք կվադրանտներում (քառորդներում), յերկուսում և մինչև անգամ մեկում, նայած կետի զրաված տեղին տարածության մեջ: Հետագայում կառուցումները կտանենք, դիտվորապես, առաջին ձախ անկյունում, զրա համար առանձնացնենք այդ անկյունը գծ. 35 վրա և ավելի մանրամասնորեն նրան զննենք:

Դարձնենք  $H$  հարթությունը (գծ. 35)  $OX$  առանցքի շուրջը մինչև համատեղվելը  $V$  հարթության հետ: Այն ժամանակ  $A$  կետի հորիզոնական ( $a$ ) պրոյեկցիան, ինչպես մենք առաջ տեսել ենք, կգտնվի ավյալ  $A$  կետի վերտիկալ պրոյեկցիայի հետ մի ուղղահայացի վրա,

վոր քաջված է դեպի OX առանցքը: Դարձնենք W հարթությունը (գծ. 35) OZ առանցքի շուրջը մինչև համատեղումը V հարթության հետ: Դժվար չե տեսնել, դատելով նախորդի նման, վոր  $\alpha'$  և  $\alpha''$  կետերը կգտնվեն դեպի OZ առանցքը քաջված մի ուղղահայացի վրա: Գծ. 35՝ H և W հարթությունների համատեղելուց հետո V հարթության հետ՝ կընդունի 36 դժադրի տեսքը, վորտեղ  $y = O\alpha$ , հանդիպում է յերկու անգամ, ուրեմն յերկու կետերը  $\alpha$ , նշանով կգտնվեն մի շրջանի աղեղի վրա, վորի կենտրոնը գտնվում է O կետում:

Այստեղից բխում է կետի յերրորդ պրոյեկցիան վորոշելու դուրս գրաֆիկ մեթոդը, յերբ տված են նրա յերկու պրոյեկցիաները: Գծ. 37, 38 և 39 վրա սլաքներով ցույց է տված յերրորդ պրոյեկցիայի վորոշման յեղանակն ըստ նրա տվյալ յերկու պրոյեկցիաների:

### § 15. Պրոյեկցումը կետի, վորտեղ գտնվում են յերեք

H, V, W հարթություններից մեկի վրա

Գծ. 40 վրա M կետը գտնվում է H հարթության վրա, N կետը գտնվում է V հարթության վրա, իսկ P կետը — W հարթության վրա: Բոլոր այդ կետերի պրոյեկցիաներից մեկը համընկնում է հենց իրեն՝ կետի հետ, իսկ յերկու մյուս պրոյեկցիաները գտնվում են կոորդինատային առանցքների վրա:

Պատենք H և W հարթությունները OX և OZ առանցքների շուրջը մինչև համընկնելը V հարթության հետ: Այն ժամանակ կունենանք 41, 42 և 43 դժադրերի վրա M, N և P կետերի պատկերացումը յերեք պրոյեկցիաներով:

### § 16. Ուղիղի պրոյեկցումը յերեք հարթությունների վրա, յերբ մա կամավոր քեփոյրում ունի զեպի պրոյեկցիաների հարթությունները

Գծ. 44 վրա ունենք յերեք հարթությունների վրա AB ուղիղի պրոյեկտված տարածական գծագիրը: Համատեղելով H և W հարթությունները V հարթության հետ, մենք գծ. 45 վրա կունենանք ուղիղ գծի յերեք պրոյեկցիաները: Վորովհետև A և B կետերը մենք վերցրել ենք բոլորովին կամավոր, ապա ուղիղը (գծ. 44 և 45) կլինի կամավոր կերպով Թեքված դեպի պրոյեկցիաների հարթությունները:

Դիտենք այժմ ուղիղ գծի վերաբերյալ առաջադրության հատուկ դեպքերը, յերբ ուղիղը կամ զուգահեռ կամ ուղղահայաց է պրոյեկցիաների հարթություններից մեկին:

**§ 17. Պրոյեկցիաների հարթություններին զուգահեռ ուղիղների պրոյեկտումը յերեւ հարթությունների վրա**

Այդպիսի յերեւ զեպք ունենք.

1) *H* հարթությանը զուգահեռ ուղիղը, վորը կոչվում է նաև հորիզոնական (հորիզոնալ), ինչպես մենք առաջ մատնանշել էյինք: *AB* (գծ. 46 և 47) լինելով զուգահեռ *H* հարթությանը, կլինի հավասար և զուգահեռ իր հորիզոնական պրոյեկցիային՝  $AB = ab$ : Վերադառնալ *a'b'* պրոյեկցիան և յերկրորդ վերադառնալ պրոյեկցիան  $a''b''$  զուգահեռ են համապատասխանորեն *OX* և *OY* առանցքներին  $a'b' \parallel OX$  և  $a''b'' \parallel OY$ :

2) *V* հարթությանը զուգահեռ ուղիղը կոչվում է նաև, ինչպես մենք մատնանշել էյինք, ֆրոնտալ

Ֆրոնտալը զուգահեռ է *V* հարթությանը, ուրեմն նա հավասար է զուգահեռ է իր վերադառնալ պրոյեկցիային, վորը յերևում է *Aa'b'B* քառանկյունուց (գծ. 48): Ֆրոնտալի մյուս յերկու պրոյեկցիաները զուգահեռ են *OX* և *OZ* առանցքներին (գծ. 48 և 49):

3) *W* հարթության զուգահեռ ուղիղը կոչվում է պրոֆիլագիծ: Պրոֆիլագիծը (գծ. 50 և 51) զուգահեռ է *W* հարթությանը, ուրեմն նրա պրոյեկցիան *W* հարթության վրա հավասար է զուգահեռ է իրեն՝ ուղիղին: Պրոֆիլագիծի վերադառնալ և հորիզոնական պրոյեկցիաներն ուղղահայաց են *OX* առանցքին:

**§ 18. Պրոյեկցիաների հարթություններին ուղղահայաց ուղիղների պրոյեկտումը**

Այդպիսի յերեւ զեպք ունենք.

1) Ուղիղն ուղղահայաց է *H* հարթությանը (գծ. 52 և 53): *H* հարթությանն ուղղահայաց ուղիղի հորիզոնական պրոյեկցիան դառնում է կետ, վերադառնալ պրոյեկցիան ուղղահայաց է *OX* առանցքին:

2) Ուղիղն ուղղահայաց է *V* հարթությանը (գծ. 54 և 55): *V* հարթությանն ուղղահայաց ուղիղի վերադառնալ պրոյեկցիան դառնում է կետ, իսկ յերկու մյուս պրոյեկցիաները զուգահեռ են *OY* առանցքին:

3) Ուղիղն ուղղահայաց է *W* հարթությանը (գծ. 56 և 57):

*W* հարթությանն ուղղահայաց ուղիղը պրոյեկտվում է *W* վրա վորպես կետ, իսկ *H* և *V* վրա պրոյեկտվում է *OX* առանցքին զուգահեռ ուղիղներով:

**§ 19. Կետի յեւ ուղիղի փոխադարձ դիրքը**

Յեթև կետը դառնվում է ուղիղ գծի վրա, ապա այդ կետի պրոյեկցիաները դառնվում են տվյալ ուղիղ գծի համանուն պրոյեկցիաների վրա (գծ. 57, կետ (*m*, *m'*, *m''*)):

Յեթե կետի մի վորեն պրոյեկցիան գտնվում է ուղիղ գծի համանուն պրոյեկցիայի վրա, ապա կետը և ուղիղը գտնվում են մի պրոյեկտող հարթության վրա, վորը տալիս է մատնանշված պրոյեկցիան: Գծ. 57<sub>2</sub> վրա M կետը և AB ուղիղը գտնվում են մի հորիզոնական պրոյեկտող հարթության վրա, այսինքն մի հարթության վրա, վորն ուղղահայաց է H հարթությանը:

## § 20. Ուղիղի կոնսեր

Ուղիղ գծի հետք տնվանում ենք ուղիղ գծի ու պրոյեկցիաների հարթության հատման կետը: Ուղիղ գծի հատման կետը H հարթության հետ կոչվում է հորիզոնական հետք, V-ի հետ՝ վերտիկալ հետք և W-ի հետ՝ ուղիղի յերկրորդ վերտիկալ հետք:

Ուղիղ գծից կարող է ունենալ մեկ հետք, յերկու հետք և վերջապես յերեք հետք, նայած նրա դիրքին պրոյեկցիաների հարթությունների նկատմամբ:

Ուղիղը, վորն ուղղահայաց է պրոյեկցիաների հարթություններից մեկին, ունի իր միակ հետքը միայն այդ հարթության վրա, իսկ մյուս յերկու հարթությունների վրա չունի հետքեր, վորովհետև նա զուգահեռ է այդ հարթություններին (ուղիղ AB գծ. 57<sub>4</sub>): Գծ. 57<sub>4</sub> վրա ուղիղը AB ուղղահայաց է H հարթության և, ինչպես հայտնի յե, H վրա նա պրոյեկտվում է իբրև կետ: Այդ նույն կետում կլինի AB ուղիղի հորիզոնական հետքը, վորն պրոյեկցիաները կլինեն m' և m:

Ուղիղը, վորը միայն զուգահեռ է պրոյեկցիաների հարթություններից մեկին, այդ հարթության վրա հետք չունի, իսկ մյուս յերկուսի վրա ունի: 57<sub>5</sub>, 57<sub>6</sub> և 57<sub>7</sub> գծագրերի վրա գտնված են հորիզոնականի, ֆրոնտալի և պրոֆիլագծի, այսինքն այն գծի, վորը զուգահեռ է W-ին, հետքերի պրոյեկցիաները: Բոլոր այդ որինակներում մենք ունենք յերկուական հետքեր:

Բոլոր բերված դեպքերում գծվար չե տպացուցել, վոր գտած կետերը հանդիսանում են հետքեր հատկապես այն պատճառով, վոր նրանք գտնվում են մի կողմից ուղիղ գծի վրա՝ ունենալով իրենց պրոյեկցիաները ուղիղի համապատասխան պրոյեկցիաների վրա, մյուս կողմից նրանք գտնվում են նաև պրոյեկցիաների հարթության վրա, ունենալով մի պրոյեկցիան պրոյեկցիաների առանցքի վրա:

Գծ. 57<sub>7</sub> և 58<sub>3</sub> վրա մենք ունենք ուղիղ գծի վերաբերյալ առաջագրության ընդհանուր դեպքը և գտնված են այդ ուղիղի բոլոր յերեք հետքերը: M կետը հորիզոնական հետքն է, N—վերտիկալ հետքը և P—յերկրորդ վերտիկալ հետքը:

Այդ կետերը միաժամանակ գտնվում են և տվյալ ուղիղի վրա և համապատասխան պրոյեկցիաների հարթության վրա:

Դժ. 57. Վրա պարզ յերևում է, Վոր ուղիղ գծի հորիզոնական հետքը կառուցելու համար անհրաժեշտ է ուղիղի վերաիկալ պրոյեկցիան  $a'b'$  շարունակել մինչև հասնելը  $OX$  առանցքի հետ և ստացված  $m'$  կետից կանգնեցնել  $OX$  առանցքին մի ուղղահայաց մինչև վերջինի հասնելը ուղիղի հորիզոնական պրոյեկցիայի հետ  $M$  կետում, կամ ուղիղի յերկրորդ վերաիկալ պրոյեկցիան  $a''b''$  շարունակել մինչև նրա հասնելը  $OY$  առանցքի հետ, ստացված  $m''$  կետից կանգնեցնել  $OY$  առանցքին մի ուղղահայաց մինչև սրա հասնելը ուղիղ գծի հորիզոնական պրոյեկցիայի հետ:

Մնացած հետքերի համար աշխատանքը կատարվում է նման յեղանակով:

$H$  և  $W$  հարթությունների համատեղելուց  $V$  հարթության հետ մենք կունենանք դժ. 57, Վորտեղ գտնված են ուղիղ գծի բոլոր յերեք հետքերը:

### § 21. Ուղիղի հասվածի իսկական մեծության վառուսմը ուղղանկյուն յեռանկյան կառուցման միջոցով

Մնդիրն այսպես է.— Իմանալով  $AB$  ուղիղի հատվածի հորիզոնական պրոյեկցիայի մեծությունը և դիրքը, այսինքն  $ab$ , նաև ալղ. հատվածի ծայրերի հեռավորությունները  $H$  հարթությանից, գտնել ուղիղի  $AB$  հատվածի իսկական մեծությունը Դժ. 57a վրա ունենք տարածական գծագիր, Վորը տալիս է  $AB$  ուղիղի հատվածի պրոյեկցիան  $H$  հարթության վրա: Յեթե տարածության մեջ  $ABba$  հարթության վրա տանենք մի ուղիղ գիծ  $AM$ , Վորը զուգահեռ է  $H$  հարթությանը, ապա կստանանք մի յեռանկյունի՝  $ABM$  ուղիղ անկյունով  $M$  կետում:

Այդ յեռանկյան մեջ եջը  $AM=ab$ —այսինքն՝ ուղիղ գծի հորիզոնական պրոյեկցիային:

Մյուս եջը  $BM$  հավասար է ուղիղ գծի հատվածի ծայրերի հեռավորությունների տարբերությանը, հաշված հորիզոնական հարթությանից: Ներքնաձիղը հավասար է ուղիղի հատվածի իսկական մեծությանը: Ուրեմն, կառուցելով 57b գծագրի վրա  $abB_0$  ուղղանկյուն յեռանկյունին ուղիղ գծի հորիզոնական պրոյեկցիային կից, մենք կունենանք յերեքնաձիղը  $aB_0$ , Վորը հավասար է ուղիղի հատվածի իսկական մեծությանը, Վորովհետև  $abB_0$  յեռանկյունում՝ յերկրորդ  $bB_0$  եջը վերցված է հավասար  $m'$   $b'$ , Վոր հավասար է  $AB$  ուղիղի ծայրերի հեռավորությունների տարբերությանը  $H$  հարթությանից:

1. Ուղիղները հասվում են: Յերկու ուղիղները տարածության մեջ կարող են հասվել, կարող են լինել զուգահեռ և կարող են խաչափառվել: Յեթն յերկու  $AB$  և  $CD$  ուղիղները հատվում են, ապա նրանք ունեն մի ընդհանուր կետ: Այդ կետի հորիզոնական պրոյեկցիան (գծ. 57<sub>9</sub>) գտնվում է թե մեկ ուղիղի հորիզոնական պրոյեկցիայի և թե մյուս ուղիղի հորիզոնական պրոյեկցիայի վրա: Հետևապես հատվող ուղիղների հորիզոնական պրոյեկցիաները պիտի հատվեն և նրանց հատման կետում կլինի իրենց՝ ուղիղների հատման կետի հորիզոնական պրոյեկցիան:

Նման յեղանակով դատելով, մենք կեղրակացնենք, վոր հատվող ուղիղների վերտիկալ պրոյեկցիաները նույնպես հատվում են և նրանց հատման կետում գտնվում է հենց ուղիղների հատման կետի վերտիկալ պրոյեկցիան:

Վերոմենակ յերկու ուղիղների հատման կետի վերտիկալ և հորիզոնական պրոյեկցիաները պիտի գտնվեն մի ուղիղի վրա, վորն ուղղահայաց է պրոյեկցիաների  $OX$  առանցքին, ուստի մենք կունենանք իրենց ուղղանկյուն պրոյեկցիաներով տված յերկու ուղիղների հատվելու ունակության հետևյալ հատկանիշը:

Յերկու ուղիղներ հատվում են, յեթե նրանց համանուն պրոյեկցիաները փոխադարձ հատվում են և ուղիղների պրոյեկցիաների այդ հատման կետերը գտնվում են մի ուղղահայացի վրա, վորը քաշված է գետի պրոյեկցիաների  $OX$  առանցքը:

Իսկ յեթե յերկու ուղիղները գտնվում են մի պրոյեկտող հարթությունում, ապա նրանք ունեն մի ընդհանուր պրոյեկցիա և նրանց փոխադարձ հատվելու համար բավական է, վոր մյուս պրոյեկցիաները հատվեն (գծ. 57<sub>10</sub> և 57<sub>11</sub>):

Բոլոր յերեք որինակներում  $K$  կետը հատման կետն է Յեթն յերկու ուղիղները գտնվում են պրոֆիլ հարթությունում, ապա այդ ուղիղների հատման հարցը պարզաբանելու համար անհրաժեշտ է նրանց պրոյեկտել  $W$  հալթության վրա: Ուղիղները հատվում են, յեթե նրանց յերկրորդ վերտիկալ պրոյեկցիաները հատվում են (գծ. 57<sub>12</sub>):  $W$ -ի վրա  $k''$  կետը գտնելուց հետո վորոնում ենք  $k$  և  $k'$  այնպես, ինչպես գծագրի վրա ցույց է տված սլաքներով:

2. Զուգահեռ ուղիղներ: Դիցուք ունենք տարածության մեջ յերկու զուգահեռ  $AB$  և  $CD$  գծեր: Յեթն այդ ուղիղներով տանենք հորիզոնական պրոյեկտող հարթություններ, ապա նրանք յերկուսն էլ լինելով ուղղահայաց  $HI$  հարթության և անցնելով զուգահեռ գծերով, տարածաչափության համապատասխան թեորեմի հիման վրա կլինեն իրար

զուգահեռ և կհատվեն H հարթության հետ զուգահեռ գծերով և այդ գծերի վրա կպրոյեկտվեն AB և CD ուղիղները:

Հետևապես, զուգահեռ գծերի հորիզոնական պրոյեկցիաները կլինեն զուգահեռ գծեր: Նման յեղանակով ապացուցվում է մեր կողմից զննվող ուղիղների վերաբերյալ պրոյեկցիաների զուգահեռությունը (գծ. 57<sub>13</sub> և 57<sub>14</sub>):

Վերջին գծագրի վրա զննվող ուղիղների հորիզոնական պրոյեկցիաները միասնացվում են, ուրեմն նրանք գտնվում են մեկ հորիզոնական պրոյեկտող հարթությունում:

3. Խաչափառվող ուղիղներ: Խաչափառվող ուղիղներ կոչվում են այնպիսի յերկու ուղիղներ տարածության մեջ, վորոնք չեն գտնվում մի հարթությունում: Նրանք տարածությունում կարող են տարբեր դիրքեր ունենալ: Յեթև այդպիսի յերկու ուղիղներ տված են իրենց պրոյեկցիաներով, ապա մենք կունենանք հատման և զուգահեռություն պայմանների բացակայությունը: Խաչափառվող յերկու ուղիղների որինակները բերված են գծ. 57<sub>15</sub> և 57<sub>16</sub> վրա: Գծ. 57<sub>15</sub> վրա թեկուզ և ուղիղների համապատասխան պրոյեկցիաները հասվում են, սակայն նրանց հատման կետերը չեն գտնվում մեկ ընդհանուր ուղղահայացի վրա, վոր տարված է դեպի OX առանցքը, ուրեմն այդ գծերը հասվող չեն: Նրանք նաև զուգահեռ չեն, վորովհետև համապատասխան պրոյեկցիաները զուգահեռ չեն իրար:

Գծ. 57<sub>16</sub> վրա պրոյեկցիաների մի զույգը զուգահեռ է, իսկ մյուսը հասվող է: Այստեղ բացակայում են յերկու ուղիղների թե զուգահեռություն և թե հատման պայմանները:

### ԽՈՅԴԻՐՔԵՐ

1. Կառուցել կետերի պրոյեկցիաներն ըստ կոորդինատների.

A (5, 3, 7), B (5, -3, 7), C (5, 3-7), D (5, -3, -7)

M (-5, 3, 7), N (-5, -3, 7), P (-5, 3, -7) և S (-5, -3, -7):

2. Կառուցել յերկու պրոյեկցիաները մի ուղիղ գծի, վորի ծայրերը գտնվում են տարբեր անկյուններում (առաջին և յերրորդ, յերկրորդ և յորրորդ և այլն) և գտնել նրա հետքերը: Յույց ապա այն անկյունները, վորոնցով անցնում է այդ ուղիղը:

3. Պրոյեկցիաների հարթություններից հավասար հեռավորություն վրա գտնվող կետերով տանել հորիզոնականներ և Ֆրոնտալներ (յերկու պրոյեկցիաներով) և գտնել նրանց հետքերը:

Աշխատանքը կատարել բոլոր չորս անկյուններում:

4. Տված է առաջին անկյունում AB ուղիղը: Յերկրորդ անկյան M կետով, վորը հավասար հեռավորություն վրա յե գտնվում պրոյեկցիաների հարթություններից, տանել մի ուղիղ՝ զուգահեռ AB ուղիղին և գտնել նրա հետքերը:

5. Ուղիղն  $AB$  և  $M$  կետը գտնվում են պրոֆիլ հարթության վրա:  $M$  կետով տանել մի ուղիղ՝  $AB$  ուղիղին զուգահեռ:

6. Տված է մի ուղիղ յերկու պրոյեկցիայով:

Գտնել նրա վրա մի կետ հաժախար հեռավորության վրա պրոյեկցիաների հարթություններից և այդ կետով տանել հորիզոնական կամ ֆրոնտալ:

## Գ Լ Ո Ւ Ն 2

### ՀԱՐԹ ՊԵՏԿԵՐՆԵՐԻ ՅԵՎ ՅԵՐԿՐԱԶԱՓԱԿԱՆ ՄԱՐՄԻՆՆԵՐԻ ՊՐՈՅԵԿՏՈՒՄԸ ՅԵՐԵՔ ՀԱՐԹՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՎՐԱ

#### § 23. Յեռանկյան պրոյեկտումը յերեք հարթությունների վրա

Վորեն յեռանկյան յերեք պրոյեկցիաներն ունենալու համար, բավական է վերցնել յերեքական պրոյեկցիաներ յերեք բոլորովին կամավոր կետերի և ընդունել դրանց վորպես վորոշվող յեռանկյան յերեք զազաթների պրոյեկցիաներ:

Գծ. 58 վրա ունենք կամավոր յեռանկյան յերեք պրոյեկցիաները՝ Գծ. 58 վրա և հետագա զծագրում մենք կգծենք միայն  $OX$ ,  $OY$  և  $OZ$ , իսկ յեզրագծերը, վորոնք պատկանում են  $H$ ,  $V$  և  $W$  ուղղանկյուններին, առանց գործին փաստելու կարող ենք բաց թողնել, պատկերացնելով նրանց միայն մեր յերևակայության մեջ:

Յերբ մենք կառուցում ենք յեռանկյան յերրորդ պրոյեկցիան ըստ նրա յերկու տվյալ պրոյեկցիաների, մենք յերեքնիստ ստանում ենք այդ յերրորդ պրոյեկցիան շատ նեղ, ձգված յեռանկյան ձևով, շատ մոտ ուղիղ գծին: Այդպիսի պրոյեկցիան հարմար չէ հետագա աշխատանքի համար, յեթե ըստ խնդրի ընթացքի տվյալ յեռանկյան հարթությունում հարկավոր է լինում վորեն կառուցում կատարել:

Մենք այստեղ կտանք յեռանկյան յերկու պրոյեկցիաների կառուցման մի այնպիսի յեղանակ, վոր յերրորդ պրոյեկցիան ստացվի նորմալ յեռանկյան ձևով: Յեռանկյան վերտիկալ պրոյեկցիան վերցնում ենք բոլորովին կամավոր:

Յեռանկյան հորիզոնական պրոյեկցիաները կառուցելու ժամանակ զազաթները վերցնում ենք այնպես, վոր յեռանկյան զազաթները պրոյեկցիաները վերեից ներքև կարգավիս վերադիվալ և հորիզոնական պրոյեկցիաներում միջին տառերն ստացվեն տարբեր: Որինակ, գծ. 58 վրա վերեից ցած իջնելով՝ կարգում ենք  $b'$   $a'$   $c'$  և  $bca$ . միջին տառերը տարբեր են:

Ինչպես մենք տեսնում ենք, յերրորդ պրոյեկցիան  $b''$   $a''$   $c''$  յերևան

և դալիս նորմալ ձևով, վոր հարմար և յեռանկյան հետագա կառուցումների համար:

Ենթիւ 19, կառուցել մի յեռանկյունի, վորի մի կողմը զուգահեռ լինի պրոյեկցիաների հարթություններից մեկին:

ա) Յեռանկյան մի կողմը զուգահեռ և H-ին Վերցնում ենք AB հորիզոնականն իր յերեք պրոյեկցիաներով (գծ. 59) և ընդունում ենք նրան վորպես վորոնվող յեռանկյան կողմերից մեկը: Հետո վերցնում ենք C կամավոր գազաթի յերեք պրոյեկցիաները:

բ) Նման կառուցումով մենք ունենք գծ. 60 վրա յեռանկյան մի կողմն իբրև Ֆրոնտալ:

գ) Յեռանկյան մի կողմը զուգահեռ և W հարթությանը (գծ. 51), Վերցնում ենք պրոֆիլագիծն AB իր յերեք պրոյեկցիաներով և նրան ընդունում ենք վորպես վորոնվող յեռանկյան կողմերից մեկը, իսկ վորոնվող յեռանկյան յերրորդ C գազաթը վերցնում ենք կամավոր:

Ենթիւ 20, կառուցել յեռանկյունի յերեք պրոյեկցիայով այնպես, վոր յեռանկյան կողմերից մեկը լինի ուղղահայաց պրոյեկցիաների հարթություններից մեկին:

ա) Յեռանկյան մի կողմը ուղղահայաց և H հարթությանը (գծ. 62), Գծենք AB ուղիղը, վորն ուղղահայաց և H հարթությանը, իր յերեք պրոյեկցիաներով և ընդունենք նրան վորպես վորոնվող յեռանկյան մի կողմը: Դադարձ C վերցնում ենք կամավոր: Մովորաբար յեռանկյան յուրաքանչյուր պրոյեկցիան պատկերանում և յեռանկյան ձևով, բայց ամյալ դեպքում յեռանկյան հորիզոնական պրոյեկցիան գարձել և ուղիղ դիժ, վորովհետև վորոնվող յեռանկյան մի կողմն ուղղահայաց և H-ին և վերջինիս վրա պրոյեկտվում և վորպես կեսո:

բ) Յեռանկյան մի կողմն ուղղահայաց և V հարթությանը: Աշխատանքն սկսում ենք V հարթությանն ուղղահայաց ուղիղի յերեք պրոյեկցիաների կառուցումով: AB ուղիղն ընդունում ենք վորպես վորոնվող յեռանկյան կողմերից մեկը: Վորոնվող յեռանկյան յերրորդ գազաթը վերցնում ենք կամավոր: Գծ. 63 վրա յերեք պրոյեկցիայով պատկերացված և վորոնվող յեռանկյունին, վորի վերաիկալ պրոյեկցիան գարձել և ուղիղ դիժ, վորովհետև AB կողմի վերաիկալ պրոյեկցիան գտնում և կեսո:

գ) Յեռանկյան կողմերից մեկն ուղղահայաց և W հարթությանը: Վերցնում ենք AB ուղիղն ուղղահայաց W հարթությանը: AB ուղիղի վերաիկալ և հորիզոնական պրոյեկցիաները զուգահեռ են OX առանցքին, իսկ նրա պրոյեկցիան W հարթության վրա կտա կեսո: AB ուղիղն ընդունում ենք վորպես վորոնվող յեռանկյան կողմերից մեկը: Վորոնվող յեռանկյան յերրորդ գազաթը C վերցնում ենք կամավոր:

Գծ. 64 վրա պատկերացված են վորոնվող յեռանկյան յերեք պրոյեկցիաները, ընդվորում պրոյեկցիան W հարթության վրա դառնում է ուղիղ գիծ:

§ 28. Կետի կառուցումը սվյալ յեռանկյամ հարթւայում մեջ

Դիցուք, տված է ABC յեռանկյունին յերեք պրոյեկցիաներով: Ցեռանկյան հարթության վրա մի կետ կառուցելու համար մենք պիտի նախապես յեռանկյան հարթության մեջ կառուցենք մի ածանդակ ուղիղ և ապա վերջինիս վրա վերցնենք մի կետ: Իսկ յեռանկյան հարթության մեջ ոժանդակ ուղիղի կառուցման համար մենք վերցնում ենք նրա կողմերից մեկի վրա մի կետ և միացնում ենք նրան կամ յեռանկյան (գծ. 65) գագաթի հետ, կամ թե մի կետի հետ (գծ. 66), վորը գտնվում է յեռանկյան մյուս կողմի վրա: Գծ. 65 և 66 վրա ցույց են տված այդ յերկու դեպքերը:

Խնդիր 21: Տված է յեռանկյունի ABC յերեք պրոյեկցիայով:

Տվյալ յեռանկյան հարթությունում կառուցել մի ուրիշ յեռանկյունի աշնպես, վոր վորոնվող յեռանկյան մի գագաթը գտնվի տվյալ յեռանկյան կողմի վրա, իսկ մյուս յերկու գագաթները գտնվեն տվյալ յեռանկյան հորիզոնականի և ֆրոնտալի վրա:

Գծ. 67 վրա վորոնվող յեռանկյան P գագաթը գտնվում է BC կողմի վրա, գագաթն M՝ հորիզոնականի վրա, իսկ N գագաթը՝ տվյալ յեռանկյան ֆրոնտալի վրա:

Խնդիր 22: Տրվում է յեռանկյունի յերեք պրոյեկցիաներով: Կառուցել տվյալ յեռանկյան հարթությունում մի ուրիշ յեռանկյունի աշնպես, վոր վորոնվող յեռանկյան մի գագաթը համընկնի տվյալ յեռանկյան գագաթներից մեկի հետ, իսկ մյուս գագաթը գտնվի տվյալ յեռանկյան հորիզոնականի (կամ ֆրոնտալի) վրա (գծ. 68 և 69):

Խնդիր 23: Կառուցել յեռանկյունի աշնպես, վոր նրա գագաթները գտնվեն կոորդինատային հարթությունների վրա: Խնդիրը լուծված է գծ. 70 վրա:

Խնդիր 24: Կառուցել յեռանկյունի յերեք պրոյեկցիայով աշնպես, վոր մի գագաթը գտնվի H հարթության վրա, մյուսը՝ OZ առանցքի վրա, իսկ յերրորդ գագաթը լինի H և V պրոյեկցիաների հարթություններից հավասար հեռավորության վրա: Խնդիրը լուծված է գծ. 71 վրա:

Խնդիր 25: Կառուցել յեռանկյունի յերեք պրոյեկցիայով աշնպես, վոր բոլոր յերեք գագաթները գտնվեն OX, OY և OZ կոորդինատային առանցքների վրա:

Գծ. 72 վրա պատկերացված է վորոնվող յեռանկյունին:

§ 25. Ուղղանկյան պրոյեկումը յեռեք հարթւոյւններ վրա

Ուղղանկյունները մենք կ'ընդնենք ամենապարզ պայմաններում, յերբ ուղղանկյան հարթությունը կամ ուղղահայաց է կամ զուգահեռ պրոյեկցիաների հարթություններից մեկին, իսկ ուղղանկյան յերկու հակադիր կողմերն ուղղահայաց են պրոյեկցիաների հարթությանը: Տարածական գծագրերը կառուցելիս ուղղանկյունին կհամարենք անթափանցիկ:

Դժ. 73 և 74 վրա ABCD ուղղանկյան հարթությունն ուղղահայաց է H հարթությանը: AB և CD կողմերը նույնպես ուղղահայաց են H հարթությանը:

Վերսկսենք AB, նույնպես և CD պրոյեկտում են H վրա վերայն կես, ապա ուղղանկյան հորիզոնական պրոյեկցիան դառնում է ուղիղ գիծ:

Դժ. 75 և 76 վրա ABCD ուղղանկյան հարթությունը զուգահեռ է V հարթությանը, իսկ AB և CD կողմերն ուղղահայաց են H հարթությանը: Այդպիսի ուղղանկյունին պրոյեկտում են V վրա իսկական մեծությամբ, իսկ H և W վրա—OX և OZ-ին զուգահեռ գծերի ձևով:

Դժ. 77 և 78 վրա ուղղանկյան հարթությունն ուղղահայաց է V հարթությանը, ընդհարում մի կողմը BC գտնվում է V հարթության վրա, ուրևն նրա պրոյեկցիաները H և W վրա գտնվում են OX և OZ առանցքների վրա: Դժ. 79 վրա պատկերացված է H հարթությանը զուգահեռ ուղղանկյան յերեք պրոյեկցիաները, բացի դրանից, ուղղանկյան մի կողմը գտնվում է V հարթությունում:

Դժ. 80 և 81 վրա ուղղանկյան հարթությունն ուղղահայաց է W հարթությանը և, բացի դրանից, BC և AD կողմերը զուգահեռ են OX առանցքին:

Դժ. 82 վրա ABCD ուղղանկյունին գտնվում է W հարթությանը զուգահեռ հարթության վրա և W վրա պրոյեկտում է իսկական մեծությամբ: Ուղղանկյան մյուս յերկու պրոյեկցիաները զուգահեռ են OY և OZ առանցքներին, այսինքն ուղղահայաց են OX առանցքին: Ուղղանկյունին իր AD կողմով շոշափվում է H հարթության հետ:

§ 26. Խորանարդի, զուգահեռաձևի, բուգի, գլանի յեռ կոնի պրոյեկումն բա պարզ ձևավորների յերեք հարթւոյւնների վրա

Դժ. 83 և 84 վրա պատկերացված է խորանարդը յերեք պրոյեկցիաներով: Խորանարդի յաւաքանչյուր պրոյեկցիան քառակուսի չէ համաձայն խորանարդի գրաված դիրքի գծ. 83 և 84 լրա: Դժ. 81 վրա խորանարդը իր մի նիստով գտնվում է H հարթության վրա և մյուս

յերկու նիստերը զուգահեռ են V և W կոորդինատային հարթություններին: Գծ. 84 վրա խորանարդի լայնքնիստերը, վորոնք համաժայտվում են մի գաղաթում, զուգահեռ են H, V և W կոորդինատային հարթություններին:

Գծ. 83 և 84 վրա տառեր չեն նշանակված, վորովհետև առանց նրանց էլ գծագրերը լրիվ հասկանալի չեն: Մենք հետագայում ևս յերբեմնակի տառերը բաց կթողնենք, յիթև դա չի դժվարացնի գծագրի ըմբռնումը: Ընդհանրապես մենք պիտի ընտելանանք առանց տառերի գծագրերին, վորովհետև, հետագայում, մեք ենաշինակա՛ն գծագրերում շարունակ կունենանք գծագրեր առանց տառերի:

Գծ. 85 վրա պատկերացված է ուղղանկյուն զուգահեռանիստ, վորի մի նիստը գտնվում է H հարթության վրա, իսկ մյուս յերկու նիստերը զուգահեռ են V և W հարթություններին: Բոլոր պրոյեկցիաներում այդպիսի զուգահեռանիստը պատկերանում է ուղղանկյունների ձևով:

Պատկերացնենք գծ. 86 վրա նույն ուղղանկյուն զուգահեռանիստը, բայց քիչ շրջած վերտիկալ առանցքի շուրջը: Այդպիսի զուգահեռանիստի հորիզոնական պրոյեկցիան կպատկերանա նույնպիսի ուղղանկյունով, վորը գծ. 85 վրա յե, բայց միայն այստեղ ուղղանկյան կողմերը զուգահեռ չեն OX և OY առանցքներին:

Այդ զուգահեռանիստը պրոյեկտելիս V վրա մենք միայն կպատկերացնենք անընդհատ (հոծ) գծերով նրա յերեք կողմային կողերի պրոյեկցիաները, վորովհետև V վրա պրոյեկտելիս այդ կողերը կերևան իսկ չորրորդ կողմային կողը: V-ի վրա պրոյեկտելիս անտեսանելի յե, զրա համար էլ մենք նրա պրոյեկցիան V վրա պատկերացնում ենք հետաշարով: Նույնպես և W-ի վրա պրոյեկտելիս մենք ունենք յերեք կողմնային կողերի պրոյեկցիաները տեսանելի, իսկ չորրորդն անտեսանելի:

Գծ. 87 վրա պատկերացված է յերեք պրոյեկցիայով մի կանոնավոր ուղիղ հինգանիստ պրիզմա, վորը իր հիմքով կանգնած է H հարթության վրա: Նրա հորիզոնական պրոյեկցիան կպատկերանա կանոնավոր հինգանկյունով: Յերկու կողերի վերտիկալ պրոյեկցիաները պատկերացված են կետաշարով, վորովհետև այդ կողերը V-ի վրա պրոյեկտելիս անտեսանելի կլինեն: Իսկ W վրա պրոյեկտելիս անտեսանելի կողերի պրոյեկցիաները համընկնում են տեսանելի կողերի պրոյեկցիաների հետ, զրա համար էլ այստեղ չկա կետաշար:

Գծ. 88 վրա պատկերացված է յերեք պրոյեկցիաներով մի կանոնավոր ուղիղ վեցնիստ պրիզմա, ընդվորում V և W-ի վրա պրոյեկտելիս անտեսանելի կողերի պրոյեկցիաները ծածկվում են տեսանելի կողերի պրոյեկցիաներով, զրա համար էլ գծ. 88 վրա բոլորովին չկան

կողերի կնատաշար պրոյեկցիաներու Դձ. 89 վրա պատկերացված և իբր յերեք պրոյեկցիաներով մի կանոնավոր ուղիղ հինգանիստ ըստդ: վորի հիմքը դտնվում և H վրա Դձ. 90 և 91 վրա պատկերացված են իրենց յերեք պրոյեկցիաներով ուղիղ շրջանային գլաններու Առաջին գլանի հիմքը դտնվում և H հարթությունում, իսկ մյուսին՝ V-ին զուգահեռ հարթության մեջ Դձ. 92 վրա պատկերացված և իբր յերեք պրոյեկցիայով մի գլան՝ գլանաձև փորվածքով: Փորվածքի կոնտուրը V և W վրա պատկերացված և կնատաշարով, իսկ H-ի վրա—յերկրորդ փորք շրջանագծով: Գլանի հիմքը դտնվում և H-ին զուգահեռ հարթության վրա Դձ. 93 վրա ունենք մի ուղիղ շրջանային կոն իբր յերեք պրոյեկցիաներով: Կոնի հիմքը դտնվում և H հարթության վրա:

### § 27. Յեւի հարթւթյան վրա պրոյեկումն անհրամեօսւթյան պարզաբանումը

Յեւի գծագրի վրա չեն նշանակված տառեր, ապա վոչ միշտ հնարավոր և լինում գաղափար կազմել պատկերացված առարկայի ձևի մասին:

Վերցնենք, որինակ, դձ. 94, վորտեղ անհայտ ձևի՝ առարկայի վերաբերել և հորիզոնական պրոյեկցիաները պատկերացված են քառակուսիներով: Մի ուժեղ շարք առարկաների համար մենք ունենք վերաբերել և հորիզոնական պրոյեկցիաներն ալնպես, ինչպես 94 դձ. վրա:

Դձ. 94 կարող և պատկերացնել խորանարդի, ուղղանկյան, գլանի, յնասնիստ պրիզմայի, յերկու քառակուսու և այլ առարկաների պրոյեկցիաներ:

Իսկ վերցնելով, բացի յերկու պրոյեկցիաներից, նաև տվյալ առարկայի յերրորդ պրոյեկցիան, մենք առաջացած անորոշությունը վերացնում ենք: Դձ. 94-ին կից կառուցենք նաև յերրորդ պրոյեկցիան տարբեր դեպքերի համար: Դձ. 95 վրա ունենք խորանարդի պրոյեկցիաները, դձ. 96 վրա—ուղղանկյան պրոյեկցիաները, դձ. 97 վրա—գլանի պրոյեկցիաները: Դձ. 98 վրա ունենք յնասնիստ պրիզմայի պրոյեկցիաները, իսկ դձ. 99 վրա պրոյեկցիաները յերկու քառակուսիների, վորոնց հարթությունները զուգահեռ են H և V հարթություններին:

Բոլոր ընթած որինակներում վերաբերել և հորիզոնական պրոյեկցիաները միևնույնն են: Բերած որինակից յերևում և, վոր յերրորդ պրոյեկցիան շատ դեպքերում անհրաժեշտ և:

**§ 28. Հասած բուրգի յեվ հասած կամի պոռնկեումը  
յերեմ հարբության վրա**

Գծ. 100 վրա պատկերացված է իր յերեք պոռնկեցիականերով մի հասած բուրգ, վոր յուր քառակուսի հիմքով դրած է H հարթության վրա: Գծ. 101 վրա տված է հասած կոնի յերեք պոռնկեցիակաները: Կոնի հիմքը գտնվում է H հարթության վրա:

**§ 29. Համվածեմերով խորանարդի պոռնկեումը  
յերեմ հարբության վրա**

Պարզության համար յուրաքանչյուր գծագիր ունի նաև իր տարածական գծագիրը: Այսպիսի յուրաքանչյուր դույզը համարակալված է հաջորդաբար՝ 102 և 103, 104 և 105, 106 և 107 . . . 116 և 117:

Գծ. 103 վրա ունենք յերեք պոռնկեցիականերով մի խորանարդ, վորի վերևի ձախ քառորդը հանված է: Գծ. 102 վրա պատկերացված է նույն խորանարդի տարածական գծագիրը: Գծ. 105 վրա պատկերացված են յերեք պոռնկեցիականեր մի խորանարդի, վորի ձախ կողմից, վերևի առջևի մեկ ութերորդ մասը հանված է: Գծ. 104 վրա ունենք խորանարդի տարածական գծագիրը, վորը պատկերացված է 105 գծագրի վրա:

Հետևյալ գծագրերում պատկերացված է յերեք պոռնկեցիականերով նույն խորանարդը, բայց ավելի բարդ հանվածքներով, վոր կարելի է հեշտ ըմբռնել, դիտելով համապատասխան տարածական գծագրերը: Որինակ, վերջին դույզում 116 և 117 գծագրերում խորանարդն ունի նույնպիսի հանվածքներ, վորոնք արված էյին 104 և 105 գծագրերի վրա և, բացի դրանից, ունի մի գլանաձև անցք, վորի շառավիղը հավասար է խորանարդի կողմի կեսին:

Այդ անցքը կառուցելիս մենք պիտի քաշենք շրջանագծերի մասեր, վորոնց արամագիծը հավասար է խորանարդի կողմի կեսին, իսկ կենտրոնները գտնվում են խորանարդի հետևի նիստի կենտրոնում, առջևի նիստի կենտրոնում և մի կետում, վորը կիսում է այդ կենտրոնները միացնող ուղիղը: Գծ. 114 և 115 վրա խորանարդն ունի նույնպիսի գլանաձև անցք, ինչպես 116 և 117 գծ. վրա: Մնացած գծագրերի դույզերը հանձնարարվում է ուսանողին ինքնուրույն ուսումնասիրել:

**§ 30. Համվածեմերով խորանարդի պոռնկեցիականի  
պատկերացումն առանց պոռնկեաց գծերի**

Վորովհետև տեխնիկական գծագրերում մեն մասամբ պոռնկատող գծերը բաց են թողնվում, ուստի մենք այստեղ արդեն այդ բանին պիտի մոտենանք և ընտելանանք:

Որինակի համար 118—123 գծագրերի վրա պատկերացվում է հանվածքներով խորանարդը յերեք պրոյեկցիաներով, ընդ որում բաց են թողված բոլոր պրոյեկտող գծերը: Ավելի հասկանալի լինելու համար 118—123 գծ. վրա վերցված է նույն խորանարդը, նույն հանվածքներով, վորոնք ունենք նախորդ հատվածներում: Այսպես հարկավոր է դիտել գծագրերը զույգ զույգ՝ 118 և 107, 119 և 109, 120 և 111, 121 և 113, 122 և 115, վերջապես՝ 123 և 117:

Դձ. 123<sub>1</sub>—123<sub>2</sub> վրա պատկերացված է խորանարդը հանվածքներով:

Հաճախ պրոյեկտող գծերի բացակայությունը դարձնում է գծագիրը ափելի պարզ և ակնհերե, մինչդեռ մեծ քանակությամբ առանց կարեքի տարած պրոյեկտող գծերը մթագնում են գծագիրը:

### § 31. Համվածմներով պրիզմաների, բուրգերի, գլանների յեղ կոնների պրոյեկցումը յերեք հարթւոյթում վրա

Դյուրամբոնելիության համար յուրաքանչյուր որինակ ունի իբր տարածական գծագիրը: Դձ. 124, 126, 128 և 130 վրա ունենք տարածական գծագրեր, իսկ 125, 127, 129 և 131 վրա ունենք նույն մարմինների պատկերացումը յերեք պրոյեկցիաներով: Բոլոր թված գծագրերում գծ. 125, 127, 129, 131 բաց են թողված պրոյեկտող գծերը, վորովհետեւ առանց նրանց եւ կառուցման յնդանակը հասկանալի չի:

Մենք, ընդհանրապես, հետադաշում գծագրի վրա կթողնենք ըստ հնարավորին քիչ պրոյեկտող գծեր, թողնելով միայն նրանց, վորոնք վերաբերում են հենց խնդրի լուծմանը: Իսկ պրոյեկտող գծերը, վորոնք վերաբերում են հենց իրա՝ առաջադրության կառուցմանը, առանց ֆիտակելու գծագրի ըմբռնելիության և ակնհերեությանը, իհարկե, կարող են բաց թողնվել:

Հետեյալ գլխում մենք ցույց կտանք այդ նույն մարմինների պատկերները յերեք ուղղանկյուն պրոյեկցիաներով, բաց թողնելով վոչ միայն պրոյեկտող գծերը, այլեւ կոորդինատային առանցքները, ինչպես կիրառվում է տեխնիկական գծագրերի պատրաստման ժամանակ:

### § 32. Մարմինների ուղղանկյուն պրոյեկցիաների պատկերացումը առանց ցույց առնու գծագրի վրա կոորդինատային առանցքներ

Այնպատանքն սկսում ենք գծելով պրոյեկցիաներից վորեւ մեկը, որինակ՝ վերաիկալ պրոյեկցիան: Նրա տակը տեղափորում ենք հորիզոնական պրոյեկցիան ալնպես, վոր կետի վերաիկալ և հորիզոնական

պրոյեկցիան գտնվին մի վերաիկալ ուղիղի վրա: Կառուցելով ամյա առարկայի հորիզոնական պրոյեկցիան, մենք կուեննանք արդեն նրա յերկու պրոյեկցիաները (վերաիկալ և հորիզոնական): Ստացված յերկու պրոյեկցիաների միջոցով կառուցում ենք յերրորդը (պրոյեկցիան  $W$  վրա) և տեղավորում ենք նրան այնպես, վոր յուրաքանչյուր կետի յերրորդ պրոյեկցիան իր վերաիկալ պրոյեկցիայի հետ գտնվի մի հորիզոնական գծի վրա:

Այստեղ մենք հորիզոնական և յերկրորդ վերաիկալ պրոյեկցիաները կարող ենք վերցնել կամավոր հեռավորության վրա վերաիկալ պրոյեկցիայից: Մեկը կարելի է հեռացնել, իսկ մյուսը մոտեցնել առաջուց կառուցած վերաիկալ պրոյեկցիային, նայած թղթի վրա ունեցած տեղին: Այստեղ գծ. 132, 133, 134, և 135 վրա պատկերացված են յերեք պրոյեկցիաներով նույն մարմինները, ինչ վոր 125, 127, 129 և 131 գծ. վրա: Պրոյեկցիաները վերցված են նույնը և դասավորված են պատշաճ տեղերում, բայց միայն հեռավորությունները պրոյեկցիաների միջև միշտ նույնը չեն պահպանված, ինչ վոր յեղի է 125, 127, 129 և 131 գծ. վրա, սակայն այդ չի խանգարում գծազրի հասկանալու: Այս դեպքում առարկան քիչ տարբեր է դասավորված յերևակայական կոորդինատային հարթությունների նկատմամբ: Վերացնելով պրոյեկտող գծերը և կոորդինատային առանցքները, մենք մոտենում ենք տեխնիկական գծազրի տիպին:

Վերջացնելու համար մարմինների ուղղանկյուն պրոյեկտումը յերեք հարթությունների վրա, 136—141 գծ. վրա և 141<sub>1</sub>—141<sub>2</sub> գծ. վրա բերենք հանվածքներ ունեցող մասերի և սնամեջ գնդերի պրոյեկտումը:

### § 33. Դրանակամ պտուտիկադիծ

Յենթադրենք, թե ունենք մի վերաիկալ ուղիղ վորոշ յերկաթության և այդ ուղիղով հավասարաչափ կերպով շարժվում է մի կետ: Մենք հնարավորություն ունենք յուրաքանչյուր ակնթարթ այդ կետի դիրքը վորոշելու: Յեթե կետը ուղիղի ամբողջ յերկարությունն անցնում է ի ժամանակում, ապա լ՛ի ժամանակում կանցնի, իհարկե, ամբողջ ճանապարհի լ՛ի մասը, այսինքն կրարձրանա ի յերկարության լ՛ի մասը, յեթե ի նշանակենք մեր վերցրած ուղիղի ամբողջ յերկարությունը:

Յենթադրենք այժմ, վոր ուղիղ գիծն ինքն իր հերթին պտտվում է մի առանցքի շուրջը, վորն ուղղահայաց է  $H$  հարթությանը, հաստատուն անկյունային արագությամբ, այսինքն պտտվող ուղիղը հավասար ժամանակամիջոցներում անցնում է հավասար անկյուններ:

Հետևապես, մեր վերցրած ուղիղը կշարժվի (համընկնելով տարբեր ֆինչների հետ) շրջանալին գլանի մակերևույթով, զորի առանցքն ուղղահայաց և H հարթությամբ:

Ուրեմն, մեր դիտած կետը, զորը շարժվում և պտտվող ուղիղի վրա, կլինի բարդ շարժման մեջ և նրա տրայեկտորիան տարածությունում կկազմի մի գիծ, զորը կոչվում գլանակալ պատկերված:

Այդ գծի պրոյեկցիաները կառուցելու համար մենք յենթադրենք, զոր է ժամանակում ուղիղ գիծը կանի մի լրիվ պտույտ առանցքի շուրջը և կվերադառնա իր սկզբնական դիրքին: Բաժանելով է ժամանակը n համասար մասի (մեր որինակում դժ. 141, վրա տասներկու մասի) մենք հնարավորություն ունենք կառուցել շարժվող կետի պրոյեկցիաները է ժամանակի 1/n, 2/n, 3/n ականթարթներում՝ հաշված շարժման սկզբից: Այդ կետերը նշում ենք 0, 1, 2, 3, 4 . . . n թվանշաններով և միացնում ենք սահուն կորով: Կետի սկզբնական դիրքը նշանակված և 0, նրա պրոյեկցիաները H, V, և W հարթությունների վրա՝ 0, 0', 0'':

Դժ. 141, վրա ցույց և տված գլանական պտուտակագծի յերկու գալարների յերեք պրոյեկցիաները, կառուցման ընթացքը գծագրի վրա ցույց և տված սլաքներով (2 կետի պրոյեկցիաների համար):

Դժ. 141, վրա չի ցույց տված վոչ վերևում մատնանշված ուղիղը, զոչ ել գլանական մակերեսը, զորի վրա դրանում և պտուտակագիծը: Այստեղ ունենք միայն իրեն՝ գծի յերեք պրոյեկցիան, զորը կազմում և այս պարագրաֆի խնդիրը:

Յենթադրենք վերտիկալ ուղիղ գծի մի փոքր հատված շարժվում և պտուտակագծի առանցքի շուրջը և այդ հատվածի մի ծայրը սահում և պտուտակագծի վրայով՝ պահպանելով իր վերտիկալ դիրքը: Ստացված մակերևույթը ներկայացնում և մի պտուտակային շերտ: Դժ. 141, ցույց են տված յերեք պրոյեկցիաները այդպիսի շերտի յերկու գալարի:

Դլանական պտուտակագիծը հիմք և ծառայում զանազան պրոֆիլների պտուտակային պարուրաններ կառուցելու համար: Պարուրակի պրոֆիլները, նրա դրանալու յեղանակը և նրանց գծումը շարագրված և մեքենաշինական գծագրության կուրսում և տված և OCT-ում:

### § 32. Հագանակի պրոյեկումը

Ամենից առաջ պիտի տրվի զսպանակի նորմալ հատվածքը, այսինքն այն հատվածքը, զորը գտնվում և պտտման առանցքով անցնող հարթության մեջ: Յենթադրենք, թե մենք ցանկանում ենք պրոյեկ-

տեղ քառակուսի կտրվածքով մի զսպանակ, վորն առաջնում է մի քառակուսու շարժելուց մի վերաիկալ առանցքի շուրջը՝ պահպանելով հետևյալ պայմանները.

1) քառակուսու գազաթներից մեկը շարժվում է գլանաձև պտուտակազծի վրայով.

2) քառակուսու հարթութունն անցնում է շարժման ամբողջ ժամանակը պտտման առանցքով.

3) քառակուսու մի կողմը շարժման ամբողջ ժամանակ մնում է ուղղաձիգ՝ Պահպանելով բոլոր մասնանշված պայմանները, մենք կատանանք մի զսպանակ, վորը պատկերացված է 141, գծ. վրա:

Ըստ 141, գծ., վորտեղ յերեք ուղղանկյուն պրոյեկցիաներով պատկերացված է քառակուսի հատվածքով զսպանակը, տեսնում ենք, վոր քառակուսու բոլոր մնացած գազաթները նույնպես շարժվում են գլանաձև պտուտակազծերով:

Գծ. 141, վրա ցույց է տված զսպանակի մեկ ու մի քառորդ գալարը: Գծ. 141<sub>10</sub> վրա անենք 141, գծ. յերկրորդ որինակը:

### Խնդիրներ

1. Տրված է յեռանկյունի յերկու պրոյեկցիայով: Կառուցել յեռանկյան յերրորդ պրոյեկցիան և յեռանկյան հարթության մեջ կառուցել մի ուրիշ յեռանկյունի այնպես, վոր վորոշվող յեռանկյան յերկու կողմերը լինեն համապատասխանորեն զուգահեռ:

a) H և V-ին, b) H և W-ին, c) V և W-ին:

2. Կառուցել յեռանկյան յերեք պրոյեկցիաներն այնպես, վոր յեռանկյան յերկու գազաթները լինեն բոլոր յերեք պրոյեկցիաների հարթութայուններից հավասար հեռավորության վրա, իսկ յերրորդ գազաթը գտնվի համապատասխան H, V կամ W վրա:

3. Կառուցել հանվածքներով խորանարդ, պրիզմա, բուրգ, կոն, գլան և դունդ յերեք պրոյեկցիայով (որինակները վերցնել կուրսում բերված որինակներից տարբեր):

### Գ Լ Ո Ւ Ն 3

## ԱԿՍՈՆՈՄԵՏՐԻԱՅԻ ՀԻՄՈՒՆՔՆԵՐԸ

### § 36. ԱԿՍՈՆՈՄԵՏՐԻԱՅԻ ՍԱԽՄԱՆՈՒՄԸ ԵՎ ԱՆՈՐԱԲԱԺԱՆՈՒՄԸ

ԱԿՍՈՆՈՄԵՏՐԻԱՅԻ (die Axe—առանցք խոսքից) է պրոյեկտման մի այնպիսի մեթոդ, յերբ հարթության վրա կետերի, գծերի և տարկաների հետ միասին պրոյեկտվում են նաև կոորդինատային առանցք-

ները, զորով պատկերացմանը տրվում է ակնբախություն, Հարթությունը, զորի վրա պրոյեկտում ենք, կոչվում է ակտոնոմետրական պրոյեկտման հարթություն. նա կոչվում է նաև պատկերային հարթություն:

Պատկերային հարթության և պրոյեկտման ուղղության հաջող ընտրելու դեպքում ստացվող պատկերը կլինի վոչ միայն ակնբախ, այլև դուրաշափելի:

Ակտոնոմետրիայում մենք կերտում ենք դուգանեռ պրոյեկտում. ընդգործում այդ դուգանեռ պրոյեկտումը կարող է լինել շեղանկյուն և ուղղանկյուն: Հետևապես, նայած պրոյեկտման ուղղությանը պատկերային հարթության նկատմամբ, մենք կունենանք շեղանկյուն ակտոնոմետրիա և ուղղանկյուն ակտոնոմետրիա: Նայած կոորդինատային առանցքներին ազավազման գործակիցներին՝ մատնանշված ակտոնոմետրիաներից յուրաքանչյուրը կարող է լինել տրիմետրիկ, դիմետրիկ և իզոմետրիկ: Տրիմետրիկ (աբիմետրիա) ակտոնոմետրիայի դեպքում մենք ունենք տարբեր ազավազման գործակիցներ ըստ բոլոր յերեք առանցքների: Դիմետրիկ (գիմետրիա) ակտոնոմետրիայի դեպքում ունենք ընդամենը ազավազման յերկու գործակից—նրանցից մեկը յերկու առանցքի համար, իսկ մյուսը յերրորդ առանցքի համար և վերջապես իզոմետրիկ (իզոմետրիա) ակտոնոմետրիան ունի ազավազման մի ընդհանուր գործակից բոլոր յերեք առանցքների համար:

Ասածի հիման վրա մենք կդիտենք շեղանկյուն դիմետրիկ ակտոնոմետրիան, զորը հետագայում մեզ մոտ կոչվում է շեղանկյուն պրոյեկտման մեթոդ, նմանապես և կդիտենք ուղղանկյուն ակտոնոմետրիայի բոլոր յերեք վարիանտները՝ իզոմետրիա, դիմետրիա և տրիմետրիա ըստ իրենց հիմնական գծերի:

## I ՇԵՂԱՆԿՑԱՆ ՊՐՈՅԵԿՏՄԱՆ ՄԵԹՈԴ

### § 36. Շեղանկյուն պրոյեկտման մեթոդ

Յենթադրենք, թե ունենք տարածության մեջ մի վորևե A կետ և պրոյեկտում ենք նրան շեղանկյուն պրոյեկտող ճառագայթների ոգնությունը K հարթության վրա, զորը կոչվում է շեղանկյուն պրոյեկտման հարթություն, նա կոչվում է նաև պատկերային հարթություն: Ստացված պրոյեկցիաները կոչվում են կետի շեղանկյուն պրոյեկցիաներ:

Ըստ մատնանշված սահմանման կետի շեղանկյուն պրոյեկցիայի կառուցումը բոլորովին անորոշ խնդիր է, զորովհետև A կետով կառույն է տանել K հարթության նկատմամբ անսահման մեծ թվով շեղ ճառագայթներ: Յուրաքանչյուր այդպիսի մի ճառագայթ հասնելով K հարթության հետ կտա A կետի շեղանկյուն պրոյեկցիան K հարթության վրա:

Այսպիսով մենք կունենանք անսահման մեծ թվով շեղանկյուն պրոյեկցիաներ A կետի, վոր առաջ և զալիս պրոյեկտման ուղղության բազմազանությունից և անորոշությունից:

Պրոյեկտման այդպիսի անորոշ ուղղությանով աշխատել, իհարկե, անհնարին է, և մենք պիտի առաջին հերթին, նախապես ընդունելով վորոշ պայմաններ, ընտրենք տարածության մեջ մի միակ և միանգամայն վորոշ ուղղություն շեղանկյուն պրոյեկտման համար և այդ ուղղությունը հետագայում ևս պահպանենք:

### Շեղանկյուն պրոյեկցման ուղղությամբ բնութայունը

Ամենից առաջ տարածության մեջ վորոշում ենք K հարթության դիրքը, վորի վրա պրոյեկտելու յենք:

Յուրաքանչյուր հարթություն կարելի է ընդունել վորպես շեղանկյուն պրոյեկտման հարթություն, բայց բոլոր հարթություններից ամենահարմարն այն հարթությունն է, վորի վրա մենք կանգ ենք առնում:

Գծ. 142 վրա շեղանկյուն պրոյեկտման հարթությունը նշանակված է K-ով: Բացի դրանից, փակագծերում նա նշանակված է և V-ով, վորից հասկացվում է, վոր K և V հարթությունները համընկնում են:

Ընտրելով K հարթության դիրքը, զբաղվենք շեղանկյուն պրոյեկտման ուղղության ընտրությամբ, զննելով կոորդինատային առանցքների պրոյեկտումը:

Կոորդինատային առանցքները OX և OZ (գծ. 142) գտնվում են V հարթության վրա, ուրեմն և K հարթության վրա: Շեղանկյուն պրոյեկտման վորևե ուղղության դեպքում առանցքների պրոյեկցիաները համընկնում են հենց իրենց՝ առանցքների հետ, դրա համար յուրաքանչյուր հատված, վորը գտնվում է այդ առանցքների վրա, կպրոյեկտվի K հարթության վրա յուր իսկական մեծությամբ:

Ուրեմն OX և OZ առանցքների համար պրոյեկտման յուրաքանչյուր ուղղություն ընդունելի է և այդ առանցքները, հետևապես, պրոյեկտման ուղղության ընտրության վրա ազդեցություն չունենում: Մնում է միայն OY առանցքը, վորը ազդեցություն ունի պրոյեկտման ուղղությունն ընտրելու խնդրում:

Գծ. 143 և 144 վրա ունենք OY առանցքի պրոյեկտումը պրոյեկտման դանադան ուղղությունների դեպքում: Ինչպես մենք տեսնում ենք, OY առանցքի շեղանկյուն պրոյեկցիան կստացվի տարբեր մեծության և ուղղության, յերբ պրոյեկտման ուղղությունները տարբեր լինեն:

Առանցքի պրոյեկցիայի հարաբերությունն առանցքի սկզբնական-  
 յերկարությանը կանվանենք աղափաղման գործակից ըստ այդ առանցքի-  
 ՕՄ առանցքի համար ունենք՝

$$\frac{OY_1}{OY}, \frac{OY_2}{OY}, \frac{OY_3}{OY} \text{ և այլն}$$

Այժմ շեղանկյուն պրոյեկտման ուղղությանը տանք հետևյալ  
 սահմանափակումը:

Պրոյեկտող ճառագայթների ուղղությունը տարածության մեջ  
 վերցված է այնպես, Վոր ՕՄ առանցքի պրոյեկցիաները կազմեն ՕՄ  
 առանցքի ուղղության հետ  $\alpha_1 = 30^\circ$  անկյուն (կարելի էր վերցնել մի-  
 վորևի ուրիշ անկյուն, բայց մենք կանգ ենք առնում  $30^\circ$  վրա այն-  
 նկատառումների հիման վրա, վորոնք կմատնանշվեն հետագայում):

Յերբ ընդունում ենք  $\alpha_1 = 30^\circ$ , այդ դեպքում բոլոր պրոյեկտող  
 ճառագայթները կգտնվեն մեկ վերտիկալ պրոյեկտող հարթությունում,  
 վորն անցնում է ՕՄ առանցքով և կազմում է ՕՄ առանցքի շարու-  
 նակության հետ  $\alpha_1 = 30^\circ$  անկյուն (գծ. 145 և 146):

Թեկուղ շեղանկյուն պրոյեկտման ուղղության անորոշությունը  
 դարձյալ մնում է, բայց նա դալի չափով սահմանափակված է (առաջ  
 մենք ունեինք պրոյեկտող ճառագայթներ տարբեր ուղղություններով,  
 իսկ այժմ նրանք բոլորը դասավորված են մի հարթությունում:

Ընդունենք ևս մի պայման՝

$$k_1 = \frac{OY_1}{OY} = \frac{1}{2}, \text{ վորը մեզ տալիս է}$$

$$OY_1 = \frac{1}{2} OY,$$

Գծ. 147 վրա Y կետով քաշված է մի պրոյեկտող ճառագայթ,  
 վորը բաժարարում է յերկու պայմանի՝

$$1) \alpha_1 = 30^\circ \text{ և}$$

$$2) k_1 = \frac{1}{2}$$

Գծ. 147 կառուցումից հետևում է, վոր մատնանշված յերկու պայ-  
 մանին տարածության մեջ համապատասխանում է շեղանկյան պրոյեկտ-  
 ման միակ մի ուղղություն Y $Y_1$ , վորը և հետագայում մենք կառ-  
 ցանենք:

Գծ. 148 վրա ունենք բոլոր յերեք առանցքների շեղանկյուն  
 պրոյեկցիաները՝ մեր ընտրած պրոյեկտման ուղղության դեպքում:

Վերացնելով շրջանակը և ավելորդ նշումները, 148<sub>1</sub> գծագրի վրա  
 ստանում ենք բոլոր յերեք կոորդինատային առանցքների շեղանկյուն  
 պրոյեկցիաները: Հետագայում կոորդինատային առանցքների շեղան-  
 կյուն պրոյեկցիաները կվերցնենք ըստ 148<sub>1</sub> գծ. ախլի:

§ 87. Կետի պատկերացումը օճառնկյում պրոյեկցիաներով,  
յերբ կեսը աված է յուր յեղեմ կոորդինատներով, ամալիսիկորեն  
կամ գրաճիկորեն

Յենթադրենք, տված է մի կետ  $A(7, 8, 10)$ , վորտեղ  $x=7$ ,  
 $y=8$  և  $z=10$  յերկարության միավորի—գծադրի վրա ընդունած մաս-  
շտարով: Պատկերացնենք շեղանկյուն պրոյեկցիաներով  $A$  կետի կոոր-  
դինատների զուգահեռանիստը:

Ամենից առաջ կառուցում ենք կոորդինատային առանցքների  
պատկերը: Կոորդինատային առանցքների շեղանկյուն պրոյեկցիաները  
պատկերային հարթության վրա կանվանենք այդ առանցքների պատ-  
կերներ: Այնպես վոր մենք կարող ենք ասել, վոր գծ. 148 և 147 վրա  
ունենք «կոորդինատային առանցքների պատկերները»:

Կետի հորիզոնական, վերաթիկալ և յերկրորդ վերաթիկալ պրոյեկ-  
ցիաների շեղանկյուն պրոյեկցիաները կանվանենք պատկերներ  $H$ ,  
 $V$  և  $W$  հարթությունների վրա և կնշանակենք նույնպես  $a$ ,  $a'$  և  $a''$ :

Նրանց պայմանավորվել ենք նաև անվանել՝  $a'$ — $A$  կետի յերկ-  
րորդ պրոյեկցիան  $V$  վրա,  $a$ — $A$  կետի յերկրորդ պրոյեկցիան  $H$  վրա,  
և  $a''$ — $A$  կետի յերկրորդ պրոյեկցիան  $W$  հարթության վրա:

Իրեն՝  $A$  կետի շեղանկյուն պրոյեկցիան կնշանակենք  $A$ -ով և  
կանվանենք Նրան հենց յուր՝ կետի պատկեր:

Տվյալ  $A(7, 8, 10)$  կետի համար կառուցենք կոորդինատների  
զուգահեռանիստի շեղանկյուն պրոյեկցիան, վորի համար վերիշենք,  
վոր  $x$  և  $z$  կոորդինատները պատկերային հարթությամբ վրա պատկերացնում  
են իսկական մեծությամբ, իսկ  $y$  կոորդինատը պատկերացնում է յուր իսկա-  
կան մեծությամբ կեսով, համաձայն վերևում մեր ընդունած շեղանկյուն  
պրոյեկտման ուղղությանը Գծ. 149 վրա պատկերացրած է կոորդի-  
նատների զուգահեռանիստի շեղանկյուն պրոյեկցիան տվյալ  $A(7, 8,$   
 $10)$  կետի համար: Ընդվորում դյուրամբանելիության համար ցույց  
են տված նիշերն առանցքների վրա:

Գծ. 149 վրա կոորդինատն  $x=7$  տեղադրում ենք իսկական մե-  
ծությամբ՝ իրրեկ յերկարության միավոր ընդունելով մի փոքր հատ-  
ված և ստանում ենք  $a'$  կետը:

Այդ նույն մասշտաբով տեղադրում ենք նաև  $y$  և  $z$  կոորդինատ-  
ները:  $z=10$  տեղադրում ենք իսկական մեծությամբ  $OZ$  առանցքի  
վրա և ստանում ենք  $a''$  կետը:

Ունենալով  $a'$  և  $a''$  կետերը, մենք տանելով նրանցով ուղիղներ, զու-  
գահեռ  $OX$  և  $OZ$  առանցքներին, կստանանք  $A$  կետի վերաթիկալ պրոյեկ-  
ցիայի պատկերը, այսինքն կստանանք  $a'$  կետը: Հետո  $OY$  առանցքի վրա

տեղադրում ենք  $y$  կոորդինատը, փոքրացրած յերկու անգամ, հետևապես, մեր որինակում տեղադրում ենք  $\frac{8}{2} = 4$  միավոր մեր կոզմից ընդունած մասշտաբով և ստանում ենք  $a$ , կետը:

Այժմ կառուցելով զուգահեռագծերն  $Oa$ ,  $aa_1$  և  $Oa_2$   $a''a_1$ , մենք կունենանք  $A$  կետի հորիզոնական և յերկրորդ վերաբերյալ պրոյեկցիաները: Հետո կառուցում ենք հենց յուր՝  $A$  կետի պատկերը, վորը 149 դժ. վրա նշանակված  $A$ -ով:

Վորովհետև կոորդինատային հարթությունները տարածության մեջ դրավում են միանգամայն վորոշ դիրք, ապա և կետի տեղը տարածության մեջ, ինչպես մենք առաջ տեսանք, լիովին վորոշվում և նրա յերեք կոորդինատներով կամ նրա յերկու ուղղանկյուն պրոյեկցիաներով:

Զննելով դժ. 149, մենք իրավունք ունենք ասելու, վոր կետի դիրքը տարածության մեջ լիովին վորոշվում և այդ կետի կոորդինատներին զուգահեռաձևիստի շեղանկյուն պրոյեկցիայի միջոցով, վորովհետև, ունենալով 149 դժ. տիպի գծագիր, մենք վորոշնվող կետի կոորդինատներն  $x$  և  $z$  անմիջապես վերցնում ենք գծագրից, այսինքն, վերցնում ենք  $x = Oa_1$  և  $z = Oa_2$ , Իսկ վորոշնվող կետի  $y$  կոորդինատը վերցնում ենք հավասար  $Oa$ , կրկնակի յերկարությանը, այսինքն  $y = 2 \cdot Oa_1$ :

Յեթի մենք ալպիսով կարող ենք վորոշել վորոշնվող կետի բոլոր յերեք կոորդինատները, ապա մենք հաշվադրություն կունենանք հշտությամբ մատնանշել վորոշնվող կետի տեղը տարածության մեջ: Գժ. 149 վրա ունենք յերեք խումբ իրար հավասար հատվածներ.

$$1) Oa_1 = a_1a = a''A' = a_2a'$$

$$2) Oa_2 = a_2a = a'A = a_1a''$$

$$3) Oa = a_1a' = aA = a_2a''$$

Նկատի ունենալով այստեղ մատնանշված հավասարությունները, մենք  $A$  կետի պատկերացումը կարող ենք ստանալ այն վից յեղանակներից վորևե մեկի միջոցով, վորոնք ցույց են տված 150, 151, 152, 153, 154 և 155 գծագրերի վրա:

Այս պարագրաֆում բերված 150—155 գծագրերից յուրաքանչյուրի ոգնությամբ կարելի յե հշտությամբ վորոշել վորոշնվող կետի բոլոր յերեք կոորդինատները և հետևապես, լիովին հշգրիտ մատնանշել կետի տեղը տարածությունում:

Ուրևն, շեղանկյուն պրոյեկտման մեթոդով կետը լիովին վորոշվում և տարածության մեջ 150—155. գծագրերից վորևե մեկի միջոցով: Նրանցից յուրաքանչյուրի վրա կա կետի պատկերը (Իրևս՝ կետի

շեղանկյուն պրոյեկցիան) և պրոյեկցիաներից մեկի պատկերը (յերկ-  
րորդ պրոյեկցիաներից մեկը)։

Խնդիր 21. Կոորդիներ կետը՝  $M(5, 6, 0)$ ,  $N(10, 0, 5)$ ,  $K(0, 8, 9)$   
և  $T(6, 0, 0)$ ,  $D(0, 5, 0)$ ,  $C(0, 0, 7)$  և  $E(0, 0, 0)$ ։

Այս խնդիրը լուծելիս և, ընդհանրապես, հետադառված հարկավոր  
և կետի պրոյեկցիայի պատկերացումը բաց թողնել, յեթե նա համընկ-  
նում է իրեն՝ կետի պատկերի հետ։ Գծ. 156 վրա ցույց է տված  
 $A(10, 0, 8)$  և  $B(7, 6, 0)$  կետերի կառուցումը։  $A$  կետը գտնվում է  
 $OZ$  առանցքի վրա, հետևապես  $a'$  և  $a''$  համընկնում են  $A$ -ի հետ, և  
դրա համար  $a'$  և  $a''$  չեն ցույց տված գծագրի վրա։  $B$  կետը գտնվում  
է  $H$  հարթության վրա և համընկնում է  $b$  հետ և դրա համար  $b$  բաց  
է թողված։

§ 38. Յուր յեկու ուղղանկյուն պրոյեկցիաներով տված  
կետի պատկերացումը օժտանկյուն պրոյեկցիաներով

1 յեղանակ։ Գծ. 157 վրա տված է կետը ( $a'$ ,  $a$ ) յերկու պրոյեկ-  
ցիաներով և կոորդինատները սկիզբը։ Տանում ենք (գծ. 158)  $O$  կետով  
 $OY$  և  $OZ$  գծերը, այսինքն կոորդինատային առանցքները և  $OY$   
առանցքը, վորն ըստ յուր դիրքի համատեղված է  $V$  հարթության հետ  
և տպւ վորոշում ենք զրաֆիկորեն բոլոր յերեք կոորդինատների մե-  
ծությունը, վոր ունենք գծ. 158 վրա։

Համեմատելով 157 և 158 գծ., մենք ունենք իրավունք գրելու՝

$$x = Oa_x, y = a_x a, z = a_x a'.$$

Դրա համար 157 գծ. վրա  $A$  կետի կոորդինատները վորոշելու  
համար մենք կարող ենք և չտանել  $OY$  և  $OZ$ , այլ ստանալ անմիջա-  
պես վորոշվող կոորդինատներն ըստ 157 գծ., ինչպես մենք հետադա-  
ռվում է կանենք։ Իսկ այստեղ 158 գծ. բերված է ցույց տալու համար  
հետևյալ հավասարության ճշտությունը՝

$$x = Oa_x, y = a_x a, z = a_x a'.$$

Ունենալով կետի կոորդինատները, դժվար չէ այդ կետը պատկե-  
րացնել շեղանկյան մեթոդով, ինչպես արված է 159 գծ. վրա, վորտեղ  
 $OY$  առանցքի ուղղությամբ տեղադրված է մի հատված՝ հավասար  
( $a_x a$ )։ 2, իսկ կետաշարի վրա, վորը զուգահեռ է  $OX$  առանցքին, մի  
հատված, վորը հավասար է  $Oa_x$  և վերջապես վերադառնալ կետաշարի  
ուղղությամբ  $a$  կետից տեղադրված է մի հատված՝ հավասար  $a_x a$ ։ Այս-  
տեղ մենք ունենք  $A$  կետի՝ իր պատկերը ունրա հորիզոնական պրո-  
յեկցիայի պատկերը  $a$ ։ Կառուցումը կատարված է ըստ 150 գծ. ախլի։

Ընդհանրապես, պիտի նկատել, վոր շատ դեպքում ըստ շեղան-  
կյուն մեթոդի կետը արվում է իր պատկերով (կետի՝ իր շեղանկյուն

պրոյեկցիան) և նրա հորիզոնական պրոյեկցիայի պատկերով (կետի հորիզոնական պրոյեկցիայի շեղանկյուն պրոյեկցիան, կամ այլ կերպ՝ կետի յերկրորդ պրոյեկցիան H վրայ):

II յեղանակ: Յերկրորդ յեղանակի պարզարանման համար զննենք դժ. 160, վարակի միևնույն գծադրի վրա ցույց և տված մի վորեն A կետի հորիզոնական պրոյեկցիան a և այդ հորիզոնական պրոյեկցիայի շեղանկյուն պրոյեկցիան a:

Այստեղ a պատահում և յերկու տեղ, բայց մենք պարզ էտար-բերենք այդ յերկու դեպքն էլ և կհասկանանք հետևյալ կերպ՝

1) a վերաբերակ կետաշարի վրա՝ մի վորեն կետի հորիզոնական պրոյեկցիան և:

2) a—թեք կետաշարի վրա՝ նույն կետի յերկրորդ պրոյեկցիան և H վրա:

Բացի դրանից, նույն գծադրի վրա տեսնում ենք mm գիծը, վոր սլաքավորված և յերկու կողմից: Այդ գիծը կոչվում և շղարմամ լառ և ստանդվում և ալապես. OY առանցքի շեղանկյուն պրոյեկցիայի վրա տեղադրում ենք O կետից մի վորեն հատված Om, իսկ իրեն՝ OY առանցքի վրա տեղադրում ենք Om հատվածը՝ յերկու անգամ ավելի յերկար առաջին հատվածից և m կետերը միացնում ենք mm գծով: Այդ գծի ուղղութունը թույլ և տալիս կապել կետի հորիզոնական պրոյեկցիան իր շեղանկյուն պրոյեկցիայի հետ մի գծով, վորը զուգահեռ և դարձման լարին:

Վարձման լարն արտահայտութունն ունենք հետևյալ դատողութունների հիման վրա:

Յենթադրենք, տարածության մեջ ունենք յերկու կետ, վորոնք ներկայացնում են կետի սկզբնական դիրքը և դարձած դիրքը: Այդպիսի յերկու կետերը գտնվում են մի ազդի վրա, վոր քաշած և մի վորեն կենտրոնից: Յեթև այդ յերկու կետերը միացնենք ուղիղ գծով, ապա տարածության մեջ կստանանք մի լար: Վորովհետև այդպիսի լարի ծայրերում գտնվում և տվյալ կետը և դարձված դիրքը, ապա պայմանավորվել են այդպիսի լարի ախոնումհորիական պրոյեկցիան անվանել զարձման լար: Դժվար չե ապացուցել, վոր տարածության մեջ մի առանցքի շուրջը պտտվող կետերի դարձման լարերը զուգահեռ են իրար, յերբ կետերը գտնվում են պտտման առանցքով անցնող հարթության վրա:

Ասածից պարզ և A կետի հորիզոնական պրոյեկցիայի շեղանկյուն պրոյեկցիայի (A կետի յերկրորդ պրոյեկցիան H հարթության վրա) ստանալու յեղանակը, յերբ տված և A կետի հորիզոնական պրոյեկցիան: Դժադրի վրա աշխատանքի ընթացքը ցույց և տված սլաքով:

Յեւ ընդհանաւկը, իհարկե, մենք կարող ենք ըստ A կետի յերկրորդ պրոյեկցիայի՝ H հարթության վրա՝ ստանալ նրա հորիզոնական պրոյեկցիան:

Գծ. 161 վրա տված են A կետի յերկու պրոյեկցիաները և գտնված է այդ կետի շեղանկյուն պրոյեկցիան դարձման լարի ոգնությամբ: Նախապես գտնված է տվյալ կետի յերկրորդ պրոյեկցիան H վրա և դրանից հետո գտնված է իր՝ կետի շեղանկյուն պրոյեկցիան: Աշխատանքի ընթացքը ցույց է տված սլաքներով:

Գծ. 161<sub>1</sub> և 162 վրա նույն հարցը լուծված է W հարթության վրա ստանկով պրոյեկցիայի նկատմամբ և կետի շեղանկյուն պրոյեկցիայի նկատմամբ W հարթության վրա: Այդ գծագրերի վրա դարձման լարը  $\Pi\Pi$  ուղիղն է: Կառուցման մեթոդը հասկանալի յե գծագրերից:

### § 39. Կոորդինատային առանցքների վերականգնումը

Կոորդինատային առանցքների վերականգնումը կարևոր է շեղանկյուն պրոյեկցիաները կառուցելու ժամանակ: Խնչպես մենք տեսել եյինք, գծ. 132, 133, 134 և 135 վրա կոորդինատային առանցքները բացակայում են, մինչդեռ մեքենաների մասերի կառուցման համար շեղանկյուն մեթոդով անհրաժեշտ է իմանալ այդ մասի (դետալ) մի շարք կետերի կոորդինատները:

Այսպիսով կարեք և զգացվում մասի գծագրի վրա ժամանակավորապես ունենալ կոորդինատային առանցքներ և ըստ նրանց վորոշել անհրաժեշտ կետերի կոորդինատները: Այդ կարելի յե անել՝ ունենալով մի վորևե կետի յերեք պրոյեկցիաները:

Յենթադրենք, գծ. 163 վրա տված են մի վորևե A կետի յերեք պրոյեկցիաները a, a' և a'' և պահանջվում է գծել կոորդինատային առանցքները: H և W հարթությունների համատեղելուց V հարթության հետ OX, OY, OZ առանցքները, ինչպես մենք շատ անգամ տեսել ենք, կառավորվեն յերկու փոխադարձ ուղղահայաց ուղիղների վրա, վորոնք ունեն ընդհանուր O կետ: Այդ ուղիղներից մեկը XOY (գծ. 164) կամ ZOY (գծ. 165) վերցնում ենք կամավոր, իսկ մյուսը գտնում ենք հետևյալ կառուցումով:

Գծ. 164 վրա մենք XOY գիծը վերցրել ենք կամավոր, բայց, իհարկե, ուղղահայաց aa' գծին: Հետագա լուծումը հնչտ է հասկանալ գծագրի սլաքները զննելուց: Յերկու գծիկներով նշված հատվածները հավասար են իրար:

Գծ. 166 վրա առանցքները գտնված են այն յենթադրությամբ, վոր A կետը գտնվում է H հարթության վրա: Այստեղ ամենից առաջ

տարված և ՄՕՄ գիծը  $\alpha'$  և  $\alpha''$  կետերի վրայով իսկ հետո գտնված և  $Z\text{OY}$  գիծը  $Y$ -առուցման յեղանակը հասկանալի յե 166 գծ. սլաքների ուղղութիւններէց: Հաճապար հառվածները նշված են յերկու գծիկներով:

Գծ. 167 վրա առանցքները տարված են այն յենթադրությամբ, վոր  $A$  կետը  $V$  հարթության վրա յե  $U$  յատեղ աճենից առաջ տարված և  $Z\text{OY}$  գիծն  $\alpha''$  կետի վրայով, իսկ հետո գտնված և  $X\text{OY}$  գիծը գծագրի վրա սլաքներով ցույց տված յեղանակով:

Գծ. 168 վրա կետը գտնվում և  $W$  հարթության վրա:  $\alpha$  և  $\alpha'$ -ով տանոււմ ենք  $Y\text{OZ}$  և հետո տանոււմ ենք  $Y\text{OX}$  այնպես, ինչպես աղ ցույց և տված գծագրի վրա սլաքներով:

Խնդիր 22: Տված են  $A$  կետի յերեք պրոյեկցիաները (գծ. 163), Տանել կոորդինատային առանցքներն այնպես, վոր  $A$  կետը հաճապար հեռավորության վրա լինի  $H$  և  $V$  հարթութիւններէց:

Խնդիր 23 Տված են  $A$  կետի յերեք պրոյեկցիաները (գծ. 163), Տանել կոորդինատային առանցքներն այնպես, վոր  $A$  կետը  $H$ -ին յերկու անգամ ավելի մոտ լինի, քան  $V$ -ին:

§ 20. Կոորդինատային  $H, V$  յեւ  $W$  հարթութիւններում  
գտնվող գծերի յեւ պա-կետնե ի պատկերացումը պրոյեկցիայում  
օկւանկիւն մերողով

Նկատենք, վոր  $V$  հարթութիւնում գտնվող գծերը և պատկերներն ըստ շեղա-կյուն մեթոդի կ'պատկերանան իսկական մեծությամբ և նույն գիրքով, ինչպես նորա գտնվում են  $V$  հարթության վրա:

$H$  և  $W$  հարթութիւններում գտնվող գծերը և պատկերներն ըստ շեղանկյուն մեթոդի կ'պատկերանան աղավաղումով, բացի  $OX$  և  $OZ$  առանցքներին զուգահեռ գծերէց: Այդ գծերը կ'պատկերանան իսկական մեծությամբ (գծ. 169 և 170):

Գծ. 171 վրա պատկերացրած են  $H, V$  և  $W$  հարթութիւնների վրա կանոնավոր պատկերներ, ընդվորում առաւել բաց են թողնված, վորովհետեւ առանց նրանց ել գծագրերը հասկանալի յե:

Գծ. 172 վրա շեղանկյուն պրոյեկցիաներով պատկերացված են 171 գծ. պատկերները:

171 և 172 գծ. կառուցելիս, մենք, ինչպես առաջ տված եր,  $X$  և  $Z$  կոորդինատները վերցնում ենք իսկական մեծությամբ, իսկ  $Y$  կոորդինատը ի-կական մեծության կեսի չափ:

Գծ. 173 վրա ու ենք յերեք տարբեր շրջանագծեր, վորոնք գտնվում են  $H, V$  և  $W$  հարթութիւններում: Պատկերացնենք նրանց շեղանկյուն պրոյեկցիաներով:

V հարթության վրա գտնվող շրջանադիծը կպատկերանա նույն ժառանգի դի շրջանագծով: Իսկ շրջանագծերը, վորոնք գտնվում են H և W հարթություններում, կպատկերանան ելլիպսներով, ընդվորում նրանց առանցքները զուգահեռ չեն կոորդինատների առանցքներին, ինչպես տեսնում ենք 174 գծագրից, վորտեղ շեղանկյուն պրոյեկցիաներով պատկերացված են նույն շրջանագծերը, վոր տրված են յեղիւ 173 գծ. վրա:

Իսկ H և W հարթություններում գտնվող շրջանագծերի շեղանկյուն պրոյեկցիաները կառուցում ենք կես առ կես: Դրա համար վերցնում ենք մի շաբլ կետեր շրջանագծի վրա, գծ. 173, և փոխադրում ենք դժ. 174 վրա, հիշելով միշտ, վոր յուրաքանչյուր կետի X և Z կոորդինատները պիտի փոխադրել իսկական մեծությամբ, իսկ Y կոորդինատն իսկական մեծության կեսի չափով:

Ինչպես մենք կառուցել ենք շրջանագծերի շեղանկյուն պրոյեկցիաները կես առ կես, նույն շեղանակով կարելի յե կառուցել H և W հարթությունների վրա գտնվող յուրաքանչյուր կորի պատկերը:

Մենք հատկապես առաջարկում ենք ուշադրություն դարձնել 174 գծ. վրա, վորովհետև հաճախ, մեքենայի մասերը շեղանկյուն մեթոդով պատկերելու ժամանակ, հարկավոր ե լինում կառուցել շրջանագծեր, վորոնք գտնվում են H, V և W հարթություններում:

**§ 21. Գծերի յեկ պատկերների պատկերացումը պրոյեկտում օնդամկլում մերոդով, յերբ նրանք չեն գտնվում կոորդինատային հարթություններից յեկ վայ մեկում**

Գծ. 175 վրա պատկերացված ե յերկու պրոյեկցիայով յերեք գիծ, այն ե՝ մի ուղիղ, վոր կամավոր կերպով թեքված ե դեպի պրոյեկցիաների հարթությունները, մի հորիզոնական և մի այլ ուղիղ, վորն ուղղահայաց ե H հարթությանը:

Գծերի շեղանկյուն պրոյեկցիաները կառուցելու համար (գծ. 175) մենք նախապես կառուցում ենք այդ գծերի հորիզոնական պրոյեկցիաները (կարելի յեր սկսել աշխատանքը վերտիկալ պրոյեկցիաների պատկերների կառուցումից), վոր կատարված ե 176 գծ. վրա:

Դիւսավորը գծագրի վրա կհամարենք իր՝ առարկայի շեղանկյուն պրոյեկցիան, իսկ նրա յերկրորդ պրոյեկցիան (պրոյեկցիայի պատկերումը) կհամարենք ոժանդակ: Դրա համար պայմանավորվենք իրենց՝ գծերի պատկերները գծել անընդհատ գծերով (իհարկե, յեթե ալդ գծերը տեսանելի յեն), իսկ պրոյեկցիաների պատկերը, վորպես ոժանդակ կառուցումներ, գծել կետաշար:

Կառուցելով 176 գծագրում 175 գծ. գծերի յերկրորդ պրոյեկցիաները H վրա, մենք կառուցում ենք հենց իրենց՝ ուղիղների շեղանկյուն պրոյեկցիաները, վորը ցույց ե տված 177 գծ. վրա, վորի համար յուրաքանչյուր կետի հորիզոնական պրոյեկցիայից տանում

ենք մի-մի ուղիղ զուգահեռ ՕՇ առանցքին և նրանց վրա տեղադրում ենք համապատասխան Z կոորդինատը:

Գծ. 178 վրա ունենք յերկու պրոյեկցիայով մի քառակուսի, վորը գտնվում է H հարթությանը զուգահեռ հարթության վրա:

Գծ. 179 վրա նախապես կառուցում ենք ավյալ քառակուսու հորիզոնական պրոյեկցիայի պատկերը:

Գծ. 179 վրա այդ հորիզոնական պրոյեկցիայի պատկերը, ինչպես մենք վերևում պայմանավորվեցինք, գծում ենք կետաշարով (պունկտիր):

Գծ. 180 վրա իր՝ քառակուսու պատկերը գծում ենք անընդհատ գլորով:

Գծ. 181 վրա տրված է նույն քառակուսու պատկերը (գծ. 178), բայց այստեղ նա կառուցված է քառակուսու վերտիկալ պրոյեկցիայի պատկերի ողնությամբ: Ուրիշ խոսքով՝ գծ. 181 վրա տրված է քառակուսու շեղանկյուն պրոյեկցիան և նրա յերկրորդ պրոյեկցիան V վրա:

Գծ. 183 վրա պատկերացված է շեղանկյուն պրոյեկցիան 182 գծագրում զետեղված շրջանագծի, վորի հարթությանը զուգահեռ է H-ին: Այդ շրջանագծի յերկրորդ պրոյեկցիան H վրա գծում ենք, ինչպես հարկն է, կետաշար: Գծ. 185 և 187 վրա պատկերացված են 184 և 186 գծագրերի վրա գտնվող պատկերների շեղանկյուն պրոյեկցիաները:

### § 22. Իրենց ուղղանկյուն պրոյեկցիաներով աված մառիմենթի պակերացումը օնղանկյուն պրոյեկցիաներով

Յենթադրենք 188 գծ. վրա տված է յերկու ուղղանկյուն պրոյեկցիաներով մի բուրգ, վորի հիմքը զուգահեռ է H հարթությանը: Ամենից առաջ կառուցում ենք բուրգի հորիզոնական պրոյեկցիայի պատկերը (յերկրորդ պրոյեկցիան H վրա — գծ. 189) և նրան գծում ենք կետաշարով, ինչպես մենք պայմանավորվել ենք վերևում: Հետո կառուցում ենք բուրգի — իր շեղանկյուն պրոյեկցիան, — այսինքն, բուրգի — իր պատկերը:

Գծ. 191 վրա ունենք կանոնավոր ուղիղ վեցանիստ պրիզմայի յերեք պրոյեկցիաները: Պատկերացնենք այդ պրիզման շեղանկյուն պրոյեկցիաներով:

Սենք նախապես 192 գծ. վրա կառուցում ենք պրիզմայի յերկրորդ վերտիկալ պրոյեկցիայի պատկերը, իսկ հետո 193 գծ. վրա կառուցում ենք և պրիզմայի — իր պատկերը:

Գծ. 190 և 193 վրա ցույց են տված բոլոր պրոյեկտող և անտեսանելի գծերը:

Հետագայում մենք հաճախ բաց կթողնենք առանցքներին, յերկրորդ պրոյեկցիայի և մարմնի անտեսանելի կողերի պատկերները, յերբ նրանց բաց թողնելուց ակնբախությունը չի խանգարվի Ընդհան-

բապես նկատենք, վոր մենք մալմի շեշանկյուն պրոյեկցիաներից  
ոգտվում ենք, վորովհետև նրանց միջոցով ստացվում է մարմնի ափսի  
ակնբախ պատկերացում, քան այդ կարևոր է ստանալ ուղղանկյուն  
պրոյեկցիաների միջոցով:

Այսպես, մեք հաճախ ոգտվում ենք շեշանկյուն պրոյեկցիաներից  
պարզաբանելու համար այն գծագրերը, վորոնք կատարված են ուղ-  
ղանկյուն պրոյեկցիաների մեթոդով: Կուրսի սկզբում մենք բերել ենք  
պարզաբանման համար այսպես կոչված Էտար-ժական գծագրերը, վորոնք  
փոխարինում են համապատասխան մոդելները և բոլորն են  
կատարված են շեշանկյուն պրոյեկտման մեթոդով: Ինչպես այստեղից  
յերևում է, յուրաքանչյուր տարածական գծագիր ունենում է իր զու-  
գորդ գծագիրը, վոր կատարված է ուղղանկյուն պրոյեկցիաներով:

Սովորականի համար ոգտվեալ վորժառայուն կլիներ կուրսի  
գծագրերի միասը, վորը կատարված է ուղղանկյուն պրոյեկցիաներով,  
պատկերացնել շեշանկյուն պրոյեկցիաներով, կատարելով բոլոր իրար  
հանդուրդ կառուցումները և ստուգել ստացված արդյունքը համապա-  
տասխան տարածական գծագրի հետ: Վորպէսզի կասկած չծագի, պար-  
զաբանենք, վոր բոլոր տարածական գծագրերում յերկրորդ պրոյեկ-  
ցիաները պատկերացված են անընդհատ գծերով՝ բաղդատելու համար  
այն գծագրերի հետ, վորոնք կատարված են ուղղանկյուն պրոյեկցիա-  
ներով: Իսկ մենք հետագայում ինչպես առաջաց պայմանավորել ենք,  
յերկրորդ պրոյեկցիաները կպատկերացնենք կետաշարով:

Այժմ տեսնենք, թե ինչպես են մանրամասնորեն և հանրաբար  
կատարվում շեշանկյուն պրոյեկցիաների կառուցումներն այն մարմին-  
ների, վորոնք տրված են ուղղանկյուն պրոյեկցիաներով:

Յենթագրենք, գծ. 154 վրա ունենք հանգածքներով ուղղանկյուն  
զուգահեռանիստի յերեք պրոյեկցիաները:

Ժամանակավորապես 195 գծ. վրա կառուցում ենք կոորդինա-  
տային առանցքները, ինչպես դա ցույց է տված վերևում, և գծ. 195 ից  
վերցրած գծախմբի կոորդինատների միջոցով կառուցում ենք գծ.  
196 վրա պրոյեկցիաներից մեկի պատկերը, որինակ՝ հորիզոնական  
պրոյեկցիայի: Հետո 197 գծ. վրա կառուցում ենք զուգահեռանիստի՝  
իւր պատկերն առանց հանվածքների: Վորովհետև այդ կառուցումը  
նախնական է, ուստի մեք նրան գծում ենք բարակ գծերով (պրակ-  
տիկայում պիտի գծել մատիտով): Հետո 198 գծ. վրա կետաշարով  
նշում ենք հանված մասը: Յեւ, վրջապես, 199 գծ. վրա վերացնում  
ենք առանցքները և բոլոր կետաշարերը և թողնում ենք միայն իր՝  
մարմնի պատկերը:

Գծ. 200 վրա յերեք պրոյեկցիաներով պատկերացված է մի ուղիղ  
շրջանային գլան՝ հանվածքներով: Գծ. 201 վրա քաշում ենք կոորդի-  
նատային առանցքները:

Այնուհետև դժ. 202, 203, 204 և 205 վրա ցույց է տված տվյալ հանվածք-վոր դրանի շեղանկյուն պրոյեկցիայի կառուցման հաջորդական ընթացքը: Ընդվորում 205 դժ. վրա այնպես, ինչպես 199 դժ. վրա, կոորդինատային առանցքները չեն պատկերացված: Այդպիսի դժադրեր, վ-րոնք կատարված են շեղանկյուն մեթոդով, ինչպես 199 և 205 դժ., դործածվում են տեխնիկական գծադրերում, յերբ ցանկանում են ակնբախորեն պատկերացնել այս կամ այն մասը:

### § 23. Գեոդի յեվ մրա մասի օեղանկյում պրոյեկցիաները

Գժ. 206 վրա գունդը հատում ենք մի շարք հարթություններով՝ զուգահեռ V հարթությանը: Այդ հարթությունների հատումը գնդի մակերևույթի հետ կտա շրջանագծեր, վորոնց կենտրոնները գտնվում են 1, 2, 3 . . . 1<sub>1</sub>, 2<sub>1</sub>, 3<sub>1</sub> կետերում:

Գժ. 207 վրա ամենից առաջ նշում ենք 1, 2, 3 . . . 1<sub>1</sub>, 2<sub>1</sub>, 3<sub>1</sub> կետերը և նրանց ընդունելով՝ վորպես շրջանագծերի կենտրոններ՝ գծում ենք այդ շրջանագծերը՝ վերցնելով շառավիղները գժ. 206-ից:

Յուրաքանչյուր շրջանագիծ (գժ. 206) լինելով զուգահեռ V հարթության, գժ. 207 վրա կպատկերանա իսկական մեծությամբ: Բոլոր շրջանագծերը յեղրապատում ենք սահուն կոր գծով (ելլիպսով) և ստանում ենք գնդի շեղանկյուն պրոյեկցիայի յեղրագիծը: Գժ. 207 վրա բոլոր կենտրոնները C 1, 2, 3 . . . 1<sub>1</sub>, 2<sub>1</sub>, 3<sub>1</sub> գտնվում են OY առանցքին զուգահեռ գծի վրա և ունեն ընդհանուր յերկրորդ պրոյեկցիան V վրա C՝ կետում:

Գժ. 208 վրա յերկու պրոյեկցիաներով պատկերացած է մի գունդ, վորի վերևի քառորդը ձախ կողմից հանված է: Պատկերացնենք նրան շեղանկյուն պրոյեկցիաներով:

Գժ. 209 վրա ամենից առաջ կրկնում ենք այն աշխատանքը, վորը կատարված է գժ. 207 վրա, այսինքն՝ կառուցում ենք գնդի շեղանկյուն պրոյեկցիան. հետո յուրաքանչյուր կենտրոնից տանում ենք վերտիկալ և հորիզոնական շառավիղներ և նրանց ծայրերը միացնում ենք սահուն կորով:

Դժվար չե տեսնել, վոր բոլոր վերտիկալ շառավիղները գտնվում են մի հարթությունում, վորն ուղղահայաց է H հայթությանը, իսկ հորիզոնական շառավիղները գտնվում են H հարթությանը զուգահեռ հարթությունում: Այստեղ ստացած մեր կորերը (գժ. 209) ներկայացնում են գնդի հատումները հարթությունների միջոցով, վորոնք անցնում են վերտիկալ և համապատասխանորեն հորիզոնական շառավիղներով: Այսպես, 210 գժ. վրա (վիտադրում ենք գժ. 209-ից) կունենանք շեղանկյուն պրոյեկցիան գնդի, վորի վերևի ձախ քառորդը հանված է:

Գծ. 210 վրա ներկայացված է շեղանկյուն պրոյեկցիան մի հանվածքով լիքը գնդի, բայց յեթե գունդը անամեջ է, ապա գծ. 210 կընդունի 211 գծ. տեսքը, վորահղ արդեն կերևա նաև գնդի ներքին մալերևույթի մի մասը յուր վրա գտնվող շրջանագծերի մասերով:

### Խնդիրներ

1. Յերեք պրոյեկցիաներով տված յեռանկյունին պատկերացնել շեղանկյուն պրոյեկցիաներով: Այնպատարժեք կատարել յե եք անգամ, վերցնելով յուրաքանչյուր անգամ նոր յերկրորդ պրոյեկցիա:

2. Պատկերացնել յերեք ուղղանկյուն և շեղանկյուն պրոյեկցիաներով՝

- ա) հանվածքներով խորանարդ (յերեք որինակ),
- բ) հանվածքներով պրիզմա (յերկու որինակ),
- գ) հանվածքներով անամեջ պրիզմա (յերկու որինակ),
- դ) բուրդ հանվածքներով (յերեք որինակ),
- ե) գլան հանվածքներով (յերկու որինակ),
- զ) անամեջ գլան հանվածքներով (յերկու որինակ),
- ց) հանվածքներով կոն (յերեք որինակ),
- հ) գունդ հանվածքներով (յերկու որինակ),
- կ) անամեջ գունդ հանվածքներով (յերկու որինակ):

Ի հարկե, որինակները հարկավոր է վերցնել տարբեր այն որինակներից, վորոնք բերված են կուրսում:

3. Մի վորեն յերկրաչափական մարմին իր հանրածքներով պատկերացնել յերեք ուղղանկյուն և շեղանկյուն պրոյեկցիաներով, բայց շեղանկյուն պրոյեկցիայի կառուցման բոլոր աշխատանքները բաժանել իրար հաջորդող կառուցումների՝ ցույց տալով առանձնակի այդ մեկը մյուսին հաջորդող կառուցումները:

2. ՈՒՂՂԱՆԿՑՈՒՆ ՊՐՈՅԵԿՏՈՒՄ ՄԻ ՀԱՐԹՈՒԹՅԱՆ  
ՎՐԱ, ՎՈՐԸ ՀԱՎԱՍԱՐԱԶԱԾ ԹԵՔ Ե ԲՈՒՈՐ ՅԵՐԵՔ  
ԿՈՈՐԴԻՆԱՏԱՅԻՆ ԱՌԱՆՑՔՆԵՐԻՆ (ՈՒՂՂԱՆԿՈՒՆ  
ԻԶՈՍԵՏՐԻԱ)

### § 22. ԸՆԴԻՆՈՒՐ ԲԱՐՑԱՐՈՒՄՆԵՐԸ

Ամենից առաջ տարածության մեջ վորոշում ենք ալատեղ մատնանշված ուղղանկյուն պրոյեկտման հարթության դիրքը:

Դնենք կոորդինատային առանցքների վրա հավասար յերկարու-թյուններ և գտած կետերից կազմենք յեռանկյունի (դա կլինի հավասարակողմ յեռանկյունի, վորը 209, գծ. վրա ցույց է տված բարակ

գծերով)։ Այն հարթությունը, վորի մեջ գտնվում է արդ յեռանկյունին, հենց ինքն է վորոնովոյ պրոյեկցիաների հարթությունը, վորը և կնշանակենք  $K$ ։

Պրոյեկտենք կոորդինատների սկիզբը այդ հարթության վրա։ Կոորդինատների սկզբի ստացված պրոյեկցիան կգտնվի այստեղ մասնանշված համասարակողմ յեռանկյան կենտրոնում։ Կ հարթության վրա ստացված  $O_1$  կետը միացնում ենք համասարակողմ յեռանկյան գագաթների հետ և ստանում ենք այդպիսով կոորդինատային առանցքների ուղղանկյուն պրոյեկցիաները։ Նրանց կանվանենք նաև կոորդինատային առանցքների իզոմետրիկ պրոյեկցիաներ։

Վորովհետև կոորդինատային առանցքները վերցված են համասար յերկարության, իսկ նրանց պրոյեկցիաներն էլ ստացվել են իրար հավասար, սակայն, իհարկե, վոչ հավասար կոորդինատային առանցքների յերկարությանը, ապա իրավունք ունենք ասելու, վոր կոորդինատային առանցքների տվյալ պրոյեկտման դեպքում բոլոր յերեք առանցքները կպրոյեկտվեն միեւնոյն ադամադումով։ Վորովհետև  $OX = OY = OZ$ , ապա յեռանկյուններ  $OO_1X$ ,  $OO_1Y$  և  $OO_1Z$  հավասար են իրար ըստ ընդհանուր  $OO_1$  ելի և հավասար ներքնածիղքերի, ուստի և անկյուններն  $O_1XO$ ,  $O_1YO$ ,  $O_1ZO$  հավասար են իրար։

Վորոյենք գրաֆիկորեն կոորդինատային առանցքների պրոյեկցիաների ադամադման ընդհանուր աստիճանը։ Գծ. 209, վրա ստացված համասարակողմ յեռանկյան գագաթները նշանակված են  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ , իսկ կոորդինատների սկիզբը՝ ըստ սովորականի,  $O_1$ ։

Պատում ենք  $XOY$  յեռանկյունին  $XY$  գծի շուրջը մինչև համատեղվելը պրոյեկցիաների  $K$  հարթության հետ։ Հարթությունը  $K$  պատկերացնենք առանձին 209, գծ. վրա։ Յեռանկյունի  $XO_1Y$  (գծ. 209, 1) կլինի ուղղանկյուն և համասարաբունք, հետևապես, գծերը  $XO_1$  և  $O_1Y$  թեքված են  $XY$  գծին  $45^\circ$  տակ։

Դիտենք ուշգիր կերպով գծ. 209, վրա կոորդինատային առանցքների պրոյեկցիաները և պրոյեկցիաների հարթության հետ համատեղված  $XO_1Y$  յեռանկյունին։

Կոորդինատային առանցքների պրոյեկցիաները պատկերացրած են 209, գծ. վրա հաստ գծերով, իսկ պրոյեկցիաների հարթության հետ համատեղված  $XOY$  յեռանկյան դիրքը պատկերացված է բարակ գծերով։  $X$  կետին կից մենք կունենանք յերկու ուղղանկյուն յեռանկյուններ՝  $XO_1M$  և  $XMO_1$ ։ Ընդհանուր  $XM$  ելով և  $X$  կետին կից անկյուններով՝  $30^\circ$  վերեի յեռանկյունում և  $45^\circ$  ներքեի յեռանկյունում։

Վերեի ( $XM$  գծի յկատմամբ) յեռանկյան ներքնածիղքը հավասար է  $OX$  առանցքի ուղղանկյուն պրոյեկցիային մեր վերցրած պրոյեկցիաների հարթության վրա, իսկ ներքեի յեռանկյան ներքնածիղքը

հավասար է հենց իրեն՝ առանցքին: Վերովհետև բոլոր առանցքները տվյալ դեպքում աղավաղվում են հավասար չափով, ապա ստացված ներքնաձիգների հարաբերութ. ունը կլինի աղավաղման ընդհանուր գործակիցը բոլոր յերեք առանցքների ուղղությամբ:

Դժվար չի լինի հաշվել այդ գործակիցի մեծությունը, սակայն թվական մեծությունը մեզ հարկավոր չէ, իսկ դրա համար մենք կը վորոշենք ընդհանուր աղավաղումը բոլոր յերեք առանցքների ուղղությամբ գրաֆիկորեն հետևյալ գծագրով:

Հորիզոնական ուղիղի վրա (գծ. 209, և 211) վերևից կառուցում ենք  $30^\circ$  անկյուն, ներքևից՝  $45^\circ$ : Այսպիսի գծադիրն անվանում ենք կոորդինատային առանցքների աղավաղման մասշտաբ և ոգտվում ենք նրանից հետևյալ յեղ. նակով:

Կետի վորեն մի կոորդինատը X, Y կամ Z տեղադրում ենք անկյան գագաթից ներքևի թիք ուղիղի ուղղությամբ և ծայրը պրոյեկտում ենք վերևի թիք գծի վրա միջին հորիզոնական գծին ուղղահայաց ուղղությամբ: Ստացած հատվածը կլինի վերցրած կոորդինատի վորոշվող աղավաղված մեծությունը: Այս յիշանակով հեշտությամբ կարելի յե վորոշել կետի բոլոր կոորդինատների աղավաղված մեծությունները և նրանց միջոցով կառուցել կետի պրոյեկցիան տվյալ պրոյեկցիաների հարթության վրա (գծ. 211, 212, նաև 213, 213, 213):

Կոորդինատային առանցքների ուղղանկյուն իզոմետրիկ պրոյեկցիաները K հարթության վրա (գծ. 209) ստանում ենք՝ կառուցելով հավասար յերկարությունները  $O_1X = O_1Y = O_1Z$  և տալով նրանց հավասար թեքություն դեպի միմյանց  $120^\circ$  անկյունով (անկյունները  $XO_1Y$ ,  $YO_1Z$  և  $XO_1Z$  հավասար են իրար), ընդվորում բոլոր առանցքները հավասար չափով աղավաղված են:

Բոլոր յերեք առանցքներին աղավաղումներն ունենալու համար բավական է գտնել մեկ առանցքի աղավաղումը:

$MXO_1$  և  $MXO_0$  ուղղանկյուն յեռանկյունիներից (գծ. 209), նշանակելով ընդհանուր հիշ—ծ, իսկ ներքնաձիգները  $x_1$  և  $x_0$ , ունենք՝

$$x_1 = \frac{b}{\cos 30^\circ} \text{ և } x_0 = \frac{b}{\cos 45^\circ}$$

Այդ յերկու ներքնաձիգների հարաբերությունը բոլոր յերեք առանցքների աղավաղման ընդհանուր գործակիցն է: Նշանակելով նրան k, գտնում ենք՝

$$k = \frac{x_1}{x_0} = \frac{b}{\cos 30^\circ} : \frac{b}{\cos 45^\circ} = \frac{\cos 45^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{\sqrt{2}}{2} : \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{\frac{2}{3}} = 0,82,$$

Այդ գործակիցի թվական արժեքը մեզ չի հետաքրքրում նրա ոգտագործման անհարմարության պատճառով:

Հետազոտում ազատագրումներն ըստ առանցքների մենք կգտնենք  
գրաֆիկորեն այնպես, ինչպես այդ ցույց և տված 311, և 213, դժադ-  
րելի վա:

Դժ. 219, վրա ունենք խորանարդի իզոմետրիկ պրոյեկցիան:  
Խորանարդի այդ իզոմետրիկ պրոյեկցիան ունի յեղրագիծ կանոնա-  
վոր վեցանկյան ձևով:

Խորանարդի այս իզոմետրիկ պրոյեկցիայից ել հենց սկսում են  
հեղինակներ, ից շատերն իրենց բացատրություններն իզոմետրիկ պրո-  
յեկցիա երի մասին, բայց ինքը՝ հարցի ելույթունը մի շարք ղեպոնե-  
րում չընում և և ուսանողի համար պաղ չե վոչ հարթության գիրքը  
տարածություն մեծ, վորի վրա պրոյեկտում են, և վոչ ել պրոյեկտման  
ուղղությունը:

§ 25. Եկե՛ք ուղղանկյուն պրոյեկցիայի կառուցումը  
կարբայրյան վրա, վորը հավասար կերպով բեք և բոլոր  
յեկեք կոորդինատային առանցքներին

Ամբողջ այս բաժնում պրոյեկցիաների հարթությունը վերցնում  
ենք այնպիսի դիրքում, ինչպես այդ ցույց և տված յեղել զժ. 209,  
վրա, որա համար այս բաժնի հետագա խնդիրներում մենք ուղղակի  
կատենք պրոյեկցիաների հարթությունը, բայց եիմանաք, թե ինչ-  
պիսի հարթություն և այստեղ հասկացվում: Այս հարթությունն, ինչ-  
պես և յեղանկյուն պրոյեկտման ղեպի համար, մենք կանվանենք  
պատկերի հարթությունը և կնշանակենք, ինչպես և այնտեղ— $K$ :

Պրոյեկտումն այդ պատկերային հարթության վրա ինչպես դա  
բացատրված և, կլինի ուղղանկյուն և հետադարձ այս բաժնում  
ուղղանկյուն խոսքը բաց կթողնենք և ուղղակի կատենք՝ պրոյեկ-  
տում ենք պատկերի հարթության վրա և կհասկանանք թե ինչպես  
ենք պրոյեկտում (զժ. 209):

Դիցուք, տված և մի կետ  $A(5, 8, 10)$ , կառուցել այս կետի  
պրոյեկցիան պատկերի հարթության վրա:

Ամենից առաջ կառուցում ենք 211, զժ. վրա բոլոր առանցքներին  
համար, հետևապես և կետերի կոորդինատների համար կոորդինատա-  
յին առանցքների ազատագրման մասշտաբով Դժ. 211, վրա հորիզոնա-  
կան զծի վրա վերևից կառուցում ենք 30° անկյուն, ներքևից՝ 45°,   
կատանաք յերկու թեք զծեր՝ վերևի և ներքևի:

Ներքևին վրա տեղադրում ենք կետերի կոորդինատները և պրո-  
յեկտում ենք վրևի զծի վրա, վորտեղ և ստանում ենք այդ կոորդի-  
նատների ազատագրված մեծությունները:

Դժ. 211, ներքևի թեք ուղիղի վրա անկյան գաղաթից տեղադրե-  
ված են 5, 8, 10 միավորներ զծագրի վրա ընդունված մասշտաբով և  
այդ հատվածների ծայրերը պրոյեկտված են վերևի թեք ուղիղի վրա,

վորի վրա ստացված ե՛ հաշված դադաթից՝ յերեք հատված, հավասար  
 տվյալ կետի  $x$ ,  $y$  և  $z$  կոորդինատների աղավաղված մեծություններին:  
 Տվյալ կետի կոորդինատների աղավաղված մեծություններն ստանալուց  
 հետո մենք գծ. 212 վրա կառուցում ենք կոորդինատային առանցք-  
 ների պրոյեկցիաները պատկերի հարթության վրա (կոորդինատային  
 առանցքների այդ պրոյեկցիաները կազմում են իրար հետ  $120^\circ$  ան-  
 կյուններ), կետի—իր պրոյեկցիան և կետի պրոյեկցիաների—պրոյեկ-  
 ցիաները, վորոնք, ինչպես շեղանկյուն պրոյեկցիաներում, կանվանենք  
 յերկրորդ պրոյեկցիաներ  $H$ ,  $V$  և  $W$  վրա (գծագրի վրա նրանք նշա-  
 նակված են  $a$ ,  $a'$ ,  $a''$ ):

Մեր ուսումնասիրած պրոյեկտման յեղանակում կետի գերքը  
 տարածության մեջ լրիվ կորոզվի, յերբ տված են կետի՝ իր պրո-  
 յեկցիաները և նրա յերկրորդ պրոյեկցիաներից մեկը:

Գծ. 212<sub>1</sub>, 212<sub>2</sub>, . . . 212<sub>6</sub> վրա ցույց ե տված այս պարագրա-  
 ֆում առաջադրած խնդրի լուծման վեց վարյանտները:

Զննենք նրանցից մեկը. գծ. 212<sub>1</sub> վրա  $OY$  գծի ուղղությամբ  
 տեղադրում ենք  $y=8$  կոորդինատի աղավաղված մեծությունը ( $y$  կոոր-  
 դինատի այդ աղավաղված մեծությունը վերցնում ենք 211<sub>1</sub> գծ-ից):

$a_y$  կետով տանում ենք մի գիծ, վորը զուգահեռ լինի  $OX$ -ին և  
 նրա վրա տեղադրում ենք  $x=5$  կոորդինատի աղավաղված մեծու-  
 թյունը: Ստանում ենք  $a$ —կետի յերկրորդ պրոյեկցիան  $H$  հարթու-  
 թյան վրա: Հետո վերտիկալ գծի ուղղությամբ տեղադրում ենք  $z=10$   
 կոորդինատի աղավ-ղված յերկարությունը և ստանում ենք  $A$ , վորը  
 տվյալ կետի վորոնվող պրոյեկցիան ե:

Առաջադրած խնդրի մնացած վարիանտների կառուցումը հասկա-  
 նալի յե գծագրերից:

$A$  կետերը 212<sub>1</sub>, 212<sub>2</sub>, 212<sub>3</sub>, . . . գծ. վրա կոչվում են տվյալ  
 կետի իզոմետրիկ պրոյեկցիա: Այստեղ մենք, ունենալով կետի կոոր-  
 դինատները, կառուցել ենք իզոմետրիկ պրոյեկցիան և յերկրորդ պրո-  
 յեկցիան պրոյեկցիաների հարթություններից մեկի վրա:

Մենք կարող եյինք լուծել և հակադարձ խնդիրը:

Յենթադրենք, տված ե կետի իզոմետրիկ պրոյեկցիան և նրա  
 յերկրորդ պրոյեկցիաներից մեկը: Ի՞նչ գծագրի վրա մենք կունենանք  
 կոորդինատների աղավաղված յերկարությունները: Նրանց տեղադրում  
 ենք կո-որդինատային առանցքների աղավաղման մասշտաբի վերևի թեք  
 գծի վրա և պրոյեկտում ենք ներքևի թեք գծի վրա, վորտեղ և  
 հասանաք կետի վորոնվող կոորդինատները:

**§ 26. Կեռի իդոմեարիկ պրոյեկցիոնների կառուցումն  
ըստ նրա ազած յերկու պրոյեկցիոնների**

Դժ. 213<sub>1</sub> վրա տված է մի կետ յերկու պրոյեկցիոնայով, հետևապես, գծադրել վրա մենք ունենք կետի բոլոր յերեք կոորդինատները:

Այդ կոորդինատները տեղադրում ենք կոորդինատային առանցքների աղավաղման մասշտաբի ներքևի թեք գծի վրա (գծ. 213<sub>2</sub>) և պրոյեկտում ենք նրանց վերևի թեք գծի վրա: Այսպիսով ստանում ենք կոորդինատների աղավաղված յերկարությունները և հետո 213<sub>3</sub> վրա ըստ կոորդինատների աղավաղված յերկարությունների կառուցում ենք տվյալ կետի իդոմեարիկ պրոյեկցիան և նրա յերկրորդ պրոյեկցիան H հարթության վրա:

Իհարկե, մենք կարող կլինեյինք լուծել և հակադարձ խնդիրը, այն է՝ ունենալով գծ. 213<sub>2</sub> վրա կետի իդոմեարիկ պրոյեկցիան և նրա յերկրորդ պրոյեկցիան H հարթության վրա, կառուցել այդ կետի յերկու ուղղանկյուն պրոյեկցիաները (գծ. 213<sub>4</sub>):

Դժ. 213<sub>5</sub> վրա մենք ունենք կոորդինատների աղավաղված յերկարությունները: Դժ. 213<sub>6</sub> ոգնությամբ մենք գտնում ենք կոորդինատների՝ իրենց յերկարությունները և կոորդինատների այդ գտած յերկարությունների ոգնությամբ կառուցում ենք տվյալ կետի յերկու պրոյեկցիաները (գծ. 213<sub>7</sub>):

**§ 27. Ցված է մի ուղիղ իր յերկու պրոյեկցիայով, կառուցել  
այդ ուղիղի իդոմեարիկ պրոյեկցիան**

Դժ. 214<sub>1</sub> վրա գտնում ենք ուղիղ գծի հատվածի ծայրերի կոորդինատները: Գտնում ենք 214<sub>2</sub> գծ. վրա այդ կոորդինատների աղավաղված յերկարությունները և նրանցով գծ. 214<sub>3</sub> վրա կառուցում ենք տվյալ ուղիղ գծի իդոմեարիկ պրոյեկցիան և նրա յերկրորդ պրոյեկցիան H հարթության վրա: Պայմանավորված ուղիղ գծերի և պատկերների յերկրորդ պրոյեկցիաները պատկերացնել կետաշարով:

Ուղիղ գծի առաջադրման մասնավոր դեպքեր

Դժ. 215<sub>1</sub>, 215<sub>2</sub> և 215<sub>3</sub> վրա ունենք կոորդինատային հարթություններին զուգահեռ ուղիղ գծի իդոմեարիկ պրոյեկցիաները:

Դժ. 215<sub>4</sub> վրա ուղիղի պրոյեկցիան և նրա յերկրորդ պրոյեկցիան զուգահեռ են իրար, վրը հատկանիշ կլինի այն բանի, վր ուղիղը զուգահեռ է H հարթությանը:

Դժ. 215<sub>5</sub> վրա ուղիղ գծի յերկրորդ պրոյեկցիան զուգահեռ է OX-ին, ուրեմն ինքը ուղիղը զուգահեռ է V հարթությանը:

Գծ. 215<sub>1</sub> վրա ուղիղի յերկրորդ պրոյեկցիան զուգահեռ է ՕY-ին, աւրեմ ինքը ուղիղը տարածության մեջ զուգահեռ է W հարթությանը: Գծ. 216<sub>1</sub>, 216<sub>2</sub> և 216<sub>3</sub> վրա ունենք պրոյեկցիաների հարթություններին ուղղահայաց ուղիղ գծերի իզոմետրիկ պրոյեկցիաները:

Այս բոլոր վեց որինակներում և հետագայում մենք կկատարենք կոորդինատներն անմիջապես իզոմետրիկ պրոյեկցիաներով, ոգ-ազոր-ծելով այդ դեպքում յերկրաչափական նկատառումներ և գիտնալով վոր մենք միշտ կ'ը-դ ենք, վերևում ուսումնասիրածի հիման վրա, իզոմետրիկ առաջագրությունից անցնել յերկու և յերեք ուղղանկյուն պրոյեկցիաների առաջադրության:

### § 28. Հարթ պատկերների պրոյեկումը

Գծ. 217<sub>1</sub>, 217<sub>2</sub> և 217<sub>3</sub> վրա ունենք յեռանկյունիների իզոմետրիկ պրոյեկցիաները և նրանց յերկրորդ պրոյեկցիաները: Ըստ այդ պրոյեկցիաների մենք կ'արող ենք ճշգրիտ դատել տվյալ յեռանկյունիների գրության և չափերի մասին:

Գծ. 217<sub>1</sub> վրա յեռանկյան կողմերը զուգահեռ են համապատասխան կոորդինատային հարթություններին, վորովհետև մեկ ուղիղի յերկրորդ պրոյեկցիան զուգահեռ է նրա իզոմետրիկ պրոյեկցիային, իսկ յերկու մյուս կողմերի յերկրորդ պրոյեկցիաները համապատասխանորեն զուգահեռ են ՕX և ՕY:

Գծ. 217<sub>2</sub> վրա յեռանկյան մի գագաթը դտնվում է H վրա, մյուսը՝ V վրա, իսկ յերրորդը՝ W վրա, վորը յերևում է գագաթների պրոյեկցիաներից:

Յեռանկյան կողմերի իզոմետրիկ պրոյեկցիաները (գծ. 217<sub>3</sub>) համապատասխանորեն ուղղահայաց են կոորդինատային առանցքների պրոյեկցիաներին և, բացի դրանից, մի կողմի յերկրորդ պրոյեկցիան H վրա զուգահեռ է այդ կողմի իզոմետրիկ պրոյեկցիային, իսկ յերկու մյուս կողմերի յերկրորդ պրոյեկցիաները H վրա համապատասխանորեն զուգահեռ են ՕX և ՕY, վորը տալիս է մեկ իրավունք ասելու, վոր այդ յեռանկյան կողմերը զուգահեռ են բարակ գծերով գծ-ծ համասարակողմ յեռանկյան կողմերին, այսինքն՝ այսպես կոչված պատկերային K հարթության հեռքերի յեռանկյունու կողմերին (գծ. 209<sub>1</sub>), իսկ այստեղից հետևում է, վոր գծ. 217<sub>2</sub> յեռանկյունին զուգահեռ է պատկերային հարթությանը, ուրեմն նա պատկերային հարթության վրա կ'պրոյեկտվի իր իսկական մեծությամբ:

Իսկ 217<sub>2</sub> և 217<sub>3</sub> գծ. վրա յեռանկյունիների իսկական մեծությունը վորոշելու համար մենք պիտի նախապես վորոշենք գագաթների կոորդինատների իսկական մեծությունը, հետո գտած կոորդինատներից

գտնենք կողմերի յերկարությունը և հետո արդեն յերկարաչափորեն կառուցենք այդ յեռանկյունին: Դժ. 218<sub>1</sub> և 218<sub>2</sub> վրա պատկերացրած են քառակուսիներ: Առաջին դեպքում քառակուսու հարթությունը զուգահեռ է H հարթությանը, իսկ յերկրորդ դեպքում քառակուսին զտնվում է V հարթության վրա:

Դժ. 218<sub>2</sub> վրա կառուցված է W հարթության վրա շրջանագծի նախապես կառուցում ենք շեղանկյուն W հարթության վրա, վորը ներկայացնում է քառ-կուսու իզոմետրիկ պրոյեկցիան: Շեղանկյան կողմերը կիսում ենք և գտնում ենք շրջանագծին պատկանող չորս կետերի 1, 2, 3 և 4 պրոյեկցիաները: Այդ կետերում շրջանագծի պրոյեկցիան շոշափում է մեր շեղանկյունը: Շրջանագծի վորոնվող պրոյեկցիան կլինի կլիպս, իսկ գտած չորս կետերը կներկայացնեն այդ կլիպսի զուգակցված արամադների ծայրերը:

Հետո կլիպսի կառուցումը կատարում ենք զուգակցված արամադներով հայտնի յեղանակով վորի վրա ալատեղ չենք կանգ առնի (գծագրի վրա այդպիսի կառուցումը ցույց է տված հինգերորդ և ութերորդ կետերի համար:)

#### § 29. Խորանարդի յեկ մրա մասերի պրոյեկցիան

Դժ. 219<sub>1</sub>, 219<sub>2</sub>, 220<sub>1</sub>, 220<sub>2</sub> վրա ունենք խորանարդի իզոմետրիկ պրոյեկցիան: Բոլոր չորս դեպքում խորանարդի պրոյեկցիայի կոնտուրը կանոնավոր փեցանկյուն է: Առաջին դեպքում խորանարդի նիստերը շոշափվում են կորդինատային հարթությունների հետ: Յերկրորդ դեպքում խորանարդը շոշափվում է H և W հարթությունների հետ, հետևյալս խորանարդի մի կողը գտնվում է OY առանցքի վրա:

Յերրորդ դեպքում խորանարդը մի նիստով շոշափվում է V հետ, իսկ մյուս յերկու նիստերը զուգահեռ են H և W-ին:

Չորրորդ դեպքում (գծ. 220<sub>2</sub>) խորանարդի նիստերը համապատասխանորեն զուգահեռ են H, V և W հարթություններին: Մինչդեռ նախորդ յերեք դեպքում մեզ հարկավոր չե խորանարդի յերկրորդ պրոյեկցիան, ալատեղ նա անհրաժեշտ հարկավոր է, և կառուցված է նա H հարթության վրա և ցույց է տված կետաշար շեղանկյան ձևով:

Դժ. 221<sub>1</sub> և 221<sub>2</sub> վրա ունենք խորանարդի իզոմետրիկ պրոյեկցիան մի քառորդի և մի ութերորդ մասի հանվածքով: Խորանարդը իր մի նիստով գտնվում է H հարթության վրա, իսկ յերկու մյուս նիստերը զուգահեռ են V և W հարթություններին:

Դժ. 222<sub>1</sub>, 222<sub>2</sub>, 223<sub>1</sub> և 223<sub>2</sub> վրա պատկերացված է խորանարդը զանազան և ավելի բարդ հանվածքներով: Նոցա կառուցումների յեղանակի վրա մենք կանգ չենք առնում, այդ կառուցումների պարզության պատճառով: Իհարկե, բոլոր դեպքերում գործն սկսում ենք խորանարդի պրոյեկցիայից:

**§ 80. Համվածմանով պրիզմայի, բուրգի, գլանի, կոնի  
յիվ գնդի պրոյեկումը**

**Դժ. 225<sub>1</sub>, 225<sub>2</sub>, 225<sub>3</sub>, 226<sub>1</sub>, 226<sub>2</sub> և 226<sub>3</sub>** վրա ներկայացված են հանվածքներով պրիզմայի, բուրգի, գլանի, կոնի և գնդի իզոմետրիկ պրոյեկցիաները: Առաջարկվում է ընթերցողին իշխն պարզել նրանց կառուցման յեղանակը և գծել նույն մարմինները պրոյեկցիաները, բայց ուրիշ հանվածքներով:

Այս հատվածի բոլոր որինակները (հանվածքներով խորանարդներ և ուրիշ մարմիններ) հատկապես վերցված են նման նրանց, վորպիսիք մենք ունեւիրենք շեղանկյուն պրոյեկցիաներում, վորպեսզի ընթերցողը կարողանա նրանց բաղդատել և իր համար լուծի այն հարցը, թե այդ յերկու յեղանակներից վորն է տալիս ավելի բնական և ակներախ պատկեր:

Շեղանկյուն պրոյեկցիաների կառուցման դեպքում, յերբ  $\kappa_1 = \frac{1}{2}$  և  $\beta_1 = 30^\circ$ , կատկած չկա, վոր գերակշռութունը կլինի շեղանկյուն պրոյեկտման կողմը:

Ներկա գլուխը բերված է ուսանողին ծանոթացնելու իզոմետրիկ պրոյեկտման ելության հետ, բայց դրանից ավելի այս մեթոդը մենք ել չենք արծարծի և շեղանկյուն մեթոդի առավելությունների պատհասով մենք հետադայում կողտվենք շեղանկյուն մեթոդից:

**ԽՆԴԻՐՆԵՐ**

1. Յված է յեռանկյունի յերեք պրոյեկցիայով, կառուցել այդ յեռանկյան իզոմետրիկ պրոյեկցիան:

2. Կառուցել հավասարակողմ յեռանկյունի և քառակուսի, վորոնք դտնվեն են մի հարթության մեջ:

a) վորը դուզահեռ է H-ին

b) > > > V >

c) > > > W >

d) > > > K >

3. Կառուցել խորանարդ, պրիզմա, բուրգ, կոն և գլան, վոր հիմքով դրած լինեն պատկերային հարթության վրա:

4. Հանվածքավոր յերկրաչափական մարմինների մի մասը, վորոնք պատկերացված են շեղանկյուն պրոյեկցիաներով, ներկայացնել իզոմետրիկ պրոյեկցիաներով և համեմատել նրանց շեղանկյուն պրոյեկցիաների հետ:

### 3. ՈՒՂՂԱՆԿՈՒՆ, ՊՐՈՅԿԻՏՈՒՄ ՄԻ ՀԱՐԹՈՒԹՅԱՆ ՎՐԱ, ՎՈՐ ՀԱՎԱՅԱՐ ԹԵՐ Ե ՅԵՐԿՈՒ ԱՌԱՅՔՆԵՐՆ (ՈՒՂՂԱՆԿՈՒՆ ԴԻՄԵՏՐԻԱ)

#### § 51. ԿՈՐՐԵԿՏԱՑՈՒՄ ԱՌԱՅՔՆԵՐԻ ՊՐՈՅԿՈՒՄԸ

Մասնանշված յեղանակով պրոյեկտելու ժամանակ մենք ունենք մի ազավադում յերկու առանցքների համար, իսկ մի ուրիշն ել՝ յերրորդ առանցքի համար: Այդ զեպքում մենք հավասար ազավադում կարող ենք վերցնել վորևե յերկու առանցքի համար, համապատասխան կերպով վերցնելով, ինարկե, պատկերային հարթության դիրքը:

Յեթե մենք ցանկանում ենք, որինակ,  $OX$  և  $OZ$  առանցքների ուղղությամբ ունենալ մի ազավադում, իսկ  $OY$  առանցքի ուղղությամբ — մյուսը, ապա վերցնում ենք պատկերային հարթությունն այնպես, վոր այն հասկաններ, վորոնք հասկում են  $OX$  և  $OZ$  առանցքների վրա պատկերային  $K$  հարթության կողմից, լինեն հավասար իրար և զոչ հավասար  $OY$  առանցքի ուղղությամբ հասկանին (դ՛. 227): Վորովհետև դ՛. 227 վրա  $OX = OZ$ , ապա յեռանկյունիներն  $OXY$  և  $OYZ$  ըստ յերկու եջերի հավասար են, ուրեմն նրանց ներքնաձիգներն ել հավասար են, այսինքն՝

$$XY = ZY;$$

Հետևապես յեռանկյունի  $XYZ$  հավասարաբուռնք եւ

Այդ հավասարաբուռնք յեռանկյան վրա կորրեկտաների  $O$  սկզբից թողում ենք ուղղահայաց և սահում ենք կեսը  $O_1—O$  կեսի ուղղանկյուն պրոյեկցիան պատկերային  $XYZ$  հարթության վրա: Միացնելով  $O_1$  կեսը յեռանկյան գագաթների հետ, կստանանք

$$O_1 X, O_1 Y \text{ և } O_1 Z$$

ուղղանկյուն զիմեարիկ պրոյեկցիաները կորրեկտատային առանցքների հետագայում մենք «ուղղանկյուն» խոսքը կարճության համար բաց կթողենք:

Դժվար չի ապացուցել, վոր կորրեկտատային առանցքների զիմեարիկ պրոյեկցիաները գտնվում են  $XYZ$  յեռանկյան բարձրությունների վրա: Ապացուցելու համար շարունակենք  $O_1 Z$  մինչև  $XY$  գիծը և  $O_1 Z$  և  $XY$  հատման  $M$  կեսը միացնենք կորրեկտաների  $O$  սկզբի հետ: Յեռանկյունի  $OMZ$  ուղղահայաց և  $H$  հարթությանը, վորովհետև անցնում է  $OZ$  առանցքով, վորն ուղղահայաց է  $H$ -ին: Նույն  $OMZ$  յեռանկյունին ուղղահայաց է  $XYZ$  յեռանկյանը, վորովհետև անցնում է  $OO_1$  ուղղահայացով, վորն ուղղահայաց է  $XYZ$  հարթությանը, Յեթե  $OMZ$  յեռանկյան հարթությունն ուղղահայաց է յերկու հա-

վող հարթություններին (H և XYZ), առաջնա ուղղահայաց և հնրանց հատման գծին XY, ուրեմն MZ գիծը, վորը գտնվում է OMZ յնաանկյան հարթության վրա, նույնպես ուղղահայաց է XY-ին: Հետևապես,  $O_1Z$  ուղղահայաց է XY-ին:

Նման դատողությամբ կարելի յե ապացուցել, վոր  $O_1Y$  ուղղահայաց է XZ-ին և  $O_1X$  ուղղահայաց է YZ-ին:

Բացի դրանից նկատենք, վոր  $O_1Y$  շարունակությունը կիսում է XY գիծը և  $XO_1Z$  անկյունը, վորը պարզ յերևում է XYZ (գծ. 227) յնաանկյան հավասարասրունք լինելուց:

Յերևակայենք, վոր OXZ յնաանկյունին շրջված է XZ առանցքի շուրջը, իսկ OXY յնաանկյունին շրջված է XY առանցքի շուրջը մինչև համասեղվելը XYZ յնաանկյան հարթության հետ: Այն ժամանակ գծ. 227<sub>1</sub> վրա կունենանք XYZ յնաանկյան իսկական մեծությունը, նույնպես և կոորդինատային առանցքների դիմետրիկ պրոյեկցիաների իսկական մեծությունները և նրանց փոխադարձ դիրքերը, նաև կոորդինատային առանցքների՝ իրենց իսկական մեծությունները՝  $O_0X$ ,  $O_0Y$  և  $O_0Z$  գծերի ձևով:

Նկատենք, վոր OXZ (գծ. 227) յնաանկյունին հավասարասրունք ուղղանկյուն յնաանկյունի յե, ուրեմն և  $O_0XZ$  (227<sub>1</sub>) նույնպես հավասարասրունք ուղղանկյուն յնաանկյունի յե, հետևապես  $O_0$  կետը գտնվում է կիսաբազմազան մեծանդում, վոր կառուցված է XZ գծի վրա, վորպես տրամագծի: Յերբ OXY յնաանկյունին համասեղվում է XYZ յնաանկյան հարթության հետ, այն ժամանակ  $O_0$  կետը կստացվի մի նոր կիսաշրջանագծի վրա, վոր կառուցված է XY գծի վրա վորպես տրամագծի:  $O_0$  դիրքն ստանալու համար մենք  $O_1$  կետից թողնում ենք ուղղահայաց XY վրա և հատում ենք նրան կիսաշրջանագծի հետ, վոր կառուցված է XY գծի վրա:

Գծ. 227<sub>1</sub> վրա  $O_0$  կետը պատահում է յերկու անգամ և նրանց հետադարձությունները մինչև X կետը կլինեն միատեսակ, վորովհետև յերկու դեպքում էլ  $O_0X$  գիծը ներկայացնում է OX առանցքի համասեղված դիրքը XYZ հարթության հետ: Ոգտվելով 227 և 227<sub>1</sub> գծադրերից, կարող ենք անել հետևյալ յիզրակացությունները.

1. Արտվադման գործակիցը OX և OZ առանցքների ուղղությամբ կլինի՝

$$k_1 = \frac{O_1X}{OX} = \frac{O_1Z}{OZ},$$

Անալիտիկ արտահայտությունը չենք տալիս, բայց ներքևում կընենք այն սահմանները, վորոնց միջև գտնվում է այդ գործակիցը:

2. Աղավաղման գործակիցը OY առանցքի ուղղությամբ կլինի

$$k_2 = \frac{O_1Y}{OY},$$

և այստեղ մենք չենք ոգտվի այդ գործակցի առաջինից արտահայտությունից, բայց, հետադարձում 227 և 237, գծագրերը, կվորոշենք այդ գործակցի սահմանները:

3. Դիցւաք, թե պատկերային հարթությունը (XYZ յեռանկյան հարթությունը), շրջվելով XZ գծի շուրջը, ընդունում է տարբեր դիրքեր, միշտ ապով կոորդինատային առանցքների զրահան համակարգում:

Ամենից առաջ նշատենք, վոր  $k_1$  և  $k_2$  գործակիցները կլինեն մեկից փոքր, վորովհետե նրանք  $OX_1X$ ,  $OY_1Y$  և  $OZ_1Z$  ուղղանկյուն յեռանկյունիներում ներկայացնում են եջի և ներքնաձիգի հարաբերությունը (գծ. 227): Հարթության շրջելուց և  $OY$  նվազելուց և միևնույն անփոփոխ  $OX$  և  $OZ$  ղեգքում  $O_1$  կետը կհեռանա XZ-ից, հասնումները  $O_1X = O_1Z$  կմեծանան, շարունակ մնալով ավելի մեծ,

$$քան  $\frac{XZ}{2}$ , բայց  $XZ = OX\sqrt{2} = OZ\sqrt{2}$ ,$$

ուրեմն՝

$$k_1 = O_1X : OX > \frac{OX\sqrt{2}}{2} : OX = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$k_1 = O_1Z : OZ > \frac{OZ\sqrt{2}}{2} : OZ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Հետևապես  $\frac{\sqrt{2}}{2} < k_1 < 1$ ,

Այսպիսի սահմաններ մենք կունենանք XYZ յեռանկյան առկայության դեպքում:

Պատկերային հարթության հետագա պտտելուց XZ-ի շուրջը պատկերային հարթությունը կարող է ընդունել  $OY$  առանցքին զուգահեռ դիրք և այն ժամանակ  $k_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , կամ պատկերային հարթությունը կհամընկնի  $OXZ$  հարթության հետ և  $k_1$  կլինի հավասար մեկի: Սակայն այդ յերկու դեպքերում ակնբխությունը, վոր կազմում է յուրաքանչյուր ախտոստիկի գծագրի գլխավոր նպատակը, չքանում է և մենք կունենանք սովորական որոտգոնալ պրոյեկտում:

Ճ. Հստ գծ. 227 ունենք՝

$$k_2 = \frac{O_1Y}{OY} < 1,$$

վորովհետե մենք ունենք եջի և ներքնաձիգի հարաբերությունը, բայց  $k_2$  զրոյից մեծ է, ուրեմն  $0 < k_2 < 1$ :

Ծ. Բոլոր գեղքերում XYZ յեռանկյունին կլինի սուրանկյուն եռանկյունը:

XY, XZ և YZ գծերը կանվանենք պատկերային հարթության հեռքեր H, V և W հարթությունների վրա, իսկ XYZ յեռանկյունին— հեռքերի յեռանկյունին:

Թ. Յեթե հեռքերի յեռանկյունին տված է, ապա հեշտ է դանել կոորդինատների սկզբի դիմետրիկ պրոյեկցիան, հետևապես և կոորդինատային առանցքների դիմետրիկ պրոյեկցիաները:

XYZ յեռանկյան բարձրությունների հատման կետն  $O_1$  կլինի կոորդինատների  $O$  սկզբնակետի դիմետրիկ պրոյեկցիան, իսկ այդ բարձրությունների մասերը նրանց փոխադարձ հատման կետից մինչև յեռանկյան գագաթները կլինեն կոորդինատային առանցքների դիմետրիկ պրոյեկցիաները:

Գծ. 227, վրա մի անգամ ել է պատկերացված կոորդինատային առանցքների ստացված դիմետրիկ պրոյեկցիաները, բայց նրանք շրջած են բոլորը մի-սին ախպես. վոր  $OZ$  դիժը զբաղւում է վերափկալ դիրք, իսկ հեռքերի յեռանկյունին և մնացած կառուցումները հեռացված են, բայց ցույց է տված, վոր  $O_1Y$  դիժը  $XO_1Z$  անկյունը կիսում ե:

7. 227, գծ. վրա լուծված է հակառակ խնդիր. ըստ կոորդինատային առանցքների դիմետրիկ պրոյեկցիաների տվյալ ուղղությունների կառուցված է հեռքերի յեռանկյունին այն հիման վրա, վոր  $O_1X$ ,  $O_1Y$  և  $O_1Z$  գտնվում են հեռքերի յեռանկյան բարձրությունների վրա:

Գծագրի վրա հավասար յերկարությունները նշված են:

$O_1$  կետից տեղադրում ենք  $O_1X = O_1Z$ : Տառում ենք  $XM$  ուղղահայաց  $O_1Z$  շարունակությանը մինչև հատվելը  $O_1Y$  գծի հետ  $Y$  կետում:

Այն ժամանակ  $X$ ,  $Y$  և  $Z$  միացնում ենք և ստանում վորոնվող XYZ հեռքերի յեռանկյունին:

8. Ըստ պատկերային հարթության հեռքերի յեռանկյունու, ինչպես մենք տեսանք վերևում, մենք հեշտությամբ կառուցում ենք կոորդինատային առանցքների դիմետրիկ պրոյեկցիաները, վորոնց ողնությամբ դժվար չէ գտնել կոորդինատային առանցքների թեքման անկյունները դեպի պատկերային հարթությունը (227), Յեթե  $OX$ ,  $OY$  և  $OZ$  առանցքների թեքման անկյունները դեպի պատկերային հարթությունը նշանակենք համապատասխանորեն  $\alpha$ ,  $\beta$  և  $\gamma$ , ապա մենք կունենանք  $\alpha = \gamma$ :

$\beta$  և  $\gamma$  անկյունների գտնելը ցույց է տված 227, գծ. վրա:

227 գծագրի յեռանկյունինները  $OO_1Z$  և  $OO_1Y$  շրջում ենք  $O_1Z$  և  $O_1Y$  առանցքների շուրջը մինչև համընկնելը պատկերային հարթու-

թյան հետ, այն ժամանակ կստանանք 227 դծ. վրա ցույց տված կառուցումների, վերահղ հավասար մեծությունները նշված են, նույնպես և ցույց և տված սլաքների ուղղությունը ուղղությունը վերևի աղիղը տարված և Z կենտրոնից, իսկ ներքևին՝  $O_1$  կենտրոնից: Դձագրի վրա մենք ունենք նաև կոորդինատային առանցքների յերկարություններ:

Ունենալով XYZ յեռանկյունին, կառուցում ենք  $PO_1Z$  հավասարասրունք ուղղանկյուն յեռանկյունին: Հետո գտնում ենք յերկու մյուս  $O_1$ , աշխատելով սլաքների ուղղությամբ:

Աղավաղման գործակիցը երբ մեծությունները մենք կարող ենք այժմ արտահայտել  $\gamma$  և  $\beta$  անկյունների միջոցով՝

$$k_1 = \frac{O_1Z}{OZ} = \cos \gamma, \quad k_2 = \frac{O_1Y}{OY} = \cos \beta,$$

$\beta$  և  $\gamma$  անկյունները, ինչպես յերևում և 227, դծ., կապված են գծագրի կառուցումների հետ և մենք չենք կարող նրանց վերցնել կամավոր կերպով, յերբ տված են կոորդինատային առանցքների զիմեարիկ պրոյեկցիաների ուղղությունը:

Հետևապես և աղավաղման գործակիցները  $k_1 = \cos \gamma$  և  $k_2 = \cos \beta$  կլինեն լրիվ վորոշելի:

227 և 227, գծագրերից յերևում և, վոր  $\gamma$  և  $\beta$  անկյունները չեն կարող յերկուսն ևլ տրվել կամավոր:

Այդ անկյուններից մեկի կամավոր ընտրելուց մյուսը դառնում և միանգամայն վորոշ, հետևապես յերկու գործակիցները  $k_1 = \cos \gamma$  և  $k_2 = \cos \beta$  չեն կարող միաժամանակ տված լինել կամավոր կերպով: Յուրաքանչյուր  $k_1$  գործակցին կհամապատասխանի միանգամայն վորոշ  $k_2$  գործակից և, ընդհակառակը:

9. Տված և աղավաղման  $k_1$  գործակիցը  $OX$  և  $OZ$  առանցքների ուղղությամբ: Կառուցել կոորդինատային առանցքների զիմեարիկ պրոյեկցիաները և գտնել աղավաղման  $k_2$  գործակիցը  $OY$  առանցքի ուղղությամբ: Յենթագրենք որինակի համար  $k_1 = \frac{3}{4}$ , Կառուցում ենք դծ. 227, վրա յեռանկյունի  $ZO_1O_2$ - $\gamma$  անկյունով, ունենալով

$$\cos \gamma = k_1 = \frac{3}{4},$$

Ներքնածիղը  $O_1Z$  ներկայացնում և  $OZ$  առանցքը, վոր համատեղված և պատկերային հարթությամբ հետ Ունենալով  $O_1Z$ , կառուցում ենք  $O_1ZX$  յեռանկյունին և ստանում ենք հետքերի յեռանկյան մի կողմը  $ZX$ , Թողնում ենք  $O_1$ -ից մի ուղղահայաց  $XZ$ -ի վրա և նրան

շարունակում ենք:  $O_0P$  գծի շարունակության վրա դնվում են  $O_1$  և  $Y$  կետերը: Հասում ենք այդ դեմը  $O_{10}Z$  շառավիղ ունեցող աղեղով  $Z$  կենտրոնից և այդ հատումից ստանում ենք  $O_1$  կետը: Հետո  $O_1$  կետը միացնում ենք  $X$  և  $Z$  կետերի հետ և ստանում ենք յերկու առանցքների դիմետրիկ պրոյեկցիաները:

Թողնելով  $Z$  կետից մի ուղղահայաց դեպի  $O_1X$  գծի շարունակությունը, մենք կունենանք այդ ուղղահայացի և  $O_0P$  գծի հատման կետն  $Y$ , հետևաբար և  $OY$  առանցքի դիմետրիկ պրոյեկցիան:

Կառուցում ենք ուղղանկյուն յեռանկյունին  $O_1YO_0$ , վորի մեջ էջը  $O_1O_0=O_0O_{10}$ , այսինքն հավասար և կորդինատների սկզբից մինչև պատկերային հարթությունը յեղած հեռավորությանը: Այդ յեռանկյան ներքնամիզը հավասար է  $OY$  առանցքի յերկարությանը:

$k_2$  գործակիցի վորդենու համար  $O_0O_1Y$  յեռանկյան  $O_1Y$  էջը և  $YO_0$  ներքնամիզը յափում ենք միևնույն մասշտաբով: Նրանց հարաբերությունը կլինի վորոշմաղ ազավազման գործակիցը  $OY$  առանցքի ուղղությամբ:

$$K_2 = \frac{O_1Y}{OY} = \frac{O_1Y}{O_0Y} = \cos \beta = 0,94,$$

Պատեցնելով  $O_1$  կետի շուրջը, կորդինատային առանցքների գտած դիմետրիկ պրոյեկցիաները կաբող ենք բերել մի այնպիսի դիրքի, յերբ  $O_1Z$  կլինի վերտիկալ:

10. Կառուցել կորդինատային առանցքների դիմետրիկ պրոյեկցիաները, յերբ տված է ազավազման գործակիցը

$$k_2 = \cos \beta = \frac{O_1Y}{OY} = \frac{1}{2},$$

և գտնել  $k_1$  գործակիցը:

Այստեղ անկյունը  $\beta = 60^\circ$ , ուրաի և  $227_2$  գծ. վրա կառուցում ենք ուղղանկյուն յեռանկյունին  $YC_0O_1$ , վորի մի անկյունը  $\beta = 60^\circ$ , Հետո կառուցում ենք  $YO_0P$  ուղղանկյուն յեռանկյունին, տանելով  $YO_0$ -ին  $O_0$  կետում մի ուղղահայաց մինչև արա հատվելը  $O_1Y$  գծի շարունակության հետ: Ստացված  $P$  կետով անցնում է հետքերի յեռանկյան  $XZ$  կողմը, վոր և այդ կետում կիսվում է:  $XZ$  գծի յերկարությունը հավասար է  $OP=O_0P$  գծի կրկնակի յերկարությանը: ( $227$  գծ. վրա  $OP$  հավասարաթունք ուղղանկյուն յեռանկյան բարձրությունն է):

Բացի դրանից,  $XZ$  ուղղահայաց է  $YP$ , վորովհետև  $YP$  հեռքերի  $XYZ$  հավասարաթունք յեռանկյան բարձրությունն է:

Ուրեմն դժ. 227, զրա տանում ենք  $XZ$  ուղղահայաց  $YP$  և առ-  
դադրում ենք  $P$ -ից յերկարությունները  $PX=PZ=O_0P$ : Միացնելով  
 $O_1$  կետը  $X$  և  $Z$  հետ, կդանենք կոորդինատային առանցքների դի-  
մետրիկ պրոյեկցիաները:

Կառուցում ենք ուղղանկյուն  $O_1O_0Z$  յնոսնկյունին, ունենալով  
 $O_1Z$  և  $O_1O_0$ : Յերկարությունը  $O_1O_0$  հավասար է կոորդինատների  
սկզբնականի հեռավորությանը մինչև  $O_1$  կետը: Սյդ յերկարությունը  
մենք դառնի ենք  $YO_1O_0$  յնոսնկյունում, իբրև  $O_1O_0$  եջի յերկարու-  
թյուն:

$O_1O_0Z$  յնոսնկյան մեջ մենք ստանում ենք  $\gamma$  անկյունը, հետևա-  
պես և աղավաղման գործակիցը

$$k_3 = \cos \gamma = \frac{O_1Z}{O_0Z} = \frac{O_1Z}{OZ} = 0,88.$$

Ստանալու համար գործակիցի թվական արժեքը  $k_3=0,88$  մենք  
չափում ենք  $O_1Z$  եջը և  $O_0Z$  ներքնաձիղը միևնույն մասշտաբով և  
վերցնում ենք հարաբերությունը, զորը կարելի յե դանել նաե  
հաշվելով:

Բացի դրանից, դանենք  $XO_1Z$  անկյունը:  $O_0Y$  նշանակենք  $m$ -ով,  
իսկ զորոնվող անկյունը— $\varphi$ -ով: Այն ժամանակ  $PY=2m$ ,  $O_1Y=\frac{m}{2}$ ,

$$O_1P = PY - O_1Y = 1,5m,$$

$$PX = O_0P = 2m \sin 60^\circ = \frac{2m \cdot \sqrt{3}}{2} = m\sqrt{3},$$

$O_1PX$  յնոսնկյունուց ունենք

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = \frac{PX}{O_1P} = \frac{m\sqrt{3}}{1,5m} = \frac{\sqrt{3}}{1,5},$$

$$\operatorname{lg} \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = \frac{1}{2} \operatorname{lg} 3 - \operatorname{lg} 1,5 = 0,06247,$$

զորակից

$$\frac{\varphi}{2} = 49^\circ 6' 24''$$

կամ

$$\varphi = 98^\circ 12' 48''.$$

Հանելով  $90^\circ$ , կունենանք  $8^\circ 12' 48''$ : Այդ անկյունով թեքված  
կլիների  $O_1X$ -ը դեպի հորիզոնական գիծը, յեթե մենք շրջելով  $O_1$  կետի  
շուրջը,  $O_1Z$  բերենք վերաիկալ դիրքի:

Կոորդինատային առանցքների դիմետրիկ պրոյեկցիայի մասնաշված շրջումից հետո  $O_1Y$  գիծը թեքված կլինի դեպի հորիզոնական գիծը մի անկյունով, վորը հավասար է՝

$$\frac{360^\circ - 98^\circ 13' 48''}{3} - 90 = 40^\circ 53' 36'',$$

Այս դեպքն են վերցնում շատ հեղինակներ դիմետրիկ պրոյեկցիաներ կառուցելիս, ընդվորում անում են հետևյալ կրթացումները.

1) Եւ գործակիցը մեր ստացած 0,88 փոխարեն վերցնում են հավասար մեկի և մեր գտած անկյունների փոխարեն վերցնում են  $7^\circ$  և  $40^\circ$ .

Թեկուզ ըստ տեսականի այդ չի դիմանում քննադատության, առկայն այնուամենայնիվ շատ հեղինակներ և գրաֆիկայի դասախոսներ այդպես են վարվում առանց դատելու:

2) Մենք այստեղ կոորդինատային առանցքների պրոյեկտման վրա հատկապես կանգ առանք, վորպեսզի լրացնենք այն բացը, վորն այս հարցում ունեն Տգրաֆիկների հեղինակներից շատերը:

Բացի դրանից, մենք ցանկացանք այստեղ բաց անել դիմետրիկ պրոյեկտման ելությունը, վորը հեղինակներից շատերը բոլորովին չեն չոչափում:

12. Վորպես յիգրակացություն նկատենք, վոր առանցքների մի մասը կարող է գտնվել և պատկերային հարթության առջևում, ուստի և նրա պրոյեկցիան դուրս կգա հետքերի յեռանկյան սահմաններից: Կոորդինատային առանցքների դիմետրիկ պրոյեկցիաների ուղղությունը վորոշելուց հետո (վերտիկալ կամ հորիզոնական գծի նկատմամբ) մենք հետքերի յեռանկյունին հետագայում բաց կթողնենք:

Կոորդինատային առանցքների դիմետրիկ պրոյեկցիաների ուղղությունը վորոշելուց հետո մենք կունենանք  $O_0O_1Y$  և  $O_0O_1Z$  յեռանկյունները,  $\beta$  և  $\gamma$  անկյուններով (գծ. 227<sub>2</sub>). Այս անկյունները, ինչպես մենք տեսանք,  $OY$  և  $OZ$  առանցքների թեքման անկյուններն են դեպի պատկերային հարթությունը: Հինց նրանք եւ ազատված մասշտաբների անկյուններն են այդ առանցքների ուղղությամբ:

Մի վորևե կետի  $y$  կոորդինատի ազատված յերկարության (դիմետրիկ պրոյեկցիայի յերկարությունը) ստանալու համար մենք տեղադրում ենք  $\beta$  անկյան մի կողմի վրա այդ կոորդինատը և նրան պրոյեկտում ենք անկյան մյուս կողմի վրա (գծ. 227<sub>3</sub>):

Մի վորևե կետի  $X$  և  $Z$  կոորդինատների դիմետրիկ պրոյեկցիաներն ստանալու համար մենք տեղադրում ենք այդ կոորդինատները

Կ անկյան մի կողմի վրա և նրանց պրոյեկցիան ևնք մյուս կողմի վրա, վորտեղ ուսանում ենք վորոնվող յերկարությունները (զծ. 227<sub>1</sub>), և Կ անկյունները (զծ. 227<sub>2</sub> և 227<sub>3</sub>) կանվանենք կոորդինատային առանցքների աղավաղման մասշտաբներ:

### § 53. Կետի զիմեարիկ պրոյեկցիայի կառուցումն ըստ մյուս ալիս պրոյեկցիաների

Դիցուք, զծ. 228 վրա տված և B կետը իր յերկու պրոյեկցիաներով և, բացի դրանից, յինթադրենք, թե տված և անկյունը  $\beta = 45^\circ$ , այն ժամանակ կոորդինատային առանցքների զիմեարիկ պրոյեկցիաները կկառուցվեն այնպես, ինչպես այդ ցույց և տված զծ. 228<sub>1</sub> վրա, վորտեղ ցույց և տված նաև Կ անկյան կառուցումը:

Տվյալ ղեպքում կլինի անկյուն  $\gamma = 30^\circ$ ,

228<sub>1</sub> ղծագրի կառուցումը կատարում ենք հետևյալ կարգով:

Հորիզոնական ղծի վրա վերցնում ենք կամավոր կերպով մի հատված  $O_1Y$  և նշանակում ենք նրան—a: Ակնբախության համար ղծագրի մյուս գծերը արտահայտենք վորպես ֆունկցիա  $\sigma a$ -ի և համապատասխանորեն մակագրենք: Կառուցում ենք ուղղանկյուն համասարասրունք յեռանկյունին  $YO_1O_2—45^\circ$  անկյունով Y կետում: Հետո դառնում ենք P կետը, վորը դառնում և  $YO_1$  շարունակության վրա և  $O_2$  կետում ղեպի  $O_2Y$ -ը կանգնեցրած ուղղահայացի վրա (տես յեռանկյունի YOP 227 տարածական ղծագրի):

Այս յեռանկյունին  $YO_1P$  այս որինակում նույնպես համասարասրունք ուղղանկյուն յեռանկյունի յե, դրա համար ել  $O_2Y = a\sqrt{2}$  և  $O_2P = a\sqrt{2}$ : P կետից տանում ենք ուղղահայաց XZ ղեպի PY ղիծը և տեղադրում ենք P կետից ղեպի վերև և ղեպի ներքև PZ և PX հատվածները՝ հավասար  $PO_2$  ղծին:  $O_1$  կետը միացնում ենք X և Z կետերի հետ: Այժմ ունենք  $O_1X$ ,  $O_1Y$  և  $O_1Z$  հատվածները, վորոնք կոորդինատային առանցքների զիմեարիկ պրոյեկցիաներն են (զուգընթացաբար նայել ղծ. 227):

Դծ. 228<sub>1</sub> վրա կառուցած կոորդինատային առանցքների զիմեարիկ պրոյեկցիաներն ունեն հետևյալ յերկարությունները.

$$O_1X = a\sqrt{3}, \quad O_1Y = a \quad \text{և} \quad O_1Z = a\sqrt{3}.$$

Դծագրի վրա հզգրիտ կառուցված են նաև անկյունները կոորդինատային առանցքների զիմեարիկ պրոյեկցիաների միջև:

Հետո կառուցում ենք ուղղանկյուն յեռանկյունի  $O_2O_1Z$ , վորի մեջ  $O_2Z$  ղիծը հավասար և  $OZ$  առանցքի յերկարությանը. իսկ  $O_1ZO_2$  անկյունը ներկայացնում և  $OZ$  առանցքի թեքման անկյունը Կ ղեպի

պտակերային հարթությունը  $K$ ։ Վերովհետև այդ յեռանկյան եջերը հավասար են  $a$  և  $a\sqrt{3}$ , ուստի անկյունը  $\gamma=30^\circ$ ։ Այսպես, կունենանք կոորդինատային առանցքների աղավաղման մասշտաբների անկյունները։

1.  $OX$  և  $OZ$  առանցքների համար  $30^\circ$  անկյուն (գծ. 228<sub>2</sub>)։

2.  $OY$  առանցքի համար  $45^\circ$  անկյուն (գծ. 228<sub>1</sub>)։

Ունենալով կոորդինատային առանցքների դիմետրիկ պրոյեկցիաները և նրանց աղավաղման մասշտաբները, դժվար չէ այժմ կառուցել 228 գծագրի վրա տված  $B$  կետի դիմետրիկ պրոյեկցիան։ Բայց մենք, նախապես, չփոխելով գտած անկյունները  $O_1X$ ,  $O_1Y$  և  $O_1Z$  գծերի միջև, շրջենք այդ գծերն այնպես, վեր  $OZ$  առանցքի դիմետրիկ պրոյեկցիան, այսինքն  $O_1Z$  գիծը լինի վերտիկալ։

Ոգտվելով 228<sub>1</sub> գծագրի հետևություններից, մենք տալիս ենք 228<sub>2</sub> գծ. վրա կոորդինատային առանցքների դիմետրիկ պրոյեկցիաների կառուցման յերկրաչափական յեղանակը։

Կառուցում ենք  $a$  շառավիղով մի շրջանագիծ և քաշում ենք հորիզոնական շառավիղը— $OM$ ։ Նույն շառավիղով  $M$  կետից հատում ենք շրջանագիծը  $O_1$  և  $Z$  կետերում։ Գրծն  $O_1Z$  վրա հավասար և կանոնավոր ներգծած յեռանկյան կողմին, հավասար և  $a\sqrt{3}$ ։ Միաժամանակ  $O_1Z$  գիծը վերտիկալ և նրան ընդունում ենք վերպես  $OZ$  առանցքի դիմետրիկ պրոյեկցիա։

Հետո կառուցում ենք ուղղանկյուն յեռանկյունին (վրա ընդ  $a$  և տված գծագրի վրա բարակ կետաշարով) և ստանում ենք ներքնաձիգը հավասար  $2\sqrt{3}$ ։ Այդ հատվածը կրկնապատկում ենք և այն ժամանակ  $ZP=2a\sqrt{3}$ , վրա մեզ հարկավոր և կառուցելու համար  $ZOX$  հավասարասրունք յեռանկյունին  $a\sqrt{3}$ ,  $a\sqrt{3}$  և  $2a\sqrt{3}$  կողմերով (տես գծ. 228<sub>1</sub>)։

Վերջապես  $O_1$  կետից տանում ենք ուղղահայաց դեպի  $XZ$  և նրա շարունակության վրա տեղադրում ենք  $O_1Y=a$ ։

Այս ձևով ստանում ենք կոորդինատային առանցքների դիմետրիկ պրոյեկցիաների պահանջվող կառուցումը։

Այժմ, ոգտվելով կոորդինատային առանցքների աղավաղման մասշտաբներից, (գծ. 228<sub>2</sub> և 228<sub>1</sub>), գտնում ենք  $B$  կետի կոորդինատների աղավաղված յերկարությունները և ըստ ստացած կոորդինատների աղավաղված յերկարությունների կառուցում ենք 228<sub>2</sub> գծ. վրա  $B$  կետի դիմետրիկ պրոյեկցիան։ Նա գծագրի վրա նշանակված և նույնպես  $B$ -ով լեծ կետը 228<sub>2</sub> գծ. վրա ներկայացնում և  $B$  կետի յերկրորդ պրոյեկցիան  $H$  հարթության վրա։

Վերսվհետև մենք կարող ենք կառուցել վորևե կետի դիմետրիկ պրոյեկցիան յերբ տված են նրա ուղղանկյուն պրոյեկցիաները, ապա մենք կարող կլինենք կառուցել նաև ձևերի և մատմանների դիմետրիկ պրոյեկցիաները, յիթև նախապես տված լինեն նրանց ուղղանկյուն պրոյեկցիաները:

Դձ. 229 վրա կառուցված և AB ուղիղի դիմետրիկ պրոյեկցիան և նրա յերկրորդ պրոյեկցիան H հարթության վրա: Յերկրորդ պրոյեկցիան դժվւմ և կետաշարով:

Դձ. 229<sub>0</sub> վրա կառուցված և խորանարդի դիմետրիկ պրոյեկցիան, ըստ նրա տված կողի: Ըստ կողի նստային առանցքների աղավաղման մասշտաբների նախապես գտնում ենք խորանարդի գաղաթների կոորդինատների աղավաղած յերկրորդությունները և արդեն դրանից հետո 229<sub>0</sub> դձ. վրա կառուցում ենք խորանարդի դիմետրիկ պրոյեկցիան:

Նման յեղանակով կետ առ կետ կարող ենք կառուցել յուրաքանչյուր յերբ րաչափական մարմնի դիմետրիկ պրոյեկցիան, դրա համար ել ալս հարցի վրա ալլևս կանգ չենք առնի:

#### 4. Ուղղանկյուն ՊՐՈՅԵԿՏՈՒՄ ՄԻ ՀԱՐԹՈՒԹԵԱՆ ՎՐԱ, ՎՈՐԸ ՏԱՐԲԵՐ ԿԵՐՈՎ Ե ԹԵՐՎԱՍ ԴԵՊԻ ԿՈՐԴԻՆԱՏԱՅԻՆ ԱՌԱՆՅՔՆԵՐԸ (ՈՒՂԱՆԿՅՈՒՆ ՏՐԻՄԵՏՐՈՒ)

§ 53. Յենթադրենք հարթությունը (դձ. 229<sub>1</sub>) թեքված և դեպի OX, OY և OZ առանցքները տարբեր անկյուններով և հատում և առանցքները X, Y և Z կետերում: Այս անկյունները համապատասխանորեն նշանակենք  $\alpha$ ,  $\beta$  և  $\gamma$  (զձագրի վրա նրանք նշանակված չեն): Յնտանկյունին XYZ կոչվում և պրոյեկցիաների հարթության հետքերի յնտանկյունի (յենթադրենք այդ հարթությունը նշանակված և K), վորսվհետև  $\angle Y$  և  $K_y$ ,  $\angle X$  և  $K_x$  և  $\angle Z$  և  $K_z$ :

Դժվար չև աղացուցել, վոր այս դեպքում հետքերի յնտանկյունին կլինի անհամասարկող յնտանկյունի. ուղղանկյուն յնտանկյունիներն  $\angle O_x X$ ,  $\angle O_y Y$  և  $\angle O_z Z$  ունեն ընդհանուր  $\angle O$ , և ը. րայց տարբեր հակադիր անկյուններ, ուրեմն նրանց ներքնաիգերը  $\angle O_x$ ,  $\angle O_y$  և  $\angle O_z$  իրար հավասար չեն, րայց նրանք կաղմուս են եջեր յերեք ուղղանկյուն յնտանկյունիների  $\angle O_x Z$ ,  $\angle O_y Z$  և  $\angle O_x Y$ : Հետևապես վերջին յնտանկյունիները հավասար չեն իրար, ուրեմն նրանց  $\angle X$ ,  $\angle Y$  և  $\angle XY$  ներքնաիգները հավասար չեն իրար:

Ուրեմն, հետքերի յեռանկյունին  $XYZ$  անհավասարակողմ յեռանկյունն է:

Կոորդինատների սկզբից տանում ենք ուղղահայացն  $OO_1$  զեպի  $K$  հարթութունը:  $O_1$  կետը կլինի կոորդինատների սկզբի ուղղահայան պրոյեկցիան:  $O_1$  կետը միացնում ենք  $X$ ,  $Y$  և  $Z$  կետերի հետ: Գծերն  $O_1X$ ,  $O_1Y$  և  $O_1Z$  կլինեն կոորդինատային առանցքների պրոյեկցիաները: ապացուցենք, Վոր կոորդինատային առանցքների այդ պրոյեկցիաները գտնվում են  $XYZ$  յեռանկյան բարձրությունների վրա, այսինքն  $MZ$ ,  $NY$  և  $PX$  զծերը այդ յեռանկյան բարձրություններն են:

1)  $OMZ$  յեռանկյան հարթությունն ուղղահայաց է  $H$  հարթությանը, Վորովհետև իր մեջ պարունակում է  $OZ$  առանցքը, Վորն ուղղահայաց է  $H$ -ին:

$OMZ$  յեռանկյան նույն հարթությունն ուղղահայաց է  $K$  հարթությանը, Վորովհետև իր մեջ պարունակում է  $OO_1$  զիծը, Վորն ուղղահայաց է  $K$  հարթությանը:

Բանի Վոր  $OMZ$  յեռանկյան հարթությունն ուղղահայաց է  $H$  և  $K$ -ին, ապա նա ուղղահայաց է նրանց հատման գծին, այսինքն  $XY$  գծին, իսկ այստեղից հետևում է, Վոր  $MZ$  զիծն ուղղահայաց է  $XY$  գծին:

2)  $ONY$  յեռանկյան հարթությունն ուղղահայաց է  $V$  հարթությանը, Վորովհետև իր մեջ պարունակում է  $OY$  առանցքը, Վորն ուղղահայաց է  $V$  հարթությանը:

$ONY$  յեռանկյան նույն հարթությունն ուղղահայաց է  $K$  հարթությանը, Վորովհետև պարունակում է իր մեջ  $OO_1$  զիծը, Վորն ուղղահայաց է  $K$  հարթությանը:

Բանի Վոր  $ONY$  յեռանկյան հարթությունն ուղղահայաց է  $V$  և  $K$  հարթություններին, ապա նա ուղղահայաց է նրանց հատման ուղիղին  $XZ$ , ուրեմն  $NY$ , Վորը գտնվում է  $ONY$  յեռանկյունում, նույնպես ուղղահայաց է  $XZ$  գծին:

Համանման կերպով դատելով, մենք հեշտությամբ կապացուցենք, Վոր  $PX$  ուղղահայաց է  $YZ$ -ին:

Ապացուցված թեորեմի հիման վրա լուծենք հետևյալ յերկու խնդիրները.

1. Տված է հետքերի յեռանկյունին  $XYZ$ : Կառուցել կոորդինատային առանցքների պրոյեկցիաները:

Բաշում ենք հետքերի  $XYZ$  յեռանկյան  $MZ$  և  $PX$  բարձրությունները (գծ. 229): Նրանց հատման  $O_1$  կետը միացնում ենք  $Y$  կետի հետ: Վորովհետև յեռանկյան բարձրությունները հասվում են մի կետում, ապա  $O_1Y$  ուղիղն ուղղահայաց է  $XZ$ -ին: Հենց նոր

ապացուցած թեորենմի հիման վրա  $O_1X$ ,  $O_1Y$  և  $O_1Z$  գծերը կոորդի-  
նատային առանցքների պրոյեկցիաներն են: Այսպես ըստ հետքերի  
յեռանկյունու մենք հնշտությամբ գտնում ենք կոորդինատային  
առանցքների պրոյեկցիաները:

2. Տված և մեկ առանցքի ( $OX$  առանցքի) պրոյեկցիան և յեր-  
կու մյուս առանցքների ուղղությունները: Գտնել  $K$  հարթության  
հետքերի յեռանկյան մնացած յերկու գաղաթները:

Դձ. 229, վրա  $X$  կետից թողնում ենք ուղղահայացներ կետ-  
աբերի վրա մինչև հասնելը  $OY$  և  $OZ$  առանցքների պրոյեկցիաների  
տվյալ ուղղությունների հետ: Հատման կետերում կստանանք հետքերի  
յեռանկյան վորտեզող գաղաթները:

Դիտենք  $O_1Y$  յեռանկյունին (գձ. 229<sub>1</sub>): Այդ յեռանկյունին  
ուղղանկյուն յեռանկյունի յե, վորի ուղիղ անկյունը կից և  $O$  գա-  
ղաթին: Դիժն  $OM$  այդ յեռանկյան բարձրությունն և, վորովհետև  
ապացուցված և, վոր  $XY$  ուղղահայաց և  $OMZ$  յեռանկյան հարթու-  
թյանը, ուրեմն  $XY$  ուղղահայաց և  $OM$  ին:

$OX$  յեռանկյունին  $OM$  բարձրության հետ միասին շրջենք  
ներքնաձիգի շուրջը մինչև համընկնելը  $K$  հարթության հետ և շրջման  
արդյունքը ցույց տանք 229, գծագրի վրա, վորտեղ պատկերացված  
են կոորդինատային առանցքների  $O_1X$ ,  $O_1Y$  և  $O_1Z$  պրոյեկցիաները,  
յեռանկյունին  $O_0XY$ , վորը ներկայացնում և  $OX$  յեռանկյան համա-  
տեղումը  $K$  հարթության հետ:

Դձ. 229, վրա  $O_0X$  և  $O_0Y$  գծերը համապատասխանորեն հավա-  
սար են  $OX$  և  $OY$  առանցքներին:

Ուրեմն, գծագրի վրա կան ինչպես այդ առանցքների յերկարու-  
թյունները, այնպես և Նրանց պրոյեկցիաները, ուրեմն  $OX$  և  $OY$   
առանցքների համար մենք ունենք Նրանց աղավաղման մասշտաբնե-  
րը: Այդ մասշտաբները չենք առանձնացնելու, այլ կողտվենք Նրանցից  
անմիջապես գծագրի վրա, ինչպես այդ արված և 229, գծագրի վրա  
կառուցելու մասնանակ տրիսեարիկ պրոյեկցիան մի կետի, վորը աված  
ևր իր յերկու պրոյեկցիաներով:

Դիտենք յեռանկյունին  $OO_1M$  (գձ. 229<sub>1</sub>): Բնականում այս յե-  
ռանկյունին ուղղանկյուն յեռանկյունի յե, վորի ուղիղ անկյունը կից  
և  $O_1$  կետին: Այս յեռանկյան  $O_1M$  ելը և  $OM$  ներ, նաձիգը մենք  
ստացել ենք գձ. 229, վրա, վորտեղ  $O_0M = OM$ , իսկ  $O_1M$  տված և  
անմիջապես:

Դձ. 229, վրա կառուցում ենք ուղղանկյուն յեռանկյունին  
 $O_1O_0M$  ըստ տված ներքնաձիգի և ելի:  $O_1O_0M$  յեռանկյունուց ունենք  
 $O_1O_0$  յերկարությունը, վորը հավասար և այն ուղղահայացին, վորը  
քաշած և կոորդինատների սկզբից (գձ. 229<sub>1</sub>) գեպի  $K$  հարթությունը:

Այդ ուղղահայացը մտնում է մի ուրիշ  $ZO$ , յեռանկյան մեջ, վորտեղ եջերը կլինեն  $OO_1$  և  $O_1Z$ :

Այդ եջերի յերկարությունները  $229$ , գծ. վրա արդեն կան, ուրեմն, միացնելով  $O$  կետը  $Z$  հետ, կստանանք  $OO_1Z$  յեռանկյունին, վորը հավասար է  $OO_1Z$  յեռանկյան և նրանց ներքնաձիգերը  $OZ$  և  $O_1Z$  հավասար են:

Այսպես, գծ.  $229$ , վրա տված է ինչպես  $OZ$  առանցքի յերկարությունը, այնպես էլ նրա պրոյեկցիան, ուրեմն մենք ունենք և այդ առանցքի աղավաղման գործակիցը:

Հետևապես գծ.  $229$ , վրա մենք ունենք բոլոր յերեք առանցքների աղավաղման մասշտաբները: Այդ մասշտաբներից մենք ոգտվում ենք  $229$ , գծ. վրա:

Ենթիւ: Տված է մի կետ իր յերկու պրոյեկցիաներով (գծ.  $229$ ), Կառուցել այդ կետի տրիմետրիկ պրոյեկցիան:

Գծ.  $229$ , վրա նախապես կրկնում ենք գծ.  $229$ , բոլոր կառուցումները և ստանում ենք կոորդինատային առանցքների աղավաղման մասշտաբները:

Հետո  $229$ , գծագրից վերցնում ենք տվյալ կետի կոորդինատները  $x$  և  $y$  կոորդինատները  $O$  կետից համապատասխանորեն տեղադրում ենք  $O_0X$  և  $O_0Y$  գծերի ուղղությամբ (գծ.  $229$ ):

Անում ենք կառուցումներ, ալաքների ուղղությամբ մինչև  $a$  կետը, վորը ներկայացնում է տվյալ կետի յերկրորդ պրոյեկցիան  $H$  հարթության վրա:

$a$  կետից տանում ենք վերաիկալ (ուղղաձիգ) մի գիծ և նրա վրա տեղադրում ենք տվյալ կետի  $Z$  կոորդինատը և նրան պրոյեկտում ենք  $O_1Z$  վրա, գտնելով նախապես այդ պրոյեկցիան  $O_0O_1Z$  յեռանկյունուց  $O_1Z$  գծի վրա: Ստացված հատվածը կլինի  $Z$  կոորդինատի վորոնվող պրոյեկցիան:

Գծ.  $229$ , վրա ստացված  $A$  կետը տրիմետրիկ պրոյեկցիան է այն կետի, վոր տված է  $229$ , գծագրում:

Այստեղ մենք ջոյց տվինք ընդամենը մի կետի տրիմետրիկ պրոյեկցիայի կառուցումը:

Ուղիղ գծի և յուրաքանչյուր ձևի տրիմետրիկ պրոյեկցիան կառուցվում է համաձայն յեղանակով և զրա համար այդ հարցի վրա մենք չենք կ-նք առնի:

Միայն կասե՛ք, վոր ուղղանկյուն ափսոսածետրիան կարելի էլինելի սկսել տրիմետրիայից, վորտեղ  $\alpha$ ;  $\beta$  և  $\gamma$  տարբեր են, իսկ հետքերի յեռանկյունին անհավասարակողմ է:

Դիմետրիայում՝ մատնանշված առկյուններից յերկուսը կլինեն հավասար, հետևապես և հետքերի յեռանկյունին կլինի հավասարասրունք և վերջապես, իդմետրիայում մենք ունենք  $\alpha = \beta = \gamma$ , ուրեմն հետքերի յեռանկյունին կլինի հավասարակողմ:

## ՀԱՐԹՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՈՒՍՈՒՄՆԱՍԻՐՈՒԹՅՈՒՆԸ

## § 55. Հարթության առաջադրման հարբեր յեղանակներ

Հարթությունը կարող է առաջադրվել իր յերկրաչափական ելեմենտներով, այն է յերեք կետերով. կամ կետով և մի ուղիղով, կամ յերկու զուգահեռ ուղիղներով և կամ յերկու հասկող ուղիղներով:

Հարթության առաջադրման մասնավոր դեպքը յերկու հասկող ուղիղներով, յերբ նրանցից յուրաքանչյուրը ներկայացնում է տվյալ հարթության հատուկը պրոյեկցիաների հարթության հետ, կոչվում է հարթության տառադրումը հետքերով: Այս դեպքում հարթության հետքերը կազմող ուղիղների հասման կետը գտնվում է պրոյեկցիաների առանցքի վրա և կոչվում է հետքերի համամիտման կետ: Հարթության պատկերացման այս վերջին յեղանակն ամենից շատ է ընդունված դժադրական յերկրաչափության մեջ, և մենք նրան մանրամասնորեն կուսումնասիրենք:

Վերև հարթության պրոյեկցիաների հարթությունների նկատմամբ կարող է ունենալ կամ կամավոր թեքություն (այդպիսի հարթությունները կանվանենք ընդհանուր դիրքով հարթություններ), կամ նա կարող է լինել ուղղահայաց՝ պրոյեկցիաների հարթությանը: Այն հարթությունները, վերոնք ուղղահայաց են պրոյեկցիաների հարթություններին, կոչվում են պրոյեկցող:

Այն հարթությունը, վորն ուղղահայաց է պրոյեկցիաների հորիզոնական հարթությանը, կոչվում է հորիզոնական պրոյեկցող հարթություն:

Այն հարթությունը, վորն ուղղահայաց է պրոյեկցիաների վերաթիկալ հարթությանը, կոչվում է վերթիկալ պրոյեկցող հարթություն:

Այն հարթությունը, վորն ուղղահայաց է պրոյեկցիաների յերկրորդ վերաթիկալ հարթությանը, կոչվում է W-ի վրա պրոյեկցող հարթություն կամ նրան տնվանում են պրոյեկցիաների առանցքին զուգահեռ հարթություն, հասկանալով այս դեպքում, իհարկե, ՕX առանցքը:

Այն հարթությունները, վորոնք զուգահեռ են պրոյեկցիաների հարթություններին, ներկայացնում են պրոյեկտող հարթությունների մասնավոր դեպքերը, վորովհետև հարթությունը, լինելով զուգահեռ պրոյեկցիաների հարթություններից մեկին, ուղղահայաց է մյուս յերկուսին:

Հարթությունների ուսումնասիրությունը կբաժանենք յերկու յենթաբաժինների.

1. Մասնավոր դեպքեր (պրոյեկտող հարթություններ):
2. Ընդհանուր դեպք (ընդհանուր դիրքի հարթություններ):

## § 56. պրոյեկտող հարթություններ

Մինչև այժմ մենք ունեւիինք հարթության առաջագրումը յետևելան, ուղղանկյան և ընդհանրապես հարթ պատկերների հետ, վերը ասված եր յինում պրոյեկցիաներով: Այժմ դիտենք հարթության առաջագրման ևս մի յեղանակ, այն է՝ նրա առաջագրումը հետքերով:

Ինչպես ասված է, հարթության հետք եմք անվանում հարթության հետում ուղիղները պրոյեկցիաների հարթության հետ: Հարթության հատումը  $H$  հարթության հետ կանվանենք հարթության հորիզոնական հետք և կնշանակենք մեծ տառով  $h$  նշանով: Որինակ, յեթե հարթությունը նշանակում ենք  $P, Q, R, T$ , ապա նրա հորիզոնական հետքը կնշանակենք  $P_h, Q_h, R_h, T_h$ : Հարթության հատումը  $V$  հարթության հետ կոչվում է վերաիկալ հետք և համապատասխանորեն նշանակվում է  $P_v, Q_v, R_v, T_v$ :

Հարթության հատումը յերկրորդ վերաիկալ հարթության հետ, այինքն՝  $W$  հարթության հետ, կոչվում է հարթության յերկրորդ վերաիկալ հետք և նշանակվում է  $P'_w, Q'_w, R'_w, T'_w$ : Հետքերի այս նշանակումները մկնք հետագայում կպահպանենք:

Մենք այս պարագրաֆում կդնենք հարթությունը վու ըտրը դիրքերում, այլ կա՛դ կառն՝ նք միայն ամենապարզ դիրքերով հարթությունների վրա, վորպիսիք են այն հարթությունները, վորոնք պրոյեկցիաների հարթություններին կամ ուղղահայաց են, կամ դուգահեռ:

Ունենք  $H, V$  և  $W$ :

1. Հարթություն, վան ուղղահայաց է  $H$ -ին:

$R \perp H, V \perp H$ :

Հետևապես

$$R_v \perp H,$$

ուրեմ

$$R_v \perp OX$$

$H$  հարթությունը  $V$  հարթության հետ համառեղելուց հետո  $R$  հարթության վերաիկալ հետքը կլինի ուղղահայաց  $OX$  առանցքին, իսկ հորիզոնականը կլինի թեքված վորեև անկյունով:

Ուսումնասիրենք  $R$  հարթության վրա գտնվող կետի պրոյեկցիաների կառուցումը: Վորովհետև  $R$  հարթությունն ուղղահայաց է  $H$  հարթությանը, ապա Ա3 (գծ. 230) պրոյեկտող գծեր կգտնվի այդ

հարթության վրա և կհատի  $H$  հարթությունն և կհառւմ, վորը գտնվում է  $R$  և  $H$  հարթությունների հատման գծի, այսինքն՝  $R_h$  գծի վրա:

Այսպիսով իրավունք ունենք պնդելու, վոր հորիզոնական պրոյեկցիան այն կետի, վորը գտնվում է  $H$  հարթությանն ուղղահայաց  $R$  հարթության վրա, կգտնվի այդ հարթության հորիզոնական հետքի վրա: Հետևապես, դժ. 231 վրա կեսը ( $a$ ,  $a'$ ) գտնվում է  $R$  հարթության վրա, իսկ ( $b$ ,  $b'$ ) կեսը չի գտնվում  $R$  հարթության վրա:  $R$  հարթության վրա ուղիղ գիծ կառուցելու համար բավական է այդ հարթության վրա վերցնել յերկու կետ, վերցնելով նրանց հորիզոնական պրոյեկցիաները  $R_h$  գծի վրա (դժ. 232):

Ուղիղը ( $ab$ ,  $a'b'$ ) գտնվում է  $R$  հարթության վրա և ունի իր հորիզոնական պրոյեկցիան  $R_h$  հարթության հորիզոնական հետքի վրա:  $H$  հարթությանն ուղղահայաց  $R$  հարթության վրա մի վորեն պատկեր կառուցելու համար բավական է պատկերի գագաթների հորիզոնական պրոյեկցիաները վերցնել  $R_h$  գծ. վրա:

Դժ. 233 վրա կառուցված է մի յնոսնկյունի  $R$  հարթության վրա:

Բոլոր գագաթների հորիզոնական պրոյեկցիաները գտնվում են  $R_h$  գծի վրա, այդ պատճառով յնոսնկյան հորիզոնական պրոյեկցիան գտնում է ուղիղ գիծ:

Այսպիսով իրավունք ունենք պնդելու, վոր հարթ պատկերի հարթությունը կլինի ուղղահայաց  $H$  հարթությանը, յեթե այդ պատկերի հորիզոնական պրոյեկցիան գտնում է ուղիղ գիծ (դժ. 234 և 235):

Դժ. 234 վրա  $ABC$  յնոսնկյունին գտնվում է  $H$ -ին ուղղահայաց հարթության վրա: Դժ. 235 վրա զուգահեռագիծը գտնվում է մի հարթության վրա, վորն ուղղահայաց է  $BC$ -ին: Դժ. 230—233 վրա պատկերացված է մի հարթության յերկու հետքերը ( $R_v$  և  $R_h$ ):

Ցույց տանք դժ. 236 վրա  $H$  հարթությանն ուղղահայաց հարթության յերեք հետքերի պատկերացումը: Այնպես, ինչպես մենք ապացուցեցինք վոր  $R_v \perp OX$ , դժվար չէ ապացուցել, վոր  $R_w \perp OY$ :

Այն ժամանակ  $H$  և  $W$  հարթությունների համասեղելուց  $V$  հարթության հետ դժ. 237 վրա կունենանք  $R$  հարթության հետքերի հետևյալ դասավորումը:

$R_v$  և  $R_w$  ուղղահայաց են համապատասխանորեն  $OX$  և  $OY$  առանցքներին, իսկ  $R_h$  հատում է այդ առանցքները:

Դժ. 237 վրա ներկայացված է յերեք պրոյեկցիաներով ( $a$ ,  $a'$ ,  $a''$ ) մի կետ  $A$ , վորը գտնվում է  $R$  հարթության վրա, վորն ուղղահայաց է  $H$  հարթությանը: Այդպիսի կետի հորիզոնական պրոյեկցիան գտնվում է  $R_h$  վրա:

2. Հարթություն, վորն ուղղանկյանց է V-ին: Գծ. 238 վրա հարթությունը  $R \perp V$  և  $H \perp V$ -ին, ուրեմն  $R_h$  ուղղահայաց է V-ին:

Քանի վոր հարկոնական  $R_h$  հեռքն ուղղահայաց է V հարթությանը, ապա նա ուղղահայաց է նաև OX առանցքին, ուրեմն H հարթության միասեղելուց V հարթության հետ գծ. 239 վրա հարկոնական  $R_h$  հեռքը կլինի ուղղահայաց OX առանցքին, իսկ վերտիկալ հեռքը կկազմի վորեն անկյուն OX առանցքի հետ:

R հարթության A կետը (գծ. 238) կպրոյեկտվի V վրա հարթության վերտիկալ հեռքի մի վորեն կետում, վորովհետև A կետը V-ի վրա պրոյեկտող ճառագայթը կպտնվի R հարթության վրա և կհասի V հարթությանը  $R_v$  գծի վրա  $a''$  կետում:

Այդ հիման վրա ( $a, a'$ ) կետը (գծ. 239) կգտնվի R հարթության վրա, իսկ ( $b, b'$ ) և ( $c, c'$ ) կետերը չեն գտնվում նրա վրա:

Նույնպես, ինչպես և նախորդ դեպքում, V հարթությանն ուղղահայաց R հարթության վրա մի ուղիղ կառուցելու համար մենք այդ հարթության վրա վերցնում ենք յերկու կետ (գծ. 240), նրանց միացնում ենք ուղիղ գծով և նկատում ենք, վոր այդ գիծն իր վերտիկալ պրոյեկցիան ունի հարթության վերտիկալ հեռքի վրա, ինչպես և պետք էր սպասել:

Գծ. 241 վրա յեռակույտներն գտնվում է V հարթությանն ուղղահայաց հարթության վրա, վորովհետև իր վերտիկալ պրոյեկցիան ունի հարթության վերտիկալ հեռքի վրա:

Գծ. 242 վրա տված են V հարթությանն ուղղահայաց R հարթության յերեք հեռքերը, վորտեղ  $R_h$  ուղղահայաց է OX առանցքին, հեռքը  $R_v$  ուղղահայաց է OZ առանցքին:

H և W հարթություններն համասեղելուց V հարթության հետ գծագիրը 243 կընդունի 243 գծ. տեսքը, վորտեղ տված են V հարթությանն ուղղահայաց R հարթության յերեք հեռքերը և այդ հարթության վրա գտնվող A կետի յերեք պրոյեկցիաները:

3. W-ին ուղղանկյանց ճարթություն:

Գծ. 244 վրա R հարթությունն ուղղահայաց ի W հարթությանը, իսկ վորովհետև H և V նմանապես ուղղահայաց են W հարթությանը, ապա  $R_h$  և  $R_v$  կլինեն ուղղահայաց W-ին, հետևապես կունենանք՝  $R \perp OY$ ,  $R_v \perp OZ$ :

A կետը, վորը գտնվում է R հարթության վրա, կունենա իր պրոյեկցիան W վրա, այսինքն  $a''$  կլինի  $R_v$  հեռքի վրա, վորովհետև A կետից թողած ուղղահայացը W հարթության վրա, գտնվելով R հարթության վրա, կհասի W— $a''$  կետում, վորը պիտի գտնվի R և W հարթություններն համաման գծի վրա, այսինքն  $R_v$  գծի վրա:

H և W հարթություններն համասեղելուց V հարթության հետ

գծ. 244 կրնգուճի 245 գծ. տեսքը, վորտեղ  $R_1$  և  $R_2$  հետքերը համապատասխանորեն ուղղահայաց են  $OY$  և  $OZ$  առանցքներին:

Բացի դրանից, 245 գծ. վրա տված են  $R$  հարթության վրա գտնվող  $A$  կետի յերեք պրոյեկցիաները:

Դժ. 246 և 247 վրա պատկերացված են  $W$  հարթությանն ուղղահայաց հարթության վրա գտնվող ուղիղ գիծը և յեռանկյունին:

$ABC$  յեռանկյան  $a''b''c''$  պրոյեկցիան 247 գծ. վրա դառնում է ուղիղ գիծ, վորը համընկնում է  $R_2$  հետքի հետ:

Դրա համար հարթ պատկերի հարթությանը, վորի պրոյեկցիան  $W$  վրա ուղիղ գիծ է, կլինի ուղղահայաց  $W$  հարթությանը, վորի մեջ գծվար չէ համադրել:

248 և 249 գծ. վրա կառուցված են յերեք պրոյեկցիայով յեռանկյունի և քառանկյունի, վորոնց հարթությանն են ուղղահայաց են  $W$  հարթությանը. այդ յերևում է նրանից, վոր այդ պատկերների պրոյեկցիաները  $W$  վրա դառնում են ուղիղ գիծ:

4.  $H$  հարթությամբ զուգամեծ հարթությամբ, Դժ. 250 վրա ունենք հարթությանը, վորը զուգահեռ է  $H_1$ -ին, և մի կետ նրա վրա:  $R$  հարթությանը, լինելով զուգահեռ  $H_1$ -ին, չունի հորիզոնական հետք:  $R$  հարթության վերաբերյալ հետքը զուգահեռ է  $OX$  առանցքին: Այդպիսի հարթության վրա գտնվող կետի վերաբերյալ պրոյեկցիան կգտնվի հարթության վերաբերյալ հետքի վրա:

Համառոտելով  $H$  հարթությանը  $V$  հարթության հետ, մենք 251 գծ. վրա կունենանք  $R$  հարթության առաջադրությանը և նրա վրա գտնվող կետի յերեք պրոյեկցիաները:

Խնդիր 24:  $H$  հարթությանը զուգահեռ հարթության մեջ կառուցել մի քառակուսի այնպես, վոր նրա անկյունագծերից մեկը կազմի  $60^\circ$  անկյուն  $V$  հարթության հետ:

Ամենից առաջ նկատենք, վոր  $H$  հարթությանը զուգահեռ հարթության մեջ գտնվող յուրաքանչյուր պատկեր պրոյեկտվում է  $H$  վրա իսկական մեծությամբ, ուրեմն և վորոնվող քառակուսին կպրոյեկտվի  $H$  վրա քառակուսու ձևով: Անկյունագիծը, վորը պիտի թեք լինի  $V$ -ին  $60^\circ$  անկյան տակ, կկազմի հարթության վերաբերյալ հետքի հետ  $60^\circ$  անկյուն:

Այդ անկյունը, ինչպես  $H$  հարթությանը զուգահեռ հարթության մեջ գտնվող անկյուն,  $H$  վրա կպրոյեկտվի առանց աղավաղման, իսկ այդ անկյան դադարը պրոյեկտվում է  $OX$  առանցքի վրա, վորովհետեւ նա գտնվում է  $R_2$  հետքի վրա: Այժմ գծվար չէ հասկանալ 252 գծ. կառուցումը:

$H$  հարթությանը զուգահեռ  $R$  հարթության յերկրորդ հետքը կլինի զուգահեռ  $OY$  առանցքին: Այդպիսի հարթության յուրաքան-

չյուր պատկերի պրոյեկցիան  $W$  վրա կգտնվի  $R_w$  վրա, ինչպես այդ  
ցույց է տված 253 դժ. վրա:

6.  $V$  հարթությամբ զուգամեծ հարթություն: Այն հարթությունը,  
վորը զուգահեռ է  $V$  հարթությանը, չունի վերախկալ հետք, իսկ հո-  
րիզոնական և յերկրորդ վերախկալ հետքերը համապատասխանորեն  
զուգահեռ են  $OX$  և  $OZ$  առանցքներին, վոր և մենք տեսնում ենք  
254 դժ. վրա:

Բացի դրանից, 254 դժ. վրա ցույց է տված մի կետ, վորը  
գտնվում է  $R$  հարթության վրա: Այդ-պիսի կետն ունի իր հորիզոնա-  
կան պրոյեկցիան  $R_h$  վրա, իսկ յերկրորդ վերախկալ պրոյեկցիան՝  
 $R^w$  վրա:

$H$  և  $W$  հարթությունները համատեղելուց հետո  $V$  հարթության  
կետնենանք դժ. 255, վորտեղ տված է իր  $R_h$  և  $R_w$  հետքերով  
մի հարթություն, վոր զուգահեռ է  $V$ -ին և մի կետ ( $a, a', a''$ ), վորը  
գտնվում է այդ հարթության վրա:

Գժ. 256 վրա յերեք պրոյեկցիայով պատկերացված է յեռան-  
կյունի՝ մի հարթության վրա, վորը զուգահեռ է  $V$ -ին, վոր յերևում  
է յեռանկյան պրոյեկցիաներից  $H$  և  $W$  վրա:

Ի՞նչ հարթության հետքերը 256 դժ. վրա ցույց չեն տված,  
բայց նրանց հեշտությամբ կարելի յե անցկացնել:

Խնդիր 25: Կառուցել կոնոնավոր հինգանկյուն, վորի հարթու-  
թյունը լինի զուգահեռ  $V$  հարթությանը, մի գաղաթը գտնվի  $H$  վրա,  
կողմերից մեկը լինի ուղղահայաց  $W$ -ին, իսկ հի գտնեյան կենտրո-  
նը գտնվի հավասար հեռավորության վրա  $H, V$  և  $W$  հարթություն-  
ներից:

Նախ կառուցենք պրոյեկցիաները վորո՞վող կոնոնավոր հին-  
գանկյան կենտրոնի, վորը կունենա իր պրոյեկցիաները համա-  
պատասխան վրա  $OX, OY$  և  $OZ$  առանցքներից (դժ. 257):

6. Հա՛րթություն, վորը զուգամեծ է  $W$ -ին: Այսպիսի հարթու-  
թյունը կոչվում է պրոֆիլային հարթություն (դժ. 258): Պրոֆիլային հար-  
թության յերկու հետքերն ուղղահայաց են  $OX$  առանցքին: Այդպիսի  
հարթության վրա գտնվող մի կետ կունենա իր պրոյեկցիաները  
հարթության համապատասխան հետքերի վրա (դժ. 258 և 259):

Գժ. 260 վրա յերեք պրոյեկցիաներով պատկերացված է մի յե-  
ռանկյունի, վորը գտնվում է պրոֆիլային հարթության վրա: Այդ-  
պիսի յեռանկյունին  $W$  վրա պրոյեկտվում է իսկական մեծությամբ:

Գժ. 261 վրա կառուցված է հավասարակողմ յեռանկյունի, վորը  
գտնվում է պրոֆիլային հարթության վրա. այդ մենք տեսնում ենք  
յեռանկյան պրոյեկցիաներից:

Թացի գրանից, գծ. 261 վրա յեռանկյունին վերցված և ախպես, ժոր յեռանկյան մի կողմը իր շարունակությունով անցնում և ՕՃ առանցքի վրա զանվող մի կետով, ինչպես այդ յերևում և յեռանկյան պրոյեկցիաներից Վ հարթության վրա (C''b'' շարունակությունն անցնում և Օ կետով):

#### Խ Ն Դ Ի Բ Ն Ե Բ

1. Հարթություններում, վորոնք ուղղահայաց են պրոյեկցիաների հարթություններին, կառուցել մի յեռանկյունի ախպես, վոր.

a) մեկ դադաթը զանվի H վրա, V վրա կամ W վրա

b) յերկու դադաթները զանվեն պրոյեկցիաների յերկու հարթությունների վրա.

c) յեռանկյան դադաթները զանվեն բոլոր յերեք պրոյեկցիաների հարթությունների վրա:

2. Հարթություններում, վորոնք ուղղահայաց են պրոյեկցիաների հարթություններին, կառուցել զմեկ՝ զուգահեռ H, V և W-ին:

#### § 57. Ընդհանուր դիրքով հաբուրյամ առաջադրումը հեռկումով

Ընդհանուր դեպք կհաշվենք այն դեպքը, յերբ հարթությունն ուղղահայաց չէ պրոյեկցիաների հարթություններից և վոչ մեկին:

Այս դեպքում հարթության հետքերից վոչ մեկն ուղղահայաց և զուգահեռ չէ պրոյեկցիաների առանցքին (գծ. 261<sub>1</sub>, 261<sub>2</sub>, 261<sub>3</sub> և 261<sub>4</sub>).

Գծ. 261<sub>1</sub> վրա ունենք P հարթության տարածական դժագիրը և այդ հարթության վրա պատկերացված են յերեք ուղիղ գծեր.

1) Իբժ (1—2) կամավոր ուղիղ գիծ և, վորը զուգահեռ չէ և ուղղահայաց չէ պրոյեկցիաների հարթություններից և վոչ մեկին: Այս գիծն ունի իր վերաթիկալ հետքը (կետ 1, 1') հարթության վերաթիկալ հետքի վրա և հորիզոնական հետքը (կետ 2, 2') հարթության հորիզոնական հետքի վրա (գծ. 261<sub>2</sub>):

Այստեղից ունենք հասկությունը ուղիղ գծի, վորը զանվում է ընդհանուր դիրք ունեցող հարթության վրա. ուղիղը զանվում է ավյալ հաբուրյամ վրա, յերբ մեռ նեթերը զանվում են հաբուրյամ համամուն նեթերի վրա: 1—2 ուղիղի վրա վերցրած և մի կետ A, վորը զանվում է P հարթության վրա:

Այստեղից ունենք կետերի կառուցման կանոնները ընդհանուր դիրքով հարթության վրա. հաբուրյամ վրա կես կառուցելու համար անհրաժեշտ է մախապես վիցնել այդ հաբուրյամ վրա մի ոժամգանկ ուղիղ յեվ հետև մեռ վրա կառուցել կեսը:

II հարթության համառոտեցումը հետո V հարթության հետ  
գծ. 261<sub>2</sub> վրա կուենանք P հարթությունը՝ առաջագրած իր P-ը և  
P-ի հետքերով, 1—3 ուղիղը այդ հարթության վրա և A կետն այդ  
ուղիղի վրա:

2) Գիծը 3—4 զուգահեռ և հարթության հորիզոնական հետքին,  
ուրեմն նա զուգահեռ և պրոյեկցիաների հորիզոնական հարթությանը:  
Այդպիսի գիծը կոչվում և հաբրուլյում հորիզոնական (հորիզոնալ) և  
ունի հետևյալ յերեք հատկությունները: Հորիզոնականի վերաբերյալ  
հետքը (կետ 3) գտնվում և հարթության վերաբերյալ հետևի վրա  
(գծ. 261<sub>1</sub>). Հորիզոնականի վերաբերյալ պրոյեկցիան զուգահեռ և OX  
առանցքին, իսկ հորիզոնական պրոյեկցիան զուգահեռ և հարթության  
հորիզոնական հետքին:

Գծ. 261<sub>1</sub> և 261<sub>2</sub> վրա հարթության վրա վերցված և հորիզոնա-  
կանը, իսկ հորիզոնականի վրա վերցված և մի կետ Նման դեպքում  
ասում են, վոր P հարթությունում վերցված և B կետը հորիզոնա-  
լի ողնությունը:

3) Գիծը 5—6 (գծ. 261<sub>1</sub>) զուգահեռ և հարթության վերաբերյալ  
հետքին, ուրեմն նա զուգահեռ և V հարթությանը: Այդ գիծը հարթու-  
թյան ֆրոնտալն և:

P հարթության ֆրոնտալ կոչվում և այն գիծը, վորը գտնվում և  
հարթության վրա և զուգահեռ և V հարթությանը:

Հարթության ֆրոնտալն ունի հետևյալ յերեք հատկություննե-  
րը. ֆրոնտալի հորիզոնական հետքը (կետ 5) գտնվում և հարթու-  
թյան հորիզոնական հետքի վրա, ֆրոնտալի հորիզոնական պրոյեկ-  
ցիան զուգահեռ և OX առանցքին, իսկ վերաբերյալ պրոյեկցիան զու-  
գահեռ և հարթության վերաբերյալ հետքին (գծ. 261<sub>1</sub>):

Գծ. 261<sub>1</sub> վրա ֆրոնտալի վրա վերցված և C կետը: Հորիզոնա-  
կանը և ֆրոնտալը կոչվում են հարթության գլխավոր գծեր:

Ուրեմն, P հարթության վրա մենք կարող ենք կառուցել կետը  
յերեք յեղանակով, այն է՝ կամավոր ոժանդակ ուղիղի, հորիզոնալի  
և ֆրոնտալի ողնությունը:

Գծ. 261<sub>1</sub> և 261<sub>2</sub> վրա ցույց և տված կետի կառուցումը P հար-  
թության վրա կետի տված հորիզոնական պրոյեկցիայով: Առաջին  
դեպքում խնդիրը լուծված և ֆրոնտալի, իսկ յերկրորդում հորիզոն-  
ալի միջոցով: Այնպես, ընթացքը ցույց և տված սլաքներով:

## Խ Ն Դ Ի Ր Ն Ե Ր

1. P հարթության վրա կառուցել մի յեռանկյունի այնպես, վոր  
նրա մի կողմը լինի զուգահեռ H, իսկ մյուսը՝ զուգահեռ V ին: Իսկ  
զագաթը, վորտեղ հասնում են այդ կողմերը, գտնվում և H-ից m և  
V-ից—n հեռավորության վրա:

Տվյալ հարթության վրա քաշում ենք հորիզոնականը H հարթությունից Թ հեռավորության վրա, վորի համար հորիզոնալի վերաիկալ պրոյեկցիան վերցնում ենք OX առանցքից Թ հեռավորության վրա:

Հորիզոնալի հորիզոնական պրոյեկցիայի վրա գտնում ենք և կեսն OX առանցքից Թ հեռավորության վրա: Դա կլինի վորոնվող յնականյան գաղաթի հորիզոնական պրոյեկցիան: Դառնում ենք A գաղաթի վերաիկալ պրոյեկցիան:

Հետո նույն հորիզոնալի վրա վերցնում ենք յնականյան յերկրորդ B գաղաթը և վերջապես յնականյան A գաղաթով ասնում ենք ֆրոնտալ և նրա վրա վերցնում յերրորդ գաղաթը (գծ. 261<sub>1</sub>):

2. P հարթության վրա կառուցել յնականյանի ալնպես, վոր մի կողմը լինի հալասարարար հետև պրոյեկցիաների հարթություններից-իսկ հակադիր գաղաթը գտնվի հարթության վերաիկալ հետքի վրա:

Նկատենք, վոր P հարթության վրա գտնվող ուղիղը, վորը հալասար հետև յն պրոյեկցիաների հարթություններից (հարթություն H և V), իր շարունակությամբ անցնում և հետքերի համախոտման կետով, վորովհետև ալգպիսի դիժը ներկայացնում և տվյալ հարթության հատում H ու V միջև կադամ յերկնիստ անկյան բխեկտորյալ հարթության հետ և դրա համար բալական եմեղ գտնել մի կետ տվյալ հարթության վրա, վոր լինի հալասարապես հետև H և V-ից և ալն միացնել հետքերի համախոտման կետի հետ և ալգպիսով կու-նենանք յնականյան վորոնվող կողմի ուղղությունը: Այդ գծի վրա վերցնում ենք ևս մի գաղաթ: Յերրորդ գաղաթը գտնվում և շատ պարզ կերպով P<sub>1</sub> հետքի վրա (գծ. 261<sub>2</sub>):

3. Տված և յնականյան վերաիկալ պրոյեկցիան P հարթության մեջ. կառուցել հորիզոնական պրոյեկցիան, ողտվելով բոլոր յերեք ոժանգալ ուղիղներից: Յնականյան գաղաթների վերաիկալ պրոյեկցիաներով համապատասխոտնորեն ասնում ենք մի կամավոր ոժանգալ ուղիղի, հորիզոնալի և ֆրոնտալի վերաիկալ պրոյեկցիաները և նրանց միջոցով գտնում ենք նրանց հորիզոնական պրոյեկցիաները: Տարած գծերի համապատասխան հորիզոնական պրոյեկցիաների վրա պրոյեկտում ենք a', b' և c' և գտնում ենք յնականյան գաղաթների վորոնվող հորիզոնական պրոյեկցիաները: Հետո կառուցում ենք յնականյան իր հորիզոնական պրոյեկցիան (գծ. 261<sub>3</sub>):

Միաձուլվող հեռքերով հարթությունը նույնպես ընդհանուր դիրքով հարթություն է, քայքայ աշխարհի դիրքով, յերբ վերափակ հեռքը կազմում է հորիզոնական հեռքի շարունակությունը: Հասկանալու համար աղպիսի հարթության գոյության հնարավորությունը, վերցնենք  $P$  սովորական հարթությունն ընդհանուր դիրքով 261<sub>10</sub> դժ. վրա: Այս հարթությունը գծագրի վրա առաջագրված է իր  $P_{10}$  և  $P_{11}$  հեռքերով: Յենթ-դրենք  $P$  հարթությունը պտտվում է  $P_v$  հեռքի շուրջը և գրավում է միևնույն ուղիով դիրքերը.  $P$  հարթության այդ նոր դիրքերը կգիտենք վորպես  $P_1, P_2, P_3, P_4$  և  $P_5$ . Նոր հարթություններ: Այդ բոլոր հարթությունները կունենան մի ընդհանուր վերափակ հեռք, իսկ հորիզոնական հեռքերը գրավում են  $P_{21}, P_{22}, \dots, P_{2n}$  և  $P_{2n+1}$  դիրքերը, վորոնք ավելի են մոտենում  $P$  դժին, վոր դիտվող հարթությունների ընդհանուր վերափակ հեռքի շարունակությունն է: Դիտվող  $P$  հարթության շրջման պրոյեկտում մենք միշտ կարող ենք կանգ առնել աշխարհի հարթության վրա, վորի համար  $P$  գիծը կլինի հորիզոնական հեռք և մենք կունենանք  $P$  հարթությունն առաջագրված իր աշխարհի  $P_v$  և  $P_h$  հեռքերով: վորոնք մեկը մյուսի շարունակությունն են կազմում (դժ. 261<sub>10</sub>): Աղպիսի հարթությունը կոչվում է հարթություն միաձուլվող հեռքերով:

Միաձուլվող հեռքերով հարթությունն ունի ընդհանուր դիրքով հարթության բոլոր հատկությունները, վորովհետև նա գրավում է վերջին հարթության դիրքերից մեկը: Բացի դրանից, մենք հետո կիմանանք, վոր միաձուլվող հեռքերով հարթությունը հավասարապես թեքված է դեպի յերկու պրոյեկցիաների հարթությունները: Դժ. 261<sub>11</sub>, 261<sub>12</sub> և 261<sub>13</sub> վրա միաձուլվող հեռքերով հարթության վրա կառուցված են կամավոր ուղիղ, հորիզոնալ և ֆրոնտալ և նրանցից յուրաքանչյուրի վրա վերցված է մի կետ: Առաջարկվում է ընթերցողին նախորդ պարագրաֆի ուսումնասիրած խնդիրները լուծել միայն վերցնելով հարթությունը միաձուլվող հեռքերով:

## § 59. Մի հեռքով լեղ մի կետով առաջագրած հարթաբյուց

Այս հարթությունը նույնպես ընդհանուր դիրքով հարթության աշխարհություններից մեկն է և ունի այդ հարթության բոլոր հատկությունները:

Դժ. 261<sub>14</sub> վրա հարթությունը օված է իր հորիզոնական  $P_h$  հեռքով և այդ հարթության վրա գտնվող ( $P, P'$ ) կետով:

Դյուրին է կառուցել մի գիծ, վորը գտնվի այդ հարթության

վրա և անցնի (p, p') կետով, վորի համար  $P_4$  կետքի վրա վերցնում ենք մի վորեն կետ (m, m') և նրան միացնում ենք (p, p') կետի հետ (a, a') կետը, վորը դանդում և վերցրած ուղիղի վրա, դանդում և P հարթության վրա: Ուղղվելով (pm, p'm') ուղիղից, մենք հնչառությամբ կարող ենք տանել P հարթության հորիզոնալը:

## Խ Ե Դ Ի Բ Ե Ե Բ

1. P հարթության վրա (դժ. 261<sub>15</sub>) տանել A կետով հորիզոնալ, յիթե տված և այդ կետի վերաիկալ պրոյեկցիան՝ a':

Տանում ենք նախապես կետաշարով ոժանդակ ուղիղ (p'm', pm) և նրանից ողավելով դանդում ենք հորիզոնալի հորիզոնական պրոյեկցիան և նրա վրա A կետի հորիզոնական պրոյեկցիան: Իսկ հորիզոնալի վերաիկալ պրոյեկցիան կանցնի a' կետով զուգահեռ OX առանցքին:

2. Տված և մի հարթություն իր վերաիկալ հետքով  $P_4$  և մի կետով (p, p') կառուցել այս հարթության հորիզոնալը, վորը անցնի (p, p') կետով:

Գժ. 261<sub>15</sub> վրա հորիզոնալի վերաիկալ պրոյեկցիան տանում ենք զուգահեռ OX առանցքին միջև հատվելը  $P_4$  հետ a' կետում: a' կետը պրոյեկտում ենք առանցքի վրա a կետում և նրան միացնում ենք p կետի հետ Գիծը (a'p', ap) կլինի վորոնվող հորիզոնալը:

Իսկ այն զեպքում, յերբ OX առանցքին զուգահեռ գիծը, վորն անցնում և p' կետով, չի հատում հարթության վերաիկալ հետքը, մենք նախապես այդ հարթության վրա պիտի վերցնենք մի ոժանդակ գիծ (գժ. 261<sub>17</sub>), նրա վրա վերցնենք մի կետ և այդ կետով տանենք ոժանդակ հորիզոնալը (k'm', km), իսկ վորոնվող հորիզոնալը պիտի և քաշենք (p', p) կետով ոժանդակ (k'm', km) հորիզոնալին զուգահեռ:

## § 60. Առանցքով յիվ մի կետով տնցնող հարթություն

Գժ. 261<sub>15</sub> վրա P հարթությունը տված և OX առանցքով և (p', p) կետով: Այս հարթության յերկու ( $P_4$  և  $P_5$ ) հետքերը համընկնում են OX առանցքի հետ: Տվյալ զեպքում ոգտակար և ունենալ պրոյեկցիաների յերրորդ հարթությունը և դանել տվյալ հարթության հետքը այդ յերրորդ հարթության վրա:

Տվյալ P հարթությունը կլինի ուղղահայաց W հարթությանը, վորովհետև նա անցնում և OX առանցքով:

Բա հետքը գտնելու համար մենք տվյալ կետը պրոյեկտում ենք  
W վրա և ստանում Բ՝ կետը, վերով կանցնի Բա. բացի դրանից,  
Բա անցնում և Օ կետով:

Այժմ մենք կուսնենք W վրա մի պրոյեկտող հարթություն,  
իսկ պրոյեկտող հարթությունների գեպում բոլոր խնդիրները լուծ-  
վում են շատ պարզ կերպով, վերպես մեզ ծանոթ և նախորդից:

### § 81. Հարթություն, վոր տված է իր գլխավոր գծերով

Ինչպես մենք տեսանք § 58-ում, գլխավոր գծեր կոչվում են  
հարթության հորիզոնային և ֆրոնտալը:

Գծ. 261<sub>13</sub> վրա (a, a') կետով տարած են (a'b', ab) և (c'd', cd)  
ուղիղները: Այդ յերկու գծերը, վորպես յերկու համավոր ուղիղներ,  
վորոշում են տարածության մեջ հարթության դիրքը:

Յուրյ տանք թե ինչպես են գտնում այդ հարթության հետքե-  
րը: Յուրաքանչյուր հետքի վորոշման համար քափական և գտնել  
այդ հետքի մի կետը և տանել մի գիծ, վոր լինի զուգահեռ գլխա-  
վոր գծի համապատասխան պրոյեկցիային (հարթության հորիզոնա-  
կան հետքը զուգահեռ և հորիզոնալի հորիզոնական պրոյեկցիային,  
իսկ վերաիկալ հետքը զուգահեռ և ֆրոնտալի վերաիկալ պրոյեկ-  
ցիային):

Ենթե գծագրի վրա նախավոր և գտնել տվյալ գլխավոր գծերի  
հետքերը, ապա նրանցով տանում ենք վորոնվող հարթության հետ-  
քերը (գծ. 261<sub>13</sub>):

Ենթե գլխավոր գծերի մեկ կամ յերկու հետքերը չի կարելի  
գտնել գծագրի վրա, ապա տանում ենք մի ոժանդակ գծե տվյալ  
հարթության վրա և ողավում ենք այդ գծի հետքերից: Ոժանդակ  
ուղիղի հետքերով տանում ենք հարթության վորոնվող հետքերը  
(գծ. 261<sub>13</sub>)՝ զուգահեռ գլխավոր գծերի համապատասխան պրոյեկցիա-  
ներին:

Իր գլխավոր գծերով տված հարթության միջոցով կարելի չե  
լուծել այն նույն խնդիրները, վորպիսիք լուծվում եյին հետքերով  
տված հարթության ողնությամբ:

Գծ. 261<sub>11</sub> վրա տված է հարթությունը իր գլխավոր գծերով և  
ֆրոնտալի վրա վերցված է մի կետ (n', n) այնպես, ինչպես այդ  
ցույց է տված գծագրի վրա: Այդ հարթության վրա տանել MN դիմե  
այնպես, վորը M ծայրը լինի հավասարապես հեռու H և V հարթու-  
թյուններից: Դտնում ենք AB հորիզոնալի վրա մի կետ M հավա-  
սար հեռու H և V-ից, նախապես վերցնելով K կետը:

Պայմանավորվենք իր հետքերով, կամ յերկրաչափական ելեմենտներով (յերեք կետով, մի կետով և ուղիղով, յերկու հատվող և յերկու զուգահեռ ուղիղներով) առաջագրած հարթությունները համարել թափանցիկ, իսկ հարթության մասերը, վորոնք շրջափակված են փակ ֆիգուրներով (յնոանկյունով, տրապեցով, զուգահեռագծով և նման պատկերներով), պայմանավորվենք համարել անթափանցիկ Գծ. 261<sub>33</sub>, 261<sub>32</sub>, և 261<sub>31</sub> վրա պատկերացված են շեղանկյուն պրոյեկցիաներով H, V և W հարթությունների վրա պրոյեկտող հարթություններ: Այդ հարթություններից յուրաքանչյուրի յերկու հետքը զուգահեռ են կոորդինատային առանցքների պրոյեկցիաներից մեկին: Առաջին դեպքում R<sub>v</sub> և R<sub>w</sub> զուգահեռ են OZ-ին, յերկրորդում W և R<sub>w</sub> զուգահեռ են OY-ին, և յերրորդ դեպքում R<sub>v</sub> և R<sub>h</sub> զուգահեռ են OX-ին:

Այս հարթություններում համապատասխանորեն տված և կետ, ուղիղ դիմ և յնոանկյունի նրանք ունեն իրենց յերկրորդ պրոյեկցիաներից մեկը հարթության հետքերից մեկի վրա: Գծագրերի ալբոմի ամբողջ էջի վրա ունենք հարթության հետքերի շեղանկյուն պրոյեկցիաները, բայց կրճատության համար մենք հարթության հետքերի շեղանկյուն պրոյեկցիան՝ անվանում ենք պարզ կերպով հարթության հետքը:

Գծ. 261<sub>33</sub> վրա ըստ պրոյեկտման շեղանկյուն մեթոդի տված և իր հետքերով մի հարթություն, վորը զուգահեռ և H հարթությանը, և նրա վրա կառուցված և յնոանկյունի Այդպիսի յնոանկյան յերկրորդ (V-ի վրա) պրոյեկցիան դանվում և R<sub>v</sub> վրա: Գծ. 261<sub>32</sub> 261<sub>31</sub>, 261<sub>30</sub>, և 261<sub>29</sub> վրա ըստ պրոյեկտման շեղանկյուն մեթոդի տված և իր հետքերով մի հարթություն, ընդմիջում առաջին դեպքում բոլոր յերեք հատվածները առանցքների վրա դրական են, մնացած դեպքերում մեկ հատվածը բացասական և, իսկ յերկու մյուս հատվածները՝ դրական:

Գծ. 261<sub>30</sub> վրա P հարթության վրա տված և AB ուղիղը և նրա վրա վերցված և մի կետ:

Գծ. 261<sub>31</sub> վրա P հարթության վրա պատկերացված և այդ հարթության հորիզոնալը և ֆրոնտալը (հորիզոնալի շեղանկյուն պրոյեկցիան զուգահեռ և P<sub>h</sub>, իսկ ֆրոնտալին՝ զուգահեռ և P<sub>v</sub>-ին):

Հորիզոնալի յերկրորդ պրոյեկցիան H վրա զուգահեռ և P<sub>h</sub>-ի հետքին, իսկ ֆրոնտալին՝ զուգահեռ և OX-ին:

Գծ. 261<sub>30</sub> վրա P հարթության վրա պատկերացված են առաջին և յերկրորդ ֆրոնտալները:

Յերկրորդ ֆրոնտալի շեղանկյունը պրոյեկցիան հուշահեռ է P<sub>1</sub> խել նրա յերկրորդ պրոյեկցիան H վրա զուգահեռ է OY-ին: Յեզ, վերջնական, գծ. 261<sub>22</sub> վրա P հարթության վրա պատկերացված են մի հորիզոնալ և մի ֆրոնտալ:

Նկատենք, վոր յուրաքանչյուր գույզ հետքերի պրոյեկցիաները հատվում են մի կետում՝ պրոյեկցիաների համապատասխան առանցքի վրա:

### § 63 Զուգահեռ յեվ հագավող ուղիղների միջոցով առաջադրած հարթություններ

Գծ. 261<sub>30</sub> և 261<sub>31</sub> վրա տված են հարթություններ հատվող ուղիղների միջոցով և նրանց համար գտնված են հարթության հետքերը: Առաջին դեպքում մենք ոգտվել ենք տվյալ ուղիղների հետքերից, յերկու վերախկալ հետքերից և մեկ հորիզոնական հետքից:

Յերկրորդ դեպքում ստիպված ենք տանել ոժանդակ ուղիղ և ոժանդակ ուղիղը վերցնել իբրև հորիզոնալ:

Գծ. 261<sub>32</sub> վրա տված են յերկու զուգահեռ ուղիղներ AB և CD և նրանցով գտնված են հարթության հետքերը: Յերկու տված ուղիղների համար գտնված են հորիզոնական հետքերը, նրանցով տարված է P հարթության վորոնվող հորիզոնական հետքը:

Վերախկալ հետքի կառուցման համար տարված են յերկու ոժանդակ հորիզոնալներ և նրանց համար գտնված են վերախկալ հետքերը, վորոնցով և անցնում է վորոնվող վերախկալ P, հետքը:

### § 64. Ուղիղ գիծ յեվ հարթություն

Ուղիղ գիծը կարող է գտնվել տվյալ հարթության վրա (հարթության վրա ուղիղ գծի գտնվելու պայմանը մենք ուսումնասիրել ենք), ուղիղ գիծը կարող է հասել հարթությունը սուր կամ ուղիղ անկյան տակ և վերջնական ուղիղ գիծը կարող է զուգահեռ լինել հարթությանը:

Ուղիղ գծի հատումը հարթության հետ մենք հետև կուսումնասիրենք համաձայն կուրսի կառուցման պայմանների, ըստ վորի ամբողջ նյութը բաժանվում է յերկու խոշոր բաժինների. առաջին բաժնում կենտրոնացած են զլիտվոր կառուցումները, իսկ յերկրորդում՝ հատումները և փոխաձևները:

Ներկա պարագրաֆում մենք կուսումնասիրենք ուղիղ գծի և հարթության զուգահեռության պայմանները:

Տարած-չափությունից մենք գիտենք, վոր ուղիղ գիծն այն ժամանակ է զուգահեռ հարթությանը, յերբ նա զուգահեռ է տվյալ հար-

թության վրա գտնվող ուղիղին,  $\angle$  հարթությանը զուգահեռ գիծ տանելու համար (գծ. 261<sub>22</sub>) մենք պիտի այդ հարթության վրա վերցնենք մի ուղիղ գիծ և հարթությունից դուրս տված կետով տանենք մի այլ ուղիղ, վերը զուգահեռ լինի վերցրած ուղիղին Իսկ յերկու ուղիղների զուգահեռության պայմանները մեզ հայտնի չեն Գծ. վրա  $m'n' \parallel a'b'$  և  $mn \parallel ab$ :

Գծ. 261<sub>21</sub>, վրա ( $mm'$ ) կետով տարված և հորիզոնալը՝ զուգահեռ  $P$  հարթությանը:

Վերսկսենք  $P$  հարթության հորիզոնալի պրոյեկցիաների դերքերը մեզ հայտնի չեն և առանց քաշելու, ապա մենք նրան չենք քաշում գծադրի վրա. իսկ վերոնկարի հորիզոնալի պրոյեկցիաները քաշում ենք  $m'n' \parallel OX$ , իսկ  $mn \parallel P^h$ :

Գծ. 261<sub>23</sub>, վրա ( $m, m'$ ) կետով տարված և ֆրոնտալը՝ զուգահեռ ( $a'b'c', abc$ ) յեռանկյան հարթությանը:

Նախապես տանում ենք յեռանկյան հարթության ( $c'd', cd$ ) ֆրոնտալը, սկսելով աշխատանքը  $cd$  գծի քաշելուց  $OX$  առանցքին զուգահեռ  $cd \parallel OX$ :

Վերոնկարի ֆրոնտալն ունի իր պրոյեկցիաները.  $m'n' \parallel c'd'$  և  $mn \parallel cd$ :

Հարթությանն ուղղահայաց տանելու և հարթության հետ ուղիղ գծի հատման հարցերը կուսույթասիրենք ավելի ուշ, յեկնելով կուրսի իրեն հատուկ կառուցվածքի պայմաններից:

## § 66. Փոխադարձ զուգահեռ հարթություններ

Յեթն յերկու հարթությունները զուգահեռ են, ապա նրանց համանուն հատերն ել նմանապես զուգահեռ են: Այս յեզրակացությանը մենք գալիս ենք տարածաչափության այն թեորեմից, վերահեղ ասված և. «Յերկու զուգահեռ հարթություններ հատվում են յերրորդ հարթությամբ զուգահեռ դժերովք: Մեր դեպքում այդպիսի հատող հարթությունը պրոյեկցիաների հարթությունն է»:

Այս հարցի վերաբերյալ որինակներ և խնդիրներ մենք կբերենք ավելի ուշ՝ 101 պարագրաֆում:

**ՁԺԱՆԴԱԿ ԱԵԹՈԴՆԵՐ, ՎՈՐՈՆՔ ԿԻՐԱՌՎՈՒՄ ԵՆ ԳԵԱԴՐԱԿԱՆ  
ՅԵՒԿԻՐԱԶՓՈԹԹԵԱՆ ԵՆԴԻՐՆԵՐ ՅԵՎ ՀԱՐՅԵՐ ԼՈՒԾՍԼՈՒ  
ԺԱՄԱՆԱԿ**

**§ 66. Պատմի միտք**

Մի շարք հարցեր հետաւթյամբ լուծվում են կետերի, դժերի և պատկերների պատման միջոցով ուղիղ. դժերի շուրջը, վորոնք գրա-  
խադորապես ուղղահայաց են պրոյեկցիաների հարթություններին:  
Այդ դժերը, վորոնց շուրջը մենք կպատենք, կոչվում են պատման  
առանցքներ: Այս պարագրաֆում մենք կուսումնասիրենք պատման աշ-  
տիսի առանցքների շուրջը, վորոնք ուղղահայաց են պրոյեկցիաների  
հարթություններին, իսկ քիչ հետո, յերբ մենք կուսումնասիրենք պրո-  
յեկցիաների հարթությունների փոխախման մեթոդը, կուսումնասիրենք  
պատումը և ուրիշ առանցքների շուրջը:

**§ 67. Կետի պատմը մի առանցքի օւրջը, վորն  
ուղղահայաց է H-ին**

Դիցուք  $q$ -ն. 262 վրա ունենք ( $a, a'$ ) կետը և առանցքը ( $m'n',$   
 $mn$ ), վորն ուղղահայաց է H-ին: A կետն այդ առանցքի շուրջը  
պտտելիս կշարժվի մի շրջանագծի վրայով, վորը գտնվում է H-ին  
գուղահեռ հարթության մեջ:

H հարթության վրա այդ շրջանագծի կառուցումը իսկապես  
մեծությամբ: Պատման շրջանագծի հորիզոնական պրոյեկցիայի կենտ-  
րոնը կլինի  $m$  կետում, իսկ շառավիղը կլինի հավասար  $ma$  դժին:  
Պատման առանցքը պայմանավորված Եանել առանցքային կետախ-  
աբույ: A կետի շրջած դիրքերի պրոյեկցիաները կնշանակենք՝ հորի-  
զոնականը  $a_0$ , իսկ վեր-իկալ պրոյեկցիան— $a'_0$ :

Շրջանագծի հորիզոնական և վերաիկալ պրոյեկցիաները ահա  
ենք կապում վորպես ոժանդակ կառուցումներ, ընդհատ գծիկներով:  
Այսպես,  $q$ -ն. 262 վրա ( $a_0, a'_0$ ) կետը ( $a', a$ ) կետի շրջած դիրքն է:

**§ 68. Ուղիղ գծի պատմը մի առանցքի օւրջը, վորն  
առնում է ավալ ուղիղի ծայրերից մեկով յեվ  
ուղղահայաց է H հարթությանը**

Դիցուք 263  $q$ -ն. վրա ունենք ( $a'b', ab$ ) ուղիղը և ( $m'n', mn$ )  
առանցքը, վորն ուղղահայաց է H-ին: Առանցքն առնում է ( $b', b$ )  
ծայրով:

Պենք  $AB$  ուղիղի շրջած մի շարք գիւրջերի պրոյեկցիաները:

$AB$  ուղիղի պատկերաց  $MAN$  առանցքի շուրջը  $B$  կետը, ինչպես պատման առանցքի վրա դանդաղ կետ, կենտ իր տեղում, իսկ կադատվի միայն  $A$  կետը:

Վերջում ենք  $A$  կետի մի շարք շրջած գիւրջերը (զրությունները) և նրանց միացնում ենք առջարժ  $B$  կետի հետ այն ժամանակ կատանանք  $AB$  ուղիղի շրջած գիւրջերի պրոյեկցիաները: Նրանք բարձր 263 դժ. վրա կարգացվում են ( $b'a'$ ,  $ba_0$ ):

### § 69. Ուղիղի իսկական մեծության վերաբերյալ պատման մերոդով

Յենթադրենք (դժ. 264), թե ունենք մի ուղիղ  $AB$ , վրա ունի կամավոր թեթաթյուն գեղի պրոյեկցիաների հարթությունը և վորը մենք պատկերվել առանցքի շուրջը (ուղղահայաց  $H$ -ին), յիթե այդ առանցքն տնցնում և  $AB$  ուղիղի ծայրերից մեկով (որինակ  $B$  ծայրով): Պատասխան շարունակենք այնքան, մինչև վոր  $AB$  ուղիղը կընդունի  $V$  հարթության զուգահեռ դիրք (ընդգործում  $ba_0$  կլինի  $\parallel OX$ ):

Շրջած գիւրջում ուղիղը (դժ. 264) կլինի Փրոնտալ և  $V$  վրա կպրոյեկտվի իսկական  $\frac{1}{2}$  մեծությամբ, այսինքն  $b'a'$  կլինի հավասար ուղիղի իսկական մեծությանը: Կարելի չե վորոշել  $AB$  ուղիղի իսկական մեծությունը նաև պատկերվելով նրան մի առանցքի շուրջը, վորն ուղղահայաց և  $V$  հարթությանը:

Այս դեպքում ել պատման առանցքը տանում ենք  $AB$  ուղիղի ծայրերից մեկով (որինակ  $B$  ծայրով) և պատում ենք ուղիղն այդ առանցքի շուրջը մինչև  $H$  հարթության զուգահեռ դիրքը (դժ. 265) ( $b'a' \parallel OX$ ): Ուղիղի շրջած գիւրջի հորիզոնական պրոյեկցիան կլինի հավասար ուղիղի իսկական մեծության:

### § 70. Ուղիղի վրա դանդաղ կետի ենթավերաբերյալ վերաբերյալ ուղիղի ծայրերից

Փոխելու համար 1 կետի ենթավերաբերյալը (դժ. 266) ( $b'$ ,  $b$ ) կետից շրջենք ամբողջ ուղիղը յուր վրա դանդաղ 1 կետի հետ միասին  $MN$  առանցքի շուրջը մինչև  $V$  հարթության զուգահեռ դիրքը: Ուղիղի շրջած գիւրջի հորիզոնական պրոյեկցիան, ինչպես մենք տեսել ենք վերևում, կլինի զուգահեռ  $OX$  առանց ին:

Իսկ ուղիղի շրջած գիւրջի վերաբերյալ պրոյեկցիան ունի մի ծայրը  $b$  կետում, իսկ մյուս ծայրը  $a'$  կետում, վորը գտնվում և  $OX$  առանցքի վրա, վորովհետև ալյալ ( $a'b'$ ,  $ab$ ) ուղիղն իր մի ծայրով հանվում և  $H$  հարթության վրա:

Այժմ բաժանվան եւ ի կետից տանել Մ'Ը, գիծն առանցքին զուգահեռ մինչև հասնելը Բ'Ա՝, հետ Ը՝, կետում:

Հառվածը Մ'Ը՝ տալիս եւ ի կետի եւ Բ ծայրի միջև յեղած հեռավորության իսկական մեծությունը: Գծագրի վրա հառուցման ընթացքը ցույց եւ տված սլաքներով: Տվյալ գեպում բոլորովին կարելի է կատարելու ի կետի հորիզոնական պրոյեկցիան:

**§ 71. Յեռամկյում պատմը մի առաջին օւրը, վորն ածցում ե զպարթութից մեկով լեզ վորն ուղղահայաց ե կամ V-ին կամ H-ին**

Պատման առանցքը (մ'ն', mn) տանում ենք (ա'ա) կետով ուղղահայաց V-ին:

(ա'Բ'Ը', abc) յեռանկյունին (մ'ն', mn) առանցքի շուրջը (գծ. 267) պատկուց ա'Բ' եւ ա'Ը՝ գծերը կդառնան միեւնոյն անկյունով, ուրեմն ա'Բ՝ եւ ա'Ը՝ մենք վերցնում ենք համապատասխան  $\alpha$  անկյուն տակ ա'Բ՝ եւ ա'Ը՝ գծերի նկատմամբ:

Մասնաւորով, այս յեղանակով, յեռանկյան շրջած գիրքի վերտիկալ պրոյեկցիան, մենք հեշտությամբ կատանանք շրջած գիրքի հորիզոնական պրոյեկցիան, ինչպես այդ սլաքներով ցույց եւ տված գծագրի վրա:

Գծ. 268՝ վրա (ա'Բ'Ը', abc) յեռանկյունին գտնվում ե պրոֆիլային հարթության վրա (մ'ն', mn) առանցքի շուրջը, վորն ուղղահայաց ե H-ին, պտտում ենք յեռանկյունին մինչև զուգահեռ դառնալը V հարթության հետ: Յեռանկյան շրջած գիրքի հորիզոնական պրոյեկցիան կլինի  $\text{C}_0\text{D}_0\text{A}$  ուղիղ գիծը, վորը զուգահեռ ե OX առանցքին:

**§ 72. Համառեզման մերսոյ**

Հարթությունը պատկերով հետքերից մեկի շուրջը, համարեղում ենք կամ V հարթության հետ (գծ. 269), կամ H հարթության (գծ. 271) հետ ե, ընդհակառակը՝ համարեղած գիրքից վերականգնում ենք տարածության մեջ:

Համատեղման մեթոդի ուսումնասիրությունը հետապնդում ե յերկու խնդիր.

1. Տվյալ հարթության վրա գտնվող պատկերի իսկական մեծության վորոշումը, տվյալ հարթության վրա գտնվող կետի հեռավորության վորոշումը մինչև ուղիղը եւ տվյալ հարթության վրա գտնվող ուղիղների միջև անկյան վորոշումը:

Յերբ մենք համատեղենք հարթությունն այն բոլորով, ինչ վոր նրա վրա գտնվում է, պրոյեկցիաների հարթության հետ, այն ժամանակ այդ պրոյեկցիաների հարթության վրա բոլոր գծերը, պատկերները և անկյունները կներկայանան բնական մեծությունով և այսպիսով հեշտությամբ կլուծվեն բերված տեղի խնդիրները: Այդ խնդիրները կանվանենք ուղիւ խնդիրներ:

2. Յենթադրենք, այժմ մենք ունենք մի հարթություն՝ տված իր հետքերով և պահանջվում է կառուցել այդ հարթության վրա մի վորոշ պատկեր, որինակ, քառակուսի:

Մենք այստեղ լուծում ենք այսպես կոչված՝ հակադարձ խնդիրը, մեր հարթությունը համատեղում ենք: Համատեղած դիրքում կառուցում ենք պահանջվող պատկերը և արդեն դրանից հետո ստանում ենք այդ պատկերի պրոյեկցիաները, բարձրացնելով հարթությունը յուր վրա յիգած պատկերի հետ միասին տարածության մեջ հակառակ ուղիւթյամբ:

Նույն յեղանակով մենք կլուծենք և մի շարք ուրիշ խնդիրներ, ինչպես կտեսնենք ներքևում:

Այժմ մենք ուսումնասիրենք պրոյեկտող հարթությունների համատեղումը և ընչ հետո՝ պրոյեկցիաների հարթությունների փոփոխման բաժնում՝ մենք կուսումնասիրենք ընդհանուր դիրքով հարթությունների և միաձուլվող հետքերով հարթությունների համատեղումը:

§ 43. H հարթությամբ ուղղահայաց R հարթությամբ համատեղումը  
V հարթության հետ

Այս համատեղումն իրականացնում ենք՝ պատկելով R հարթությունը իր վերաիկալ հետքի շուրջը (գծ. 269): Այս հարթության վրա գտնվող A կետը R հարթության համատեղվելու ժամանակ կշարժվի շրջանի աղեղով, վորը գտնվում է H հարթության զուգահեռ հարթության մեջ:

Այստեղ ունենք կետի պտտման դեպքը R ուղիղի շուրջը, վորն ուղղահայաց է H հարթությանը և դրա համար 270 գծ. վրա խնդիրը հեշտությամբ լուծվում է պտտման մեթոդի հիման վրա: Աշխատանքների ընթացքը գծ. 270 վրա ցույց է տված սլաքներով: Գետի համատեղած դիրքը կնշանակենք մեծատառ և դրո նշանով (գծ. 270, կետ A<sub>0</sub>):

**§ 72. V հարթությանն ուղղահայաց R հարթության համասեղումը  
H հարթության հետ**

R հարթությանը (գծ. 271) H հարթության հետ համասեղ. զերու ժամանակ մենք R հարթությանը պատկերում ենք  $K_h$  հարթության հորիզոնական հեռքի շուրջը Այս հարթության վրա գտնվող A կետը համասեղման ժամանակ կշարժվի շրջանի աղեղով, վորը գտնվում է V հարթության զուգահեռ հարթության մեջ: Այդ աղեղի վերաիկալ պրոյեկցիան կլինի նույն շառավիղով աղեղ, ունենալով կենտրոնը հեռքերի համամիտման կետում, իսկ հորիզոնական պրոյեկցիան կլինի մի գիծ, զուգահեռ OX առանցքին:

Գծ. 273 վրա ցույց է տված V հարթությանն ուղղահայաց R հարթության վրա գտնվող (a'a) կետի համասեղումը H հետ: Աշխատանքի ընթացքը ցույց է տված սլաքներով:

**§ 75. W հարթությանն ուղղահայաց հարթության համասեղումը  
V հարթության հետ**

Նախորդ յերկու որինականների հիման վրա զժվար չե հասկանալ, վոր այդպիսի հարթության վրա գտնվող կետը՝ V հարթության հետ համասեղվելու ժամանակ՝ կը շարժվի շրջանի աղեղով, վորը գտնվում է պրոֆիլային հարթությունում: Այդ աղեղը W վրա կը պրոյեկտվի իսկական մեծությամբ:

Գծ. 273 վրա ցույց է տված V հարթության հետ W հարթությանն ուղղահայաց R հարթության վրա գտնվող կետի համասեղումը: Աշխատանքի ընթացքը ցույց է տված սլաքներով:

**§ 76. Պրոֆիլային հարթության համասեղումը H և V  
հարթությունների հետ**

Վարդենալ պրոֆիլային հարթությունն ուղղահայաց է H հարթությանը և V հարթությանը, ոպա նրա վերաբերմամբ կիրառելի լին § 73 և 74 բոլոր դատողությունները, ուրեմն հասկանալի կլինեն 274 և 275 գծ., վորտեղ 274 գծ. վրա A կետը համասեղված է V հարթության հետ, իսկ 275 գծ. վրա A համասեղված է H հարթության հետ:

§ 77. Վերոս պատկերի կառուցումը մի հարթության վրա, զոր ավտոմե  
իւր հեռանում

Դիցուք տված է մի հարթություն իւր հետքերով (ուղղահայաց  
H, V կամ W-ին և պրոֆիլային հարթություն) և կետի համապե-  
ղած դիրքը. կառուցել այդ կետի պրոյեկցիաները Այստեղ մենք լու-  
ծում ենք հակադարձ խնդիրը՝ սրաքների ուղղությունը գեպի հակա-  
ռակը փոխելով նախորդ ընդ որինակներում:

Վերադառնալով կառուցելը պրոյեկցիաները մի յեռանկյան, վոր  
դանվում է V հարթության ուղղահայաց հարթության վրա և տված  
է համապեղված H հարթության հետ 276 դժ. վրա այդ խնդրի լուծ-  
ման ընթացքը ցույց է տված սրաքներով:

Խնդիր 26: Կառուցել H, V և W-ին ուղղահայաց հարթություն-  
ներում մեկական յեռանկյանի և վորտչել նրանց իսկական մեծու-  
թյունը համապեղման յեղանակով:

Խնդիր 27: Կառուցել պրոֆիլային հարթության վրա և H, V և  
W-ին ուղղահայաց հարթություններում կամ կանոնավոր բազման-  
կունի, կամ շրջանագիծ:

Խնդիր 28: R հարթության վրա, վորն ուղղահայաց է H-ին,  
տված է (a'b', ab) ուղիղը և (k', k) կետը. դանել (k', k) կետի հեռավո-  
րությունը (a'b', ab) ուղիղից, այսինքն թողնել ուղղահայաց K կե-  
տից AB ուղիղին (դժ. 277):

Վորոնվող հեռավորությունը վորոշելու համար համապեղենք R  
հարթությունը K կետի և AB ուղիղի հետ միասին V հարթության  
հետ և K կետի համապեղած դիրքից թողնում ենք ուղղահայաց AB  
ուղիղի համապեղած դիրքի վրա Գժ. 277 վրա վորոնվող հեռավորու-  
թյունը հավասար է  $K_0 L_0$ :

Յանկացած գեպում KL ուղղահայացը զգվար չէ ներկայացնել  
պրոյեկցիաներով: Դրա համար  $L_0$  կետից տանում ենք OX առանց-  
քին զուգահեռ մի դիծ, մինչև հասնելը a'b' հետ 1 կետում, վորը պրո-  
յեկտում ենք ab վրա 1 կետում:

Միացնելով (1') կետը (k', k) կետի հետ, մենք կունենանք յեր-  
կու պրոյեկցիաները վորոնվող ուղղահայացի, վոր թողած է K կետից  
AB ուղիղի վրա Մլաքներով ցույց է տված լուծման ընթացքը:

Խ Ն Դ Ի Ր Ն Ե Ր

1. Պրոյեկցիաների հարթություններին ուղղահայաց հարթու-  
թյուններում կառուցել մի կանոնավոր պատկեր:

2. Պրոյեկցիաների հարթություններին ուղղահայաց հարթու-

թյուններում կառուցել զուգահեռագծի և գտնել զուգահեռագծի իսկական մեծությունը պտտման մեթոդով:

3.  $W$  հարթության ուղղահայաց հարթության վրա տված  $b$  մի կետ և մի ուղիղ գծի  $S$  վրա կետով տանել այդ հարթության վրա մի գծի, վորը կազմի տվյալ ուղիղի հետ  $45^\circ$  անկյուն:

4. Հորիզոնալը և ֆրոնտալը պտտել մի առանցքի շուրջը, վորն ուղղահայաց է  $H$  կամ  $V$  ին աշխարհ, վոր այդ գծերը պրոյեկցիաների հարթություններից մեկին դառնան ուղղահայաց:

5. Յերկու պրոյեկցիաներով տված  $b$  մի յեռանկյունի, վոր ունի կամ-վոր թեքություն զեղի պրոյեկցիաների հարթությունները: Պտտել այդ յեռանկյունին մի առանցքի շուրջը աշխարհ, վոր յեռանկյան հարթությունը լինի ուղղահայաց՝ պրոյեկցիաների հարթություններից մեկին:

6. Դառնել յեռանկյան իսկական մեծությունը պտտման մեթոդով:

### § 78. Համառեղծամ մերագր օկղանկյուն պրոյեկցիայով

Դիցուք գծ. 277, վրա ունենք հարթություն  $R$  վորն ուղղահայաց է  $H$ -ին և նրա վրա մի կետ  $A$ : Պտտենք  $R$  հարթությունը  $A$  կետի հետ միասին  $R'$  հեռքի շուրջը մինչև  $R$  հարթության համատեղումը  $V$  հարթության հետ:

$V$  հարթության հետ համատեղած  $R'$  հեռքի զիբքը  $R'$ -ից կգտնվի  $I_2 I_{70}$  հեռավորության վրա, վոր հավասար է հեռքերի միջև հեռավորության իսկական մեծության:

$I_2 I_{70}$  գտնելու համար բավական է  $H$  հարթությունը շրջել  $OX$  առանցքի շուրջը մինչև համատեղվելը  $V$  հարթության հետ: Այն ժամանակ  $V$  վրա կունենանք  $I_2 I_{70}$ : Համատեղելուց հետո մեզ անհրաժեշտ է  $O(-Z)$  գծի վրա  $O$  կետից տեղադրել հատվածը  $O I_{70} = O I_7$ , վորը մենք գիտենք նախորդից:

Ստացած հատվածը տեղադրում ենք  $OX$  յերկարության մեջ  $I_2$  կետից զեղի ձախ և ստացած  $I_{70}$  կետով տանում ենք  $R'$  ուղղահայաց  $OZ$ -ին: Ապա  $I_7$  միացնում ենք  $I_{70}$  հետ ուղիղ գծով  $I_7 I_{70}$ : Այդ գիծը նեօկայացնում է դարձման լարը, յերբ  $R$  հարթությունը համատեղում ենք  $V$  հարթության հետ:

Այսպիսով,  $R$  հարթության բոլոր կետերը  $V$  հարթության հետ համատեղելու ժամանակ կունենանք դարձման լարերը զուգահեռ  $I_7 I_{70}$  գծին: Այժմ դժվար չէ 277, գծ. վրա գտնել  $A_0$  ըստ ունեցած  $A$  և  $a$ -ի. նառուցման ընթացքի ուղղությունը ցույց է տված սլաքներով: Յեթե մենք սլաքները գնինք հակադարձ ուղղությամբ, այդպես կունենանք հակա-

գարձ խնդիրը, այն է՝ ըստ  $A$  կետի համատեղած  $A$ , գերծեկզանենք այդ կետի շեղանկյուն պրոյեկցիան:

Դժ. 277, վրա նույն խնդիրը լուծված է, բայց  $R$  հարթության համար, վորն ուղղահայաց է  $W$  հարթությանը:  $R$  հարթությանը  $V$  հարթության հետ համատեղելու ժամանակ պատկերում ենք  $R$  հարթությունը և նրա վրա գտնվող կետերը  $P$ , չուրջը  $T$ իժը  $T_1T_2$  չիժնի գարձման լարը գննվող համատեղման ժամանակ: Յերկարությունը  $T_1T_2$  մենք գտել ենք  $W$  հարթությունը  $V$  հարթության հետ համատեղելու ճանապարհով: Մնացած աշխատանքը հասկանալի չե նախորդ խնդրից: Յեվ այստեղ մենք կարող ենք լուծել ինչպես ուղիղ, նմանապես և հակադարձ խնդիրները:

Նկատենք վոր մենք և 277, դժ. վրա, և 277, դժ. վրա գարձման լարերի վրա գրել ենք պայքներ դեպի յերկու կողմը, վորը մեզ պիտի ցույց տա, վոր այդ գարձման լարերով մենք կողմենք և ուղիղ խնդրի զեպքում, և հակադարձ: Յեվ հետագայում ևս մենք գարձման լարերին կատնք զույգ պայքներ: Դժ. 277, վրա ցույց է տված ընդհանուր դիրքով  $P$  հարթության համատեղումը  $V$  հարթության հետ:

Մեր որինակում անհրաժեշտ է կառուցել  $P_1P_2P_3$  յեռանկյունին, գտնելով նախապես  $P_{10}=P_1P_2$  և  $P_{10}=P_1P_3$ , կետաշարերը  $P_1P_2$  և  $P_1P_3$  գտնում ենք, համատեղելով  $W$  և  $H-V$  հարթության հետ: Ընդգործում  $OP_3=2OP_2$ , Իրեն շրջման լար կունենանք  $P_1P_3$ :

$P$  հարթության վրա վերցնում ենք  $A$  կետը  $BA$  հորիզոնալի ուղղությամբ, վորը զուգահեռ է  $P_1$ -ին: Հորիզոնալի համատեղած դիրքը կլինի զուգահեռ  $P_{10}$  և կանգնի  $B$ -ով:

Տանում ենք  $A$ -ով մի գիծ, զուգահեռ գարձման լարին մինչև հասնելը հորիզոնականի համատեղած դիրքի հետ: Վերցնելով պայքները հակադարձ ուղղությամբ, մենք կունենանք հակադարձ խնդրի լուծումը: Դժ. 277, վրա ցույց է տված ընդհանուր դիրքով հարթության համատեղումը  $V$  հարթության հետ:

Նախապես կառուցում ենք  $P_1P_2P_3$  յեռանկյունին ըստ նրա բոլոր յերեք կողմերի, վորոնք ցույց են տված գծագրի վրա:

$$P_1P_3=2P_2P_3=P_{10} \text{ իսկ } P_1P_2=P_1P_3=P_{10}$$

Կառուցված յեռանկյունին ներկայացնում է  $P$  հարթության  $P_1P_2P_3$  յեռանկյան վորոնվող համատեղումը: Հորիզոնալի ուղղությամբ վերցնում ենք  $A$  կետը համատեղում ենք  $A_0$  հետ, ուղղվելով  $OP_3$  գծին զուգահեռ գծից, վորն այստեղ խաղում է նույն դիրք, ինչ վոր գարձման լարը նախորդ յերեք գծագրերում:  $1^\circ A_0$  կլինի հորիզոնալի համատեղած դիրքը: Այս դիրքը զուգահեռ է  $P_{10}$ : Նրա վրա ստանում ենք  $A_0-2^\circ A_0$  գծի ուղղությամբ, վորը զուգահեռ է  $OP_3$ :

Հակադարձ խնդիրը լուծելու ժամանակ վերցնում ենք  $B_0$ ,  $b'$  և  $b$  կետերը կառուցելու համար մենք ոգտվում ենք ֆրոնտալից (կարելի չէր, իհարկե, ոգտվել և հորիզոնալից)։ Ֆրոնտալի համատեղած դիրքը ( $2_0 B_0$ ) տանում ենք զուգահեռ  $P$ ։ Հետո գտնում ենք  $2$  և  $2'$  կետերը, վորոնցով անում ենք մեր ֆրոնտալի հորիզոնական և վերտիկալ պրոյեկցիաները։

Կառուցելով ֆրոնտալի պրոյեկցիաները, գտնում ենք ( $b'$  և  $b$ ) ախպես, ինչպես ցույց է տված դժգոհի վրա սլաքներով, Գծ. 277<sub>6</sub>, 277<sub>7</sub> և 277<sub>1</sub> վրա ունենք ընդհանուր դիրքով հարթությունների համատեղումը  $V$  հարթության հետ։ Բոլոր յերեք դեպքերում էլ կառուցում ենք  $P_1 P_2 P_3$  յեռանկյունին, գտնելով նախապես  $P_1 P_2$  և  $P_2 P_3$  յերկարությունները։  $P_1 P_2$  և  $P_2 P_3$  մեծությունների գտնելը հասկանալի չէ ներկա պարագրաֆի դատողություններից։ Բոլոր յերեք դեպքում  $P_1 P_3$  գծի երկարացում է դարձման լար։

277<sub>6</sub> գծ. վրա  $A$  կետը համատեղված է ֆրոնտալի ոգնությամբ։ 277<sub>7</sub> գծ. վրա  $A$  կետը համատեղված է հորիզոնալի ոգնությամբ, իսկ 277<sub>1</sub> վրա՝ կամավոր 1—2 ուղիղի ոգնությամբ։ Փոխելով սլաքները հակառակ ուղղության, մենք կարող ենք լուծել հակադարձ խնդիրը, այսինքն՝ ըստ կետի համատեղած դիրքի գտնել նրա շեղանկյուն պրոյեկցիան։

## § 79. Պայեկցիաների հարթությունների փոխախմամբ մեթոդը

Պրոյեկցիաների հարթությունների փոփոխման մեթոդը շատ պարզ է դարձնում մի շարք խնդիրների լուծումը և այդ մեթոդի հիմնական ուսումնասիրումը չափազանց ոգտակար է։ Այդ մեթոդը մենք ոգտագործում ենք մի ամբողջ շարք խնդիրներ ու հարցեր լուծելիս, վորոնց լուծումը սովորական յեղանակով շատ բարդ է։

Այս բաժնի սկզբում մենք կուսումնասիրենք պրոյեկցիաների մեկ հարթության փոփոխումը, իսկ հետո՝ պրոյեկցիաների յերկու հարթության փոփոխումը։

Պրոյեկցիաների հարթությունների փոփոխման մեթոդի առավելությունն և արժեքի մեջ համոզվելու համար պետք էր մի ամբողջ շարք խնդիրներ լուծել նախ առանց այդ մեթոդի կիրառման և ապա նրա կիրառումով։ Այդ ժամանակ հնչող կարելի կլիներ համոզվել պրոյեկցիաների հարթությունների փոփոխման մեթոդի կիրառման առավելությունն, բայց այդ մենք չենք անում նրա համար, վոր առաջին՝ կուրսը չժանրաբանենք դժգոհների ավելորդ քանակով, յերկրորդ՝ վոր ուսանողից ժամանակ չխլենք այդ լրացուցիչ դժգոհները վերլուծելու համար։ Մեր կարծիքով ուսանողն ասանից առաջ պիտի ուսում-

նախորդ խնդրի լուծման մեկ մեթոդը էինքնավերապես և հարկավոր զեպքում նրան հեշտությամբ կիրառել:

Հետաքրքրվողները կարող են մի շարք հարցերի՝ ներքևում բերած լուծումները համեմատել զծաղրական յերկրաչափության ուրիշ գրքերու: Ուրիշ մեթոդով կատարված լուծումները հետ:

### § 50. Պոլյեկցիաների վերաբերյալ հարթության փոփոխումը

Դիցուք Փանենք յերկու փոխադարձ ուղղահայաց հարթություններ  $H$  և  $V$ , վորոնց հատման ուղիղը մեզ ծանոթ պոլյեկցիաների  $OX$  առանցքն է, իսկ  $H$  և  $V$  հարթությունները պոլյեկցիաների հարթություններն են:

Անվանենք այդ յերկու  $H$  և  $V$  հարթությունները պոլյեկցիաների հարթության հին համակարգություն, վորովհետև այդպիսի համակարգությունը մեզ արդեն ծանոթ է:

$OX$  առանցքը կանվանենք պոլյեկցիաների հին առանցք: Ի տարբերություն սրան, յուրաքանչյուր ուրիշ զույգ փոխադարձ ուղղահայաց հարթություններ, վորոնց մեկը կընտրենք իբրև պոլյեկցիաների հարթություն, կանվանենք պոլյեկցիաների հարթությունների նոր համակարգություն, իսկ նրանց հատման գիծը կանվանենք պոլյեկցիաների նոր առանցք:

Այս բաժնի խնդիրն է ցւայց տալ պոլյեկցիաների հարթությունների հին համակարգությունից պոլյեկցիաների հարթությունների նոր համակարգության անցնելու յեղանակը և, ընդհակառակը:

Մենք այստեղ կուսումնասիրենք պոլյեկցիաների հարթությունների փոփոխման միայն ամենապարզ զեպքերը: Դա կլինի այն զեպքը, յերբ փոխվում է պոլյեկցիաների հարթություններից մեկը, իսկ մյուս հարթությունը մնում է հինը:

Որինակ, լեթև մենք  $V$  վերափելալ հարթության փոխարեն վերցնենք մի ուրիշ  $V_1$  հարթություն, վորն ուղղահայաց լինի  $H$  ին, ապա կունենանք հարթությունների հին համակարգությունը  $HV$  և նորը— $HV_1$ :

Գծ. 278 վրա ունենք բացի  $H$  և  $V$  հարթություններից ելի  $V_1$  հարթությունն ուղղահայաց  $H$ -ին: Հետևապես գծ. 278 վրա ունենք յերկու համակարգություններ՝ հինը  $HV$  և նորը  $HV_1$ :

$A$  կետի պոլյեկցիաները  $H$  և  $V$  վրա մեզ ծանոթ են և նշանակվում են, ինչպես մենք գիտենք,  $a$  և  $a'$ : Իսկ պոլյեկցիան  $V_1$  հարթության վրա կոչվում է  $A$  կետի նոր վերափելալ պոլյեկցիան և

նշանակվում է  $a'_1$ ։ Պրոյեկցիաների նոր առանցքը տարբերելու համար  
չնից նշանակում ենք  $O_1X_1$ ։

Գծ. 278 վրա ունենք.

$$Aa = a'a_x \text{ և } Aa = a'_1a_{x1},$$

ուրեմի

$$a'a_x = a'_1a_{x1}.$$

Հետևապես կեթի մօր վերջիկալ պրոյեկցիայի հետավարձությունը մօր  
առանցքից հավասար է կեթի հիմ վերջիկալ պրոյեկցիայի հետավարձու-  
թյունը հիմ առանցքից։

Համասեղելով  $V$  և  $V_1$  հարթությունները  $H$  հարթության հետ  
և վերացնելով հարթության յեզրափակող կոնտուրները, մենք 279  
գծ. վրա կունենանք  $A$  կետի պրոյեկցիաները հին  $HV$  և նոր  $HV_1$   
համակարգություններում,

Այսպես, գծ. 279 վրա մենք կետի նոր վերափակալ պրոյեկցիան  
ստանալու համար, այսինքն  $a'_1$  ստանալու համար թողնում ենք կետի  
ընդհանուր հորիզոնական պրոյեկցիայից  $a a_x$  ուղղահայացն  $O_1X_1$   
առանցքի վրա և այդ ուղղահայացի շարունակությունը վրա՝ հաշված  
նոր առանցքից՝ տեղադրում ենք հատվածն  $a'_1a'_1$ , հավասար  $a_xa'$ , և  
հատվածի ծայրում ստանում ենք  $a'_1$  կետը։

Գծ. 280 վրա ցույց է տված  $AB$  ուղիղի նոր վերափակալ պրոյեկ-  
ցիայի կառուցումը։ Գծադրի վրա հավասար հատվածները նշված են  
գծիկներով։

Այս և մի շարք այլ խնդիրներ լուծելիս կարող և հարց ծագել,  
թե ինչ կարգով և հարկավոր դնել նոր առանցքի վրա նշանակումներն  
 $O_1$  և  $X_1$ , վարպետի նոր համակարգությունում ևս զործ ունենանք  
առաջին անկյան հետ։

Յեթն մեր հիմնական  $OX$  առանցքի վրա դնենք ձախ ձևքի ափը  
խոտորնակի (լայնություն) այնպես, զոր մասները լինեն  $V$  կողմից,  
ապա դեպի  $O$  առան ուղղված կլինի ձախ ձևքի բութ մասը։

Այս կանոնը կիրառելի չե նաև յուրաքանչյուր նոր առանցքի  
համար՝  $O_1X_1$ ,  $O_2X_2$ ,  $O_3X_3$  և այլն։ Այս դեպքում ձախ ձևքի ափը  
դնում ենք առանցքին խոտորնակի ( $O_1X_1$ ,  $O_2X_2$ ,  $O_3X_3$  և այլն) այնպես,  
զոր մասները դառնվեն  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$  կողմը։ Ձախ ձևքի այս կանոնով  
մենք սզտվում ենք նույնպես և այն դեպքում, յերբ նոր սխառնում  
կետը և գիծը դառնվում են վոչ միայն առաջին անկյան մեջ, այլև  
մյուս անկյուններում։

Խնդիր 29։ Տված է յեռանկյան յերկու պրոյեկցիաները  $HV$  համա-  
կարգությունում, կառուցել այս յեռանկյան պրոյեկցիաները  $HV_1$  հա-  
մակարգությունում։

Պերցնում ենք մի կամավոր նոր առանցք  $O_1X_1$  (գծ. 281) և նրա վրա թողնում ենք յեռանկյան զազաթների հորիզոնական պրոյեկցիաներից ուղղահայացները: Այդ ուղղահայացները վրա աեղադրում ենք համապատասխան զազաթների վերաիկալ պրոյեկցիաների հեռավորությունները մինչև հին առանցքը: Հավասար յերկարությունները դնողի վրա նշված են սովորական յեղանակով:

Ենթիւ 20. Կառուցել խորանարդի նոր վերաիկալ պրոյեկցիան: Խորանարդի զազաթները  $HV$  համակարգությունից  $HV_1$  համակարգության անցնելու հարմարության համար նշանակված ե 1, 2, 3, ..., 7, 8 թվանշաններով (գծ. 282): Նոր առանցքը 282 գծ. վրա տարված ե 1 կետով, վոր համապատասխանում ե այն դեպքին, յերբ նոր համակարգությունում մեր խորանարդն իր մի զազաթով կգտնվի  $V_1$  վրա:

## § 82. Պրոյեկցիաների հորիզոնական հաքրաքյում փոփոխումը

Գծ. 283 վրա ունենք սովորական համակարգությունը  $HV$  և բացի դրանից, մի հարթություն  $H_1$ , վորն ուղղահայաց ե  $V$ -ին: Ընդունում ենք  $H_1$  հարթությունն իր և պրոյեկցիաների զայմանական հորիզոնական հարթություն: Հարթությունը  $H_1$  մենք անվանում ենք զայմանական-հորիզոնական, վորովհետե փաստորեն նա հորիզոնական չի: Այժմ  $H_1$  հարթությունը և նրան ուղղահայաց  $V$  հարթությունը կկադմեն պրոյեկցիաների հարթությունների նոր համակարգություն՝  $H_1V$ :

Յույց տանք անցումը  $HV$  համակարգությունից  $H_1V$  համակարգությանը: զրա համար վերցնում ենք  $A$  կետը և նրան պրոյեկտում ենք յերկու համակարգություններում (գծ. 283):

Ունենք

$$Aa' = aa_x \text{ և } Aa' = a_1a_{x_1}$$

հետևապես

$$aa_x = a_1a_{x_1},$$

այսինքն՝ կետի նոր հորիզոնական պրոյեկցիայի հեռավորությունը նոր առանցքից հավասար ե կետի հին հորիզոնական պրոյեկցիայի հեռավորությունը հին առանցքից, վորը մեզ հիմք ե տալիս անցնելու  $HV$  համակարգությունից  $H_1V$  համակարգության, յերբ  $H$  և  $H_1$  հարթությունները համատեղված են  $V$  հարթության հետ, վոր և ցույց ե տված 284 գծ. վրա: Հարթության յեղրափակող կոնտուրները վերացված են:  $A$  կետը, վորը տված ե  $HV$  համակարգությունում, փոխադրված ե  $H_1V$  համակարգությունը: Գծադրի վրա հավասար մեծու-

թյունները նշված են գծիկներով:  $O_1X_1$  նոր առանցքը նշանակելիս ոգտվում ենք մեզ ծանոթ ձախ մեռքի կանոնից:

Ենթիւ 31: Կառուցել ( $abcd, a'b'c'd'$ ) ուղղանկյան նոր հորիզոնական պրոյեկցիան (գծ. 285):

Նոր  $O_1X_1$  առանցքը վերցնում ենք կամավոր և  $HV$  սիստեմից անցնում ենք  $H_1V$  սիստեմին: Ուղղանկյան վերադրվալ պրոյեկցիան վորպես յերկու համակարգություններին ընդհանուր, մնում և անփոփոխ: Ուղղանկյան նոր հորիզոնական պրոյեկցիան ստանալու համար մենք թողնում ենք  $a', b', c'$  և  $d'$  կետերից ուղղահայացներ նոր առանցքի վրա և նոր առանցքից տեղադրում ենք զազաթների հորիզոնական պրոյեկցիաների հեռավորությունները մինչև հին առանցքը: Ստացած  $a_1, b_1, c_1$  և  $d_1$  կետերը միացնում ենք և կազմում զուգահեռագիր:

### § 89. Իւ յերկու պրոյեկցիաներով տված ուղիղի հաշվածի իսկական մեծության վառուսւմը

Ուղիղի հատվածի իսկական մեծութ. ունը վորոշելու համար պիտի պրոյեկցիաների նոր հարթությունը վեացնել ախպետ, վոր ուղիղ գիծը լինի զուգահեռ պրոյեկցիաների նոր հարթությանը, հետևապես նոր պրոյեկցիաների հարթության վրա կպրոյեկտվի իսկական մեծությամբ:

Նոր  $O_1X_1$  առանցքը վերցնում ենք զուգահեռ ուղիղի պրոյեկցիաներից մեկին: Գծ. 286 վրա նոր վերադրվալ պրոյեկցիան հավասար և ուղիղի իսկական մեծությանը, այսինքն  $a_1b_1 = AB$ :

Գծ. 287 վրա փոխում ենք պրոյեկցիաների հորիզոնական հարթութլունը և ուղիղի նոր հորիզոնական պրոյեկցիան կլինի հավասար ուղիղի իսկական մեծությանը, այսինքն  $a_1b_1 = AB$ :

Յերկու պրոյեկցիաներով տված ուղիղի իսկական մեծության վորոշումը հանդիսանում և մի շատ կարևոր խ. դիր, այդ պատճառով մենք այստեղ կրերենք այդ խնդրի լուծման յերկու դեպքը:

### § 90. Հարթության հեռերի կառուցումը մեր համակարգությունում

$VH$  համակարգությունում տված և  $P$  հարթությունն իր հեռքերով, ներկայացնել այդ հարթության հեռքերը  $V_1H$  համակարգությունում: Այդ յերկու սիստեմներում  $H$  հարթությունն ընդհանուր և, ուրեմն հորիզոնական  $P$  հեռքը կմնա անփոփոխ: Այստեղ կարող և լինել յերկու վարթանս,  $P$  հատում և նոր  $O_1X_1$  առանցքը և  $P^h$  չի

հատում նոր առանցքը Այդ յերկու վարիանտները դիտենք 287<sub>1</sub>, 287<sub>2</sub> և 287<sub>3</sub> զծ. վրա:

Գծ. 287<sub>1</sub> վրա ունենք Փ հարթությունն ընդհանուր դիրքով և նոր  $V_1H$  համակարգության նոր  $O_1X_1$  առանցքը:

Նոր վերափակ  $P_{v1}$  հետքը կանցնի  $P_h$  և  $O_1X_1$  առանցքի համահաստի  $P_{v1}$  դժին պատկանող ելի մի կետ գտնելու համար վերցնում ենք Փ հարթության վրա հորիզոնալը ( $a'I$ ,  $aI$ ) և պատկերացնում ենք այդ հորիզոնալը նոր համակարգությունում: Նրա հորիզոնական պրոյեկցիան կլինի հինը, իսկ նոր վերափակ պրոյեկցիան կանցնի դուգանեռ  $O_1X_1$  առանցքին:

Նոր համակարգությունում գտնում ենք վերջրած հորիզոնալի վերափակ հետքը ( $Z'_{11}$ ,  $Z$ ) կտում: Այդ կետով և հետքերի համամիտման նոր կետով անցնում և հարթության վորոնվող նոր վերափակ հետքը:

Գծ. 287<sub>2</sub> վրա խնդիրը լուծված և նույնպես և նույն յեղանակով, բայց միայն միաձուլվող հետքերով հարթության համար:

Գծ. 287<sub>3</sub> վրա տված և նույն ընդհանուր դիրքով հարթությունը, ինչպես 287<sub>1</sub> զծ. վրա, նույնպես տրված և հարթության նոր վերափակ հետքի վորոնման խնդիրը, բայց միայն  $O_1X_1$  առանցքը վերցված և վոչ հատվող  $P_h$  հետքի հետ:

$P_{v1}$  կառուցման համար մենք վերցնում ենք յերկու հորիզոնալներ Փ հարթության վրա: Ներկայացնում ենք նրանց նոր  $V_1H$  սխառնում և գտնում ենք այդ հորիզոնալների վերափակ հետքերը ( $3'_{11}$ ,  $3$ ) և ( $4'_{11}$ ,  $4$ ) նոր սխառնում:  $3_1$  և  $4_1$  կետերով կանցնի վորոնվող  $P_{v1}$  հետքը:

§ 88. Յվյալ հարթությամբ ճեղկայացնել այնպիսի մաքրայնիչների հարթությունների համակարգությունում, վարակ մաքուր մաքրայնիչ

Այդ կարելի չե անել կամ վերափակ պրոյեկցիաների հարթության փոփոխման, կամ հորիզոնական պրոյեկցիաների հարթության փոփոխման միջոցով:

Գծ. 287<sub>1</sub>, 287<sub>2</sub> և 287<sub>3</sub> վրա խնդիրը լուծված և  $VH$  սխառնմից  $V_1H$  սխառնմին անցման միջոցով:

Առաջին դեպքում տված և յեղել ընդհանուր դիրքով հարթության, յերկրորդում՝ հարթության միաձուլվող հետքերով և յերրորդ դեպքում հարթությանը տված և իր հորիզոնական հետքով և ( $p'$ ,  $p$ ) կետով:

Վորովհետև այս բոլոր որինակներում հարթությունը պիտի լինի

նոր համակարգությունում վերախառնվող պրոյեկտոր, ապա նոր  $O_1X_1$  առանցքը պիտի տանել ուղղահայաց  $P_N$ -ին:

Բոլոր որինականերում հետևյալի համամիտման նոր կետն առաջում ենք  $P_N$  և  $O_1X_1$  համաման միջոցով:

Յեթև  $P_N$  վրա վերցնենք մի կետ և գտնենք նրա նոր վերախառնվող պրոյեկցիան, ապա  $P_{N1}$  կանցնի նրանով:

Գծ. 287<sub>1</sub> և 287<sub>2</sub> վրա իբրև ալգալիսի կետ վերցված ե ( $I'$ ,  $I$ ) կետը, վորը գտնվում և հարթության վերախառնվող հետքի վրա, իսկ 287<sub>3</sub> գծ. վրա մենք ոգտվեցինք ( $P'$ ,  $P$ ) կետից, վորը գտնվում և ավյալ հարթության վրա:

Առաջին յերկու դեպքում  $P_{N1}$  անցնում և  $I'$  կետով, իսկ յերրորդ դեպքում՝  $P'$ -ով, վորովհետև բոլոր այս դեպքերում  $P$  հարթությունը նոր համակարգությունում վերախառնվող պրոյեկտոր ե, ուստի և կետերի վերախառնվող պրոյեկցիաները գտնվում են հարթության վերախառնվող հետքի վրա:

Գծ. 287<sub>1</sub>, 287<sub>2</sub> և 287<sub>3</sub> վրա տված և մի հարթություն ընդհանուր գիրքով, մի հարթություն միաձուլվող հետքերով և մի հարթություն ել տված և վերախառնվող հետքով և մի կետով:

Բոլոր յերեք դեպքերում փոխում ենք պրոյեկցիաների հորիզոնական հարթությունը: Ընդգործում նոր առանցքը վերցնում ենք ուղղահայաց  $P_N$ -ին: Հետո գտնում ենք ավյալ հարթության կետի նոր հորիզոնական պրոյեկցիան:

Առաջին յերկու դեպքում մենք կետը վերցրել ենք հարթության հորիզոնական հետքի վրա, իսկ յերրորդ դեպքում մենք ոգտվել ենք տված ( $P'$ ,  $P$ ) կետից:

Հարթության հետքերի համամիտման նոր կետով և վերցրած կետի նոր հորիզոնական պրոյեկցիայով կանցնի նոր հորիզոնական հետքը  $P'_{N1}$ :

Նոր  $VH_1$  համակարգությունում հարթությունը կլինի հորիզոնական պրոյեկտոր, վորովհետև նրա վերախառնվող հետքն ուղղահայաց և  $O_1X_1$  առանցքին (գծ. 287<sub>1</sub>, 287<sub>2</sub>, 287<sub>3</sub>):

Տվյալ պարագրաֆին (§ 84) մենք առաջարկում ենք հատկապես ուղադրություն նվիրել և լավ ըմբռնել, վորովհետև նրա վրա յե հենվելու մի շարք հետաքրքիր խնդիրների լուծումը:

Բոլոր վեց որինականերում մենք ուսնայինք ավյալ հարթության հետքերի նոր համամիտման կետ, բայց յեթև ալգալիսի մենք պիտի հարթության վրա վերցնենք վա՛յ թե մի կետ, ալլ—յերկու:

Կառուցումները մնում են նախկինը, բայց միայն հարթության նոր հետքն անցնում և վերցրած յերկու կետերի նոր պրոյեկցիաներով:

§ 33. Չանկ  $P$  հատրությունն բեռնարյուն անկյունները  $H$  և  $V$   
 հատրությունների նկատմամբ

Յերբ պրոյեկտող հարթությունը տված և լինում, այդպիսի դեպ-  
 քում հարթության թեքման անկյունները պրոյեկցիաների հարթու-  
 թյունների նկատմամբ զանվում են առանց մի վորեն լրացուցիչ կա-  
 ուղյունների և նրանք տված են դժագրի վրա յուրաքանչյուր հետքի  
 և պրոյեկցիաների առանցքի միջև կազմած անկյան միջոցով (գծ. 314,  
 315, 316):

Գծ. 314, 315, 316 վրա  $\alpha$  և  $\beta$   $\gamma$  սուր անկյունները համապա-  
 տասխանորեն ներկայացնում են պրոյեկտող հարթությունների թեք-  
 ման անկյունները  $H$ ,  $V$  և  $W$  հարթությունների նկատմամբ:

Իսկ յեթե հարթությունը կամավոր թեք և պրոյեկցիաների հար-  
 թություններին, ապա նրա թեքման անկյունները դեպի պրոյեկցիա-  
 ների հարթություններն անմիջապես չեն կարող զանվել: Տվյալ հար-  
 թության թեքության անկյունը դեպի  $H$  հարթությունը նշանակենք  
 $\alpha$ , իսկ նրա թեքության անկյունը դեպի  $V$ -ն— $\beta$ : Այս անկյունները  
 287<sub>10</sub>, 287<sub>11</sub>, 287<sub>12</sub> գծ. վրա մենք կգտնենք պրոյեկցիաների հարթու-  
 թյունների փոփոխման մեթոդով:

Գծ. 287<sub>10</sub> և 287<sub>11</sub> վրա մենք մի անգամ  $P$  հարթությունը նոր  
 համակարգությանում դարձնում ենք վերահիշյալ պրոյեկտող, վերցնե-  
 լով նոր  $O_1X_1$  առանցքն ուղղահայաց  $P$ -ին և գտնում ենք  $\alpha$  ան-  
 կյունը:

Մյուս անգամ նույն դժագրի վրա  $P$  հարթությունը դարձնում  
 ենք հորիզոնական պրոյեկտող՝ տալելով նոր առանցքը  $O_2X_2$  ուղղա-  
 հայաց  $P$ -ին և գտնում ենք  $\beta$  անկյունը:

Իսկ ինքը փոխադրումը  $VH$  համակարգության  $V_1H$  և  $VH_2$   
 համակարգությաններին 84 պարագրաֆի հիման վրա մեզ հայանի և:

Գծ. 287<sub>10</sub> վրա  $\alpha$  և  $\beta$  անկյունները հավասար չեն, յեթե  $P$  և  $P_{12}$   
 թեքված են դեպի  $O_1X_1$  և  $O_2X_2$  առանցքները տարբեր անկյունների  
 տակ:

Գծ. 287<sub>11</sub> վրա  $\alpha$  և  $\beta$  անկյունները հավասար են իրար վորը  
 զժվար չե տպացուցիլ: Ապացուցելու համար մեր կառուցման սկզբում  
 պիտի վերցնել 1 և 2 կետերը հավասար հեռավորության վրա հեռ-  
 քերի համաժխտման կետից: Այն ժամանակ յետանկյունները, վորտեղ  
 մտնում են  $\alpha$  և  $\beta$  անկյունները, կլինեն իրար հավասար ըստ յերկու  
 եջերի:

Գծ. 287<sub>12</sub> վրա տված և հարթությունն իր հորիզոնական հեռ-  
 քով և մի կետով: Վերցնելով  $HV_1$  համակարգության նոր  $O_1X_1$   
 առանցքն ուղղահայաց  $P$ -ին և գտնելով  $P'$ , մենք կտեսնանք  $\alpha$  ան-  
 կյունը:

Անկյունը  $\beta$  գտնելու համար մենք տված հարթությունը պիտի պատկերացնենք այնպիսի նոր համակարգություներում  $VH_1$  վորի մեջ հարթությունը դառնա ուղղահայաց  $H_1$  Այն ժամանակ նոր համակարգության  $P^h$  և  $O_3X_3$  առանցքի միջև անկյունը կլինի հավասար  $\beta$  անկյան:

$O_3X_3$  առանցքը պիտի ուղղահայաց լինի  $P^r$ -ին, բայց գծադրել վրա  $P^r$  բացակայում է:

Մենք գիտենք, վոր Ֆրոնտալի վերաիկալ պրոյեկցիան դուգահեռ է հարթության վերաիկալ հետքին, այդ պատճառով էլ մենք ( $p^r p$ ) կետով տանում ենք նախապես տվյալ հարթության Ֆրոնտալը և Ֆրոնտալի  $p^r k^r$  վերաիկալ պրոյեկցիային ուղղահայաց տանում ենք նոր  $O_3X_3$  առանցքը: Վորտշիով նոր պրոյեկցիաների առանցքը, մենք  $P$  և  $L$  կետերը փոխադրում ենք նոր համակարգություները: Վորտշիով հարթության նոր հորիզոնական հետքը կանցնի  $p_2 l_2$  կետերով: Հետո դառնում ենք  $\beta$  անկյունը վորպես թեքման անկյունը  $P_2$  և  $O_3X_3$  միջև:

§ 86. Յերկու պրոյեկցիաների միջոցով աված ինտանկյունիմ պատկերացնել պրոյեկցիաների հարթությունների այնպիսի մեզ սխառմամ, վորակ 6ա լինի պրոյեկտոր հարթությամ մեջ

Յեթի յեռանկյունին գտնվում է պրոյեկտոր հարթության մեջ, ապա նրա մեկ պրոյեկցիան պատկերանում է ուղիղ գծի ձևով:

287<sup>13</sup> գծադրել վրա ունենք կամավոր յեռանկյան յերկու պրոյեկցիաները: Տանում ենք այդ յեռանկյան հարթության հորիզոնալը ( $c^r k^r, ck$ ).

Տանելով  $HV_1$  համակարգության  $O_1X_1$  նոր առանցքն ուղղահայաց հորիզոնալի հորիզոնական պրոյեկցիային, մենք, 84 պարագրաֆի հիման վրա, դարձնում ենք յեռանկյան հարթությունն ուղղահայաց  $V_1$  ին, դրա համար  $V_1$  վրա այդ յեռանկյունին կպրոյեկտվի վորպես ուղիղ գիծ: Մնում է գտնել սովորական յեղանակով յեռանկյան գագաթների նոր վերաիկալ պրոյեկցիաները:

Դե. 287<sup>11</sup> վրա լուծած է նույնպիսի խնդիր, միայն փոխված է պրոյեկցիաների հորիզոնական հարթությունը:  $VH_1$  համակարգության նոր  $O_1X_1$  առանցքը վերցրած է ուղղահայաց Ֆրոնտալի վերաիկալ պրոյեկցիային:

Յեռանկյան նոր հորիզոնական պրոյեկցիան կլինի ուղիղ գիծ, վորովհետև յեռանկյունին գտնվում է  $H_1$  հարթությանն ուղղահայաց հարթության վրա:

§ 87. Ընդհանուր դիրքով հաբթուրյան համաանդումը  
պրոյեկցիաների հաբթուրյունների հետ

72—77 պարագրաֆներում մենք դիտել ենք միայն պրոյեկտող հաբթությունների համատեղումը, իսկ ընդհանուր դեպքը մենք թողել ենք մինչև ներկա պարագրաֆը, վորպեսզի այս հարցում ուղղվենք պրոյեկցիաների հաբթությունների փոփոխման մեթոդից, հասկնալով  
§ 84 հազարգլմած գիտելիքներից, Այստեղ բերած յեղանակն ունի այն առաջնությունը սովորականի հանդեպ (տես ուրիշ ձեռնարկներ և 277, դժ.), վոր նա շատ պարզ և և հասկանալի:

Ինչպես մենք տեսել ենք. պրոյեկտող հաբթությունների համատեղումը վերածվում և պարզ պոտման՝ մի առանցքի շուրջը, վորն ուղղահայաց և պրոյեկցիաների հաբթությանը Ողղվելով § 84 գիտելիքներից, ընդհանուր դիրքով հաբթությունը մենք դարձնում ենք նոր համակարգությունում պրոյեկտող հաբթություն և արդեն զրանից հետո ավյալ հաբթությունը համատեղում ենք:

Այդ բոլորը ցույց տանք որինակներով (գծ. 287<sub>12</sub>, 287<sub>15</sub>, 287<sub>17</sub>):  
Գծ. 287<sub>15</sub> վրա ընդհանուր դիրքով P հաբթության վրա հորիզոնալի միջոցով կառուցված են այդ հաբթության A կետի պրոյեկցիաները. Այդ կետը և հաբթությունը ներկայացնում ենք նոր HV<sub>1</sub> համակարգության մեջ, վերցնելով նոր առանցքն ուղղահայաց P<sub>1</sub> նոր համակարգության հաբթությունը կլինի վերափակ պրոյեկտող նրան A կետի հետ միասին համատեղում ենք H հաբթության հետ մեղ ծանոթ յեղանակով:

Գծ. 287<sub>16</sub> վրա ունենք նույնը, ինչ վոր 287<sub>15</sub> գծ. վրա, բայց միայն ընդհանուր դիրքով P հաբթությունն ուղղված և դեպի մյուս կողմը:

Գծ. 287<sub>17</sub> վրա ցույց և աված ընդհանուր դիրքով հաբթության համատեղումը V հաբթության հետ. Այստեղ մենք վերցնում ենք պրոյեկցիաների նոր առանցքն ուղղահայաց ավյալ հաբթության վերափակ P<sub>1</sub> կետից. Նոր VH<sub>1</sub> համակարգությունում մեր հաբթությունը կլինի հորիզոնական պրոյեկտող և նրա համատեղումը V հաբթության հետ չի ներկայացնի զժվարություններ: P հաբթության հետ միասին համատեղված և V հաբթության հետ նաև A կետը:

§ 88. Միաձուլվալ հեռերով հաբթուրյան համաանդումը  
պրոյեկցիաների հաբթուրյունների հետ

Գծ. 287<sub>18</sub> և 287<sub>19</sub> վրա աված են միաձուլվող հետքերով հաբթություններ և մեկական A կետ նրանց վրա:

Պատկերացնենք այդ հաբթություններից յուրաքանչյուրը նոր

$HV_2$  համակարգությունում, ընդլորում նոր առանցքը վերցնենք ուղղահայաց  $P_{\lambda}$ -ին (տես § 84)։ Այն ժամանակ  $P$  հարթությունը նոր համակարգությունում կլինի վերտիկալ պրոյեկտող և հասարակ պատումով հարթության հորիզոնական հետքի շուրջը համատեղում ենք նրան  $H$  հարթության հետ  $P$  հարթության հետ միասին և հարթության հետ համատեղված  $h$  և  $A$  կետը։

Աշխատանքի ընթացքը ցույց է տված սլաքներով։

Դձ. 287<sub>20</sub> վրա ցույց է տված միաձուլվող հետքերով հարթության համատեղումը  $V$  հարթության հետ Այստեղ հարթությունը նախապես պատկերացնում ենք նոր  $VH_1$  համակարգությունում, վերցնելով նոր  $O_1X_1$  առանցքն ուղղահայաց  $P_{\lambda}$ -ին։

Նոր համակարգությունում  $P$  հարթությունը կլինի հորիզոնական պրոյեկտող, վորի համատեղելու յիղանալը  $V$  հարթության հետ մեղ ծանոթ է  $P$  հարթության վրա  $A$  կետը վերցված  $h$  ֆրոնտալի միջոցով և հարթության հետ միասին համատեղված  $h$   $V$ -ի հետ։

§ 89. Մի կետով յեղ մի կետով օված հարթությամբ համատեղումը

Դձ. 287<sub>11</sub> և 287<sub>12</sub> վրա ունենք հարթության առաջադրությունը մի հետքով և ( $pp'$ ) կետով։

Առաջին դեպքում տված  $h$  հորիզոնական հետքը, իսկ յերկրորդում—վերտիկալը։

Այդ հարթություններում վերցված  $h$  մեկական  $A$  կետ—առաջին որինսկում ոժանդակ ուղիղի միջոցով, իսկ յերկրորդում—հորիզոնական միջոցով։

Առաջին դեպքում  $P$  հարթությունը  $A$  կետի հետ միասին համատեղում ենք  $H$  հարթության հետ, իսկ յերկրորդ դեպքում— $V$  հարթության հետ, նախապես դարձնելով այդ հարթությունները պրոյեկտող (տես § 84)։

Դձ. 287<sub>13</sub> վրա մենք ունենք հակադարձ խնդրի լուծումը։

$P$  հարթության վրա կառուցված  $h$  մի քառակուսի, հարթությունը տված  $h$  հորիզոնական  $P_{\lambda}$  հետքով և ( $p, p'$ ) կետով։ Տված հարթությունը պատկերացնում ենք նոր  $V_1H$  համակարգությունում, վերցնելով նոր առանցքն ուղղահայաց  $P_{\lambda}$  ին։ Նոր համակարգությունում մեր հարթությունը կլինի վերտիկալ պրոյեկտող, վորի վրա մենք հեշտությամբ կառուցում ենք վորոնվող քառակուսին համատեղման միջոցով  $V_1H$  համակարգության մեջ  $P$  հարթությունը համատեղում ենք  $H$  հարթության հետ, այստեղ կառուցում ենք վորոնվող քառակուսին համատեղած զիրքում և հետո համատեղած զիրքից

նրան պատկերացնում ենք պլոյեկցիաներով  $V_1$  և  $H$  վրա: Այժմ բա-  
վական  $V_1H$  համակարգութունից վերադառնալ  $VH$  համակարգու-  
թյանը, վերականգնել ունենանք վերոնշյալ քառակուսու պրոյեկցիաները:

### § 90. Իսկական մեծաւրյամ վառաւումը համաեղմամ մերոգով

Դժ. 287<sub>2</sub>, վրա ցույց ե տված ընդհանուր դիրքով մի հարթու-  
թյան վրա գտնվող  $AB$  ուղիղի համատեղումը  $H$  հարթության հետ:  
Ուղիղը հարթության հետ միասին համատեղում ենք  $H$  հարթության  
հետ 287<sub>1</sub>: գծադրում ցույց տված ձևով:

Դժ. 287<sub>3</sub> և 287<sub>3</sub> վրա  $P$  հարթությունը յուր վրայի յեռանկյան  
հետ միասին մի անգամ համատեղված ե  $H$  հարթության հետ, մյուս  
անգամ— $V$  հարթության հետ: Աշխատանքը կատարվում ե 287<sub>1</sub> և 287<sub>1</sub>:  
գծադրերի բացատրությունների հիման վրա:

Այս պարագր-ֆի բոլոր յերեք որինակներում մենք համատե-  
ղած դիրքում ունենք ուղիղ գծի հատվածի իսկական մեծությունը  
և յեռանկյունների իսկական մեծությունը:

Դժ. 287<sub>3</sub>, 287<sub>3</sub> և 287<sub>3</sub> վրա ունենք միաձուլող հեռքերով  
հարթության և նրա վրա գտնվող ուղիղ գծի և յեռանկյան համատե-  
ղումը պրոյեկցիաների հարթությունների հետ: Համատեղման աշխա-  
տանքը կատարվում ե 287<sub>1</sub>, 287<sub>1</sub> և 287<sub>3</sub> գծ. հիման վրա:

### § 91. Պատկերների կառուցումը համաեղմամ մերոգով

Դժ. 287<sub>2</sub>, 287<sub>3</sub> և 287<sub>3</sub> վրա կառուցված են ընդհանուր դիրքով  
և միաձուլող հեռքերով հարթություններում կանոնավոր պատկեր-  
ներ:

Այդ հարթությունների համատեղման յեղանակը պրոյեկցիաների  
հարթությունների հետ նախորդ հատվածների հիման վրա մեզ հայտ-  
նի յի:

Համատեղած վիճակում կառուցում ենք սվյալ պատկերը և ներ-  
կայացնում ենք պրոյեկցիաներն այսպես, ինչպես այդ տված ե վերե-  
վում:

Դժ. 287<sub>3</sub> վրա տված ե ընդհանուր դիրքով մի հարթություն և  
նրա վրա պիտի կառուցել կամավոր մի կոր: Հարթությունը համա-  
տեղում ենք  $H$  հետ: Կառուցում ենք իսկական մեծությամբ տվյալ  
կոր գիծը և կետ առ կետ կառուցում ենք նրա պրոյեկցիաներն այն-  
պես, ինչպես այդ ցույց ե տված գծադրի վրա սլաքներով, վորը մեզ  
արդեն ծանոթ ե:

Մեծ հեռաքրքրություն ե ներկայացնում գծ. 287<sub>3</sub>, վորտեղ

ընդհանուր դիրքով հարթության վրա պիտի գտնուի։ շրջանագիծ։ Այդ շրջանագծի վերափակ և հորիզոնական պլոյնկցիաները կլինեն ելլիպսեր։

Չորսդվեց հորիզոնական պլոյնկցիայով։  $P$  հարթությունը թեքված և դեպի  $H$  հարթությունը, ուրեմն վորոնվող շրջանագծի բոլոր արամագծերը կպրոյեկտվեն  $H$  վրա ազազադումով, բացառությամբ այն արամագծի, վորը զուգահեռ և  $H$  հարթությանը, հետևապես և  $P$  հետքին։ Այդ արամագծի հորիզոնական պլոյնկցիան կլինի վորոնվող ելլիպսի մեծ առանցքը (շրջանագծի պրոյեկցիայի, հորիզոնական)։ Իսկ ելլիպսի փոքր առանցքը կլինի այն արամագծի հորիզոնական պլոյնկցիան, վորն ուղղահայաց և արդեն մեր դատած արամագծին, վորը զուգահեռ և  $P$  հարթության հորիզոնական հետքին։ Այդ յերկրորդ արամագծի շուրջանակա կլինի ուղղահայաց  $P$  հետքին։ Նրա հորիզոնական պրոյեկցիան շուրջանակա ուղղահայաց կլինի  $P$ -ին։ Այդ արամագծի պլոյնկցիաները գտնելու համար մենք նրան և  $P$  հարթությունը պրոյեկտում ենք  $V_1$  հարթության վրա, վորն ուղղահայաց և  $P$ -ին, այսինքն՝ անցնում ենք  $VH$  համակարգությունից  $V_1H$  համակարգությունը, վորը մեզ արդեն ծանոթ և  $V_1H$  համակարգությունի մեջ մեր ուսումնասիրած շրջանագծի արամագծի լինելով ուղղահայաց  $P$ -ին՝ կպրոյեկտվի  $V_1$  վրա իսկական մեծությամբ և կգտնվի  $P_{V_1}$  դի վրա։ Հետևապես,  $C'$ -ից դեպի յերկու կողմը տեղադրում ենք տված շրջանագծի շառավիղը և ծայրերը պրոյեկտում ենք  $P$ -ին ուղղահայաց դի վրա, վորն անցնում և  $C$  կետով։

Այսպես ստանում ենք ելլիպսի փոքր արամագծի, վորը ներկայացնում և շրջանագծի հորիզոնական պլոյնկցիան։

Բոլորովին նման գաղափարությամբ մենք կգտնենք մեծ և փոքր առանցքները ելլիպսի, վորը ներկայացնում և մեր դիտած շրջանագծի վերափակ պլոյնկցիան։

### § 98. Մրցող կետերի մեքոդը

Մրցող կետեր պայմանավորվել են անվանել կետերի այնպիսի մի զույգ, վորն ունի մի ընդհանուր պրոյեկցիա։

Վորովհետև յերկու կետերի ընդհանուր պրոյեկցիան կարող և լինել  $H_0$   $V$  կամ  $W$  հարթությունների վրա, ապա և մրցող կետերը բաժանվում են յերեք խմբի, այն է՝ մրցող կետեր, վորոնք ստացվում են  $H$ ,  $V$  և  $W$  վրա պրոյեկտելիս։

Մրցող կետերի յուրաքանչյուր զույգ ունի այն հատկությունը, վոր պրոյեկտվելիս այն հարթության վրա, վորի գիծով կետերն ու-

նեն ընդհանուր պրոյեկցիա, նշանցից մեկը տեսանելի չե, իսկ մյուսը՝ անտեսանելի:

Գծ. 301 վրա պրոյեկտելիս  $H$  վրա ունենք մի զույգ մրցող կետեր (1'1) և (2'2) կետերն ունեն ընդհանուր հորիզոնական պրոյեկցիա: Նայելով վերաիկալ պրոյեկցիաների դասավորությանը, տեսնում ենք, վոր  $H$  վրա պրոյեկտելիս՝ կետը 2 կլինի տեսանելի, իսկ 1 կետը՝ անտեսանելի:

Գծ. 302 վրա պրոյեկտելով  $V$  վրա՝ ստանում ենք մի զույգ մրցող կետեր, վորտեղ 3 կետը  $V$  վրա պրոյեկտվելու ժամանակ տեսանելի չե, իսկ 4 կետը՝ անտեսանելի:

Գծ. 303 վրա պրոյեկտելով  $W$  վրա՝ ստանում ենք մի զույգ մրցող կետեր: Այստեղ 6 կետը  $W$  վրա պրոյեկտվելիս տեսանելի չե, իսկ 5 կետը՝ անտեսանելի:

Մրցող կետերից մենք ոգտվում ենք, յերբ լուծելու չենք լինում կետերի և գծերի տեսանելիության հարցը բազմանիստների պրոյեկտելու ժամանակ, պատկերների իրար հետ հատվելու դեպքում և մի շարք ուրիշ խնդիրներում, վորոնք մենք կքննենք հետագայում:

#### Գ Լ ՈՒ Ն Ց

### ՎԵՐՈՂԻՇՅՈՒ ՄԵԹՈԴՆԵՐԻ ԿԻՐԱՌՈՒՄԸ ԳԵՄԳՐԱԿԱՆ ՅՈՐԿՐԱԶԱՓՈՒԹՅԱՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ՅԵՎ ՀԱՐՑԵՐԻ ԼՈՒՄԵԼՈՒ ԺԱՄԱՆԱԿ

§ 33. Յոմեյ ուղիղ, վարձ ուղղահայաց լինի մի հարույրյամ, վորը սկսած և հեռւորի միջոցով

1. Քառեյ ուղղահայաց մի հարույրյամ, վարձ ինքն ուղղահայաց ե  $H$ -ին, Գծ. 288 վրա  $AB$  ուղիղն ուղղահայաց ե  $R$  հարթությանը, ուրեմն  $AB$  եւ քառանկյան հարթությունն ուղղահայաց ե  $R$  հարթությանը:

Բացի դրանից,  $AB$  եւ քառանկյան հարթությունն ուղղահայաց ե նաեւ  $H$  հարթությանը, վորովհետեւ իր մեջ պարունակում ե  $Aa$  և  $Bb$  ուղիղները, վորոնք ուղղահայաց են  $H$  հարթությանը:

Հետևապես  $ABba$  քառանկյունով յեղրափակված հարթությունն ուղղահայաց ե  $R$  և  $H$ -ին, ուրեմն նա ուղղահայաց ե և նրանց հատման գծին:

Յեթե  $ABba$  քառանկյան հարթությունն ուղղահայաց ե նրանց հատման գծին, այսինքն հորիզոնական  $R^h$  հատքին, ապա  $ab$  գիծը,

վորը գտնվում է ABba քառանկյան հարթության վրա, կլինի ուղղահայաց  $R_b$ -ին:

AB ուղիղը, լինելով ուղղահայաց R հարթությանը, կլինի զուգահեռ H հարթությանը, այսինքն կներկայացնի մի հորիզոնական, ուրեմն նրա վերտիկալ պրոյեկցիան պիտի լինի զուգահեռ OX առանցքին, հետևապես, կլինի ուղղահայաց R հարթության վերտիկալ հետքին:

Այսպիսով պարզվում է, վոր R հարթության ուղղահայաց պրոյեկցիաներն ուղղահայաց են հարթության համապատասխան հետքերին, ինչպես մենք ունենք 289 դժ. վրա:

2. Քանի ուղղանայացք մի նաբուրյամ, վաճ իմք ուղղանայաց է V-ին, Գժ. 290 վրա AB ուղիղն ուղղահայաց է R հարթությանը, ուրեմն ABB'a' քառանկյան հարթությունը նույնպես ուղղահայաց է R հարթությանը:

Միաժամանակ քառանկյան հարթությունն ուղղահայաց է V-ին վորովհետև պարունակում է իր մեջ V հարթության ուղղահայաց Bb':

ABB'a' քառանկյունով յեղրափակված հարթությունը լինելով ուղղահայաց R և V հարթություններին, ուղղահայաց է նաև նրանց հատման գծին, այսինքն  $P_v$ -ին Գժն a'b', վորպես ABB'a' քառանկյան հարթությունում գտնվող, նույնպես ուղղահայաց է  $P_v$ -ին:

Ուղիղն AB, լինելով ուղղահայաց R հարթությանը, զուգահեռ է V հարթությանը, ուրեմն նրա հորիզոնական ab պրոյեկցիան զուգահեռ է OX առանցքին, հետևապես ուղղահայաց է  $R_b$ -ին:

Այսպիսով նորից, ինչպես առաջին դեպքում, ստանում ենք այն, վոր R հարթության ուղղահայացի պրոյեկցիաներն ուղղահայաց են հարթության համապատասխան հետքերին: Գժ, 291 վրա պատկերացված է R հարթությանն ուղղահայաց AB ուղիղի պրոյեկցիաները:

3. Քանի ուղղանայացք դեպի OX առանցքիմ զուգահեռ մի նաբուրյամ, Գժ. 292 վրա R հարթությունը զուգահեռ է OX առանցքին, հետևապես ուղղահայաց է W հարթությանը: AB ուղիղն ուղղահայաց է B-ին, ուրեմն ABB'a' քառանկյան հարթությունը նույնպես ուղղահայաց է R հարթությանը:

Միաժամանակ ABB'a' քառանկյան հարթությունն ուղղահայաց է W հարթությանը, վորովհետև իր մեջ պարունակում է Aa' և Bb', վորոնք ուղղահայաց են W-ին: Հետևապես ABB'a' քառանկյան հարթությունն ուղղահայաց է  $R_w$ -ին, ուրեմն b'a' ուղղահայաց է  $R_w$ -ին:

Վորովհետև AB գտնվում է պրոֆիլային հարթության վրա, ապա ab և a'b' պրոյեկցիաները յերկուսն էլ կլինեն ուղղահայաց OX առանցքին, հետևապես է  $R_b$  ու  $R_v$  հետքերին: Այսպիսով AB ուղիղի բո-

լոր յերեք պրոյեկցիաներն ուղղահայաց են հարթության համապատասխան հեռքերին, ինչպես մենք ունենք 293 գծ. վրա:

4. Ուղղանայացի սեմնը մի հարույթամ, վար զուգանեա և  $H$ -ին, Ուղղահայացը զեպի հարթությունը, վորը զուգանեա և  $H$ -ին, կլինի ուղղահայաց և  $H$ -ին, ուրեմն  $H$  վրա կպրոյեկտվի վորպես կետ: Իսկ այդ ուղղահայացի վերտիկալ պրոյեկցիան կլինի ուղղահայաց  $OX$  առանցքին, հետևապես և հարթության վերտիկալ հեռքին (գծ. 294):

5. Ուղղանայացի սեմնը մի հարույթամ, վորը զուգանեա և  $V$ -ին,  $V$  հարթությանը զուգանեա մի հարթության քաշած ուղղահայացը կլինի ուղղահայաց  $V$ -ին, ուրեմն  $V$  վրա կպրոյեկտվի վորպես կետ:

Իսկ այդ ուղղահայացի հորիզոնական պրոյեկցիան, լինելով ուղղահայաց  $OX$  առանցքին, կլինի ուղղահայաց հորիզոնական հեռքին, ինչպես ունենք 295 գծ. վրա:

6. Ուղղանայացի բաւելը զեպի պրոֆիլային հարույթումը, Պրոֆիլային հարթության ուղղահայացը կլինի ուղղահայաց  $W$  հարթությանը, ուրեմն կլինի զուգանեա  $OX$  առանցքին:

Այդպիսի ուղղահայացի պրոյեկցիաները կստացվեն  $W$  վրա իբրեւ կետ,  $H$  և  $V$  վրա՝ իբրեւ  $OX$  առանցքին զուգանեա ուղիղներ: Գծ. 296 վրա ունենք մի ուղղահայաց զեպի պրոֆիլային հարթությունը, ևնդիր 32: Կառուցել քառակուսի, վորի հարթությունը լինի ուղղահայաց  $R$  հարթությանը (հարթությունը  $R$  ուղղահայաց և  $H$ ,  $V$  կամ  $W$  ին):

Տված և քառակուսու կողմը (գծ. 297), վորը զանվում և այդ հարթությանում: Տված և վորոնվող քառակուսու կողմը՝ ( $ab$ ,  $a'b'$ )՝  $R$  հարթության վրա: Համառոտում ենք  $R$  հարթությունը ( $ab$ ,  $a'b'$ ) ուղիղի հետ միասին  $V$  հարթության հետ և ստանում ենք վորոնվող քառակուսու իսկական մեծությունը  $A_0B_0$ :

( $a'a$ ) և ( $b'b$ ) կետերից կանգնեցնում ենք ուղղահայացներ  $R$  հարթությանը և տեղադրում ենք նրանց վրա քառակուսու կողմերի յերկարությունը, վորովհետեւ ( $ad$ ,  $a'd'$ ) և ( $bc$ ,  $b'c'$ ) կողմերը զուգանեա են  $H$  հարթությանը, լինելով ուղղահայաց տվյալ վերտիկալ հարթությանը, ուստի քառակուսու այս կողմերի հորիզոնական պրոյեկցիաները կլինեն հավասար վորոնվող քառակուսու կողմի իսկական մեծությանը:

Գծ. 297 վրա յերկու հավասար մեծությունները նշված են գծիկներով: Ընդունելով քառակուսին առթափանցիկ, մենք վերտիկալ հեռքի մի մասը պիտի գծենք կետաշարով:

(298 և 299 գծ. վրա լուծված և նույն խնդիրը, բայց միայն այն զեպերի համար, յերբ քառակուսու կողմերը զանվում են  $R$  հարթությանում, վորն ուղղահայաց և  $V$ -ին (գծ. 298) և  $R$  հարթության

վրա, վորն ուղղահայաց է  $W$  հարթությանը (զծ. 299)։ Այդ որինակների յաճախ ընթացքը հասկանալի չէ առաջին որինակից։

Խնդիր 88։ Կառուցել խորանարդ, վորի մի նիստը գտնվի  $R$  հարթության վրա, վորն ուղղահայաց է  $W$ -ին։

Ամենից առաջ  $R$  հարթությունը համատեղում ենք  $V$  հարթության հետ, պատելով  $R$  հարթությունը  $R_1$  հետքի շուրջը։

Կառուցում ենք քառակուսու համատեղ ու զիրքը  $1_0 2_0 3_0 4_0$  և դեպի յետ պատելով՝ ստանում ենք այդ քառակուսու յերեք պրոյեկցիաները  $1 2 3 4$ ,  $1' 2' 3' 4'$ ,  $1'' 2'' 3'' 4''$  (զծ. 300)։

Քառակուսու գագաթներից քաջում ենք ուղղահայացներ դեպի  $R$  հարթությունը և նրանց վրա տեղադրում ենք քառակուսու կողմերին հաջադարձ մեծությունները։ Այսպես ստանում ենք վորոնվող խորանարդի յերեք պրոյեկցիաները։

Այս խորանարդի տարածական պատկերացման հիման վրա անտեսանելի կողերի պրոյեկցիաները գծում ենք կետաշարով։ Այդ կետաշարերի ճշտությունը մենք կարող ենք ստուգել մրցող կետերի մեթոդի միջոցով։

### § 98. Ընդհանուր դիրքով հարթությամբ կամգնեցնել ուղղահայաց

Գծ. 300, վրա տված է մի հարթություն վոր կամավոր կերպով թեքված է դեպի պրոյեկցիաների յերկու հարթությունները։

Վերցնել այդ հարթության վրա մի կետ և կանգնեցնել նրան ուղղահայաց։ Նման խնդիր մենք լուծել ենք նախորդ պարագրաֆում այնպիսի հարթությունների համար, վորոնք ուղղահայաց էյին պրոյեկցիաների հարթություններին, այսինքն՝ պրոյեկտող հարթությունների համար։

Գծ. 300, վրա մենք տվյալ հարթությունը դարձնում ենք պրոյեկտող մեկ անգամ  $V_1 H$  համակարգությունում, իսկ մյուս անգամ  $VH_2$  համակարգությունում։ Այդ նոր համակարգություններում մենք գիտենք, թե ինչպես են ուղղահայաց կանգնեցնում հարթությանը։

Դիտենք կառուցման ընթացքը դժգորի վրա։

Տարված է առանցքն  $O_1 X_1$  ուղղահայաց  $P_h$ -ին և գտնված է նոր վերտիկալ  $P_{v_1}$  հետքը։

$HV_1$  համակարգությունում  $P_h$  և  $P_{v_1}$  հետքերի միջոցով տված հարթության վրա վերցնում ենք ( $a_1$ ,  $a$ ) կետը և այդ կետում կանգնեցնում ենք հարթությանը մի ուղղահայաց։ Ինչպես մեզ հայտնի չէ նախորդ պարագրաֆից, մենք պիտի  $ab$  տանենք ուղղահայաց  $P_h$ -ին, իսկ  $a'_1 b'_1$ —ուղղահայաց  $P_{v_1}$ -ին։

Հետո 300, գծադրի վրա գտնվող  $a$  և  $a_1$ -ի միջևից  $a$  գտնում ենք  $a'$ :

Տանում ենք, ելի մի նոր առանցք՝  $O_2X_2$  ուղղահայաց  $P_1$ -ին և փոխադրում ենք ինչպես հարթությունը, նույնպես և  $A$  կետը նոր  $VH_2$  համակարգությունը: Այս համակարգությունում  $A$  կետից կանգնեցնում ենք մի ուղղահայաց  $P$  հարթությանը:  $a'b'$  կլինի ուղղահայաց  $P_1$ -ին, իսկ  $a_1b_1 - P_{12}$  ինչ:

Դիտելով 300, գծ. ամբողջությունը՝ նկատում ենք.

1.  $ab$  ուղղահայաց է  $P_1$  ինչ, իսկ  $a'b'$  ուղղահայաց է  $P_1$ -ին: Այժմ կունենանք ուղիղի և հարթության ուղղահայացության թեորեմը.— Յերե ուղիղ զինքն ուղղահայաց է հարթությանը, ավագ նրա պրոյեկցիաները համապատասխանեցնեն ուղղահայաց են հարթության հետքին:

2.  $P$  հարթության ուղղահայացը  $V_1$  և  $H_1$  հարթությունների վրա պրոյեկտվում են իսկական մեծությամբ: Այստեղ գծադրի վրա մենք ունենք պրոյեկցիաների հարթությունների յերկու փոփոխում, վոր պլանի ծառայի միայն բերան թեորեմն ապացուցելու համար: Իսկ հետագայում հարթությանը ուղղահայաց կանգնեցնելիս մենք կոպտվենք մեր արած յեզրակացություններից:

Գծ. 300, վրա կառուցված է յերկու պրոյեկցիաներով ուղղանկյուն, վորի մի կողմը գտնվում է միաձուլվող հետքերով հարթության վրա, իսկ մյուս կողմը, ունենալով վորոշ յերկարություն, ուղղահայաց է  $P$  հարթությանը:

$P$  հարթությանը պատկերացնում ենք  $V_1H$  համակարգությունում:  $OX$  առանցքը վերցնում ենք ուղղահայաց  $P_1$ -ին և լուծում ենք ինչպիսին այդ համակարգությունում: Հետո,  $V_1H$  համակարգությունից  $VH$  անցնելու միջոցով կառուցում ենք վորոշվող ուղղանկյան վերաիկալ պրոյեկցիան:

§ 35. Դառնյ ուղղահայացը մի հարթության, վորը աված է օնդամկյամ պրոյեկցիաներով

Գծ. 300, վրա աված է մի հարթություն, վորն ուղղահայաց է  $H$  հարթությանը:

Նախապես  $H$  հարթությունը  $R_1$  հետքի հետ միասին համատեղում ենք  $V$  հարթության հետ մեզ արդեն ծանոթ յեղանակով: Ստանում ենք  $R_{10}$  և այդ գծի վրա պրոյեկտում ենք  $a$  կետը մի գծի ուղղությամբ, վորը ղուգահեռ է դարձման լարին:  $R_1$  և  $R_{10}$  համապատասխանում են  $R$  հարթության հետքերին ուղղանկյուն պրոյեկցիաներում, զրո համար այդպիսի հարթությանը մենք հեղադրությամբ

կկանգնեցնենք ուղղահայաց, քաշելով  $50b_0 \perp R_{10}$  և  $a'b' \perp R_v$ -ին՝ Ունե-  
նալով  $b_0$  և  $b'$ , հեշտությամբ գտնում ենք  $b$  և  $B$  այնպես, ինչպես  
այդ գծագրի վրա ցույց է տված սլաքներով:

300<sub>21</sub> գծագրի վրա կանգնեցնում ենք մի ուղղահայաց ընդհանուր  
գիրքով հարթությանը:

$P$  հարթության վրա  $1A$  գծի միջոցով, վորը զուգահեռ է  $P\alpha$ -ին,  
վերցված է  $A$  կետը:

Գտնում ենք  $a_0$  և  $P_{10}$ , և տանում ենք  $a_0b_0$  ուղղահայաց  $P_{10}$   
 $a'$ -ից տանում ենք  $a'b'$  ուղղահայաց  $P_v$  ինչ:

Ունենալով  $b_0$  և  $b'$ , կառուցում ենք  $b$  և  $B$  այնպես, ինչպես գծա-  
գրի վրա ցույց է տված սլաքներով:  $B$  կետը միացնում ենք  $A$  հետ  
 $AB$  կլինի  $P$  հարթության ուղղահայացի շեղանկյուն պրոյեկցիան:

Գծ. 300<sub>22</sub> վրա նույնպես կանգնեցրած է մի ուղղահայաց  $P$   
հարթությանը: Աշխատանքը կատարված է նախորդ բրինակի ձևով,  
միայն այստեղ  $A$  կետը վերցված է հորիզոնալի միջոցով:

## § 96. Տվյալ ուղիղը ներկայացնել պրոյեկցիաների հաղորդումների այնպիսի նոր համակարգությունում, վերահղ ճա ուղղահայաց լինի նոր պրոյեկցիաների հաղորդումը

Այդ հարցի ուսումնասիրումը հնարավորություն է տալ հետազոտում  
ապելի հեշտ լուծել մի շարք խնդիրներ: Հաճախ միևնույն խնդիրը,  
նայած առաջադրության ընույթին, կարող է լուծվել արագ և հեշտ  
կամ ապելի բարդ կերպով: Այստեղ բերած նյութի հետ ծանոթանա-  
լով՝ մենք կկարողանանք պարզեցնել ապլանները մի շարք խնդի-  
րում, վորոնք վերաբերում են հեռավորության, անկյունների գը-  
նելուն և ապելի բարդ պատումներին և այլն:

Գծ. 300<sub>3</sub> վրա տված է հորիզոնալը ( $a'b'$ ,  $ab$ )  $HV$  համակար-  
գության մեջ:

Բաժական և  $HV_1$  համակարգության նոր  $O_1X_1$  առանցքը վերց-  
նել ուղղահայաց  $ab$ -ին, վոր խնդիրը լինի լուծված:

Նոր համակարգության մեջ ուղիղ գծի պրոյեկտում է կետի  
ձևով (գծագրի վրա համապատ հատվածները նշված են գծիկներով),  
ուրեմն նա ուղղահայաց է  $V_1$ -ին, ինչ վոր պահանջվում էր կ-առանցի:

Գծ. 300<sub>4</sub> վրա ունենք Փրոնտալը  $UV$  շարք խնդիրը լուծելու  
համար  $VH_1$  համակարգության նոր  $O_1X_1$  առանցքը վերցնում ենք  
ուղղահայաց  $a'b'$ :

Նոր  $VH_1$  համակարգությունում մեր Փրոնտալը կլինի ուղղա-  
հայաց  $H_1$  հարթութանը, վորովհետև այդ հարթության վրա ուղիղ

դիծը պրոյեկտովում ե  $a_1b_1$  կետի ձևով (գծագրի վրա հավասար հաս-  
վածները նշված են գծիկներով):

Ինչպես մենք տեսնում ենք, խնդիրը լուծվում ե պրոյեկցիանե-  
րի հարթությունների մի փոփոխումով, յեթե տված ե հորիզոնալը  
կամ ֆրոնտալը:

Գծ. 300<sub>2</sub> վրա տված ե մի ուղիղ, վորը կամավոր կերպով թեք  
ե պրոյեկցիաների հարթ-ւթյուններին:

Վերցնելով նոր  $O_1X_1$  առանցքն ուղիղի հորիզոնական պրոյեկ-  
ցիային զուգահեռ, մենք նրան դարձնում ենք ֆրոնտալ  $HV_1$  համա-  
կարգությունում: Հետո այդ ֆրոնտալը պրոյեկցիաների հարթություն-  
ների նոր փոփոխումով ( $HV_1$  համակարգությունից  $V_1H_2$  անցնելով)  
դարձնում ենք ուղղահայաց նոր հորիզոնական պրոյեկցիաների  $H_2$   
հարթությանը, վերցնելով յերկրորդ նոր  $O_2X_2$  առանցքն ուղղահայաց  
 $a_1'b_1'$  ին: Ինչպես մենք տեսնում ենք, վերջին  $V_1H_2$  համակարգութ-  
յունում մեր  $AB$  ուղիղը պրոյեկտվում ե  $a_2b_2$  կետի ձևով:

Գծագրի վրա հավասար հատվածները համապատասխանորեն  
նշված են գծիկներով:

Գծ. 300<sub>0</sub> վրա տված ե նույնպես մի ուղիղ գիծ, վոր կամավոր  
կերպով թեքված ե զեպի պրոյեկցիաների հարթությունները. այս  
առաջագրված խնդրի լուծման համար մենք վարվում ենք նախորդ  
որինակի նման, բայց միայն այստեղ հարթությունների փոփոխումն  
անում ենք ուրիշ կարգով:  $HV$  համակարգությունից անցնում ենք  
 $H_1V$  համակարգությանը, վերցնելով նոր  $O_1X_1$  առանցքը զուգահեռ  
 $a'b'$ -ին, իսկ հետո  $H_1V$  համակարգությունից անցնում ենք  $H_1V_2$   
համակարգությանը, վերցնելով յերկրորդ նոր առանցքն ուղղահայաց  
 $a_1b_1$ : Վերջի համակարգությունում մեր ուղիղը պրոյեկտվում ե իբրև  
կետ (գծ. վրա հավասար հատվածները համապատասխանորեն նշված  
են գծիկներով), ուրեմն նա ուղղահայաց ե  $V_2$  հարթությանը, այն, ինչ  
վոր պահանջվում եր կառուցել:

Իբրև կիրառում ուսումնասիրված հարցի լուծենք մի քանի  
խնդիրներ:

#### Ա Ն Դ Ի Ր Ն Ե Ր

1. Մի կետից թողնել ուղղահայաց ուղիղի վրա:

Այս խնդիրը մենք լուծելու յենք յերկու անգամ. մի անգամ,  
յերբ տվյալ ուղիղն ուղղահայաց ե  $H$  հարթությանը, իսկ մյուս ան-  
գամ, յերբ նա կամավոր թեք ե պրոյեկցիաների հարթություններին:  
Առաջին դեպքում խնդիրը լուծվում ե շատ հեշտ. գծ. 300<sub>1</sub> վրա  $AB$   
ուղիղը պրոյեկտվում ե  $H$  վրա իբրև կետ, տված  $M$  կետը նույնպես

պրոյեկտում և  $H$  վրա իբրև կետ, այդ պատճառով վորոնվող ուղղահայացը, ինչպես և վոր նա անցնելու լինի տարածության մեջ, կպրոյեկտվի  $H$  վրա իբրև գիծ, վորը միացնում և այդ յերկու կետերը: Իսկ ինչ վերաբերում և վորոնվող ուղղահայացի վերաիկալ պրոյեկցիային, ապա նա կլինի զուգահեռ  $OX$  առանցքին, վորովհետև վորոնվող ուղղահայացը գտնվում և  $H$  հարթության զուգահեռ հարթության մեջ, վոր իր հերթին յերևում և տվյալ ուղիղի ուղղահայացությանը:

Ձ. Գծ. 300, վրա  $AB$  ուղիղ գիծը կամավոր թեք և պրոյեկցիաների հարթություններին: Պիտի  $M$  կետից թողնել ուղղահայաց այդ ուղիղի վրա: Ոգտվելով մեզ հայտնի պրոյեկցիաների հարթությաններին յերկու փոփոխումից, մենք ամբողջ խնդիրը փոխադրում ենք  $V_1H_2$  համակարգությունը, վորտեղ տվյալ ուղիղը կլինի ուղղահայաց  $H_2$  հարթությանը: Խնդիրը լուծում ենք նախորդի հիման վրա և  $V_1H_2$  համակարգության մեջ գտած  $M$  կետից  $AB$  ուղիղի վրա թողած ուղղահայացի հիմքը փոխադրում ենք մեր հիմնական  $HV$  համակարգությունը:

Այսպես կստանանք ( $m'n'$ ,  $mn$ ) վորոնվող ուղղահայացի պրոյեկցիաները:

Յ. Գծ. 300, վրա լուծված և մի խնդիր, վոր վերաբերում և ամենակարճ հեռավորության վորոնելուն յերկու  $AB$  և  $CD$  ուղիղների միջև, ընդվորում այդ ուղիղներից մեկին  $AB$  ուղղահայաց և  $H$  հարթությանը:

Երկու ուղիղների միջև ամենակարճ հեռավորությունն այն ուղիղ գծի յերկարությունն և, վորն ուղղահայաց և յերկու ուղիղներին: Այդպիսի գիծը ( $m'n'$ ,  $mn$ ), Գծ. 300, վրա լինելով ուղղահայաց  $AB$  գծին, կլինի հորիզոնական և հետևապես կունենա իր վերաիկալ  $m'n'$  պրոյեկցիան զուգահեռ  $OX$ -ին:

Դժվար չէ ապացուցել, վոր վորոնվող գծի հորիզոնական պրոյեկցիան կանցնի  $ab$ -ով և կլինի ուղղահայաց  $cd$  գծին: Ապացուցելու համար յերևակայենք մի հարթություն  $R$ , վորը լինի ուղղահայաց վորոնվող  $MN$  ուղիղին և տարած լինի նրա  $M$  ծայրով: Այդ հարթությունը կլինի ուղղահայաց  $H$  հարթությանը, վորովհետև վորոնվող  $MN$  ուղիղը զուգահեռ և  $H$  հարթությանը:

Այդ հարթության հորիզոնական հետքը  $R_h$  (գծագրի վրա չի ցույց տված) կլինի ուղղահայաց վորոնվող ուղիղի հորիզոնական պրոյեկցիային (ուղիղի և հարթության ուղղահայացության պայմաններին հիման վրա):

Մյուս կողմից,  $CD$  ուղիղը լինելով ուղղահայաց վորոնվող ուղի-

զին, պիտի գտնվի  $R$  հարթության վրա, ուստի և նա հորիզոնական  $cd$  պրոյեկցիան կգտնվի  $R$ -ի վրա:

Բայց  $mn$  ուղղահայաց է  $R$ -ին, հետևապես ուղղահայաց է և  $cd$ -ին, այն, ինչ վոր պահանջվում էր ապացուցել:

Այսպիսով, աշխատանքը կատարում ենք հետևյալ կարգով:

ա) կետից  $P$ -ով ենք ուղղահայաց  $cd$  վրա: Ստացած  $mn$  զինքը վորոնվող ուղիղի հորիզոնական պրոյեկցիան է: Նա հավասար է  $AB$  և  $CD$  ուղիղների միջև ամենակարճ հեռավորության խնդան մեծությանը:

Մ կետը պրոյեկտում ենք  $c'd'$  վրա  $m'$  կետում և նրանով տանում ենք  $m'n'$  զուգահեռ՝ պրոյեկցիաների առանցքին:

Ճ. Դձ. 300<sub>10</sub> վրա լուծված և մի խնդիր, վոր վերաբերում է  $AB$  և  $CD$  ուղիղ՝ երբ միջև ամենակարճ հեռավորությունը գտնելու ընդհանուր գեպքին:

Այս ուղիղներից յուրաքանչյուրը կամավոր թեք է պրոյեկցիաների հարթություններին: Ուղիղներից մեկը (ուղիղն  $AB$ ) պրոյեկցիաների հարթությունների յերկու փոփոխումով բերվում է ուղղահայաց զիրքի դեպի  $H_2$  հարթությունը  $V_1H_2$  համակարգությունում, այդ կատարվում է այս պարագրաֆի մեջ հիշված դասողությունների հիման վրա:

Յերկրորդ ուղիղը փոխադրում ենք նույն  $V_1H_2$  համակարգությունը: Այժմ  $V_1H_2$  համակարգությունում խնդիրը լուծում ենք նախորդ զծագրի հիման վրա և գտած  $M$  կետը  $V_1H_2$  համակարգությունից վերադարձնում ենք հիմնական  $VH$  համակարգությունը: Այսպիսով, կատանանք  $m'n'$  և  $mn$  պրոյեկցիաները վորոնվող ուղղահայացի, վորը միաժամանակ ուղղահայաց է յերկու ուղիղներին և վորի յերկարությունը վորոնվող ամենակարճ հեռավորությունն է ուղիղների միջև: Այդ յերկարությունը զծագրի վրա հավասար է  $m_2n_2$  զծին:

Ծ. Դանել անկյունը յերկու ուղիղների միջև, վորոնք ունեն կամավոր թեքություն դեպի պրոյեկցիաների հարթությունները:

Տվյալ ուղիղ զծերից մեկը (զծ. 300<sub>11</sub>) պրոյեկցիաների հարթությունների յերկու փոփոխումով դարձնում ենք ուղղահայաց  $H_2$  հարթությանը  $V_1H_2$  համակարգությունում: Նկատենք, վոր ուղիղների փոխադարձ զիրքը տարածությունում չի փոխվում, այլ միայն մենք նոր  $V_1H_2$  համակարգությունը վերցնում ենք այնպես, վոր հարթությունը  $H_2$  լինի ուղղահայաց վերցրած ուղիղին: Յերկրորդ ուղիղը նույնպես ներկայացնում ենք վերջին համակարգությունում: Այն ժամանակ  $V_1H_2$  համակարգությունում կունենանք մի զինք ուղղահայաց  $H_2$ , իսկ մյուսը՝ թեք պրոյեկցիաների յերկու հարթություններին:

Նրանց միջև անկյունը վորոշելու համար յերկրորդ ուղիղը պատենք թռակների շուրջը, մինչև վոր ընդունի  $V_1$  հարթությանը զուգահեռ գրությունն և այն ժամանակ  $V_1$  հարթության վրա կունենանք վորոշման անկյունը: Գծագրի վրա այդ անկյունը նշանակված է  $\alpha$ :

6. Գծ. 30<sup>13</sup> լուծված է նույն խնդիրը և բոլոր կառուցումները, բացի պատումից, կրկնված են: Այստեղ վորոշման անկյունը գտնված է վոչ թե պատելով, այլ պրոյեկցիաների հարթությունների դարձյալ մի նոր, այն է՝ յերրորդ փոփոխումով  $V_2V_3$  համակարգության նոր  $O_2X_2$  առանցքը վերցնում ենք զուգահեռ  $u_2b_2c_2$  դիրն: Այն ժամանակ յերկու ուղիղները  $V_2$  վրա կպրոյեկտվեն իսկական մեծությամբ, նույնպես իսկական մեծությամբ կպրոյեկտվի և վորոշման անկյունը, վորը գծագրի վրա նշանակված է  $\alpha$ :

7. Գտնել ուղիղ գծի և հարթության միջև կազմված անկյունը: Վերցնում ենք ուղիղի վրա մի կետ և նրանից թողնում ենք ուղղահայաց՝ հարթության վրա: Յեթև վորոշման անկյունը նշանակենք  $\beta$ , իսկ անկյունը՝ տարած ուղղահայացի և տվյալ ուղիղի միջև՝ նշանակենք  $\alpha$ , ապա կլինի  $\beta = 90^\circ - \alpha$ , յեթև  $\alpha \leq 90^\circ$  և  $\beta = \alpha - 90^\circ$ , յեթև  $\alpha > 90^\circ$ :

Գծ. 300<sup>13</sup> վրա տված է ընդհանուր դիրքով մի հարթություն և AB ուղիղը: Գտնել նրանց միջև կազմված անկյունը:

Պրոյեկցիաների հարթությունների յերկու փոփոխումով AB ուղիղը դարձնում ենք ուղղահայաց  $V_1H_1$  համակարգության նոր հորիզոնական պրոյեկցիաների հարթությանը  $H_1$ : Նույն համակարգությունն ենք փոխադրում և տարած ուղղահայացը: Պատման մեթոդով գտնում ենք  $V_1H_1$  համակարգությունում  $\alpha$  անկյունը AB և BC ուղիղների միջև: Վորոշման անկյունը AB-ի և P հարթության միջև գծագրի վրա նշանակված է  $\beta$ :

Հարթության և ուղիղ գծի միջև անկյունը  $\beta = 90^\circ - \alpha^\circ$ , բայց այն դեպքում, յեթև անկյունն  $\alpha$  լինի բութ, ապա ֆորմուլան հարկավոր է դրել հետևյալ ձևով՝  $\beta = \alpha^\circ - 90^\circ$ , այն, ինչ վոր մենք ունենք 300<sup>13</sup> գծ. վրա: Գծ. 300<sup>13</sup> վրա գտնված է անկյունը AB ուղիղ գծի և միաձուլվող հեռքերով P հարթության միջև: A կետից թողնում ենք ուղղահայացը հարթության վրա: Այդ ուղղահայացը ներկայացնում ենք այնպիսի նոր  $V_1H_1$  համակարգությունում, վորտեղ նա լինի ուղղահայաց  $H_1$  պրոյեկցիաների հարթությանը: Կատարում ենք մեղ ծանոթ պրոյեկցիաների հարթությունների յերկու փոփոխումը: Նույն  $V_1H_1$  համակարգությունում պատկերացնում ենք և AB ուղիղը: Գտնում ենք  $\alpha$  անկյունն այս ուղիղների միջև պրոյեկցիաների հարթությունների յերրորդ փոփոխման միջոցով, վերցնելով

նոր  $O_2X_2$  առանցքը դուրսհեռ  $2_2C_2b_2$ -ին:  $H_2V_2$  համակարգության յերկու ուղիղները և նրանց միջև անկյունը՝  $V_2$  հարթության վրա կայտնվեցան ևս իսկական մեծություններ: Այս կառուցում ենք զրոն-վող անկյունը  $\beta = 90^\circ - \alpha$ :

§ 97. HV Համակարգությունում աված և մի հարթությամբ ներկայացնել մեր այնպիսի մոտ պրոյեկցիաների հարթությունում, վերահղ մա դառնա պրոյեկցիաների հարթություններից մեկը

Դժ. 300<sub>12</sub> վրա վերցնում ենք  $HV_1$  համակարգությունում մի նոր առանցք  $O_1X_1$ , վորը լինի ուղղահայաց  $P^h$  ին, այն ժամանակ մեր հարթությունը, ինչպես մեզ հայտնի չե, կլինի պրոյեկտող, այսինքն՝ ուղղահայաց  $V_1$  հարթությանը: Վորովհետև  $V_1$  և  $P$  հարթությունները տարածությունում փոխադարձ ուղղահայաց են, ապա մենք կարող ենք այդ յերկու հարթություններն ընդունել վորպես պրոյեկցիաների հարթություններ և ունենալ այսպիսով նոր  $V_2$   $P$  համակարգություն, վորտեղ այդ համակարգության առանցքը կլինի  $V_2$  և  $P$  հարթությունների հատման գիծը, այսինքն  $P_{v_1}$  հետքը: Այդ հետքն ընդունելով իբրև նոր առանցք, նշանակում ենք  $O_2X_2$ :

Նույն գծագրի վրա տված և նաև  $A$  կետը  $HV$  համակարգությանում:

Պիտի այդ կետը պրոյեկտել պրոյեկցիաների հարթությունների այնպիսի մի նոր համակարգությունում, վորտեղ տվյալ  $P$  հարթությունը լինի պրոյեկցիաների հորիզոնական հարթություն:

Թե ինչպես այդ հարթությունը կարելի չէ դարձնել պրոյեկցիաների հորիզոնական հարթություն, այդ մենք հենց նոր տեսանք: Այժմ մենք տվյալ կետը  $HV$  համակարգությունից փոխադրել  $HV$  համակարգությունը և այդտեղից՝  $V_1P$  համակարգությունը:

Դժ. 300<sub>13</sub> լուծած և այդ նույն խնդիրը և նույն հաջորդականությամբ, ինչպես և 300<sub>12</sub> դժ. վրա, բայց միայն հարթությունը վերցված և դեպի մյուս կողմն ուղղված:

Դիտելով ուշադիր այդ յերկու գծագրերը, նկատում ենք, վոր առաջին գծագրի վրա  $O_1X_1$  գծի վրա գտնվում և  $X_2$  կետը, իսկ յերկրորդ գծագրի վրա՝  $O_2$  կետը:

Դրա ճիշտ լինելը հեշտ և հայտնաբերել ձախ ձևով կանոնով, վորը մենք ունենինք վերևում:

Ոգտվելով այս հատվածի հիմնական խնդրից, կարելի չե հեշտությամբ լուծել հետևյալը:

Տված է  $P$  հարթությունը և նրա վրա մի ուղիղ գիծ  $AB$  (դժ. 300<sub>1</sub>):

Ուղիղի վրա գտնվող  $M$  կետով անցկացնել  $P$  հարթության մեջ մի ուղիղ  $MN$ , վորն  $AB$  հետ կազմի  $\alpha$  անկյուն:

Դարձնենք տվյալ  $P$  հարթությանը պրոյեկցիաների հարթություն, որինակ, նոր վերափակալ հարթություն:

$HV$  համակարգությունից անցնում ենք  $VH_1$  համակարգությունը և  $O_1X_1$  նոր առանցքը վերցնում ենք ուղղահայաց  $P$ -ին: Այդ ժամանակ նոր համակարգությունում մեր հարթությունը կլինի ուղղահայաց  $H_1$  հարթությանը: Յերկու փոխադարձ ուղղահայաց հարթությունների  $H_1$  և  $P$  կկազմեն նոր  $H_1P$  համակարգություն, վորտեղ այդ համակարգության  $O_2X_2$  առանցքը կլինի  $P_{H_1}$  հետքը:

Այժմ մնում է  $AB$  ուղիղը և  $M$  կետը փոխադրել ալդ վերջի համակարգությունը, վորտեղ նրանք կգտնվեն  $P$  պրոյեկցիաների հարթության վրա:

$m_3'$  կետով տանում ենք  $m_3'n_3'$  ուղիղ գիծն այնպես, վոր նա կազմի  $\alpha$  անկյուն  $a_3'b_3'$  ուղիղի հետ: Գտած ( $n_3'$ ,  $n_1'$ ) կետը  $H_1P$  համակարգությունից փոխադրում ենք  $H_1V$  համակարգությունը, իսկ հետո  $H_1V$  համակարգությունից դեպի հիմնական  $HV$  համակարգությունը, վորտեղ ստացած կետը միացնում ենք  $M$  կետի հետ և գտնում ենք վորոնվող ուղիղը յերկու պրոյեկցիայով:

Բերենք ելի յերկու որինակ, վորտեղ մենք ոգտնվում ենք այս հատվածի հիմնական խնդրից:

1. Գժ. 300<sub>18</sub> վրա տված է միաձուլվող հետքերով մի հարթություն և այդ հարթության վրա  $ABC$  յեռանկյունի Գծագրի վրա թողած է միայն մի հորիզոնալ, վորի միջոցով  $P$  հարթության վրա վերցրած է յեռանկյան  $B$  գագաթը: Գծագիրը պարզեցնելու համար կառուցումը մյուս գագաթների համար ցույց չի տված: Գտնել յեռանկյան իսկական մեծությունը:

$P$  հարթությունը պատկերացնում ենք նոր  $VH_1$  համակարգությունում այնպես, վոր նա գտնա հորիզոնական պրոյեկտող, այսինքն՝ ուղղահայաց նոր  $H_1$  հարթությանը: Ինչպես մեզ հայտնի յե, պիտի նոր  $O_1X_1$  առանցքը վերցնել ուղղահայաց  $P$ -ին: Յեռանկյունին պատկերացնում ենք այդ համակարգությունում: Նա  $H_1$  հարթության վրա կպատկերանա ուղիղ գծով, վորը գտնվում է  $P_{H_1}$  հետքի վրա: Հետո  $H_1V$  համակարգությունից անցնում ենք  $H_1P$  համակարգությանը, վորտեղ  $P$  հարթության վրա ստանում ենք տվյալ յեռանկյան իսկական մեծությունը:

$$a_2'b_2'c_2' = ABC$$

Ձ. Հարթության վրա, վորը աված է իր հորիզոնական հեռավոր (p'p) կետով, կառուցել քառակուսի (զծ. 300<sub>13</sub>):

Ինչպես մենք առաջ տեսել ենք, ավյալ Հարթությունը մենք կարող ենք դարձնել նոր HV<sub>1</sub> համակարգությունում վերաիկալ պրոյեկտի, վերցնելով մի նոր առանցք O<sub>1</sub>X<sub>1</sub> ուղղահայաց հարթության հորիզոնական հեռքին:

Վորոնվետե P հարթությունն ուղղահայաց է V<sub>1</sub> հարթությանը, ուստի մենք կարող ենք ընդունել չերկրորդ նոր համակարգությունը V<sub>1</sub>P, վորի մեջ P հարթության վրա-կկառուցենք վորոնվոր քառակուսին (ինչպես մենք տեսել ենք այս պարագրաֆում, այս համակարգության առանցքը O<sub>2</sub>X<sub>2</sub> դնում է P<sub>1</sub> հեռքի ուղղությամբ): Կառուցված քառակուսու պրոյեկցիաները V<sub>1</sub>P համակարգությունում կլինեն՝

$$a_2b_2c_2d_2 \text{ և } a'_1b'_1c'_1d'_1,$$

վորտեղ  $a_2b_2c_2d_2$  վորոնվոր քառակուսու իսկական մեծությունն է:

Այժմ այս քառակուսին փոխադրում ենք V<sub>1</sub>P համակարգությունից V<sub>1</sub>H համակարգությունը, իսկ այդտեղից՝ մեր հիմնական VH համակարգությունը: Այսպիսով կունենանք վորոնվոր քառակուսու պրոյեկցիաները հիմնական համակարգությունում: Ընդվորում քառակուսին դա՛մ վում է ավյալ հարթությունում:

Վերջին չերեք խնդիրները մենք կարող էյինք լուծել համատեղ՝ ման միջոցով, սակայն մենք այստեղ նրանց լուծել ենք պրոյեկցիաների հարթությանների փոփոխման մեթոդով, վ-րպեսզի ավելի ընդարձակորեն բացատրենք ընթերցողին պրոյեկցիաների հարթությանների փոփոխման այդ զեղեցիկ մեթոդը:

### § 98. Կեռերի, գծերի յեղ պտակե-մերի պատմը հորիզոնալմերի յեղ ճոնցալմերի օտըը

Գծ. 300<sub>20</sub> վրա աված է A կետը չերկու պրոյեկցիաներով: Դարձնել այդ կետը MN հորիզոնալի շուրջը α անկյունով:

Անմիջապես HV համակարգությունում այդ խնդրի լուծումը չափազանց բարդ է:

Լուծենք նրան HV<sub>1</sub> համակարգությունում, վորտեղ մեր MN հորիզոնալն ուղղահայաց է V<sub>1</sub> հարթությանը:

Նոր X<sub>1</sub>O<sub>1</sub> առանցքը վերցնում ենք ուղղահայաց մո-ին, այսինքն՝ ավյալ հորիզոնալի հորիզոնական պրոյեկցիային: Այն ժամանակ նոր HV<sub>1</sub> համակարգությունում ավյալ MN դիժը կլինի ուղղահայաց V<sub>1</sub> հարթությանը և A կետի պտումը այդ գծի շուրջն α անկյունով:

HV<sub>2</sub> համակարգությունում (գծ. 300<sub>20</sub>) գծվարություններ չի ներկայացնում:

Ունենալով A կետի վորոնվող շրջած գիրքը HV<sub>1</sub> համակարգությունում (ձ' 10, 30), փոխադրում ենք այդ կետերը (ձ' 10, 30) մի հիմնական HV համակարգությունը:

2. Գծ. 300<sub>21</sub> վրա լուծված է մի նույնպիսի խնդիր: Այստեղ A կետը շրջած է MN առանցքի շուրջը 90°:

Խնդիրը լուծված է նոր V<sub>1</sub>H համակարգությունում, վորտեղ նոր O<sub>1</sub>X<sub>1</sub> առանցքը վերցված է ուղղահայաց MN ֆրոնտալի վերտիկալ պրոյեկցիային:

Գտնելով A կետի վորոնվող շրջած գիրքը VH<sub>1</sub> համակարգությունում, փոխադրում ենք ստացած կետը HV համակարգությունը:

3. Գծ. 300<sub>22</sub> վրա ABC յեռանկյան մի կողմը հորիզոնալ է Շրջել այդ յեռանկյունին AB հորիզոնալի շուրջն այնպես, վոր նա դառնա զուգահեռ H հարթությանը:

Վերցնելով HV<sub>1</sub> համակարգության նոր O<sub>1</sub>X<sub>1</sub> առանցքը հորիզոնալի հորիզոնական պրոյեկցիային ուղղահայաց, մենք AB հորիզոնալը դարձնում ենք ուղղահայաց V<sub>1</sub> հարթությանը: Ոյժմ գծվար չե տվյալ յեռանկյունին շրջել AB գծի շուրջը մինչև հաճավոր գիրքը, վոր է արված է 300<sub>22</sub> գծ. վրա:

4. Գծ. 300<sub>23</sub> վրա տված է պրոյեկցիաների հարթություններին կամավոր Թեք մի յեռանկյունի: Մի պատումով այդ յեռանկյունին պետք է բերել H հարթությանը զուգահեռ գիրքի, վորպեսզի կարելի լինի գտնել յեռանկյան իսկական մեծությունը:

Տանենք յեռանկյան հարթությունում A դադարով հորիզոնալ, վորն ընդունենք վորպես պատման առանցք և շրջենք յեռանկյունին մինչև նա դրավի պատշաճ գիրք HV<sub>1</sub> համակարգությունում: Նոր համակարգության առանցքն ուղղահայաց է հորիզոնալի հորիզոնական պրոյեկցիային: Նոր համակարգությունում յեռանկյունին V<sub>1</sub> վրա կպրոյեկտվի ուղիղ գծով, իսկ շրջած գիրքում այդ ուղիղը կլինի զուգահեռ O X<sub>1</sub>:

Շրջած գիրքում ABC յեռանկյան բոլոր ելեմենտները կպրոյեկտվեն H վրա իսկական մեծությամբ:

5. Գծ. 300<sub>24</sub> վրա տված է MN ֆրոնտալը և կամավոր AB ուղիղը: Շրջել AB ուղիղը ֆրոնտալի շուրջը α անկյունով:

Խնդիրը լուծում ենք նոր VH<sub>1</sub> համակարգությունում, վերցնելով նոր O<sub>1</sub>X<sub>1</sub> առանցքն ուղղահայաց m'n'-ին:

Նոր համակարգությունում MN գիծը կլինի ուղղահայաց H<sub>1</sub> հարթությանը, դրա համար այդ համակարգությունում խնդիրը հեշտ է լուծվում: m<sub>1</sub>n<sub>1</sub> միացնում ենք a<sub>1</sub> և b<sub>1</sub> կետերին կեսաշառով: Այդ

յեղանակով  $H_1$  հարթության վրա ստացած յեռանկյունին պատում ենք ( $m'$ ,  $m_1n_1$ ) դժի շուրջը տվյալ անկյունով:

Այսպիսով ստանում ենք  $a_0b_{10}$  և հետո գտնում ենք  $a'_0b'_0$  և վերջապես  $a_0b_0$ , Դժ. 300<sub>21</sub> վրա  $AB$ -ուղիղը շրջած և  $\alpha$  անկյունով:

Այս պարապրաֆի բոլոր խնդիրները, ոգավելով պրոյեկցիաների հարթությունների փոփոխման մեթոդից, մենք կարող եյինք լուծել և այն դեպքում, յերբ տվյալ ուղիղը, վրի շուրջը պիտի պատել, կամավոր թեք և պրոյեկցիաների հարթություններին: Դրա համար հարկավոր էլիներ պրոյեկցիաների հարթությունների յերկու փոփոխում, ինչ վոր ցույց և տված դժ 300<sub>25</sub> վրա:

Գ. Դժ. 300<sub>25</sub> վրա տված և  $MN$  ուղիղը, վորը կամավոր թեք և պրոյեկցիաների հարթություններին: Այդ ուղիղի շուրջը պետք և պատել  $A$  կետը  $\alpha$  անկյունով:

Փոխում ենք յերկու անգամ պրոյեկցիաների հարթությունները (այդ հարցը մեզ լավ ծանոթ և նախորդից) այնպես, վոր վերջի  $H_2V_2$  համակարգությունում  $MN$  ուղիղը լինի ուղղահայաց  $H_2$  հարթությանը:

Փոխադրում ենք տված կետը այդ վերջին համակարգությունը և նրա մեջ լուծում ենք առաջարկված խնդիրը:

Խնդրի լուծումը վերջին համակարգությունից փոխադրում ենք  $HV$  հիմնական համակարգությունը:

Ներկա պարապրաֆում բոլոր լուծած խնդիրները նկատելի չափով պարզվում են հարթությունների փոփոխման մեթոդի ոգտագործման հետևանքով: Այս մեթոդը հեղինակներից շատերի մոտ այնքան ևլ համակրություն չի վայելում, մի քանիսն ևլ նույնիսկ նրան բուրրովին բաց են թողնում:

## § 99. Մրց-դ կետերի միտողի կիրառումը

Վորպես մրցող կետերից ոգավելու որինակ բերենք մի խնդիր: Խնդիր 34. Տված են յերկու խաչաձևով (խաչվող) ուղիղներ: Դանել այս ուղիղների վրա այս կետերը, վորոնք անտեսանելի կլինեն այս կամ այն պրոյեկցիաների հարթության վրա պրոյեկավելիս ( $c'd', cd$ ) ուղիղի ( $2', 2$ ) կետը 304 դժ. վրա անտեսանելի յե  $H$  վրա պրոյեկավելիս, վորովհետև նա գտնվում և մի վերախկալ ուղիղի վրա ( $1', 1$ ) կետի հետ, վորը բարձր և ( $2', 2$ ) կետից և պրոյեկավելիս  $H$  վրա ծածկում և ( $2', 3$ ) կետը: Վոր այդ յերկու կետերը գտնվում են մի վերախկալ ուղիղի վրա, մենք տեսնում ենք Նրանց ընդհանուր ( $1, 2$ ) հորիզոնական պրոյեկցիայից:

305 դժ. վրա ( $1', 1$ ) կետն անտեսանելի յե  $V$  վրա պրոյեկավելիս,

վորովնեռե նա գտնվում է (2',2) կետի հետ միասին մի ուղիղի վրա, վորն ուղղահայաց է V հարթությանը և (3',2) կետը գտնվում է (1',1) կետի առջևում:

Հետո գիտենք մրցող կետերը այնպիսի յերկու խաչմանկող (խաչափարկող) ուղիղների, վորոնցից մեկն ուղղահայաց է պրոյեկցիաների հարթություններից մեկին:

Գծ. 307 վրա (ab, a'b', a''b'') ուղիղն ուղղահայաց է H-ին, իսկ ուղիղը (cd, c'b', c'd'') կամավոր թեք է պրոյեկցիաների հարթություններին:

H վրա պրոյեկտելիս անտեսանելի կետեր չեն ստացվում:

V վրա պրոյեկտելիս թեք ուղիղի 1 կետն անտեսանելի չէ, իսկ W վրա պրոյեկտելիս անտեսանելի կլինի վերտիկալ ուղիղի 4 կետը:

Այստեղ մի դեպքում անտեսանելի կետը գտնվում է վերտիկալ ուղիղի վրա, իսկ մյուս դեպքում՝ թեք ուղիղի վրա: Այդ կախված է թեք ուղիղի հորիզոնական պրոյեկցիայի դասավորությունից վերտիկալ ուղիղի հորիզոնական պրոյեկցիայի նկատմամբ:

Կարելի է թեք ուղիղը վերցնել այնպես, վոր յերկու դեպքում ել անտեսանելի կետերը լինեն նրա վրա, կամ յերկու դեպքում ել անտեսանելի կետերը լինեն վերտիկալ ուղիղի վրա, ինչպես ցույց է տված 308 և 309 գծ. վրա:

Գծ. 308 վրա 2 կետն անտեսանելի չեն V վրա պրոյեկտելու ժամանակ և նույն թեք ուղիղի 4 կետն անտեսանելի չեն W վրա պրոյեկտելիս: Այսպես 308 գծ. վրա մենք ունենք այն դեպքը, յերբ յերկու անտեսանելի կետերը գտնվում են թեք ուղիղի վրա:

Գծ. 309 վրա, ընդհակառակը, մենք ունենք յերկու՝ 1 և 3 անտեսանելի կետերը—վերտիկալ ուղիղի վրա:

Համեմատելով 307, 308, 309 գծ., հեշտ է նկատել այն հտուկանիշները, վորոնց հիման վրա կարելի է չոկել անտեսանելի կետերը, յերբ նրանց պրոյեկտում են V կամ W վրա: Դրա համար բավական է նայել սլաքների ուղղությամբ 307, 308, և 309 գծ.: Նման յեղանակով կարելի է դատել այն կետերի անտեսանելիության մասին, վորոնք գտնվում են V և W-ին ուղղահայաց ուղիղների վրա: Դրա համար անհրաժեշտ է յերևակայել սլաքներ համապատասխան պրոյեկցիաների վրա և, չգտնելով մինչև անգամ մրցող կետերը, մատնանշել այն ուղիղի վրա, վորի վրա կգտնվի անտեսանելի կետը:

Բացի մրցող կետերի մեթոդից, մենք բազմախստերի (պրիզմաներ, բուրգեր, խորանարդ և այլն) պրոյեկտելու համար տալիս ենք ելի հետեվյալ կանոնները:

1. Յուրաքանչյուր պրոյեկցիայի ամբողջ յեզրապատող կոնտուրը

տեսանելի յե և դրա համար նրան հարկավոր է գծել անընդհատ գծով:

2. Յեթե բազմանիստի պրոյեկցիայի կոնտուրի ներսում հատվում են յերկու կողերի պրոյեկցիաները, ապա նրանք չեն կարող լինել միաժամանակ անընդհատ և միաժամանակ կետաշար և անալոման այդ կողերից մեկի պրոյեկցիան պիտի գծած լինի անընդհատ գծով իսկ մյուս կողի պրոյեկցիան՝ կետաշար. այդ հետևում է այն նկատառումից, Վոր բազմանիստի ալգպիսի յերկու կողերը չեն կարող միաժամանակ տեսանելի լինել կամ միաժամանակ անտեսանելի լինել: Կողերի տեսանելիությունը պարզվում է չմրցող կետերից:

3. Յեթե բազմանիստի պրոյեկցիայի կոնտուրի ներսում մի կետում հանդիպում են յերեք կամ մի քանի կողերի պրոյեկցիաները, ապա նրանք բոլորը միաժամանակ պիտի գծված լինեն անընդհատ գծերով. կամ բոլորը միաժամանակ կետաշարով:

Այս հետևում է այն նկատառումից, Վոր յեթե այդ կողերի ընդհանուր կետը տեսանելի յե, ապա բոլոր կողերը տեսանելի յեն, կամ, ընդհակառակը, յեթե ընդհանուր կետն անտեսանելի յե, ապա և բոլոր կողերն անտեսանելի յեն:

Այդ պարագրաֆից ոգտվելով, մենք հեշտությամբ կարող ենք Վորոշել մի շարք կողերի տեսանելիությունը, յեթե հայտնի յե մի կողի տեսանելիությունը, Վորը զուգամետվում է Ձեացած կողերի հետ մի կետում:

Վորպես որինակ գիտենք 309<sub>1</sub>, 309<sub>2</sub>, 309<sub>3</sub> գծագրերը:

Գծ. 309<sub>1</sub> վրա կառուցված են բազմանիստի պրոյեկցիաները և ցույց են տված մի զույգ մրցող կետեր, Վոր ստացված են H վրա պրոյեկտելուց:

Դրանք են 1 և 2 կետերը, Վորոնցից 2 անտեսանելի յե H վրա պրոյեկտվելու գեպքում:

Այդ 2 կետը գտնվում է MN վրա, Վորի մասին մենք դատում ենք բոտ վերաբերակալ պրոյեկցիայի:

Այսպես, 2 կետը, Վորը գտնվում է MN կողի վրա, անտեսանելի լի յե H վրա պրոյեկտելիս, ուրեմն և ամբողջ MN կողն անտեսանելի յե H վրա պրոյեկտելու գեպքում: Դրա համար նրա հորիզոնական պրոյեկցիան գծում ենք կետաշարով: Ո կետում զուգամետվում են յերեք կողերի հորիզոնական պրոյեկցիաները, Վորոնցից լու պիտի գծել կետաշարով, ուրեմն մեր առաջարկած կանոնների յերբորդ կետի հիման վրա նս և ոք. նույնպես պիտի գծել կետաշարով:

Այս պարագրաֆում մեր առաջարկած յերեք կետի հիման վրա մենք պարզում ենք կողերի տեսանելիությունը հորիզոնական հարթության վրա պրոյեկտելու ժամանակ: Գծ. 309<sub>2</sub> վրա տված են բազ-

մանրասի պլոյնկցիաներ: V վրա պրոյնկտելու ժամանակ կողերի տեսանելիությունը պարզելու համար մենք վերցնում ենք մի զույգ մրցող կետեր՝ 3 և 4, վորոնց ընդհանուր վերտիկալ պրոյնկցիան ստացվում է BC և NE կողերի վերտիկալ պրոյնկցիաների հատման կետում: 3 և 4 կետերի միջոցով մենք պարզում ենք, վոր NE կողը V վրա պրոյնկտելիս տեսանելի է կլինի, իսկ BC կողը՝ անտեսանելի, ուրեմն BC կողի վերտիկալ պրոյնկցիան կգծվի կետաշարով: Այնուհետև, ոգտվելով մեր կանոնների յերրորդ և առաջին կետերից, մենք կառուցում ենք բաղմանիստի ամբողջ վերտիկալ պրոյնկցիան, տանելով անտեսանելի կողերի պրոյնկցիաները կետաշարով:

Գծ. 309, տված է զուգահեռանիստ յերկու պրոյնկցիայով և և վերցված են յերկու զույգ մրցող կետեր, մի զույգը՝ H վրա պրոյնկտելուց, իսկ մյուսը՝ V վրա: Որինակը մանրամասնորեն տալարկվում է ուսումնասիրել ինքնուրույն կերպով:

# § 100. Գրիզմաների, բուրգերի, գլանի յով կանի կառուցումն բոս- ւոված պայմանների

Խնդիր 35. Կառուցել կանոնավոր ուղիղ վեցնիստ պրիզմա, հիմքը զրած R հարթության վրա, վորն ուղղահայաց է H-ին (գծ. 310):

Հիմքի անկյունագծի շարունակությունն անցնում է R հարթության հետքերի համախիտման կետով: Գրիզմայի բարձրությունը հավասար է հիմքի քառապատիկ կողմին:

Համասեղում ենք R հարթությունը V հետ և կառուցում ենք V հետ համասեղած հիմքի  $A_0B_0C_0D_0E_0F_0$  դիրքը: Նրան վերցնում ենք ախպես, վոր մի անկյունագիծն անցնի հետքերի համախիտման կետով:

Այնուհետև գտնում ենք այդ հիմքի պրոյնկցիաները: Հիմքի յուրաքանչյուր գագաթից կանգնեցնում ենք ուղղահայացներ դեպի R հարթությունը և նրանց վրա տեղադրում ենք հիմքի քառապատիկ կողմը, վորը հեշտ է անել. վորովհետև այդ բոլոր ուղղահայացները կլինեն զուգահեռ H հարթությանը և H վրա պրոյնկտվում են իսկական մեծությամբ: Միտցնելով այդ ուղղահայացների ծայրերը, գտնում ենք պրիզմայի վերևի հիմքը: Կողերի անտեսանելիությունն ստուգում ենք նախորդ պարագրաֆի առածի հիման վրա:

Խնդիր 36. Կառուցել ուղիղ չորձանային կոն, վորը հիմքով զրված է R հարթության վրա և վորն ուղղահայաց է W-ին: Տված է հիմքի կենտրոնը, հիմքի շառավիղը և կոնի բարձրությունը, վոր 2,5 անգամ մեծ է տրամագծից (գծ. 311):

Սկսում ենք աշխատանքը R հարթության համասեղելուց V հետ՝

պատերով  $R$  հետքեր չուրջը:  $R$  հարթության հետ միասին: համապատասխան  $V$  հետ հիմքի կենտրոնը և քաշում ենք հիմքի շրջանագծի համապատասխան գիրքը: Գծադրի վրա այդ շրջանագիծը ցույց է տված կետաշարով, ինչպես ոճանդակ կառուցում:

Վերցնում ենք չորս կետ  $1_0$ ,  $2_0$ ,  $3_0$  և  $4_0$  այդ շրջանագծի վրա և գտնում ենք նրանց պրոյեկցիաները: Հիմքի շրջանագծի վերաիկալ և հորիզոնական պրոյեկցիաները կլինեն  $h_1$  և  $h_2$  զանկեր  $1'2'$  և  $3'4'$  առանցքներով վերաիկալ պրոյեկցիայի համար,  $12$ , և  $34$ : հորիզոնական պրոյեկցիայի համար: Հետո հիմքի կենտրոնից կանգնեցնում ենք մի ուղղահայաց  $W$  հարթությանը և տեղադրում ենք նրա վրա արամագիծը  $\Sigma$  անգամ:

Վերսկսում այդ ուղղահայացը պրոյեկտվում է  $W$  վրա իսկական մեծությամբ, ուստի վերցնում ենք բարձրություն պրոյեկցիան  $W$  վրա համասար արամագծի  $\Sigma$  անգամ:

Ունենալով  $C$  կետի յեղեք պրոյեկցիաները և  $S''$  կետը, դժվար չէ վորոշել  $S'$  և  $S$  ը, իսկ հետո տանելով  $S$ ,  $S'$ ,  $S''$  շոշափողները հիմքի համապատասխան պրոյեկցիաներին, կունենանք վորոնվող կոնի վերաիկալ և հորիզոնական պրոյեկցիաները:

$W$  վրա վորոնվող կոնը պրոյեկտվում է համասարաչափության յեռանկյան ձևով, վորովհետև կոնի հիմքը պրոյեկտվում է վորպես ուղիղ գիծ, վորը գտնվում է  $R_w$  հետքի վրա:

Խնդիր 37: Կառուցել ուղիղ շրջանային գլան, իր հիմքով կանգնած  $R$  հարթության վրա, վորն ուղղահայաց է  $V$  ինչ Գլանի բարձրությունը յերկու անգամ մեծ է արամագծից: Աշխատանքը կատարել յեղեք պրոյեկցիայով:

Գծ. 312 վրա համապատասխան ենք  $R$  հարթությունը  $H$  հարթության հետ և կառուցում ենք հիմքի համապատասխան գիրքը (կետաշար շրջանագիծ):  $1_0$ ,  $2_0$ ,  $3_0$ ,  $4_0$  կետերի համար գտնում ենք պրոյեկցիաները և կառուցում ենք  $h_1$  և  $h_2$  զանկեր, վորոնք կլինեն գլանի հիմքի պրոյեկցիաները: Յերկու արամագծի հասավորության վրա հարթությանից կառուցում ենք գլանի վերևի հիմքը: Կառուցումները հասկանալի յեն գծադրից:

Խնդիր 38: Կառուցել կանոնավոր հինգյանիստ բուլղ՝ հիմքով գրած  $H$ -ին ուղղահայաց հարթության վրա: Տված է հիմքի կենտրոնը, բարձրությունը և շրջանի շառավիղը  $R$ , վորն արտագծած է հիմքի շուրջը (գծ. 313): Կառուցումները հասկանալի յեն նախորդից:

Այս համապատասխան մենք տեսանք կառուցումը յերկրաչափական մարմինների, վորոնք իրենց հիմքերով գրված են պրոյեկտող հարթությունների վրա:

Այժմ ուսումնասիրենք այն յերկրաչափական մարմինների կա-

հառուցվել, վորոնք, իրենց հիմքերով զբաղած են պրոյեկցիաների հարթություններին կամավոր թեք հարթություններում: Գծ. 313<sub>1</sub> վրա կառուցված է կանոնավոր ուղիղ հինգնիստ պրիզմա՝ հիմքով զբաղված ընդհանուր գիրքով P հարթության վրա: Տված են հիմքի կողմը և բարձրությունը:

Վերցնում ենք մի նոր առանցք  $O_1X_1$  ուղղահայաց  $P_1$ -ին, փոխադրում ենք P հարթութունը H  $V_1$  համակարգությունը և լուծում ենք խնդիրն այդ համակարգությունում: Ակնբախտության համար սլաքներիով ցույց ե տված հիմքի գագաթներից մեկի և կողքի կողերից մեկի կառուցումը: Մնացած աշխատանքը կատարվում է նման ձևով: Լուծելով խնդիրը  $HV_1$  համակարգությունում, վերադառնում ենք մեր հիմնական համակարգությունը  $HV_1$ , E և N կետերի համար ցույց են տված բոլոր կառուցումները:

Խնդիր 39: Կառուցել խորանարդ (գծ. 313<sub>2</sub>), վորի մի նիստը գտնվում է P հարթության վրա: Տվյալ P հարթությունը դարձնում ենք պրոյեկցիաների նոր հորիզոնական հարթութուն: Դրա համար նախապես P հարթությունը ներկայացնում ենք այնպիսի նոր  $HV_1$  պրոյեկցիաների հարթությունների համակարգությունում, վորտեղ այդ հարթությունը լինի պրոյեկտող, այսինքն ուղղահայաց նոր վերաթիկալ  $V_1$  պրոյեկցիաների հարթությանը: Նոր առանցքն  $O_1X_1$  վերցնում ենք ուղղահայաց  $P_1$ -ին:

Վորովհետև P և  $V_1$  հարթությունները դարձել են ուղղահայաց մեկը մյուսին, ուստի մենք կարող ենք այդ յերկու հարթությունները դիտել վորպես պրոյեկցիաների հարթությունների նոր  $PV_1$  համակարգություն: Այս համակարգության առանցքը կլինի  $O_1X_1$  վորը կանցնի ըստ  $PV_1$  գծի, ինչպես այդ ունենք 313<sub>2</sub> գծ. վրա:

$PV_1$  համակարգությունում կառուցում ենք մի խորանարդ, վորը զբաղված է P հարթության վրա և հետո նրան փոխադրում ենք մեք հիմնական HV համակարգությունը: Այդ փոխադրումը A գագաթի համար ցույց ե տված պրոյեկտող գծերով: Գծագրերը չմխնցնելու համար պրոյեկտող գծերից շատերը բաց են թողնված: Բացի դրանից, գծագրի վրա տված են H և V վրա, պրոյեկտելու ժամանակ ստացվող մրցող կետերը, վորոնց միջոցով մենք ստուգում ենք պրոյեկցիաների կառուցման ճշտությունը գծերի տեսանելիության վերաբերմամբ:

Գծ. 313<sub>2</sub> վրա կառուցված է մի կու՝ վորի հիմքը գտնվում է P հարթության վրա: Նախապես այդ հարթությունը ներկայացնում ենք նոր  $HV_1$  համակարգությունում, վորտեղ P հարթությունը կլինի վերաթիկալ պրոյեկտող:

Իսկ պրոյեկտող հարթության վրա կոն կառուցելը մենք գիտենք վերևում մեր ուսումնասիրած գծագրերի հիման վրա (310—313

զծ.) Կառուցելով կոճը  $HV_1$  համակարգությունում, մենք նրան փոխադրում ենք մեր հիմնական  $HV$  համակարգությունը:

Մենք համարում ենք պրոյեկցիաների հարթությունների փոփոխման մեթոդը շատ արժեքավոր, դրա համար ել այստեղ և հետագայում նրա վրա մանրամասնորեն կանգ ենք առնում, վերապահի ուսանողը կարողանա նրան հիմնովին ուսումնասիրել:

Ինչպես մենք հնարավորություն ունեցանք համոզվելու և հետագայում ել կհամոզվենք, վոր պրոյեկցիաների հարթությունների փոփոխման մեթոդը հաճախ զգալիորեն հեշտացնում և գծագրական յերկրահամարձակ մի շարք խնդիրների լուծումը:

## § 101. Ի՞նչ քաղաքի և հարթությունների օգնությ

Յեթն մի հարթության յերկու հատվող ուղիղները համապատասխանորեն զուգահեռ են մյուս հարթության յերկու հատվող ուղիղներին, ապա հարթություններն իրար զուգահեռ են և ընդհակառակը. յերկու զուգահեռ հարթություններում կարելի չեն վերցնել մեկական զույգ համապատասխանորեն զուգահեռ հատվող ուղիղներ:

Այդպիսի ուղիղների զույգերը կարող են լինել կամավոր գծեր, հարթության զլխավոր գծեր (հորիզոնալ, ֆրոնտալ և պրոֆիլադի), մի կամավոր գիծ և զլխավոր գծերից մեկը, հարթության յերկու հեռքերը և այլն:

Դրա համար մենք կարող ենք ունենալ իրար զուգահեռ հարթությունների կառուցման բազմազան խնդիրներ:

Ուսումնասիրենք մի քանի որինակներ:

Խնդիր 39. Տված և  $W$  հարթության ուղղահայաց հարթությունը  $R$ . Խանել ավյալ հեռավորության վրա մի հարթություն, վորը զուգահեռ լինի  $R$  հարթությանը (զծ. 317):

Այս խնդիրը լուծելու համար վերցնում ենք  $R$  հարթությունում մի կետ, այդ կետում կանգնեցնում ենք ուղղահայաց ավյալ հարթությանը և նրա վրա տեղադրում ենք պահանջվող հեռավորությունը: Ուղղահայացի ծայրով տանում ենք մի հարթություն, վորը զուգահեռ լինի ավյալին: Վորոնվող հարթությունը նույնպես կլինի ուղղահայաց  $W$ -ին: Գծ. 317 վրա  $R_1$  հարթությունը զուգահեռ և  $R$  հարթությանը և գտնվում և ավյալ  $AB$  հեռավորության վրա  $R$  հարթությունից:

Խնդիր 40. Տված և մի հարթություն  $R$ , վորն ուղղահայաց և  $H$  հարթությանը:  $R$  հարթությունից  $AB$  հեռավորության վրա տանել մի հարթություն զուգահեռ  $R$ -ին և տարած հարթության վրա կառուցել մի քառակուսի:

Այդ խնդիրը լուծելու համար  $R$  հարթության վրա գտնվող  $A$

կետում կանգնեցնում ենք ուղղահայաց և տեղադրում ենք այդ ուղղահայացի վրա  $AB$  յերկարութունը։ Ուղղահայացի ծայրով տանում ենք  $R_1$  հարթութունը, զուգահեռ  $K$ -ին։ Վորպեսզի մենք վորոնվող քառակուսին կառուցենք  $R_1$  հարթութվումում, մենք այդ հարթութվումը համատեղում ենք  $V$  հարթության հետ և կառուցում ենք  $V$  հարթության հետ համատեղած քառակուսու գիրքը։ Ըստ քառակուսու համատեղած գիրքի գտնում ենք նրա պրոյեկցիաները (գծ. 318)։

Խնդիր։ Տված և ընդհանուր գիրքով  $P$  հարթություն և  $A$  կետը այդ հարթությունից դուրս Տանել  $A$  կետով մի հարթություն, վորը զուգահեռ լինի տվյալ հարթությանը (գծ. 318<sub>1</sub>, 318<sub>2</sub>, 318<sub>3</sub> և 318<sub>4</sub>)։

Տանում ենք  $A$  կետով վորոնվող հարթության հորիզոնալը։ Վորովհետև վորոնվող հարթությունը պիտի լինի զուգահեռ  $P$  հարթությանը, ուստի նրանց հորիզոնալները կլինեն զուգահեռ իրար։ Այդ յերևում և նրանից, վոր յերկու հարթությունների հատումները մի հարթությամբ, վորը զուգահեռ և  $H$  հարթությանը, կլինեն զուգահեռ իրար և միաժամանակ նրանք կլինեն իրենց հարթությունների հորիզոնալները։ Այսպես, մեր տարվելիք հորիզոնալի հորիզոնական պրոյեկցիան զուգահեռ կլինի  $P$ -ին, իսկ վերտիկալ պրոյեկցիան ինչպես և յուրաքանչյուր հորիզոնալի, զուգահեռ և  $OX$  առանցքին։

Տարած հորիզոնալի համար գտնում ենք նրա վերտիկալ հետքը, վորով կանցնի վորոնվող հարթության վերտիկալ հետքը։

Վերջինը շարունակում ենք մինչև առանցքը և հարթության հետքերի համատեղման դասած կետով տանում ենք վորոնվող հարթության հորիզոնական հետքը՝ զուգահեռ տվյալ հարթության հորիզոնական հետքին (գծ. 318<sub>1</sub> և 318<sub>2</sub>)։

Յեթն զծագրի վրա մենք չկարողանայինք ստանալ վորոնվող հարթության հետքերի համամիտման կետը, ինչպես տեղի յե ունենում 318<sub>3</sub> գծ. վրա, ապա մենք կողտվենք տվյալ կետով տարած ֆրոնտալից։ Կգտնեյինք այդ ֆրոնտալի հորիզոնական հետքը և նրանով կտանեյինք հարթության հորիզոնական հետքը՝ զուգահեռ տվյալ հարթության հորիզոնական հետքին։ Այդ կառուցումը կատարված և 318<sub>4</sub> գծ. վրա։

Իհարկե, կարող և պատահել, վոր տարած հորիզոնալը կամ ֆրոնտալը իրենց հերթին չկարողանային տալ հետք։ Այն ժամանակ տվյալ հարթությունում պիտի վերցնեյինք ոժանդակ ուղիղ, իսկ  $A$  կետով պետք և տանեյինք մի ուղիղ, վորը զուգահեռ լիներ այդ ոժանդակ ուղիղին և նրա համար կգտնեյինք անհրաժեշտ հետքը, իսկ հետո ուղիղի գտած հետքով կտանեյինք հարթության վորոնվող հետքը (գծ. 318<sub>1</sub>)։

Գծ. 318<sub>4</sub> վրա ոժանդակ հորիզոնալը, վորն անցնում և տվյալ

$A$  կետով, առաջին  $h$  վերադիպել ( $1,1$ ) հետքը: Նշանով տանում ենք վորոնով-դ վերադիպել  $P_{15}$  հետքը:

$A$  կետով տարած Փրոնտալը չի առաջին հետք գծագրի սահմաններում:

Տանում ենք տվյալ հարթությունում ոժանդակ  $MN$  դիծը և  $A$  կետով տանում ենք  $A2$  զուգահեռ  $MN$ -ին:  $A2$  դիծի հորիզոնական հետքով տանում ենք վորոնով-դ հորիզոնական հետքը  $P_{15}$  զուգահեռ  $P_{15}$ -ին:

Խնդիր: Տված է  $P$  հարթությունը իր հետքերով և  $A$  կետը հարթությանից դուրս: Կառուցել յոթանկյունի՝ զուգահեռ տվյալ հարթությանն ալյակես, վոր  $A$ -ում հասնող կողմերը լինեն զուգահեռ  $H$  և  $V$  հարթություններին (գծ. 318):

Յերևակայենք մի հարթություն, վորն անցնում է  $A$  կետով և զուգահեռ է  $P$  հարթությանը:  $A$  կետով տանում ենք այդ հարթության հորիզոնտալը և Փրոնտալը, վորը մենք տրված գիտենք: Նրանց վրա վերցնում ենք յոթանկյան մյուս յերկու գագաթները: Այսպես տանում ենք վորոնով-դ  $ABC$  յոթանկյունին:

Խնդիր: Տված է  $P$  հարթությունն իր հորիզոնական  $P_h$  հետքով և  $(p', p)$  կետով:  $A$  կետով տանել զլիսավոր գծերը  $P_1$  հարթության, վորը զուգահեռ է  $P$  հարթությանը:

Վորոնով-դ հարթության հորիզոնտալի հորիզոնական պրոյեկցիան զուգահեռ է  $P_h$ -ին, իսկ վերադիպել պրոյեկցիան, իհարկե, զուգահեռ է  $OX$ -ին: Վորոնով-դ  $AC$  Փրոնտալը տանելու համար մենք նախապես տանում ենք տվյալ հարթության  $PQ$  Փրոնտալը և դրանից հետո տանում ենք  $AC$  զուգահեռ  $PQ$ -ին:

Գ Լ Ո Ւ Խ 7.

**ՏԵԽՆԻԿԱԿԱՆ ԳԵՂԳՐԵՐԻ ՁԵՎԱԿԵՐՊՄԱՆ  
ԱՌԱՆՁՆԱՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ ՀԱՄԵՐԱՏԱՍ ԳԵԱԳՐԱԿԱՆ  
ՅԵՐԿՐԱՋԱՓՈԽԹՅԱՆ ԳԵԱԳՐԵՐԻ ՀԵՏ**

**§ 102. Անցում գծագրական յերկրագիտությանից դեպի  
մեխանիկական գծագրությունը**

Թիպես և մեքենաշինական գծագրության մեջ ոգտվում են ուղղանկյուն պրոյեկցիաներից, բայց մեքենաշինական գծագրության մեթոդը նրանց աղերացնում է մի շարք լրացուցիչ պայմանական կանոններ, վորոնք ընդունված են պրակտիկայում: Այդ լրացուցիչ կանոնները հայտնի յեն տեխնիկական գրականության մեջ Եղայմանականություններ մեքենաշինական գծագրության մեջ՝ անվան տակ:

Մենք այստեղ մտադիր չենք այդ բոլոր պայմանականությունները ընդափել (տես ձեռնարկները մեքենայինական գծագրության), այլ կուսուժեալներենք միայն նրանցից մի քանիսը գծագրական յերկրաչափությունից դեպի մեքենայինական գծագրությունն անցնելու հարցի կապակցությամբ:

Մեքենայինական գծագրության մեթոդի հիմունքները և այդ մեթոդի կապը գծագրական յերկրաչափության մեթոդի հետ հասկանալու համար մենք կրեւնք միևեւոյն առարկայի պրոյեկտման որինականները յերկու մեթոդով:

318<sub>1</sub> և 318<sub>2</sub> գծագրերի վրա այդ կատարված և ամենապարզ որինականներից մեկի համար:

318<sub>1</sub> գծ. վրա ունենք յերկու պրոյեկցիաները մի վոչ բարդ առարկայի, վորը բաղկացած է ուղղանկյուն դուզանհոսանիստներից:

318<sub>2</sub> գծ. վրա այդ առարկան գծած և մեքենայինական գծագրության կանոններով, Համեմատենք իրար հետ այդ յերկու գծագրերը:

Ամենից առաջ նկատում ենք, վոր 318<sub>2</sub> գծ. վրա բացակայում են կոորդինատային առանցքները և յերևան են դալիս նոր դեմք, գծած աշպիս կոչված բառանցքային կետ և գծիկով, այսինքն կետերի և գծիկների հերթագայում:

Այդ կետ և գծիկները ներկայացնում են սիմմետրիկ (համաչափության) առանցքներ և պարտադիր են գծագրի համար, վորը կատարվում է մեքենայինական կանոնների համաձայն, յեթե գծվող մասը կամ իրն ունի համաչափության (սիմմետրիա) առանցք:

Հետո 318<sub>2</sub> գծ. վրա մենք նկատում ենք դրված Հափիլը (Հափիլը դնելու մասին տես մեքենայինության գծագրության ձեռնարկները), վորը չկա 318<sub>1</sub> գծագրի վրա:

318<sub>1</sub> ախի գծագրի վրա, վորը կատարված է գծագրական յերկրաչափության կանոններով, մենք Հափիլը վերցնում ենք անմիջապես գծագրից ըստ մասշտաբի: Իսկ մեքենայինական գծագրերի վրա այդ չի թույլատրվում, այլ բոլոր Հափիլը վերցնում են ըստ գծագրի վրա դրած Հափիլի: Դրա համար գծագրի վրա պիտի դնել բոլոր Հափիլը, վորով կարելի լինի պատրաստել մեքենայի պրոյեկտովող մասը:

Պրոյեկցիաները մեքենայինական գծագրության մեջ ոգտագործվում են վորպես տեսքեր, վերտիկալ պրոյեկցիան ներկայացնում է տեսք առջևից, կամ նրան կոչում են նաև եզլիսավոր տեսք, հորիզոնական պրոյեկցիան՝ ներկայացնում է տեսքը վերևից և յերկրորդ վերտիկալ պրոյեկցիան՝ տեսքը ձախից (տես OCT № 352—տեսքերի (պրոյեկցիաների) դասավորումը գծագրի վրա):

Ավելի պարզ պատկեր տալու համար մեքենայինական գծագրերը

կատարում են ավելի հաստ դծերով, թեպետ այդ հաստությունը կախված է գծագրի մասշտաբից և նրա ըարձրությունից:

Մեքենաշինական գծագրության կուրսերում մանրամասնորեն մասնանշված են դծերի խմբերը, վորոնցից հարկավոր է ոգավել պատշաճ դեպքում: Այդ դծերը սահմանված են ըստ համամիութենական ստանդարտների (տես OCT № 355):

Մեքենաշինական գծագրության մեջ պահանջներից մեկն է նյութի ցույց տալը, վորից պատրաստված է տվյալ մասը: Այդ ցույց է տրվում կտրվածքներում և հատվածներում հատուկ շտրիխվածքի միջոցով և նշովում և սպեցիֆիկացիայում: Մինչև համամիութենական ստանդարտների սահմանելը այս խնդրում գոյություն է ունեցել մեծ անհեղաշնականություն: Այժմ հարցը կանոնավորված է շնորհիվ OCT № 354-ի և սպեցիֆիկացիաների մոցնելով: Մեքենաշինական գծագրերի վրա անում են յերևակայական կտրվածքներ և ծածկում են շտրիխներով համաձայն OCT № 354:

Մեղ մոտ 318<sub>0</sub> դծ. վրա շտրիխած և գլխավոր տեսքի ձախ կեսը, ընդվորում այդ շտրիխվածքով ինքը նշված չի մասնանշված, վորովհետև ավելի դեպքում և հետադարձ գծագրերն ունեն դուստ տեսական ընույթ, ապա պայմանավորվինք կտրվածքներն ուղղակի շտրիխել նյութից անկախ:

Գծագրական յերկրաչափության գծագրերում մենք հանվածքները և կտրվածքներն անում ենք փաստացի և այն դիմը, վորը բաժանում է կտրած մասը վոչ կտրածից, յուրաքանչյուր պրոյեկցիայում քաշվում և անընդհատ գծով, յեթե, իհարկե, նա տեսանելի յե (որինակ դծ. 125, 129, 195, 201 և այլն):

Իսկ մեքենաշինական գծագրում կտրվածքները կատարում են յերեակայական և պայմանավորվել են, վոր յուրաքանչյուր պրոյեկցիայում այն դիմը, վոր բաժանում է կտրած մասը վոչ կտրածից և վորը համընկնում և սխեմատիկ առանցքի կամ կտրվածքի առանցքի հետ, չքաշվի անընդհատ գծով և կտրվածքն ել այստեղ յեղրափակում են այսպես կոչված կտրվածքի գծով (հատուկ հաստության կետագծիկով, վոր մասնանշված է OCT-ի նորմաներում «կտրվածքներ և հատվածներ»):

Ուրիշ խոսքով, առանցքային գծի վրայով չեն տանում անընդհատ գիծ, բացառությամբ այն դեպքի, յերբ առանցքի վրա պրոյեկտվում է ավելի մասի կ-դր, կամ այդ մասում արված է փաստացի հանվածք, վորի յեղրը պրոյեկտվում և առանցքի վրա:

Գծագրական յերկրաչափությունում անում են հանվածքները և կտրվածքները փաստացի և ճշանք պրոյեկտվում են բոլոր հարթությունների վրա, վորոնց վրա պրոյեկտվում և ինքը առարկան, ինչ-

պես մենք տեսանք վերևում: Իսկ մեքենայինական գծագրության մեջ կարելի չե կարգվածքները և հանվածքները ցույց տալ վոչ անպատճառ բոլոր պրոյեկցիաների վրա: Ընդվորում կարվածքներն անում են այնպես, վոր գծալիբը լինի ավելի հասկանալի: Կարվածքը պիտի ցույց տալ չխախտելով պրոյեկցիայի ընդհանուր կոնսուրը:

Մեքենայինական գծագրերում թույլատրելի չե նույնպես այնպիսի դեպք, յեւր մի պրոյեկցիայի վրա ցույց եւորվում մի կարվածքը, իսկ մյուսի վրա՝ մյուսը:

Որինակ գծ. 318<sub>12</sub> վրա, վորտեղ մասը պատկերացված է հինգ տեսքով, գլխավոր տեսքն ունի վերտիկալ յերկայնական կարվածք, տեսքը վերևից ունի հորիզոնական կարվածք, իսկ ձախից, աջից և ներքևից տեսքերը չունեն բոլորովին կարվածքներ (տեսքերի դասավորման մասին տես OCT № 352): Մեքենայինական գծագրերի կարվածքների նպատակը կրկնակի չե. առաջինը, ինչպես ասված եր վերևում, ցույց տալ նյութի տեսակը (իսկ՝ սպեցիֆիկալում՝ ճշտել), վորից պատրաստված է մասը և յերկրորդը, վոր գլխավորն ե, տալ հասկանալի գծադիր, ցույց տալով մասի (դետալ) ներքին մակերեսվորթը:

318<sub>9</sub> և 318<sub>9</sub> գծագրերի վրա մենք ոգտվել ենք յերկու պրոյեկցիաներից, մինչդեռ այդ միշտ հնարավոր չե առանց գծագիրն անվորոշ դարձնելու վտանգի:

318<sub>9</sub> և 318<sub>10</sub> գծագրերի վրա ունենք միևնույն առարկայի յերեք պրոյեկցիան:

Գծ. 318<sub>9</sub> կառուցված է գծագրական յերկրաչափության մեթոդով, իսկ գծ. 318<sub>10</sub> վրա՝ մեքենայինական գծագրության մեթոդով:

Այստեղ 318<sub>10</sub> գծագրի վրա նկատում ենք մեքենայինական գծագրի ևս մի առանձնահատկութունը: Պայմանավորվել են կոզերը, միջնապատերը, ճաղերը, յիւուստները յերկարությամբ չկտրել, թեկուզ նրանք և ընկնեն կարվածքի մեջ, դրա համար կարվածքի մի մասը գլխավոր տեսքում գծ. 318<sub>10</sub> չի շարիւսած: 318<sub>12</sub>, 318<sub>14</sub>, 318<sub>15</sub>, 318<sub>16</sub> և 318<sub>17</sub> գծագրերի վրա բերված են մի շարք մեքենայինական մասերի պատկերացումներ:

Այդ հինգ գծագրերի համար կառուցված են նաև շեղանկյուն պրոյեկցիաները, վոր պիտի դուրացնեն հիմնական գծագրի ըմբռնումը: Ընդամիս յեղանկյուն պրոյեկցիաներում ցույց եւ աված մակերևութի շտրիկվածքը, վորը գծագրին տալիս ե ավելի կարկառուն տեսք (բիդլիբի և Ֆուլլի մոտ մենք ունենք այդպիսի շտրիկվածքի շատ որինակներ):

Շեղանկյուն պրոյեկցիաների համար անում ենք փաստացի կարվածքներ: Մեքենայինական գծագրության պայմանականություն-

ներին և վերաբերում պրոյեկցիաների մի մասի գծելու զեպերը, վորպիսիք մենք ունենք 318<sub>13</sub>, 318<sub>14</sub> գծ. վրա (տես OCT № 352 և 354): Մի գծ-գրի վրա ցույց և աված մասնակի տեսքերը, իսկ մյուսի վրա—հ-դի հատումը, վոր քաշված և հենց նույն հաշի գծագրի վրա Այստեղ մենք ունենք պատման մեթոդի կիրառումը:

Այս գլխում բերած ցուցմունքներով և որինակներով չի սահմանափակվում մեքենաշինական գծագրության ամբողջ մեթոդը, լրիվ ծավալով նա շարադրված և համապատասխան կուրսերում, բայց այստեղ բերած են նրա մի քանի առանձնահատկությունները, վորպեսզի մեքենաշինական գծագրության մեթոդը կապենք գծագրական յերկրաչափության ուղղանկյուն պրոյեկցիան մեթոդի հետ և ցույց տանք առնչությունը միևնույն առարկայի յերկու գծագրերի միջև, կատարված թե մեկ և թե մյուս մեթոդով և հնարավորություն տանք ուսանողին գիտակցությամբ անցնել մեքենաշինական գծագրությանը:

Իբրև ներածություն մեքենաշինական գծագրության շատ ոգտավետ և գծագրական յերկրաչափության տկառացումները բաժինն անցնելուց հետո, այդ գլխում բերած 318<sub>13</sub>, 318<sub>14</sub>, 318<sub>15</sub>, 318<sub>16</sub> և 318<sub>17</sub> գծագրերից 2—3 որինակ կատարել ըստ այդ գծագրերին կից տված չափերի:

Ինչպես մենք տեսնում ենք, մատնանշված գծագրերի վրա չափերը նշված են տասերով, իսկ այդ տասերի արժեքը տված և առանձին աղյուսակով նույն յերեսի վրա: Յուրաքանչյուր առաջագրություն ունի վեց վ-րիանոտ, վորոնցից մեկը պիտի կատարել:

Այդպիսի աշխատանքը, լինելով մի կողմից շատ հասարակ, համարյա պատճենահանման աշխատանք, այնուամենայնիվ մոտիկ ծանոթացնում և ուսանողին մեքենաշինական գծագրության ընթացքին, հարկադրելով նրան ուշադրությամբ զննել մեքենաշինական գծագրության տեսքը և բովանդակությունը:

## ԲԱԺԻՆ II

### ՀԱՏՈՒՄՆԵՐ ՅԵՎ ՓՈՒՈՒՄՆԵՐ

Գ Լ Ո Ւ Խ Ի.

ՈՒՂԻՂ ԳԾԵՐԻ ՅԵՎ ՀԱՐԹՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՀԱՅՈՒՄԸ  
ՀԱՐԹՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՀԵՏ ՅԱՎ ԱՆՍԹԱՆ ՎՈՐՈՇՈՒՄԸ  
ՀԱՐԹՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՄԻՋՍՎ.

§ 103. Ուղիղ գծի հասումը հեռեւորով աված հարթության հետ

Այս հարցի ընդհանուր դեպքը կղիտվի ուղիղ ուղի, իսկ այստեղ մենք դիտենք ուղիղ գծի հատումը մեզ ծանոթ վեց հարթությունների հետ:

Գծ. 319 վրա ( $k', k$ ) կետը ներկայացնում է ուղիղ գծի հատումը  $H$  հարթությանն ուղղահայաց հարթության հետ, վորովհետև ( $k, k'$ ) կետի հորիզոնական պրոյեկցիան գտնվում է  $R$  հարթության հորիզոնական հետքի վրա, ուրեմն նա գտնվում է  $R$  հարթության վրա և բացի դրանից, ( $k', k$ ) կետի պրոյեկցիաները գտնվում են տվյալ ( $a'b', ab$ ) ուղիղի համապատասխան պրոյեկցիաների վրա:

Անելով նման դատողություններ 320—324 գծ. վերաբերմամբ, մենք հնարավորություն ունենք հեշտությամբ ապացուցելու, վոր բոլոր այստեղ մասնանշված դեպքերում ( $k'k$ ) կետը ներկայացնում է գծի և հարթության հատման կետը:

Այստեղ ուսումնասիրված հարթության և ուղիղ գծի հատման դեպքերը—հատման վերաբերյալ շատ խնդիրների լուծման հիմքն են կազմում: Նկատենք, վոր նման յեղանակով մենք կարող կլինենք հատել այստեղ դիտած հարթությունները կոր գծի հետ, որինակ, շրջանագծի հետ: Դրա համար անհրաժեշտ է կորի համապատասխան պրոյեկցիան հատել հարթության հետքի հետ և ստացած հատման կետը պրոյեկտել կորի մյուս պրոյեկցիայի վրա: Գծ. 325 և 326 վրա ունենք շրջանի աղեղի հատման որինակները  $H$  և  $W$  հարթություններին ուղղահայաց հարթություններին հետ:

Խնդիր 41: Կառուցել ուղիղ գծի և շրջանագծի հատումը ուղղանկյան հետ, վորի հարթութունն ուղղահայաց է պրոյեկցիաների հարթութւններից մեկին: Ուղղանկյունը հաշվել անժամանցիկ:

Գծ. 327 վրա ուղղանկյան հարթութւնն ուղղահայաց է H հարթութւնը և այդ ուղղանկյան հատման ( $I', 1$ ) կետը ( $a'b$ ,  $a'b'$ ) ուղիղի հետ դանդում է 319 գծ. հիման վրա: Ուղիղի վերաիկալ պրոյեկցիայի անտեսանելի մասը մենք գծում ենք կհատաչարով:

Գծ. 328 վրա ունենք MNPQ ուղղանկյան (վորի հարթութւնն ուղղահայաց է H-ին) հատումը շրջանագծի հետ, վորը դանդում է V-ին դուզանեա հարթութւնի վրա:

Շրջանագծի հատման կետն ուղղանկյան հետ կլինի ( $I', 1$ ), Իսկ ( $2', 2$ ) կետը դանդում է ուղղանկյան կոնտուրից դուրս, ուրեմն նա ուղղանկյան հատման կետ չէ շրջանագծի հետ:

Գծ. 329, 330 և 331 վրա ունենք ուղղանկյան հարթութւնի հաշտումները ուղիղ գծի հետ: 329 գծ. վրա ուղղանկյունը վերցված է գուգահեա V հարթութւնը: Գծ. 330 վրա ուղղանկյունն ուղղահայաց է V-ին և գծ. 331 վրա ուղղահայաց է W-ին: Աշխատանքի ընթացքը ցույց է տված սլաքներով:

Գծ. 332 և 333 վրա ուղղանկյան հարթութւնը հատված է շրջանագծով: Շրջանագծի անտեսանելի մասերը ցույց են տված կետաշարով համապատասխան պրոյեկցիայում: Աշխատանքի ընթացքը ցույց է տված սլաքներով:

### § 106. Հարթ պատկերի կառուծք մի ուղիղի հետ, վորն ուղղահայաց է H, V կամ W-ին

Իբրև հարթ պատկեր վերցնենք մի յեռանկյունի, վորը կամավոր թեք է պրոյեկցիաների հարթութւնների:

Գծ. 334, 335 և 336 վրա ունենք յեռանկյան հատումը ուղիղի հետ, վորն ուղղահայաց է H-ին:

Դիտենք յուրաքանչյուր գծագիրն առանձին:

Գծ. 334 վրա տանում ենք յեռանկյան հարթութւնի վրա ոժանգակ դիմ, վորը հասի տվյալ ( $m'n'$ ,  $mn$ ) ուղիղը: Այդպիսի ուղիղներ յեռանկյան հարթութւնի վրա կարելի չէ տանել մեծ թվով և նրանց բոլորի հորիզոնական պրոյեկցիաները կանցնեն  $mn$  կետով: Գծ. 334 վրա տարված է այդպիսի ուղիղներից մեկը ( $k'l'$ ,  $kl$ ): Կառուցումն սկսում ենք՝ տանելով հորիզոնական  $kl$  պրոյեկցիան  $mn$  կետով:  $k$  և  $l$  կետերը, ինչպես ցույց է տված գծագրի վրա սլաքներով, պրոյեկտում ենք  $a'b'$  և  $c'b'$  վրա և ստանում ենք ոժանգակ ուղիղի վերաիկալ պրոյեկցիան  $k'l'$ :

Ռժանդակ ուղիղի վերաբերյալ պրոյեկցիան հաստատվում է նաև միայն ուղիղի վերաբերյալ պրոյեկցիայի հետ 1' կետում: Կետը 1' կլինի յեռանկյան ու (m'n, mn) ուղիղի վորոնվող հատման կետի վերաբերյալ պրոյեկցիան: Իսկ այդ կետի հորիզոնական պրոյեկցիան կլինի 1 կետում, վորը համընկնում է mn կետի հետ:

Գծ. 335 վրա կերտված է նույն յեղանակը, ինչ վր 334 գծ. վրա, բայց միայն ռժանդակ ուղիղը տարված է յեռանկյան գագաթով: Գծագրի վրա կառուցման ընթացքը ցույց է տված սլաքներով:

Գծ. 336 վրա կառուցումը նույնպես սկսում ենք, քաշելով հորիզոնական պրոյեկցիան մի ռժանդակ ուղիղի, վորը գտնվում է լինի (abc, a'b'c') յեռանկյան հարթութունում և հատի միայն ուղիղը:

Այնուհետև պետք է վր k կետը, վորը գտնվում է ab վրա, պրոյեկտիվները a'b' վրա, բայց վորովհետև գիծը (ab, a'b') գտնվում է պրոֆիլային հարթութունում, ուստի k' անմիջապես պրոյեկտելով վորոշել հնարավոր չէ: Այդ պատճառով (ab, a'b') ուղիղը պրոյեկտենք W վրա և գտնենք նրա վրա k'' կետը, իսկ հետո k'' կետի պարզ պրոյեկտումով a'b' վրա գտնում ենք վորոնվող k': k' կետը միացնում ենք s' հետ և ստանում ենք s'k'—ռժանդակ ուղիղի վերաբերյալ պրոյեկցիան, վորը հաստատվում է նաև միայն ուղիղի վերաբերյալ պրոյեկցիայի հետ 1' կետում: Գծագրի վրա աշխատանքի ընթացքը ցույց է տված սլաքներով:

Իսկ 1 կետը գտնվում է mn կետում: Այս կերպ մենք ստացանք (abc, a'b'c') յեռանկյան և (mn, m'n') ուղիղի վորոնվող հատման կետը (1', 1):

Գծ. 337 վրա (m'n', mn) ուղիղը վերցվում է ուղղահայաց V հարթութանը: Այստեղ աշխատանքն սկսում ենք, տանելով ռժանդակ ուղիղի վերաբերյալ պրոյեկցիան: k' կետը պրոյեկտում ենք ab վրա և ստանում k կետը, վորը միացնում ենք s կետի հետ: Այսպես ստանում ենք ռժանդակ ուղիղի հորիզոնական sk պրոյեկցիան, sk գիծը հաստատվում ենք mn հետ 1 կետում, վորը կլինի վորոնվող կետի հորիզոնական պրոյեկցիան: 1' կետը գտնվում է m'n' կետում:

Բոլոր որինակներում յեռանկյունն հաշվում ենք անթափանցիկ, հերթին միայն ուղիղի վորոշ մասերը կլինեն անտեսանելի և համապատասխանորեն պրոյեկցիաներում նրանք տարված են կետաշարով:

338 և 339-գծ. վրա բերած են յեռանկյան և W հարթության ուղղահայաց ուղիղի հատման որինակները: Մի դեպքում (գծ. 338) ռժանդակ ուղիղը տարած է վր յեռանկյան գագաթով, իսկ մյուս դեպքում (գծ. 339) նա տարված է գագաթով: Գծ. 338 և 339 վրա կառուցման ընթացքը ցույց է տված սլաքներով և նա հասկանալի յեռախորդ բացատրությունների հիման վրա ըստ 334 և 335 գծ.:

Գծ. 338 վրա, բացի զրանից, գտնված են մրցող կետերը—պար-  
զելու համար (m, m', m'') ուղիղի մասերի տեսանկյունը  
H, V և W վրա պրոյեկտելու ժամանակ:

### § 105. Ուղղանկյան հատման յեռանկյան հեռ.

1. Լրիվ հատում: Ուղղանկյունին կվերցնենք այնպես, վոր նրա  
մի կողմը լինի զուգահեռ OZ-ին, ուրևի մայրալիս ուղղանկյան հար-  
թությունն ուղղահայաց և H հարթությանը:

Այդ ուղղանկյունին կհատենք մի յեռանկյան հետ, վորը կամա-  
վոր թեք և պրոյեկցիաների հարթություններն կվերցնենք մի շարք  
գեղձեր, յերբ ստացվում են լրիվ և վռչ լրիվ հատումներ:

Գծ. 340, 342 և 344 վրա ունենք ուղղանկյան և յեռանկյան  
լրիվ հատումը: Բոլոր յերեք գեղձերում ուղղանկյան հարթությունն  
ուղղահայաց և H հարթությանը, ուրևի յեռանկյան կողմերի հատու-  
մը ուղղանկյան հարթության հետ իրականանում և շատ հասարակ  
կերպով:

Հատում ենք յեռանկյան մի կողմի հորիզոնական պրոյեկցիան  
ուղղանկյան հորիզոնական պրոյեկցիայի (ուղղանկյան հորիզոնական  
պրոյեկցիան ուղիղ գծի և) կամ նրա շարունակության հետ և ստա-  
նում ենք վորոնվող հատման կետի հորիզոնական պրոյեկցիան:

Գծ. 340, 342, և 344 վրա վորոնվող հատման գիծը կլինի (12, 1'2'):

Գծ. 340 վրա (12, 1'2') գիծը գտնվում և անմիջապես, իսկ մյուս  
342 և 344 գծ. վրա մենք նախապես գտնում ենք (kl, kl') գիծը և ապա  
նրա վրա գտնում ենք վորոնվող (12, 1'3') գիծը (kl, kl') գծի վորոն-  
ման յեղանակը գծագրերի վրա մասնանշված և սլաքներով:

Բացի զրանից, 342 գծ. վրա կառուցված են մրցող կետերը (3, 3')  
և (4, 4'), վորոնց միջոցով պարզում ենք յեռանկյան և ուղղանկյան  
կողմերի անտեսանկի մասերը:

Գծ. 341, 343 և 345 վրա նույն խնդիրը լուծված և շեղանկյան  
մեթոդով: Գծ. 346—351 վրա ունենք 340—345 գծագրերի յերկրորդ  
որինակը:

Յերկրորդ որինակ մենք կանվանենք այնպիսի գծագրեր, վոր  
ստացվում և առաջին որինակից՝ բաց թողնելով բոլոր առեղերը, բո-  
լոր թվանշանները, պրոյեկտող, ոժանդակ և անտեսանկի գծերը: Մեծ  
մասամբ յերկրորդ որինակը ներկում են: Մեր որինակներում մենք  
յեռանկյունին ծածկում ենք շարիխներով: 352 և 353 գծ. վրա ունենք  
յեռանկյան և ուղղանկյան լրիվ հատումները:

2. Վռչ լրիվ հատում: Գծ. 354 և 356 վրա ունենք ուղղանկյան և  
յեռանկյան վռչ լրիվ հատումը:

(1, 1') կեսը այդ գծագրերի վրա ստացվում է անմիջական պրոյեկտումով, ինչպես այդ մենք անում եյինք նախորդ գծագրերի վրա:

(2, 2) կեսն ստանալու համար 354 գծ. վրա յերեւակայնեք մի հարթություն, վորն անցնում է յնուանկյան (m', m) գագաթով և ուղղանկյան (c'd', cd) կողմով:

Այդպիսի հարթությունը կհատի յնուանկյան հարթությունը (mk, m'k') գծով, վորի հորիզոնական պրոյեկցիան կանցնի m և d կետերով: Այդ զիծը մենք հասում ենք k կետում որ գծի հետ k կեսը պրոյեկտում ենք n'p' վրա և ստանում k' կեսը. k' կեսը միացնում ենք m' հետ: m' k' գիծը հասում ենք c'd' հետ 2' կետում, (2, 2') կեսը (cd, c'd') վերաիկալ գծի հատման կետն և յնուանկյան հարթության հետ: Դիծը (12, 1' 2') կլինի յնուանկյան ու ուղղանկյան վորոնովոդ հատման գիծը:

Գծ. 356 վրա կառուցումն սկսվում է այնպես, ինչպես 354 գծ. վրա, բայց (2, 2') կեսը գտնվում է յնուանկյան վոչ թե վերաիկալ կողմի վրա, այլ հորիզոնական:

2' կեսը գտնելու համար մենք նախապես գտնում ենք 1' կեսը, վոր յնուանկյան և (cd, c'd') ուղիղի շարունակության հատման կետի վերաիկալ պրոյեկցիան է: 1' կեսը միացնում ենք 1' կետի հետ և այդ ուղիղով հասում ենք b'c' ուղիղը 2' կետում: Վորոնովոդ հատման գիծն է (12, 1' 2') ցւղիղը:

Գծ. 355 և 357 վրա պատկերացված են 354 և 356 գծագրերի տաքածական գծագրերը: 355 և 357 գծ. վրա ժառանանշված լուծման յեղանակն ավելի ակնբախ է:

## § 106. Իրենց հեռերով աված հարթությունների հատումը

Դիցուք ունենք յերկու համովոդ հարթությունների տաքածական գծագիրը (գծ. 357): Նրանց հատման MN գիծը, գտնվելով համովոդ հարթություններից յուրաքանչյուրի վրա, կուեննա իր հեռքերը այդ հարթությունների համապատասխան հեռքերի վրա: Այս ձևով, հարթությունների վերաիկալ հեռքերի համակցուց (M կեսը) մենք կուեննանք վորոնովոդ հատման գծի վերաիկալ հեռքը, իսկ հորիզոնական հեռքերի համակցուց—հորիզոնական հեռքը:

Գտնելով H հարթությունը մինչև համատեղվելը V հարթության հետ, մենք 357, գծագրի վրա կանենանք ընդհանուր գիծըով յերկու հարթությունների հատումը:

357, գծ. վրա ընդհանուր գիծըով հարթությունը հատած է հորիզոնական պրոյեկտոդ հարթությամբ: Վորոնովոդ հատման (mn, m'n') գիծը գտնվում է ըստ նախորդ որինակի: Այս դեպքի առանձնահատ-

կությունն այն է, զոր հատման գծի հորիզոնական պրոյեկցիան գտնվում է R հարթության հորիզոնական հեռքի վրա:

Գծ. 357, վրա ընդհանուր դիրքով հարթությունը հասած է միառևիզող հեռքերով հարթության հետ: Հեռքերի յերկու զույգն էլ համապատասխանորեն հատվում են, և ըստ նախորդի մենք հեշտությամբ գտնում ենք վորոնվող ( $m, m'$ ) դիժը:

Գծ. 357, վրա մենք ունենք ընդհանուր դիրքով P հարթության և R հարթության տարածական գծագիրը, ընդվորում R զուգահեռ և H հարթությանը:

Վորոնվող հատումը կլինի հորիզոնապար

Շրջելով H հարթությունը OX առանցքի շուրջը մինչև համասեղելը V հարթության հետ, մենք կունենանք 357, գծ. Այդ գծագիրը կլինի նախնական՝ հետևյալի վերաբերմամբ:

Դիցուք, մենք ունենք մի զեպը, յերբ հեռքերից մի զույգը գծագրի սահմաններում չի հատվում (գծ. 357), Տանում ենք մի ոժանդակ R հարթություն, վորը զուգահեռ լինի H հարթությանը: Նա կհատի մեր հարթություններից յուրաքանչյուրն ըստ հորիզոնապարի: Այդ յերկու հորիզոնապարները 1 K և 2 K, գտնվելով մի R հարթությունում, կհատվեն K կետում, վորը կգտնվի յերկու հարթությունների վրա, ուրեմն նա կգտնվի հարթությունների հատման վորոնվող գծի վրա: H վրա գտած K կետը միացնում ենք տվյալ հարթությունների հորիզոնական հեռքերի հատման n կետի հետ: Դիժը ( $kn, k'n'$ ) կլինի հարթությունների հատման վորոնվող գիժը: Յեթի յերկու զույգ հեռքերի հատումը մենք չունենալինք գծագրի սահմանում, ապա պիտի տանելինք յերկու ոժանդակ հարթություններ զուգահեռ H-ին կամ մեկը զուգահեռ H-ին, իսկ մյուսը զուգահեռ V-ին, կամ յերկուսն էլ զուգահեռ V-ին, նայած հարթությունների դասավորությանը տարածությունում: Կառուցումը կատարվում է նախորդ սրինակի նման: Իսկ մյուս մասնավոր զեպերում մենք կարող ենք ոգտվել և ուրիշ ոժանդակ հարթություններից:

### § 107. Ուղիղ գծի հետումը բե՛ հարթությունների հետ

H և V-ին թեք հարթությունների հատման համար H կամ V հարթություններին ուղղահայաց ուղիղների հետ մենք ոգտվում ենք ոժանդակ հորիզոնապարների և ֆրոնտալների յեղանակով:

357, գծագրի վրա տված են ընդհանուր դիրքով հարթության և H հարթության ուղղահայաց ուղիղն AB, վորը, ինչպես մեզ հայտնի չէ, H վրա պրոյեկտվում է իբրև կետ: Դիցուք, գտնված է հարթության հատման I կետը տվյալ ուղիղի հետ: Նրա հորիզոնական պրո-

յեկեցիան կլինի 1 կետը, զորը համընկնում է  $ab$  կետի հետ: Վերադառնալով 1 կետը դանդում է տվյալ հարթությունում, ապա նրանով կարելի չի ասանել հորիզոնալ կամ ֆրոնտալ, զորոնց հորիզոնական պրոյեկցիան անցնում է  $ab$ -ով:

Այժմ, ընդհակառակը, յեթև մենք տանենք, որինակ՝  $P$  հարթության հորիզոնալն այնպես, զոր նրա հորիզոնական պրոյեկցիան անցնի  $ab$ -ով, ապա վերադառնալ պրոյեկցիան կհատի  $a'b'$ — $1'$  կետում: Յեղայա ձևով կդանվեն կետի յերկու պրոյեկցիաները: Գծ. 357, վրահատուցումը ցույց է տված սլաքներով:

Գծ. 357, վրա նույն խնդիրը լուծված է միաձուլվող հետքերով հարթության համար: Այս պարագրաֆում բերված դատողությունների հիման վրա դանում ենք հաստատված զորոնվող կետը ( $1, 1'$ ) ֆրոնտալի միջոցով:

Գծ. 357<sub>10</sub> վրա ուղիղն  $AB$ , զորն ուղղահայաց է  $H$  հարթությանը, հատած է  $P$  հարթության հետ, զորը տված է իր հորիզոնական  $P_h$  հետքով և  $(p', p)$  կետով: Կիրառում ենք հենց նոր լուսաբանած յեղանակը. նախքան ֆրոնտալ տանելը, զորը պահանջվում է հաստատան ( $1, 1'$ ) կետը դանելու համար, մենք տեղակայում ենք ֆրոնտալի վերադառնալ պրոյեկցիայի ուղղությունը՝ ֆրոնտալը  $(p', p)$  կետով ատանելու միջոցով: Յեղ ապա զրանից հետո դառնալով  $PQ$  ֆրոնտալին զուգահեռ քաշում ենք ֆրոնտալ, զորն անհրաժեշտ է հաստատան կետը դանելու համար: Գծ. 357<sub>10</sub> վրա այդ ֆրոնտալն ունի սլաքներ: Վորոնվող կետը կլինի ( $1', 1$ ):

Գծ. 357<sub>11</sub> վրա նույնպես տված է մի հարթություն իր հետքով և  $(p, p')$  կետով: Հատել այդ հարթությունն ուղիղ գծով, զորն ուղղահայաց է  $V$  հարթությանը: Ցույց տանք ևս լուծման մի վարիանտ մեր կողմից ուսումնասիրվող խնդիրների: Տանենք տվյալ հարթության ռժանդակ ուղիղն այնպես, զոր նրա  $p'k'$  վերադառնալ պրոյեկցիան անցնի  $a'b'$  կետով, զորտեղ կլինի նաև ուղիղ գծի ու հարթության հաստատան զորոնվող կետի վերադառնալ պրոյեկցիան:

Դանում ենք մեր քաշած ռժանդակ ուղիղի հորիզոնական պրոյեկցիան  $pk$ : Այդ հորիզոնական պրոյեկցիան հատում ենք տվյալ ուղիղի հորիզոնական պրոյեկցիայի հետ 1 կետում, իսկ կետը 1՝ վերցնում ենք  $a'b'$  կետում:

Ստացված ( $1, 1'$ ) կետը մի կողմից դանվում է ռժանդակ ուղիղի վրա, մյուս կողմից՝ տվյալ ուղիղի վրա, ուրեմն նա ուղիղ է հարթության հաստատան կետն է:

Գծ. 357<sub>12</sub> վրա այդ նույն խնդիրը լուծված է ֆրոնտալի միջոցով: Սկզբում տարած է ռժանդակ ֆրոնտալը ( $p'q', pq$ ) և հետո այն

Ֆրոնտալը, վորը տալիս և վորոնվող հատումը Ըստ կառուցման ընթացքի՝ վերջին Ֆրոնտալի վրա դրված են սլաքներ:

Յեզ, վերջապես, գծ. 357<sup>12</sup> վրա նույն խնդիրը լուծված և հորիզոնալի միջոցով:

Իսկ հորիզոնալը կառուցելու համար նախապես տվյալ հարթությունում տարած և ոժանդակ (k'p', kp) ուղիղը և այդ ուղիղի միջոցով կառուցված են այն հորիզոնալի պրոյեկցիաները, վորի վրա գտնվում և հատման վորոնվող կետը: Ըստ կառուցման ընթացքի՝ հորիզոնալի վրա դրված են սլաքներ:

2. Դիտենք թեք հարթությունների հատումը կամավոր ուղիղ գծերի հետ:

Այդ խնդիրը մենք կարող եյինք լուծել սովորական լեզանակով, ուղիղով տանել ոժանդակ պրոյեկտող հարթություն, հետո հատել տվյալ հարթությունը տնարած պրոյեկտող հարթությամբ և ստացած հատման գիծը հատել տվյալ ուղիղ գծի հետ:

Այդ լեզանակն անհարմար և, չնրբ հարկ և լինում հարթության հետ հատել մի ամբողջ շարք գծեր (որինակ՝ բազմանիստերը հարթությամբ հատելու ժամանակ), դրա համար մենք այստեղ կտանք ուղիղ գծի և հարթության հատման մի ուրիշ լեզանակ, հիմնված պրոյեկցիաների հարթությունների փոփոխման մեթոդի վրա:

Պրոյեկցիաների հարթություններից մեկի փոփոխումով մենք տվյալ հարթությունը դարձնում ենք պրոյեկտող, վորը մենք նոր համակարգության մեջ հատում ենք ուղիղ գծի հետ պարզ պրոյեկտման միջոցով: Փոսած հատման կետը նոր համակարգությանից փոխադրում ենք մեր հիմնական HV համակարգությունը:

Այսպես գծ. 357<sup>10</sup>, 357<sup>11</sup> և 357<sup>12</sup> վրա լուծած և ուղիղ գծի հատման խնդիրը ընդհանուր դիրքով, միաձուլվող հետքերով, մի հետքով և մի կետով տված հարթությունների հետ: Ըստ կառուցման ընթացքի՝ դրված են սլաքներ: Մենք այստեղ այդ գծազրերը չենք բացատրում մանրամասնորեն, վորովհետև նախորդ գլխում մենք մանրամասն ուսումնասիրել ենք հարթության փոխադրման հարցը նոր համակարգություն, վորտեղ նա դառնում և պրոյեկտող: Ուղիղ գծի ու թեք հարթության հատման այս լեզանակը տալիս և զգալի պարզեցում և ակնբախություն մարմինների մակերևութների և այդպիսի հարթությունների հատման գծազրերին:

§ 108. Հար պտակերի հաքրության հասումը թե՛  
հաքրությունների հետ

Գծ. 357<sub>17</sub> վրա յեռանկյունին հասնում է ընդհանուր դիրքով P հարթության հետ P հարթությունը դարձնում ենք ուղղահայաց նոր պրոյեկցիաների H<sub>1</sub> հարթությանը, նոր առանցքը O<sub>1</sub>X<sub>1</sub> վերցնում ենք ուղղահայաց P-ին և այն ժամանակ նոր VH<sub>1</sub> համակարգությունում P հարթությունը կլինի ուղղահայաց H<sub>1</sub> հարթությանը: Այս համակարգությունում յեռանկյան հատումը հարթության հետ գծվարություններ չի ներկայացնում և կատարվում է պարզ պրոյեկտումով: Գտնելով հատման գիծը VH<sub>1</sub> համակարգությունում, փոխադրում ենք նրան HV համակարգությունը: Կառուցման ընթացքը ցույց է տված սլաքներով:

Գծ. 357<sub>18</sub> վրա յեռանկյունին հասնում է միաձուլվող հեռքերով հարթությունը:

Այստեղ մենք P հարթությունը դարձնում ենք HV<sub>1</sub> համակարգությունում վերադիակ պրոյեկտող, վերցնելով նոր O<sub>1</sub>X<sub>1</sub> առանցքն ուղղահայաց P-ին հեռքին:

Նոր համակարգությունում լուծում ենք խնդիրը և վերադառնում ենք մեր հիմնական HV համակարգությունը: Վերջապես, գծ. 357<sub>19</sub> վրա ես լուծված է նույն խնդիրը, բայց միայն մի այնպիսի հարթության համար, վորը տված է հորիզոնական հեռքով և (p, p') կետով:

Վերցնելով նոր O<sub>1</sub>X<sub>1</sub> առանցքն ուղղահայաց P-ին, մենք դարձնում ենք նոր համակարգությունում տվյալ հարթությունը պրոյեկտող և այդ նոր համակարգությունում լուծում ենք խնդիրը պարզ պրոյեկտման մեջոցով: Գտած հատման գիծը փոխադրում ենք HV<sub>1</sub> համակարգությունից HV համակարգությունը:

§ 109. Յեռանկյան հասումը կամավոր ուղիղ գծի հետ

Ամսթյապես հիմնական HV համակարգությունում խնդիրը չենք լուծելու, այլ յեռանկյունին և գիծը կփոխադրենք պրոյեկցիաների հարթությունների մի այնպիսի նոր համակարգություն, վորտեղ յեռանկյան հարթությունը լինի ուղղահայաց պրոյեկցիաների նոր հարթությանը:

Այդ հարթության վրա նոր համակարգությունում յեռանկյունին կպրոյեկտվի իբրև ուղիղ գիծ, վորի հետ համընկնում է յեռանկյան հարթության հեռքը: Այս համակարգությունում ուղիղ գծի հատումը յեռանկյան հետ կատարվում է պարզ պրոյեկտումով: Յեռանկյան ուղիղ գծի գտած հատման կետը հետ ենք դարձնում մեր հիմնական HV համակարգությունը:

Դառնանք այժմ 357<sub>10</sub> գծագրին. այստեղ նախապես յեռանկյան հարթությունում տանում ենք հորիզոնաալը ( $K'C'$ ,  $KC$ ) յեռանկյան  $C$  գագաթով: Մեզ հայտնի չե, վոր հորիզոնաալի հորիզոնական պրոյեկցիան զուգահեռ ե հարթության հորիզոնական հեռքին, վորի մեջ գտնվում ե այդ հորիզոնաալը: Դրա համար, ունենալով յեռանկյան հորիզոնաալի հորիզոնական պրոյեկցիան, մենք միաժամանակ ունենք նաև յեռանկյան հարթության հորիզոնական հեռքի ուղղությունը:

Այժմ, վերցնելով նոր  $HV_1$  համակարգության նոր  $O_1X_1$  առանցքն ուղղահայաց հորիզոնաալի գտած հորիզոնական պրոյեկցիալին, մենք կունենանք  $O_1X_1$  առանցքն ուղղահայաց յեռանկյան հարթության հորիզոնական հեռքին, հետևապես այդ հարթությունը նոր համակարգությունում կլինի ուղղահայաց  $V_1$  հարթությանը և յեռանկյունին  $V_1$  վրա կպրոյեկտվի իբրև ուղիղ գիծ:

Ուղիղն  $MN$  փոխադրում ենք  $HV_1$  համակարգությունը և այդ համակարգությունում նրան հեշտությամբ հատում ենք յեռանկյան հետ ( $1'$ ,  $1$ ) կետում: Հետո գտնում ենք  $1'$  կետը, պրոյեկտելով  $1$  կետը  $m'n'$  վրա:

Գծ. 357<sub>11</sub> վրա լուծված ե նույնպիսի խնդիր, բայց պրոյեկցիաների հորիզոնական հարթության փոփոխման միջոցով:

Գտնում ենք յեռանկյան հարթության ֆրոնտալի վերտիկալ պրոյեկցիան և տանում ենք նրան ուղղահայաց նոր  $O_1X_1$  առանցքը:  $VH_1$  համակարգությունում լուծում ենք խնդիրը և գտած կետը փոխադրում ենք մեր հիմնական  $HV$  համակարգությունը: Ըստ կառուցման ընթացքի դրված են սլաքները: Ինչպես մենք տեսնում ենք այս և նախորդ պարագրաֆի որինակներից, կամավոր ուղիղի հատումը թեք հարթության հետ, վորը տված ե հեռքերով կամ հարթ պատկերի ձևով, կատարվում ե պրոյեկցիաների հարթությունների փոփոխման մեթոդով շատ պարզ ձևով:

**§ 110.** Յեղիս յեռանկյանիմերի կառույցը, վորանք կամավոր բեք եմ պրոյեկցիոնների հարթությունների

Մեր հիմնական  $HV$  համակարգությունում այս խնդրի սովորական լուծումը և ծանրաշարժ ե, և վոչ աղնբախ:

Իսկ պրոյեկցիաների հարթությունների փոփոխման մեթոդը առկա ե շատ պարզ և աղնբախ լուծում:

Դրա համար ճիշտ այնպես, ինչպես մենք այդ արինք անցած պարագրաֆում, մեկ յեռանկյան մակերեսը բերում ենք այնպիսի

դրության (գիրքի), վոր նա ուղղահայաց լինի պրոյեկցիաների նոր հարթությանը: Մյուս յեռանկյունին փոխադրում ենք նոր համակարգությունը և այս նոր համակարգությունում խնդիրը լուծում ենք պարզ պրոյեկտման յեղանակով:

Գտած հատման գիծը փոխադրում ենք մեր հիմնական HV համակարգությունը:

Գծ. 357<sub>22</sub> վրա նոր  $O_1X_1$  առանցքը վերցված և ուղղահայաց ABC յեռանկյան հորիզոնալի հորիզոնական  $aK$  պրոյեկցիային Այս յեռանկյունին նոր HV<sub>1</sub> համակարգությունում կպրոյեկտվի իբրեւ ուղիղ գիծ, վորովհետեւ յեռանկյունին կգտնվի վերափակալ պրոյեկտող հարթության վրա:

Յերկրորդ յեռանկյունին փոխադրում ենք HV<sub>1</sub> համակարգությունը և պարզ պրոյեկտումով գտնում ենք հատման վորոնվող գիծը:

Հատման գիծը կլինի (1Յ, 1', 2'), վորը պրոյեկտում ենք HV համակարգության վրա:

Այժմ մրցող կետերի միջոցով պարզենք, գծերի տեսանկյուն-թյունը H և V հարթութիւնների վրա պրոյեկտելիս:

H վրա պրոյեկտելու ժամանակ մրցող կետերը կլինեն 3 և 4-ը, վորոնցից 3 կետը, վորը գտնվում և MP գծի վրա, անտեսանելի կլինի, վոր հարկադրում է մեզ MP գծի մի մասը պտտելը այնպէս կետաշարով: Այս պարզելուց հետո դժվար չեւ հասկանալ, թիւ հորիզոնական պրոյեկցիայի մյուս գծերից վորոնք կլինեն կետաշար:

V վրա պրոյեկտելիս մրցող կետերը կլինեն 5 և 6-ը, վորոնցից 5 կետը, վորը գտնվում և NP գծի վրա, անտեսանելի չեւ, վոր հարկադրում է մեզ այդ գծի վերափակալ պրոյեկցիայի մի մասը գծել կետաշարով: Այդ կետաշարը գտնում է մինչեւ NP ու ABC յեռանկյան հատման կետի վերափակալ պրոյեկցիան: Սահմանելով մի գծի մասերի տեսանկյուն-թյունը V վրա պրոյեկտելիս, դժվար չեւ հասկանալ մյուս գծերի տեսանկյուն-թյունը և ճիշտ գծել ամբողջ վերափակալ պրոյեկցիան: Խնչպեւս մենք տեսնում ենք 357<sub>22</sub> գծադրի վրա կա լրիվ հատում:

357<sub>22</sub> գծ. վրա կառուցված և յերկրորդ որինակը:

357<sub>21</sub> գծ. վրա նույնպեւ կա յերկու յեռանկյունիների մակերեսների հատում, բայց այստեղ հատումը լրիվ չեւ: Սկսում ենք լուծել միանգամայն նման նախորդ որինակին, չ'տեսող նոր HV<sub>1</sub> համակարգությունում մի յեռանկյունին կլինի վերափակալ պրոյեկտող հարթությունում և V<sub>1</sub> հարթության վրա պրոյեկտվելիս կտա ուղիղ գիծ: Տարբերությունը նախորդ որինակից կայանում է նրա մեջ, վոր մենք այստեղ տանում ենք կետաշար P<sub>1</sub> հետքը, վորից մենք ողավում ենք

յիւսանկյուններէ հասփելու ժամանակ, այսինքն  $1'$ , կեսը պրոյեկտուս  
ենք ո՞ր վրա, իսկ  $1'$ — $\text{mn}$  վրա:

Այն ժամանակ  $1'$  գիծը կլինի MNP յեռանկյան ու ABC յեռան-  
կյան հարթութիւններէ հասման հորիզոնական պրոյեկցիան: Իսկ  
մեր յերկու յեռանկյուններէ սահմաններում կգտնվի միայն այդ գծի  
մի մասը, այսինքն ( $12$ ,  $1'$ ,  $2'$ ), Վորոնվոդ հասման գծի հորիզոնական  
պրոյեկցիայի ողնությամբ հեշտ ե գտնել նրա վերտիկալ  $1'2'$  պրո-  
յեկցիան:

Հատ կառուցման ընթացքի դրված են սլաքներ:

Մրցող կետերի միջոցով պարզում ենք գծերի մասերի անտեսա-  
նելիութիւնը H և V վրա պրոյեկտելիս:

Գծ. 357<sub>25</sub> վրա կառուցված ե յերկրորդ որինակը:

### § 111. Անկյան վորոնումը յերկու հարթութիւնների միջև

Յերկու հարթութիւններէ միջև անկյունը շատ հեշտ վորոնվում  
ե, յեթե այդ յերկու հարթութիւններն ուղղահայաց են H-ին կամ  
V-ին: Ուրեմն խնդրի լուծումը պահանջում ե տվյալ հարթութիւն-  
ների պատկերացումը պրոյեկցիաների հարթութիւնների մի այնպի-  
սի նոր համակարգութիւնում, վորտեղ նրանք յերկուսն ել լինեն  
ուղղահայաց պրոյեկցիաների նոր հարթութիւնը: Յերկու հարթու-  
թիւնների հասման գիծը, լինելով ուղղահայաց պրոյեկցիաների նոր  
հարթութիւնը, դարձնում ե տվյալ յերկու հարթութիւնները պրո-  
յեկտող զեպի պրոյեկցիաների այն հարթութիւնը, վորին նա ուղղա-  
հայաց ե:

Մեր գիտած յերկու հարթութիւնների հասման գիծը պրոյեկտ-  
վում ե վերցրած հարթութիւն վրա վորպես կետ, վորով անցնում  
են տվյալ հարթութիւնների հետքերը: Այդ հետքերի միջև անկյունը  
հավասար ե հարթութիւնների միջև յեղած գծային անկյանը, վո-  
րով ե չափվում ե տվյալ հարթութիւնների միջև վորոնվող անկյունը:

Գծ. 357<sub>26</sub> վրա մենք վորոնում ենք  $\alpha$  անկյունը P և Q հարթու-  
թիւնների միջև:

Այդ հարթութիւնների հասման AB գիծը (պրոյեկցիաների հար-  
թութիւնների յերկու փոփոխումով) պատկերացնում ենք այնպիսի  
 $V_1H_2$  համակարգութիւնում, վորտեղ AB գիծը լինի ուղղահայաց նոր  
հորիզոնական  $H_2$  հարթութիւնը:

$H_2$  հարթութիւն վրա AB պրոյեկտվում ե ե տալիս  $a_2b_2$  կետը:  
Այժմ անհրաժեշտ ե հարթութիւններից յուրաքանչյուրը պատկե-  
րացնել  $V_1H_2$  համակարգութիւնում:

Մենք կարող եյինք սովորական կարգով մեր հարթութիւնները

փոխադրել  $HV$  համակարգությունից  $VH_1$  համակարգությունը: Բայց այստեղ  $P$  և  $Q$  հարթությունների փոխադրումը  $HV$  համակարգությունից  $HV_1$  համակարգությունը կատարենք ներկա պարագրաֆում արտահայտված նկատառումների հիման վրա: Տվյալ հարթություններին նոր վերադրելով  $P_{v1}$  և  $Q_{v1}$  հետքերը համապատասխանորեն կանցնեն  $P_h$  և  $Q_h$  հետքերին համաձայն կետերով  $O_1X_1$  առանցքի հետ և կլինեն ուղղահայաց  $O_1X_1$  առանցքին: Իսկ  $P_{h1}$  և  $Q_{h1}$  հետքերը կանցնեն  $a_3b_1$  կետով:  $P$  և  $Q$  հարթությունների միջև վորոնվող անկյունը հավասար է  $P_{h1}$  և  $Q_{h1}$  միջև գտնվող անկյանը:

Գծ. 352<sub>37</sub> վրա պիտի գտնել ընդհանուր դիրքով  $P$  և միասնական հետքերով  $Q$  հարթությունների միջև գտնվող անկյունը: Ընդվորում այդ հարթությունների վերադրելով հետքերը զուգահեռ են իրար:

Վորոնվեա՞ն  $P_v$  և  $Q_v$  զուգահեռ են իրար, ուստի վորոնվող անկյունը կգտնվի պրոյեկցիաների հարթությունների մի փոփոխումով: Դրա համար բավական է  $VH_1$  համակարգության նոր  $O_1X_1$  առանցքը վերցնել ուղղահայաց  $P_v$  և  $Q_v$  վերադրելով հետքերին, վորոնք իրար զուգահեռ են: Նոր համակարգությունում յերկու հարթությունները կլինեն ուղղահայաց  $H_1$  հարթությանը և վորոնվող  $\alpha$  անկյունը կգտնվի, ինչպես  $P_{h1}$  և  $Q_{h1}$  միջև գտնվող անկյուն: Իսկ  $P_{h1}$  և  $Q_{h1}$  հետքերը գտնում ենք փոխադրելով  $P$  և  $Q$  հարթությունները սովորական կարգով  $VH$  համակարգությունից  $VH_1$  համակարգությունը:  $P_{h1}$  և  $Q_{h1}$  հետքերը կանցնեն  $1_1$  կետով:

## Խ Ե Ն Դ Ի Ր Ն Ե Ր

1. Հորիզոնալը և ֆրոնտալը ներկայացնել պրոյեկցիաների հարթությունների այնպիսի նոր համակարգությունում, վոր նրանցից յուրաքանչյուրը համապատասխանորեն ուղղահայաց լինի նոր պրոյեկցիաների հարթությանը:

2. Յեռանկյունին, վորը կամավոր թեք է պրոյեկցիաների հարթություններին, պատկերացնել պրոյեկցիաների հարթությունների այնպիսի նոր համակարգությունում, վորտեղ տվյալ յեռանկյունին լինի ուղղահայաց պրոյեկցիաների նոր հարթությանը: Ընդվորում հարկավոր է ունենալ միայն պրոյեկցիաների հարթությունների մի փոփոխում:

3. Յեռանկյան հարթությունում, վորը գտնվում է  $H$ -ին  $\perp$  հարթության վրա, կառուցել քառակուսի, վորի յերկու գագաթը գտնվում են յեռանկյան մի կողմի վրա, իսկ քառակուսու մյուս յերկու գագաթները՝ յեռանկյան մյուս կողմերի վրա:

4. Տված է R հարթությունը, վորն ուղղահայաց է V հարթությանը և թեք է H հարթությանը  $45^{\circ}$  անկյան տակ:

Կառուցել կանոնավոր ուղիղ հինգնիստ բուրգ, վորի գագաթը գտնվում է տվյալ հարթության վրա, իսկ բուրգի հիմքի կողմերից մեկն ուղղահայաց է H հարթությանը:

5. Նախորդ խնդրի հարթության վրա գնել կանոնավոր ուղիղ վեցնիստ պրիզմա, վորի բարձրությունը հավասար լինի հիմքի կողմի քառասյուսիկին:

6. Կառուցել խորանարդ վորի կալը լինի ֆրոնտալ, վորը թեքված լինի դեպի H-ը  $22\frac{1}{2}^{\circ}$  անկյունով: Խորանարդը գնել այնպիսի գիրքում, վոր կողերի վոչ մի գույքը չպրոյեկտվի մի ուղիղ գծի վրա:

7. Տված է մի յնասնիստ բուրգ՝ իր հիմքով մի հարթության վրա, վորը զուգահեռ է H հարթությանը: Բուրգի հիմքը կամավոր յնասնկյունի յի:

a) Գտնել հիմքի գագաթների հեռավորությունը հանդիպակաց նիստերից:

b) Գտնել բուրգի կողքի նիստերի թեքման անկյունները հիմքի նկատմամբ:

Աշխատանքը լուծել պատման միջոցով և պրոյեկցիաների հարթությունների փոփոխման միջոցով:

8. Յերեք պրոյեկցիաներով կառուցել կամավոր տասանիստ և ցույց տալ մրցող կետերը, վորոնց միջոցով պարզվում են տեսանելի և անտեսանելի կողերը:

## Գ Լ Ռ Ի Խ 2.

ՅԵՐԿՐԱՉՈՓԱԿԱՆ ՄԱՐՄԻՆՆԵՐԻ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒԹՅՆԵՐԻ ՀԱՏՈՒՄԸ  
ՀԱՐԹՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐՈՎ, ՈՒՂԻՂ ԳԵՐԲՈՎ ՑԵՎ ՀԱՐԹ  
ՊԱՏԿԵՐՆԵՐՈՎ (ՖԻԳՈՒՐՆԵՐՈՎ)

§ 112. Յերեքափակաճ մառմիճճերի մակերեվույրճերի  
հասումը պրոյեկտը հարթությունճերով

Գծ. 365.<sup>1)</sup> վրա հինգնիստ բուրգը հատված է մի հարթությամբ, վորն ուղղահայաց է յերկրորդ վերաիկալ հարթությանը: Բուրգի կողքի կողերի պրոյեկցիաները W հարթության վրա հատում ենք հարթության հետքի հետ և ստանում ենք վորոնվող կետերի պրոյեկ-

<sup>1)</sup> Տես գծագրերի 129 էջ.

ցիանները W հարթության վրա: Այդ կետերը պրոյեկտոււմ ենք համապատասխան կողերի վերաիկալ և հորիզոնական պրոյեկցիաների վրա: Գծադրի վրա աշղպիսի պրոյեկտոււմը ցույց և աժամ մի կետի համար (2, 2'),

Գծ. 365, վրա այն հարթությունը, ժորն անցնում և (r, r') կետով և OX առանցքով, հաւաքած և պրիզմայի մակերեսութի հետ (պրիզման չորանիստ և, թեք և և ունի իր քառակուսի հիմքը մի հարթության վրա, ժորը դուզահետ և H-ին):

Վորովհետև տվյալ հարթությունն ուղղահայաց և W հարթությանը, ապա նախապես դառնում ենք նրա հետքը W հարթության վրա: Այդ հետքը կանցնի կտրողինստաների սկզբով և տվյալ կետի պրոյեկցիայով W վրա: Նկատենք, ժոր տվյալ հարթության մյուս յերկու հետքերը համընկնում են OX առանցքի հետ:

Կողերի յերկրորդ վերաիկալ պրոյեկցիաները հատում ենք հարթության դասած հետքի հետ և ստանում ենք վարոնվող հատվածքի պադաթիների յերկրորդ վերաիկալ պրոյեկցիաները: Հետո պարզ պրոյեկտոււմով դառնում ենք հատվածքի մնացած յերկու պրոյեկցիաները: Գծադրի վրա հատվածքի մի կետի աշղպիսի պրոյեկտոււմ ցույց և աժամ. մյուս կետերը գառնում ենք նման ձևով:

§ 112-Ա. Պրիզմայի, բուրգի, կոնի յիվ գլանի հաւրարկումը յիվ հաւաքածի իսկական մեծության վարոումը

Մենք պրիզման, բուրգը, կոնը և գլանը կհատենք հարթություններով, ժորոնք ուղղահայաց են պրոյեկցիաների հարթություններին:

Գծ. 366 վրա ուղիղ պրիզման հատած և մի հարթությամբ, ժորն ուղղահայաց և V հարթությանը: Հատվածքի հորիզոնական պրոյեկցիան համընկնում և պրիզմայի հորիզոնական պրոյեկցիայի կոնտուրի հետ: Հատվածքի վերաիկալ 1'2'3'4' պրոյեկցիան գառնվում և հարթության վերաիկալ հետքի վրա:

R հարթությունը H հարթության հետ համատեղելով՝ մենք ստանում ենք  $1_02_03_04_0$  քառանկյունին, ժորը ներկայացնում և իրենից հատվածքի իսկական մեծությունը:

Գծ. 367 վրա կանոնավոր ուղիղ չնցնիստ պրիզման հատած և հարթությամբ, ժորն ուղղահայաց և H հարթությանը: Հատվածքում ստանում ենք ուղղանկյունի. հատվածքի իսկական մեծությունը կլրնի  $1_02_03_04_0$ , ժորը հատվածքի համատեղած դիրքն և V հարթության հետ:

Գծ. 368 և 369 վրա պրիզման հատած և հարթություններով, ժորոնք ուղղահայաց են V և H-ին և գառնված և հատվածքի իսկական

մեծությունը՝ համատեղելով հատուղ հարթությունը պրոյեկցիաների հարթություններից մեկի հետ:

Գծ. 370 վրա բուրգը, վորը կանգնած է H հարթության վրա, հաս-  
ված է R հարթությամբ, վորն ուղղահայաց է V-ին: Բուրգի կողքի կողերի  
հատման կետերի վերաիկալ պրոյեկցիաները գտնվում են կողքի կո-  
ղերի վերաիկալ պրոյեկցիաների հատման կետերում հարթության  
վերաիկալ հետքի հետ: Հասվածքի գազաթնների հորիզոնական պրոյեկ-  
ցիաներն ստանում ենք պարզ պրոյեկտումով:

Այստեղ ունենք այն դեպքը, յերբ հատվում են բուրգի բոլոր  
կողքի կողերը, իսկ հիմքը հատմանը չի մասնակցում:

Գծ. 371 վրա բուրգը հատած է մի հարթությամբ, ուղղահայաց  
V հարթությանը: Այստեղ հիմքը մասնակցում է հատմանը: Հասված-  
քի վորոշման յեղանակը նման է նախորդ դեպքին:

Գծ. 370 և 371 վրա գտնված է հատվածքների իսկական մեծու-  
թյունները համատեղման մեթոդով:

Գծ. 372—375 վրա ունենք ուղիղ շրջանային կոնի հատվածքները:

1. Յերբ հատում ենք մի հարթությամբ, վորը զուգահեռ է հիմ-  
քին (գծ. 372), հատվածքն ստանում ենք իրրև շրջանագիծ:

2. Յերբ հատում ենք մի հարթությամբ, վորն ուղղահայաց է  
V-ին և վորը հատում է բոլոր ծնիչները (գծ. 373), հատվածքն ստաց-  
վում է ելլիպսոս:

3. Յերբ հատում ենք մի հարթությամբ, վորն ուղղահայաց է  
V-ին և զուգահեռ է ծնիչներից մեկին (գծ. 374), հատվածքն ստանում  
ենք իրրև պարաբոլ:

4. Հատում ենք մի հարթությամբ, վորը զուգահեռ է կոնի առանց-  
քին (գծ. 375). գծ. 375 վրա վերցված է պրոֆիլային հարթություն-  
հատվածքն ստանում ենք իրրև հիպերբոլ:

Առաջին դեպքում (գծ. 372) շրջանագիծն ստանում ենք շա-  
ռյուրին, ունենալով նրա արամագիծը V հարթության վրա իրրև հար-  
թության վերաիկալ հետքի մի մասը, վորը գտնվում է ծայրի  
ծնիչների միջև: Այսպիսի հատվածքը H վրա պրոյեկտվում է իսկա-  
կան մեծությամբ: Մյուս յերեք դեպքերում հատվածքն ստանալու  
համար մենք վերցնում ենք կոնի մի շարք ծնիչներ և նրանց հա-  
տում ենք հարթությամբ. այդ շատ հեշտ է կատարել՝ կիրառելով այն  
յեղանակը, վորով ուղիղ գիծը հատում են այնպիսի հարթություն-  
ների հետ, վորոնք ուղղահայաց են պրոյեկցիաների հարթություն-  
ներին:

Գծ. 373 վրա ցույց է տված, բացի դրանից, կոնի՝ պրոֆիլային  
հարթության մեջ գտնվող յերկու ծնիչների հատումը տվյալ հարթու-  
թյան հետ: Այդպիսի ծնիչներ են (sp, s'p') և (s, q s'q'):

Այդ ծնիչների վերաբերյալ պրոյեկցիաները հասում ենք տվյալ հարթության վերաբերյալ հետքի հետ 4' և 5' կետերում:

4 և 5 կետերի հորիզոնական պրոյեկցիաները մենք չենք կարող առանալ պարզ պրոյեկտումով, վերոմիջակ պրոյեկտող գծերը գնում են SP և SQ ծնիչների հորիզոնական պրոյեկցիաների ուղղությամբ:

4 և 5 կետերի հորիզոնական պրոյեկցիաները վերոշեղու համար SP և SQ ծնիչները պրոյեկտում ենք W հարթության վրա և գտնում ենք s'p' և s'q':

Ծնիչների այդ պրոյեկցիաները վերադառնալ կառուցումներ, առնում ենք կեսաշարով: Հետո գտնում ենք 4'' և 5'', իսկ նրանց գտնելուց հետո դժվար չի կառուցել և վերոնվող 4 և 5 կետերի հորիզոնական պրոյեկցիաները: Կառուցումների ընթացքը գծագրի վրա ցույց և տված սլաքներով:

Դժ. 373, 374 և 375 վրա համավածքների խկական մեծությունները գտնված են համատեղման մեթոդով:

Դժ. 376 վրա կառուցված և ուղիղ շրջանային գլանի հատումը հարթության հետ, վերն ուղղահայաց և V հարթությանը: Վերոմիջակ գլանի ծնիչներն ուղղահայաց են H հարթությանը, ապա համավածքի հորիզոնական պրոյեկցիան համընկնում և գլանի հորիզոնական պրոյեկցիայի կոնտուրի հետ, վերն իրենից ներկայացնում և շրջանագիծ: Համավածքի վերաբերյալ պրոյեկցիան գտնվում և հարթության վերաբերյալ հետքի վրա՝ գլանի վերաբերյալ պրոյեկցիայի կոնտուրի սահմաններում:

Դժ. 376 վրա գտնված և համավածքի խկական մեծությունը R հարթության համատեղման միջոցով H հարթության հետ: Դա յե մի ելլիպս, վերի առանցքներն են 12<sub>0</sub> 1<sub>0</sub> և 6<sub>0</sub> 7<sub>0</sub>:

Դժ. 377 վրա ցույց և տված մի հարթությամբ հասած գլանի ներքևի հատած մասի փուլը (գժ. 376):

Կողքի մակերևութի փուլը կառուցելու համար մենք գլանի հիմքի շրջանագիծը փակում՝ դարձնում ենք ուղիղ գիծ:

Դժ. 376 վրա վերցնում ենք հավասար հեռավորության վրա գլանի 12 ծնիչներ և նրանց մասերը, հաշված գլանի հիմքից մինչև համավածքի հարթությունը, տեղադրում ենք 377 գժ. վրա՝ LL գծին ուղղահայաց գծերի վրա, վերոնք տարված են LL գծի 12 բաժանման կետերից, վերոնք ստացվել են LL գծի 12 հավասար մասի բաժանելուց: Հաջորդաբար տեղադրելով ծնիչների այդ մասերը, մենք նրանց ծայրերը միացնում ենք սահուն կորով:

Դժ. 377 վրա ցույց և տրված միայն յերեք կետ՝ 12, 6 և 5, վերոնք գժ. 376 վրա գտնվում են LL<sub>1</sub>, EE<sub>1</sub> և QQ<sub>1</sub> ծնիչների վրա: Կցելով գլանի մասի կողմնային մակերևութին գլանի ներքևի

հիմքը և գլանի ու հարթության հատումից ստացված հատվածքը, մենք կունենանք գլանի ներքևի հաստե մասի մակերևութի լրիվ փոխվածքը:

§ 113. Յերկուգլուխով մարմինների հառումը կամպոս հարթությամբ (քեֆ H յեվ V-ին)

Դիցուք, 377 գծագրի վրա ունենք քառանիստ ABCD: Հատել այդ քառանիստը ընդհանուր դիրքով հարթությամբ և գտնել հատվածքի մեծությունը համատեղման մեթոդով:

Այս խնդրի սովորական լուծումը HV համակարգությունում կլինի ծանրաշարժ և խառը: Իսկ պրոյեկցիաների հարթությունների փոփոխման մեթոդի կիրառումը ապրիս և մեզ խնդրի լուծման շատ ղեղեկիչ և ակնբախ յեղանակ: Վերցնելով նոր  $O_1X_1$  առանցքն ուղղահայաց  $P_1$ -ին, ինչպես մեզ հայտնի է, մենք դարձնում ենք P հարթությունը  $HV_1$  համակարգությունում վերափելալ պրոյեկտոր: Տվյալ քառանիստը փոխադրում ենք  $HV_1$  համակարգությունը և այստեղ շատ հեշտ կերպով հաստատ ենք նրան վերափելալ պրոյեկտոր հարթության հետ:

$HV_1$  համակարգությունում ստացված հատվածքը փոխադրում ենք HV համակարգությունը:

4 կետի համար սլաքներով ցույց է տված կառուցման ուղղությունը: Մնացած կետերի կառուցումը կատարվում է նման ձևով: Կողերի անտեսանելիությունը յերևան ենք բերում մրցող կետերի մեթոդով, զորը մեզ արդեն հայտնի յե նախորդից: Հետո  $HV_1$  համակարգությունում գտնում ենք հատվածքի իսկական մեծությունը համատեղման մեթոդով:

Գծ. 377, հինգնիստ բուրգը հատած և ընդհանուր դիրքով հարթությամբ: Նախորդ որինակի ձևով մենք լուծում ենք առաջադրած խնդիրը նոր  $HV_1$  համակարգությունում, վերցնելով նոր  $O_1X_1$  առանցքն ուղղահայաց  $P_1$ -ին: Ինչպես մենք տեսանք, նոր համակարգության P հարթությունը կլինի ուղղահայաց  $V_1$ -ին և շատ հեշտությունը կհատի տվյալ բուրգը: Կողերից մեկի հասման կետի (3 կետի համար) կառուցման ընթացքը ցույց է տված սլաքներով:

Բուրգի մյուս կողերը հատվում են P հարթության հետ նման յեղանակով:

Այսպես ստանում ենք 3, 4, 5 և 6 կետերը: Իսկ 1 և 2 կետերն ստանում ենք անմիջապես HV համակարգությունում:  $P_1$  հատելով բուրգի հորիզոնական պրոյեկցիայի կոնտուրի հետ:

Մինչև այժմ մենք ունեցել ենք և այսուհետև ել պայմանավոր-

վելենք իր հետքերով տված հարթությունը համարել թափանցիկ, իսկ հարթության մի մասը, վորը տված է մի վորակե պատկերի ձևով (յեռանկյունի, հարթ քառանկյունի և այլն), այդ պատկերի սահմաններում կհաշվենք անթափանցիկ:

§ 118. Պրիզմայի յեւ գլաճի մակերեւոյրի հասումն  
ուղիղ գծի հետ

378—381 գծ. վրա ցույց է տված ուղիղ գծի հասումը ուղիղ պրիզմայի և ուղիղ շրջանային զլանի մակերեւոյթի հետ:

Պրիզմայի և զլանի հիմքերը վերցված են H և V հարթություններում: Վորովհետեւ այս ղեպքերում պրիզմայի և զլանի կողքի մակերեւոյթներն ուղղահայաց են պրոյեկցիաների հարթություններից մեկին, ապա վորոնվող հասման կետերն ստացվում են ուղիղ գծի հասման հիման վրա հարթությունների հետ, վորոնք ուղղահայաց են H, V և W-ին: Մասնաշղթած գծադրերի վրա կառուցման ընթացքը ցույց է տված սլաքներով:

Գծերի անտեսանելի մասերի պրոյեկցիաները 378—381 գծ. վրա վրա ցույց են տված կետաշարերով:

378—381 գծ. վրա մենք ունեյինք ուղիղ պրիզմաներ և ուղիղ զլաններ, ուրեմն նրանց մակերեւոյթների հասումն ուղիղ գծի հետ մենք կստանանք պարզ պրոյեկտման միջոցով:

Այժմ դիտենք թեք պրիզմայի և թեք զլանի մակերեւոյթի հասումն ուղիղ գծի հետ:

Հասման համար ուղիղ գծով անում ենք մի ոժանդակ հարթություն: Այդ ոժանդակ հարթությամբ հասում ենք տվյալ մակերեւոյթը և ստացած հասման գիծը հասում ենք տվյալ ուղիղի հետ վորոնվող կետերում:

Այդպիսի ոժանդակ հարթություններ կարող են լինել առաջին հերթին պրոյեկտող հարթությունները, բայց նրանցից ոգտվելը ավելի ծանր է, դրա համար այդ միջոցին դիմում ենք միայն անհրաժեշտ ղեպքերում:

Ավելի լավ է ոգտվել ոժանդակ հարթությունից, վորը տալիս է տվյալ ուղիղով պրիզմայի կո-օի կողերին զուգահեռ, յեթե հարկավոր և ուղիղ գիծը հասել պրիզմայի մակերեւոյթի հետ և զլանի ծնիչներին, զուգահեռ, յեթե ուղիղ գծի հետ պիտի հասվի զլանի մակերեւոյթը:

382 գծ. վրա ունենք ուղիղ գծի հասման տարածական գծագիրը քառանիստ պրիզմայի հետ, վորն իր հիմքով դրած է H հարթության վրա:

M և N կետերով տանենք ուղիղներ, վորոնք լինեն զուգահեռ պրիզմայի կողքի կողերին, գտնենք նրանց հորիզոնական E և F հեռքերը: Գիծն EF ոժանդակ հարթության P<sub>1</sub> հետքն է, վորն անցնում է MN դժով և զուգահեռ է պրիզմայի կողքի կողերին: Այդ ոժանդակ հարթությունը կհատի պրիզմայի կողքի մակերեւութը K<sub>1</sub> և L<sub>2</sub> գծերով, վորոնք զուգահեռ են պրիզմայի կողքի կողերին:

Այդ գծերը կհատեն տվյալ MN գիծը վորոնվող 1 և 2 կետերում: Լուծենք այդպիսի խնդիր որոտգոնալ պրոյեկցիաներով, ընդ-վորում այստեղ կիրառենք և հետագայում ել ոգտվենք բազմանկյան-րի և կտր մտկերեսմների տուաջադրումնի սլանվտսիկ յեղանակից:

Որինակ, պրիզման կարելի յե տալ մի հիմքի յերկու պրոյեկցիա-յով և կողերից մեկի յերկու պրոյեկցիայով: Այդ կլինի լրիվ վորո-շակի տաշադրություն, վորովհետև դրանով կարելի է գծել պրիզմայի բոլոր մյուս ելեմենտները:

Ավելի ուշ կտեսնենք ուրիշ յերկրաչափական մարմինների սխե-մատիկ առաջադրանքը:

382<sub>1</sub> գծ. վրա տված է սխեման մի պրիզմայի, վոր հիմքով դրած է H վրա, իսկ կողմնային կողերը թեքված են դեպի պրոյեկցիաների հարթությունները:

Գծ. 382<sub>2</sub> վրա մենք ունենք (a' p', ap) մի կողի յերկու պրո-յեկցիաները, պրիզմայի հիմքի հորիզոնական պրոյեկցիան, ընդվո-րում (a', a) տառով նշանակված է հիմքի միայն մի գագաթը և ըստ այդ գագաթի դատում ենք, վոր ամբողջ հիմքը գտնվում է H հար-թության վրա:

Տանում ենք տվյալ MN գծի ծայրերով գծեր, վորոնք զուգա-հեռ են AP կողին:

Տարած ուղիղների համար գտնում ենք հորիզոնական E և F հեռ-քերը և նրանց միանցնում ենք ուղիղ գծով, վորը կլինի տարած ոժան-դակ հարթության հորիզոնական P<sub>1</sub> հետքը: P<sub>1</sub> հորիզոնական հետքով հատում ենք հիմքի հորիզոնական պրոյեկցիայի կոնտուրը k և l կետերում: k և l կետերով տանում ենք k<sub>1</sub> և l<sub>2</sub> գծերը, վորոնք զու-գահեռ են ap գծին: Այս կերպով գտնված են հատվածքի վորոնվող կետերի հորիզոնական պրոյեկցիաները: Գտած կետերը պրոյեկտում ենք V<sub>1</sub> վրա, վորտեղ ստանում ենք 1' և 2', այն ե՝ MN գծի ու տվյալ պրիզմայի մակերեւութի վորոնվող հատման կետերի վերաիկալ պրո-յեկցիաները:

382<sub>3</sub> գծ. վրա ցույց է տված վերաիկալ գծի հատումը պրիզմայի մակերեւութի հետ, վորը տված է սխեմատիկորեն:

Ոժանդակ հարթությունը, վորը տարված է տվյալ ուղիղով պրիզմայի կողքի կողին զուգահեռ, կլինի հորիզոնական պրոյեկտող

հարթություն հարկդանական  $R_1$  հետքով, վորը գուգահեռ է պրիզմայի կողքի կողի հարկդանական պրոյեկցիային: Այդ հարթությունը հասում ենք պրիզմայի մակերևութի հետ յերկու գծերով, վորոնք գուգահեռ են պրիզմայի կողին: Ըստ կառուցման ընթացքի տրված են սլաքները:

382<sub>2</sub> դծ. վրա պրիզման հիմքով դրված է  $V$  հարթության վրա, հասված է ուղիղ գծով, վորն ուղղահայաց է  $H$  հարթությանը: Ոժանդակ հարթությունը կլինի հարկդանական պրոյեկտոր: Մնացյալը հասկանալի չէ գծագրից:

382<sub>4</sub> դծ. վրա խնդիրը լուծված է շեղանկյուն պրոյեկցիաներով: Պրիզմայի հիմքը, վոր տված է սխեմատիկ կերպով, գտնվում է  $H$  հարթության վրա: Ուղիղը կամավոր թեք է պրոյեկցիաների հարթություններին: Խնդրի լուծումը հասկանալի չէ առկալ պարագրաֆի խնդիրների բացատրությունից:

Դծ. 382<sub>5</sub> վրա նույնպես պրիզմայի մակերևութի ու ուղիղի հասման մի խնդիր է լուծած շեղանկյուն պրոյեկցիաներով: Պրիզմայի հիմքը գտնվում է  $W$  վրա, իսկ ուղիղն ուղղահայաց է  $H$  հարթությանը:

Կառուցման ընթացքը ցույց է տված սլաքներով:

383 դծ. վրա գլանաձև մակերևութի վրա հասած է ուղիղ գծով: Գլանաձև մակերևութի կանվանենք այնպիսի մակերևութի, վորն ստացվում է, յերբ ուղիղ գիծը սահում է կորի վրայով, ընդվորում ուղիղ գիծն իր շարժման ժամանակ միշտ մեծ է գուգահեռ առկալ ուղիղ գծին:

Այն կորը, վորի վրայով սահում է ուղիղ գիծը, կոչվում է գլանաձև մակերևութի ուղղահայտ, իսկ սահող ուղիղը կոչվում է գլանաձև մակերևութի ծնել:

Մեր որինակում ուղղահայտն գտնվում է  $H$  հարթության վրա: Խնդրի լուծումը բոլորովին նման է այն խնդրին, վոր վերաբերում է ուղիղ գծի հասմանը պրիզմայի մակերևութի հետ, ուստի է նա հասկանալի չէ սլաքների ընթացքից:

## § 115. Քուրդի յեզ կռնի մակերևութի հասումը ուղիղ գծի հետ

Դծ. 384, 386 և 388 վրա միևնույն բուրգի մակերևութի վրա հասած է ուղիղ գծով, վորն ուղղահայաց է  $H$ ,  $V$  և  $W$ -ին: (ռո, մ'ո') ուղիղը բուրգի մակերևութի հետ հասելու համար (դծ. 384) յերկվակայնեք մի ոժանդակ հարթություն՝ տալով բուրգի գագաթով և առկալ ուղիղով: Այդպիսի հարթությունը կլինի ուղղահայաց  $H$  հարթությանը և կանենա իր հորիզոնական հետքը, վորն ունցնում է

mn և s կետերով: Գծադրի վրա ոժանդակ հարթության հետքերը չեն տարված, բայց գտնված ե այդ հարթության հատման (ks, k's') դիժը բուրգի (sab, s'a'b') նիստի հետ: Հասելով ավյալ ուղիղը (sk, s'k') ուղիղի հետ, մենք գտնում ենք ուղիղ գծի հատման (1, 1') կետը բուրգի մակերևութի վրա:

Գծ. 386 վրա յերևակայենք մի ոժանդակ հարթություն, վորն անցնում է բուրգի գագաթով և ավյալ ուղիղով: Այդ հարթությունը կլինի ուղղահայաց V հարթությանը և կհատի բուրգի մակերևութը յերկու SK և SL գծերով:

Այդ յերկու ուղիղներն ունեն մի ընդհանուր վերաիկալ պրոյեկցիա, վորն անցնում է s' և m'n' կետերով, վորովհետև այդ կետերով անցնում է ոժանդակ հարթության վերաիկալ հետքը: Գտած ուղիղների հատումը ավյալի հետ կլինի (1, 1') և (2, 2') կետերում, վորոնք ներկայացնում են ուղիղ գծի և բուրգի մակերևութի հատման վորոնվող կետերը:

388 գծ. վրա կառուցված է բուրգի մակերևութի հատումն ուղիղ գծի հետ, վորն ուղղահայաց է W հարթությանը: Այստեղ մենք ամենից առաջ բուրգի և ուղիղ գծի յերկու պրոյեկցիաների միջոցով գտնում ենք յերրորդ պրոյեկցիան և նոր ապա սկսում ենք խնդրի լուծումը:

Ոժանդակ հարթությունը, վորն անցնում է բուրգի գագաթով և ավյալ ուղիղով, կլինի ուղղահայաց W հարթությանը: Ինքը հարթությունն այստեղ չի բերված, բայց ցույց են տված նրա ու բուրգի հատվածքի պրոյեկցիաները W և H վրա:

Կառուցումն սկսում ենք՝ տանելով s''k'' և s''l'' գծերը s'' և m''n'' կետերով: Հետո գտնում ենք sk և sl-ի հատում ենք mn հետ 1 և 2 կետերում: 1 և 2 կետերը պրոյեկտում ենք m'n' վրա և ստանում 1' և 2' կետերը: Այս ձևով ստանում ենք ուղիղ գծի և բուրգի մակերևութի վորոնվող հատման կետերի յերեք պրոյեկցիաները 1, 1', 1'' և 2, 2', 2'':

Գծ. 385, 387 և 389 վրա կառուցված է ուղիղ գծի հատումն ուղիղ շրջանային կոնի մակերևութի հետ: Խնդիրը լուծվում է այնպես, ինչպես ուղիղ գծի ու բուրգի մակերևութի հատման խնդիրը:

Այստեղ մենք յերևակայում ենք, վոր ոժանդակ հարթություններն անցնում են ուղիղ գծով և կոնի գագաթով: Այդ հարթությունները հատում են կոնի մակերևութը յերկու ծնիչներով:

Մասնավոր դեպքում այդպիսի հարթությունը կարող է շոշափել կոնը մի ծնիչով: Այն ժամանակ ուղիղն ունի մի ընդհանուր կետ կոնի մակերևութի հետ:

Հետագա կառուցումները, վորոնք ծառայում են վորոշելու համար ուղիղ գծի հատման կետերը կոնի մակերևութի հետ, հասկանալի յեն 385, 387 և 389 գծագրերից:

384—389 դծ. վրա ուղիղ դիմել ավան և ուղղահայաց պրոյեկցիաների հարթություններից մեկին և այդ դեպքում ոժանդակ հարթությունը մենք տարել ենք բուրգի (կոնի) գագաթով, իսկ լեթե ավան ուղիղը պրոյեկցիաների հարթություններից միս մեկին ուղղահայաց չե, այդ դեպքում մենք ոժանդակ հարթությունը տանում ենք ուղիղի վրայով և պրոյեկցիաների հարթություններից վորեւե մեկին ուղղահայաց: Այդպիսի հարթությունը ընդհանուր դեպքում չի անցնի բուրգի (կոնի) գագաթով:

Դծ. 390 վրա բերված և բուրգի հատման մի որինակ ուղիղ դծի հետ, վորը կամավոր թեք և պրոյեկցիաների հարթություններին Տանում ենք (mn, m'n') ուղիղով ոժանդակ հարթությունն R, վորն ուղղահայաց և V հարթությանը:

Դծ. 390 վրա տարած և այդ հարթության վերաիկալ R, հետքը Հատում ենք ոժանդակ հարթությունը բուրգի մակերևութի հետ ըստ քառանկյունու (prti, p'r'i'q') Այդ քառանկյունին հատվում և ավյալ ուղիղի հետ (1, 1') և (2, 2') կետերում, վորոնք ներկայացնում են բուրգի և ուղիղի վորոնվող հատման կետերը:

Դծ. 391 վրա նույն խնդիրը լուծված և շեղանկյուն պրոյեկցիաներով: Յերեակայինը 391 դծ. վրա ոժանդակ հարթություն, վորն ուղղահայաց և V հարթությանը: Այդ հարթության վերաիկալ հետքը կանցնի ավյալ ուղիղի յերկրորդ պրոյեկցիայի ուղղությամբ V վրա: Գտնում ենք բուրգի կողքի կողերի յերկրորդ պրոյեկցիաները V վրա և այդ կողքի կողերի յերկրորդ պրոյեկցիաները հատում ենք m'n' դծի հետ p', q', r' և i' կետերում, վորոնք ներկայացնում են բուրգի և ոժանդակ հարթության հատման շտացվող հատվածքի գագաթների յերկրորդ պրոյեկցիաները V վրա: Պրոյեկտում ենք այդ կետերը SA, SB, SC և SD վրա և ստանում ենք բուրգի մակերևութի ու ոժանդակ հարթության հատման շեղանկյուն պրոյեկցիան, վորն ուղղահայաց և V-ին և անցնում և MN-ով: PQRT քառանկյան և MN ուղիղի հատման 1 և 2 կետերը կլինեն բուրգի մակերևութի և MN ուղիղի հատման վորոնվող կետերի շեղանկյուն պրոյեկցիաները: Պրոյեկտելով այդ կետերը V վրա, ստանում ենք 1' և 2'—հատվածքի դսած կետերի յերկրորդ պրոյեկցիաները:

§ 116. Դնդի խակերեվայրի հատումը մի հարթությամբ, վորն ուղղահայաց և պրոյեկցիաների հարթութուններից մեկին

Դիտենք դնդի մակերևութի հատումը մի հարթությամբ, վորն ուղղահայաց և H հարթությանը, ընդամին հարթությունը չի անցնում դնդի կենտրոնով: 391<sup>1</sup> դծ. վրա մենք ունենք այդպիսի դեպք:

Յերկրաչափությանից մեզ հայտնի չե, վոր այս դեպքում հաս-  
վածքը պիտի ստանանք իբրեւ շրջանագիծ, վորը H վրա կպրոյեկտվի  
իբրեւ ուղիղ գիծ և այդ գիծը կգտնվի տվյալ հարթության հորիզոնա-  
կան հեռքի վրա, իսկ մյուս յերկու պրոյեկցիաները կպատկերանան  
իբրեւ ելլիպսներ, կառուցելու համար այդ ելլիպսները, այսինքն՝ վորոն-  
վող հատվածքի պրոյեկցիաները V և W վրա, մենք յերևակայում ենք  
գնդի մակերևութւոյթը հատած մի շարք հարթություններով, վորոնք  
զուգահեռ են H հարթությանը: Այդպիսի հատվածքները կլինեն շրջ-  
նագծեր, վորոնք H վրա պրոյեկտվում են շրջանագծերով, իսկ V և W  
վրա՝ ուղիղ գծերով, վորոնք զուգահեռ են OX և OY առանցքներին:

Այդ հատվածքները կոչվում են զուգամիտկանքներ: Ամենայնից  
զուգահեռականը գտնվում և գնդի կենտրոնով անցնող հարթության  
վրա: Այդպիսի զուգահեռականը կոչվում և հասարակածային հատվածք:  
Այս ձևով մի շարք զուգահեռականներ և հասարակածային հատվածքը  
հատում ենք տվյալ հարթության հետ: Ընդհանրապես ասած՝ յուրա-  
քանչյուր զուգահեռականը և եկվատորիալ հատվածքը հատում են տվյալ  
հարթությունը յերկու կետում:

Գծ. 391, վրա գտնված են 1, 2, 3, 10, 11, 13 կետերը և մի շարք  
ուրիշներ, վորոնք ցույց չեն տված գծագրի վրա: Բացի դրանից, վերց-  
նում ենք մի զույգ զուգահեռականներ, վորոնք շոշափում են տվյալ  
հարթությունը: Այդ զուգահեռականներից յուրաքանչյուրը հարթու-  
թյան հետ ունի միայն մեկական ընդհանուր կետ: Այդ 6 և 7 կետերը  
կլինեն կորի վրա ամենաբարձր և ամենացածր կետերը:

Հետո վերցնում ենք գնդի մակերևութւոյթի հատումը հարթու-  
թյուններով, վորոնք զուգահեռ են V և W-ին և անցնում են գնդի  
կենտրոնով: Այդ հատվածքներից առաջինը կոչվում և զլխավոր մի-  
ջորեական հատվածք, իսկ յերկրորդը—պրոֆիլային հատվածք:

Գլխավոր միջորեական հատվածքը կլինի OX առանցքին զու-  
գահեռ գիծ, իսկ վերաիկալ պրոյեկցիան կհամընկնի գնդի վերաիկալ  
պրոյեկցիայի կոնտուրի հետ: Այդ զլխավոր միջորեական հատվածքը  
հատվում և հարթության հետ 4 և 5 կետերում: 4 և 5 կետերը այն  
կետերն են, վորոնք բաժանում են հատվածքի տեքանելի մասը անտե-  
սանելի մասից: V վրա պրոյեկտելու ժամանակ:

Գր. ֆիլային հատվածքը H վրա պրոյեկտվում և իբրեւ տրամա-  
գիծ, վոր զուգահեռ և OY առանցքին, իսկ V վրա այդպիսի հատվածքի  
պրոյեկցիան կհամընկնի գնդի պրոյեկցիայի կոնտուրի հետ: Այդ  
հատվածքը հատում և R հարթությունը 8 և 9 կետերում: 8 և 9 կե-  
տերը աչքի յին ընկնում նրանով, վոր նրանց պրոյեկցիաները W  
վրա (կետերը 8" և 9") ներկայացնում են այն կետերը, վորոնք W  
վրա պրոյեկտվելու ժամանակ բաժանում են հատվածքի կորի տեսա-

նելի մասն անտեսանելի մասից: Այս ձևով վորոշված են հատվածքի կորի տեսանելի և անտեսանելի մասերը գծ. 391, վրա:

Գծ. 391, վրա ունենք ավելի պարզ դեպք: Այստեղ R հարթությունն ուղղահայաց է V հարթությանը և անցնում է գնդի կենտրոնով: Հատվածքում կուսնանա՞նք շրջանագիծ, վորի շառավիղը հավասար է գնդի շառավղին: Վորոշվող հատվածքը V վրա պրոյեկտվում է իբրև արամագիծ, վորը դանվում է R, հեռքի վրա, իսկ հատվածքի մյուս յերկու պրոյեկցիաները կլինեն ելլիպսներ:

Կառուցման ընթացքը նման է հատվածքի կառուցման նախորդ որինակին, միայն այստեղ ոժտնդակ հարթությունները վերցված են պուզաճեռ V հարթությանը:

Այս խնդրում մենք շոշափեցինք այն կետերը, վորոնք հատվածքի կորի տեսանելի մասը բաժանում են անտեսանելի մասից: Առհասարակ գնդի մակերևութի կետերի տեսանելիության մասին՝ H, V և W վրա պրոյեկտելու ժամանակ պիտի նկատել, վոր՝

1) H վրա պրոյեկտելիս տեսանելի կլինեն վերևի կիսագնդի կետերը (գծ. 137),

2) V վրա պրոյեկտելիս տեսանելի կլինեն առջևի կիսագնդի կետերը (գծ. 138),

3) W վրա պրոյեկտելիս տեսանելի կլինեն ձախ կիսագնդի կետերը (գծ. 139),

## § 117. \* Եղի մակերևութի կառուցման ուղիղ գծի եկն

Դիտենք այստեղ ուղիղ գծի առաջադրության հետևյալ յերեք դեպքը:

1. Ուղիղն ուղղահայաց է պրոյեկցիաների հարթություններից մեկին:

2. Ուղիղը զուգահեռ է պրոյեկցիաների հարթություններից մեկին:

3. Ուղիղը կամավոր թեք է պրոյեկցիաների հարթություններին: Բոլոր դեպքերում առնում ենք տվյալ ուղիղով ոժտնդակ հարթություն, վորով հատում ենք գնդի մակերևութին ըստ շրջանագծի և դրած հատվածքը հատում ենք տված ուղիղով:

Առաջին վեց գծագրերում, այսինչ 392—397 գծ. վրա մենք ոժտնդակ հարթությունը առնում ենք զուգահեռ պրոյեկցիաների հարթություններից մեկին:

Պրոյեկցիաների այդ հարթության վրա գնդի մակերևութին և ոժտնդակ հարթության հատվածքի շրջանագիծը կպրոյեկտվի իսկաճան մեծությամբ, վորը մենք ունենք այստեղ մատնանշված վեց գծագրերի վրա:

Գծ. 392—397 վրա ոժանդակ հարթության հետքը տարած և բարակ անընդհատ գծով, իսկ հատվածքի շրջանագծի պրոյեկցիան տարած և բարակ կետաշարով: (1, 1') և (2, 2') կետերը ըստ վեց զեպեներում գնդի և ուղիղ գծի հատվածքի վորոնվող կետերն են:

Գծ. 398 և 399 վրա մենք ունենք գնդի մակերևութի հատված ուղիղ գծի հետ, վորը կամավոր թեք և պրոյեկցիաների հարթություններին:

Գծ. 398 վրա հատվածքի կետերը վորոշելու համար մենք ոգտվում ենք հարթության համատեղման մեթոդից պրոյեկցիաների հարթության հետ, իսկ 399 գծ. վրա՝ պրոյեկցիաների հարթությունների փոփոխման մեթոդից: Գծ. 398 վրա (ab, a'b') ուղիղով առնում ենք մի հարթություն, վորն ուղղահայաց լինի H հարթությանը: Այդպիսի հարթությունը կհատի գնդի մակերևութին ըստ շրջանագծի, վորի կենտրոնն է k k' կետը: (k, k') կետը գնդի կենտրոնից թողած ուղղահայացի հիմքն է R հարթության վրա: Հատվածքի շրջանագծի հորիզոնական պրոյեկցիան գտնվում է հետքի վրա և ներկայացնում է գնդի հորիզոնական պրոյեկցիայի կոնտուրի լարը:

Համատեղելով R հարթությունն ուղիղ գծի հետ միասին և հատվածքի շրջանագիծը V հարթության հետ, ստանում ենք 1<sub>0</sub> և 2<sub>0</sub>—գնդի մակերևութի և ուղիղ գծի վորոնվող հատման կետերի համատեղած դիրքերը:

1<sub>0</sub> և 2<sub>0</sub> կետերի միջոցով գտնում ենք կետերի պրոյեկցիաներն այնպես, ինչպես այդ գծագրի վրա ցույց է տված սլաքներով:

Գծ. 399 վրա նույն խնդիրը լուծած և պրոյեկցիաների հարթությունների փոփոխման մեթոդի ոգնությամբ:

Յերևակայենք մի հարթություն, վորն անցնում է (ab, a'b')-ով և ուղղահայաց H հարթությանը: Այդպիսի հարթությունը կհատի գնդի մակերևութը շրջանագծով, վորը տվյալ ուղիղի հետ միասին պրոյեկտում ենք նոր վերտիկալ հարթության V<sub>1</sub> վրա, վոր վերցրած է զուգահեռ յերևակայած ոժանդակ հարթության. այդ մենք տեսնում ենք նոր O<sub>1</sub>X<sub>1</sub> առանցքի դիրքից: Այս նոր առանցքը վերցրած և զուգահեռ տվյալ ուղիղի հորիզոնական պրոյեկցիային: Պրոյեկցիաների հարթությունների նոր HV<sub>1</sub> համակարգությունում տվյալ ուղիղը և հատման շրջանագիծը կպրոյեկտվեն V<sub>1</sub> հարթության վրա իսկական մեծությամբ: Ոժանդակ R հարթության ու գլանի մակերևութի հատվածքի շրջանագծի կենտրոնը կլինի (k, k') կետում:

Գտնում ենք V<sub>1</sub> հարթության վրա HV<sub>1</sub> համակարգությունում հատվածքի կենտրոնի նոր վերտիկալ պրոյեկցիան, տվյալ ուղիղի և հատվածքի շրջանագծի նոր պրոյեկցիան: Այստեղ մենք գտնում ենք

կնշխի մատկերեութի ե ուղիղ գծի հասման վորոնվող կետերի նոր վեր-  
տիկալ պրոյեկցիաները  $1'$ ,  $2'$ , Հետո գտնում ենք ալդ կետերի հորի-  
զոնական ե վերտիկալ պրոյեկցիաներն ախպես, ինչպես այդ ցույց  
ե տված 399 գծ. վրա:

## § 218. Ուղիղ պրիզմայի հասումը յնռանկյան ետ

Այս խնդիրը լուծելիս մենք կտարբերենք յերկու դեպք.

1) Պրիզմայի կողը չի հատում յնռանկյունին:

2) Պրիզմայի կողը հատում ե յնռանկյունին:

Գծ. 400 վրա յերեք պրոյեկցիայով պատկերացրած ե մի ուղիղ  
քառանիստ պրիզմա, վոր իր հիմքով դրած ե H հարթության վրա:

Այդ պրիզմայի մատկերեութիը հատելու համար յնռանկյան  
հետ, վորը նույնպես տված ե յերեք պրոյեկցիայով, մենք յնռան-  
կյան հորիզոնական պրոյեկցիան հատում ենք պրիզմայի հիմքի  
կոնտուրի հետ 1, 2, 3 ե 4 կետերում, վորոնք ներկայացնում են  
պրիզմայի մատկերեութի ու յնռանկյան կողմերի հատման կետերի  
հորիզոնական պրոյեկցիաները: Հետո հասարակ պրոյեկտումով գտնում  
ենք  $1'$ ,  $2'$ ,  $3'$ ,  $4'$ ,  $1''$ ,  $2''$ ,  $3''$ ,  $4''$  ախպես, ինչպես այդ գծագրի վրա  
ցույց ե տված սլաքներով: Անտեսանելի գծերի պրոյեկցիաները գծած  
են կետաշարով:

Գծ. 401 վրա պատկերացրած ե 400 գծ. յերկրորդ որինակը: Գծ.  
400 վրա պրիզմայի կողերից ե վոչ մեկը չի մասնակցում հատմանը:

Գծ. 402 վրա նույնպես ուղիղ քառանիստ պրիզման հատած ե  
յնռանկյան հետ, բայց այստեղ պրիզմայի կողը մասնակցում ե հատ-  
մանը:  $1$ ,  $1'$ ,  $1''$  ե  $2$ ,  $2'$ ,  $2''$  կետերը մենք գտնում ենք սովորական յե-  
ղանակով: ամենից առաջ գտնում ենք  $1$  ե  $2$  կետերը, իսկ հետո՝  $1'$ ,  $2'$ ,  
 $1''$  ե  $2''$ , ինչպես գծագրի վրա ցույց ե տված սլաքներով:

Պրիզմայի վերտիկալ կողի հատման կետը յնռանկյան հարթու-  
թյան հետ գտնելու համար մենք պրիզմայի այդ կողով ե յնռան-  
կյան զազաթիւններից մեկով յերևակայենք անցկացրած մի ոժանդակ  
հարթություն:

Գտնենք այդ ոժանդակ հարթության ե յնռանկյան հարթության  
հատումը ե ստացած հատման գիծը հետեւք պրիզմայի վերցրած կո-  
ղի հետ:

Գծ. 402 վրա մենք ունենք պրիզմայի ( $dd_1$ ,  $d'd''$ ,  $d''d''_1$ ) կողի  
հատումը յնռանկյան հարթության հետ:

Տանում ենք կետաշարով (ինչպես ոժանդակ)  $mdk$  գիծը, վորը  
կլինի այն ոժանդակ հարթության հատման հորիզոնական պրոյեկ-  
ցիան, վորն անցնում ե  $DD_1$  կողով ե յնռանկյան M զազաթնով: Հե-

տո զտնում ենք այդ հասման գծի վերաբերյալ m'k' պրոյեկցիան  
(կառուցման ընթացքը ցույց է ապագա աշխատանքով), Գիծը m'k' հա-  
տում ենք d'd', հետ 3' կետում 3 կետը կլինի d'd', կետում (գծ. 402),  
Հետո զտնում ենք 3'' պարզ պրոյեկտումով, Գծ. 403 վրա ունենք  
402 գծ. յերկրորդ որինակը:

§ 119. Դրանի մեկերեկայինի հաստատ յեամեկյան հե

Ուղիղ գլանը (գծ. 404) կանգնած և իր հիմքով H հարթության վրա: Յեռանկյունին վերցրած և կամավոր թեք պրոլեկցիաների հարթության ներքին:

Ամենից առաջ յեռանկյան կողմերը հասում ենք գլանի մակե-  
րեվույթի հետ, վորի համար եւ կողմի հորիզոնական պրոյեկցիան  
հասում ենք գլանի հորիզոնական պրոյեկցիայի կոնտուրի հետ և ստա-  
ցած կետը պրոյեկտում ենք b'c' կողմի վերտիկալ պրոյեկցիայի վրա:  
Հետո պրոյեկտում ենք գտած կետը W վրա ախպես, ինչպես այդ  
գծագրի վրա ցույց և տված սլաքներով 1, 1' 1'' կետի համար:

Յեռանկյան հարթության վրա վերցնում ենք մի շարք ուղիղ գծեր և դրանի մակերևույթը հաստում ենք այդ ուղիղ գծերով։ Կառուցման ընթացքը գծագրի վրա ցույց է տված սլաքներով։ Ստացած կետերը միացնում ենք սահուն կորով։

Գծ. 405 լրա ներկայացված է 404 գծ. յերկրորդ որինակը:

ከሂገቶቻችን

1. Կառուցել ուղղանկյաՆ հաստվա՛ր դուռահեռադժի հետ։

Ուղղանկյան հարթությունն ուղղահայաց է  $H$ ,  $V$  կամ  $W$ -ին:

Զուգահեռագծի հարթությունը կամավոր թեք է պրոյեկցիաների հարթություններին: Աշխատանքը կատարել յերեք պրոյեկցիայով, կատարել առաջին և յերկրորդ որինանհներու:

2. Գրիգորյան և զլանը հատել զուգահեռագծի հետ: Գրիգորյանի և զլանի հիմքերը գտնվում են H, V կամ W հարթություններին զուգահեռ հարթություններում: Աշխատանքը կատարել յերեք պրոյեկցիայով: Կատարել տառֆին և յերկրորդ որինակներու:

3. Կանոնավոր ուղիղ վեցնիստ բուրգը հատել մի հարթությամբ, վրն ուղղահայաց է  $H$  հարթությանը և վորոշել հատվածքի իսկական մեծությունն այն դեպքում, յերբ՝

ա) բուսերի հիմքը գտնվում է H միջուկ

$$B) \quad , \quad \epsilon \quad \gamma \quad ,$$

c) , , W ,

d) բուրգի նիստերից մեկը գտնվում է H կամ V վրա:

4. Խորանարդի կողք շոշափում է H, V կամ W և թեքված և գեպի մյուս պրոյեկցիաների հարթությունները: Խորանարդի կենտրոնով տանել մի հարթություն, վորը լինի ուղղահայաց H հարթությանը և խորանարդը հասել այդ հարթությանը:

Վորոշել հատվածքի իսկական մեծությունը:

5. Կոնը իր մեկ ծնիչով գտնվում է H հարթության վրա: Հասել կոնը մի հարթությանը՝

a) ուղղահայաց H-ին

b)       »       » V-»

c) ուղղահայաց V կամ H-ին

և գտնել հատվածքի իսկական մեծությունը:

Գ Լ Ո Ւ Խ 3.

## ՅԵՐԿՐԱԶԱՓԱԿԱՆ ՄԱՐՄԻՆՆԵՐԻ ՓՈՌՄՆԵՐԸ

### § 120. Պրիզմայի, բուրգի, գլանի և կոնի մակերևույթի փռումը

1. Դիցուք 358<sup>1)</sup> գծ. վրա ունենք ուղիղ յեռանիստ պրիզմայի յերկու պրոյեկցիաները:

Պրիզմայի կողմնային մակերևույթի փռվածքը բաղկացած է յերեք ուղղանկյուններից: Այդ ուղղանկյունների մի կողմը հավասար է պրիզմայի բարձրությանը, իսկ մյուս կողմերը հավասար են պրիզմայի հիմքի կողերին: Ինչպես պրիզմայի բարձրությունը, նույնպես և պրիզմայի հիմքի կողմերը գծ. 358 վրա պրոյեկտվում են իսկական մեծությամբ: Կողմնային մակերևույթի փռվածքին ավելացնում ենք վերևի և ներքևի հիմքերը:

Դծ. 359 վրա պատկերացված է փռվածքն ուղիղ պրիզմայի, վորը բերված է 358 գծ. վրա: Փռվածքի վրա գծ. 359 պրիզմայի կետերը և գծերն անցկացնելու համար բավական է, յեթե իմանանք անցկացնել փռվածքի վրա պրիզմայի կողի վրա գտնվող մի կետ և պրիզմայի նիստի վրա գտնվող մի կետ:

Պրիզմայի կողի վրա գտնվող կետը փռվածքի վրա անց ենք կացնում անմիջապես: Որինակ՝ փռվածքի վրա (CC<sub>1</sub>, C'C<sub>1</sub>') կողի վրա գտնվող (1, 1') կետը անցկացնելու համար տեղադրում ենք CC<sub>1</sub> վրա C<sub>1</sub> հատվածը հավասար C'1': Անցկացնելու համար փռվածքի վրա պրիզմայի նիստի վրա գտնվող կետը, մենք անց ենք կացնում փռվածքի

1) Տես գծագրերի 126 թերես:

վրա նախապես այն ոժանդակ ուղիղը, վորի վրա գտնվում է այդ կետը և ապա նրա վրա անց և կացվում ինքը կետը:

Գծ. 358 վրա (2, 2') կետը գտնվում է (mn, m'n') ուղիղի վրա: Կառուցում ենք փոխածքի վրա MN ուղիղը (հատվածը CN 359 գծ. համասար և 358 գծ. cn հատվածին):

MN ուղիղի վրա տեղադրում ենք N2 հատվածը համասար n'2'-ին:

2. Գծ. 360 վրա աված է մի յեռանխառ բուրգ յերկու պրոյեկցիայով և յերկու կետ: Կետը (1, 1') գտնվում է բուրգի կողի վրա, իսկ (2, 2') կետը—բուրգի նիստի վրա:

Բուրգի փոխածքը բաղկացած է կողմնային մակերևիվայթի փռվածքից և բուրգի հիմքից (գծ. 361):

Վորովհետև բուրգն իր հիմքով կանգնած է H հարթության վրա, ուստի կողմերի հորիզոնական պրոյեկցիաները համասար են նրանց իսկական մեծություններին:

$$ab=AB, bc=BC, ca=CA:$$

Հետևապես հիմքի իսկական մեծությունը կառուցումը զգալարությամբ չի ներկայացնում:

Կողքի մակերևիվայթի փոխածքը բաղկացած է բուրգի յերեք կողքի նիստերի իսկական մեծություններից:

Կողքի նիստերի իսկական մեծությունները վորոշելու համար մենք գտնում ենք բուրգի կողերի իսկական մեծությունները և ունենալով հիմքի կողմերի իսկական մեծությունները, կառուցում ենք ըստ յերեք կողմերի բուրգի կողքի նիստերը, ինչ վոր արված է 361 գծ. վրա:

Բուրգի կողքի կողերի իսկական մեծությունները վորոշելու համար մենք ոգտվում ենք պտտման մեթոդից: Բուրգի զազաթով անցնող և H հարթությանն ուղղահայաց առանցքի շուրջը պտտում ենք բուրգի կողքի կողերը, մինչև վոր նա ընդունում է V հարթությանը զուգահեռ դիրք:

Բուրգի կողքի կողերի շրջած դիրքերի հորիզոնական պրոյեկցիաները կլինեն ( $sc_0$  և  $sb_0$ ) պրոյեկցիաների առանցքին զուգահեռ: Կողքի կողերի շրջած դիրքերի վերաիկալ պրոյեկցիաները կլինեն համասար նրանց իսկական մեծություններին:

$$s'c_0'=SC, s'b_0'=SB:$$

Տվյալ զեպլում մենք գտնում ենք միայն յերկու SC և SB կողքի կողերի իսկական մեծությունները:

Իսկ յերրորդ կողը՝ SA պրոյեկտվում է V վրա իսկական մեծու-

թյամբ, վերոգնահատել նաև տված  $\mathbf{h}$  V հարթությանը զուգահեռ, վոր յերեմվում  $\mathbf{h}$  նրանից, վոր այդ կողի հորիզոնական պրոյեկցիան զուգահեռ  $\mathbf{h}$  պրոյեկցիաների առանցքին ( $\mathbf{a}_5$  զուգահեռ  $\mathbf{h}$  OX-ին):

SB կողի վրա գտնվող 1 կետը փոխվածքի վրա անցկացնելու համար մենք գտնում ենք 1 կետի հեռավորությունը մինչև բուրգի գագաթը: 1' կետից տանում ենք 1' 1<sub>0</sub>' ուղիղը պրոյեկցիաների առանցքին զուգահեռ մինչև հատվելը  $\mathbf{s}'\mathbf{b}_0$ ' հետ: Գիծը  $\mathbf{s}'1_0$ ' հավասար  $\mathbf{h}$  1 կետից մինչև բուրգի գագաթին ընկած հեռավորության իսկական մեծությունը:

SB գծի վրա (գծ. 361) տեղադրում ենք  $\mathbf{S}\mathbf{h}=\mathbf{s}_0'1_0'$ :

Բուրգի նիստի վրա գտնվող մի կետ, այն  $\mathbf{h}$  կետը 2 անցկացնելու համար փոխվածքի վրա մենք նախապես անց ենք կացնում այն ոժանդակ ուղիղը, վորի վրա գտնվում  $\mathbf{h}$  այդ կետը  $\mathbf{h}$  ապա նրա վրա անց  $\mathbf{h}$  կացվում ինքը կետը:

(2, 2') կետը գտնվում  $\mathbf{h}$  ոժանդակ ( $\mathbf{s}'\mathbf{m}'$ ,  $\mathbf{sm}$ ) ուղիղի վրա: Պատում ենք այդ ուղիղը նրա վրա գտնվող (2, 2') կետի հետ միասին վերտիկալ առանցքի շուրջը, վորն անցնում  $\mathbf{h}$  բուրգի գագաթով, մինչև վերտիկալ հարթության զուգահեռ դիրքը: Հատվածը  $\mathbf{s}'2_0'$  հավասար  $\mathbf{h}$  2 կետի  $\mathbf{h}$  գագաթի միջև ընկած հեռավորության իսկական յերկարությունը: Այդ յերկարությունը տեղադրում ենք SM գծի վրա S գագաթից, իսկ SM գիծն անցկացնելու համար փոխվածքի վրա մենք CA գծի վրա C կետից տեղադրում ենք հատվածը  $\mathbf{CM}=\mathbf{cm}$   $\mathbf{h}$  M կետը միացնում ենք  $\mathbf{s}$  կետի հետ:

Ուղիղ շրջանային գլանի փոխվածքը կառուցելու համար (գծ. 362) մենք կառուցում ենք կողքի մակերևույթի փոխվածքը, վորը կլինի մի ուղղանկյունի, վորի մի կողմը հավասար  $\mathbf{h}$  հիմքի շրջանագծի յերկարությունը, մյուսը՝ գլանի բարձրությունը: Հիմքի շրջանագծի յերկարությունը կարելի  $\mathbf{h}$  վորոշել մոտավոր կերպով, ներգծելով շրջանագծի մեջ կանոնավոր բաղմանկյունի: Կողքի մակերևույթի փոխվածքին ավելացնում ենք վերի  $\mathbf{h}$  ներքևի հիմքերը:

Փոխվածքի վրա անցկացնելու համար մի կետ, վոր գտնվում  $\mathbf{h}$  գլանի մակերևույթի վրա, մենք փոխվածքի վրա անց ենք կացնում գլանի այն ծնիչը, վորի վրա գտնվում  $\mathbf{h}$  այդ կետը  $\mathbf{h}$  ապա նրա վրա անց  $\mathbf{h}$  կացվում հենց ինքը կետը:

Գծ. 369 վրա անց ենք կացնում փոխվածքի վրա MN ծնիչը  $\mathbf{h}$  նրա վրա 1 կետը: Գիծը N1 հավասար  $\mathbf{h}$  n'1' յերկարությունը 362 գծագրի, այսինքն  $\mathbf{N1}=\mathbf{n'1'}$ :

4. Գծ. 264 վրա տված են ուղիղ շրջանային կոճի յերկու պրոյեկցիաները: Այդ կոճի փոխվածքը բաղկացած  $\mathbf{h}$  կոճի կողքի մակերև-

վույթի փոփոխությունը և կոնի հիմքից՝ Ուղիղ շրջանային կոնի կողքի փոփոխությունը մի սեկտոր եւ  $\alpha$  կենտրոնական անկյունով, վորը մենք գումարում ենք հետևյալ հավասարումից՝

$$\frac{2\pi\alpha^0}{360^0} = 2\pi R,$$

վորտեղից

$$\alpha^0 = \frac{360^0 \cdot R}{1},$$

վորտեղ 1 — կոնի ծնիչի յերկարությունն է, իսկ  $R^0$  հիմքի շառավիղը:

Սեկտորի աղեղի յերկարությունը (գծ. 365) հավասար յե կոնի հիմքի շրջանագծի յերկարությանը (գծ. 364): Այդ աղեղը կարելի է վորոշել և մոտավոր կերպով, ներգծելով կոնի հիմքի շրջանագծի մեջ կանոնավոր բաղմանկյունի:

Կոնի մակերևույթի վրա գտնվող կետը փոփոխության համար մենք նախապես անց ենք կացնում փոփոխության վրա կոնի ծնիչը, վորի վրա գտնվում է այդ կետը և տպա նրա վրա անց է կացվում հենց ինքը կետը:

Գծ. 365 վրա անց է կացրած SM ծնիչի վրա գտնվող 1 կետը, AM աղեղի յերկարությունը (գծ. 365) հավասար է am աղեղի յերկարությանը (գծ. 364):

Պատման մեթոդով գտնում ենք (1, 1') կետի հեռավորության իսկական մեծությունը կոնի գագաթից և 365 գծ. վրա այդ հեռավորությունը տեղադրում ենք SM վրա S գագաթից:

### § 131. Գնդի մակերևույթի փոփոխություն

Փոփոխությունից կառուցման վերաբերմամբ մակերևույթները բաժանվում են այնպիսի մակերևույթների, վորոնք կարող են ճիշտ կերպով փոխել (պրիզմայի, բուրգի, կոնի և գլանի մակերևույթները) և այնպիսիների, վորոնք չեն կարող ճիշտ կերպով փոխել:

Վերջիններիս թվին է պատկանում գնդի մակերևույթը, զրա համար նրա փոփոխությունը կատարվում է մոտավոր կերպով: Գնդի մակերևույթը հատում ենք մի շարք հարթութայններով, վորոնք զուգահեռ և ուղղահայաց են H հարթությանը: Այս ձևով գնդի մակերևույթը բաժանում ենք մի շարք ելեմենտների և կառուցում ենք այդ ելեմենտների մոտավոր փոփոխությունը:

Ուսումնասիրենք նախապես սահմանումները:

Գնդի մակերևույթի հատումը մի հարթությամբ, վորը զուգահեռ է H-ին, կոչվում է զուգահեռական: Իսկ յեթե հարթութայնը նաև

անցնում և գնդի կենտրոնով, ապա գնդի մակերևութի հատումը ալյալիսի հարթությամբ կոչվում և եկվատորյալ (հասարակածային) հատում։ Զուգահեռականները և եկվատորյալ հատումը H վրա պլո-  
յեկավում են իսկական մեծությամբ։ Դնդի մակերևութի հատումը մի հարթությամբ, վերն անցնում և գնդի կենտրոնով և ուղղահա-  
յաց և H հարթությանը, կոչվում և մերիդիոնալ (միջորեակային) հա-  
տում։ Այն մերիդիոնալ հատումը, վերը զուգահեռ և V հարթությանը, կոչվում և գլխավոր մերիդիոնալ հատում և V վրա նա պրոյեկավում և իսկական մեծությամբ։ Այժմ դրազվենք գնդի փոխանցի կառուց-  
մամբ։

Գծ. 365, վրա տանենք վեց մերիդիոնալ հատվածքներ, վերոնց հարթություններն իրար հեռ կազմում են 30° անկյուն։ Այդ մերիդիո-  
նալ հատվածքները կրաժանեն գնդի մակերևութի 12 հավասար ելե-  
մենտների։ Առանձնացնենք մեր յերևակալության մեջ այդ ելեմենտ-  
ներից մեկը և կառուցենք նրա մոտավոր փոխանցը։ Դրա համար կա-  
ռուցենք նաև եկվատորյալ հատվածքը և մի շարք զուգահեռականներ,  
ընդվորում զուգահեռականները կվերցնենք զույգ-զույգ՝ կենտրոնից հավասար հեռավորության վրա, այնպես վոր յերկու զուգահեռական-  
ների համար ունենանք մի ընդհանուր հորիզոնական պրոյեկցիա։  
Նկատենք, վոր գնդի մակերևութի ելեմենտների փոխանցները կա-  
ռուցելու համար բավական և ունենալ եկվատորյալ հատվածքի և զու-  
գահեռականների յերկու պրոյեկցիաները և միայն մերիդիոնալ հատ-  
վածքների մի հորիզոնական պրոյեկցիան։

Վորովհետև գնդի մակերևութի մոտավոր փոխանցի բոլոր 12 ելեմենտները բարդովին միատեսակ են, ուստի մենք դիտենք մասնա-  
մասնորեն այդ ելեմենտներից մեկի կառուցումը, վոր ցույց և տված  
365, գծ. վրա։

Մեկ ելեմենտի մոտավոր փոխանցի կառուցման համար մեզ ան-  
հրաժեշտ և ունենալ եկվատորյալ հատվածքի և զուգահեռականների  
մեկ տասնյերկուերորդ մասը։

Այսպիսով խնդիր և դրվում շրջանագծի <sup>1</sup>/<sub>12</sub> մասի յերկարության  
կառուցման, վորը ցույց և տված 365, գծ. վրա։

Գծ. 365, վրա տանում ենք վերտիկալ տրամագիծը և նրա ծայ-  
րին քաշում ենք մի շոշափող գծի։ Շրջանի կենտրոնից քաշում ենք  
մի գծի 30° անկյան տակ զեպի տարած տրամագիծը և հատում ենք  
այդ գծի շոշափող գծի հետ M կետում։ Շոշափող գծի վրա M կետից  
տեղադրում ենք յեռապատիկ շառավիղը և ստացած N կետը միաց-  
նում ենք KL տրամագծի վերևի K ծայրի հետ։

Ստացած KN թեք գծի զիծը հավասար և շրջանագծի յերկարության

կեսին: Բաժանելով  $KM$  վեց հավասար մասի, կունենանք շրջանագծի  $\frac{1}{12}$  մասը: Նման յեղանակով գտնում ենք եկվատորյալ հատվածի  $\frac{1}{12}$  մասը և յուրաքանչյուր զուգահեռականի  $\frac{1}{12}$  մասը: Հետո 365, գծ. վրա հորիզոնական գծի վրա տեղադրում ենք եկվատորյալ հատվածի  $\frac{1}{13}$  մասը: Այդ հատվածի միջնակետից տանում ենք նրան ուղղահայաց և տարած ուղղահայացի վրա դեպի վեր և դեպի ներքև տեղադրում ենք մերիդիոնալ հատվածի յերկարության  $\frac{1}{4}$  մասը, այսինքն  $CK$  և  $CL$  (գծ. 365<sub>2</sub>),

Վարովհետև զուգահեռականները 365, գծ. վրա տարած են մերիդիոնալ հատվածի բաժանման կետերով (կառուցման հարմարության համար բաժանված է 12 հավասար մասի), ուստի 365, գծ. վրա վերտիկալ  $KL$  կետաշարը բաժանում ենք 6 մասի և բաժանման կետերով տանում ենք հորիզոնական գծեր, վորոնց վրա վերտիկալ ուղիղից դեպի յերկու կողմը տեղադրում ենք համապատասխան զուգահեռականի  $\frac{1}{24}$  մասը:

Ստացած կետերը միացնում ենք սահուն կորով: Այսպիսով կըստանանք գնդի մակերեւութի մեկ ելմմենտի մոտավոր փոխածքը:

Այժմ ցույց տանք թե ինչպես պետք է փոխածքի վրա անցկացնել գնդի մակերեւութի վրա գտնվող կետը: Մեզ բավական է գննել միայն մի կետի անցկացնելը, վոր հնարավորութուն ունենանք անցկացնելու փոխածքի վրա գնդի մակերեւութի վորևե գիծ: Դիցուք, ( $a, a'$ ) կետը գտնվում է գնդի մակերեւութի մեր դիտած ելմմենտի վրա: Անց ենք կացնում փոխածքի վրա այն զուգահեռականի  $\frac{1}{12}$  մասը, վորի վրա գտնվում է այդ կետը և ապա նրա վրա անց ենք կացնում հենց այդ նույն կետը: Հատվածները ինտերպոլում ենք (ընդմիջարկում ենք), յեթե կետը չի գտնվում լրիվ վորոշակի տեղում:

### § 133. Ընդհանուր դիրքով բուրգի փռումը

Դժ. 365, վրա ունենք մի բուրգ  $SABCD$ , վորի հիմքը գտնվում է  $R$  հարթության վրա, վորն ուղղահայաց է  $H$  հարթությանը: Այդպիսի բուրգի փոխածքը կառուցելու համար  $R$  հարթությունը բուրգի հիմքի հետ միասին համատեղում ենք  $V$  հարթության հետ, վորտեղ ստա-

նույն ենք V հարթության հետ համապատասխան բուրգի հիմքի դիրքը  $A_0B_0C_0D_0$ , ուստի և ունենք

$$A_0B_0=AB, B_0C_0=BC, C_0D_0=CD \text{ և } D_0A_0=DA,$$

Նույն դժադրի վրա, պատկերով առանցքի շուրջը, վորն անցնում և բուրգի գագաթով և ուղղահայաց և H-ին, գտնում ենք կողքի կողերի խկական մեծությունները: Չորս կողքի կողերից մենք գտնում ենք միայն յերկու կողքի կողերի (կող SB և SD) խկական մեծությունները: Իսկ մյուս յերկու կողքի կողերի (SA և SC) խկական մեծությունները տված են մեկ դժադրի վրա, վորովհետև նրանցից մեկը հորիզոնալ և, իսկ մյուսը ֆրոնտալ:

Ունենալով, այսպես, բուրգի բոլոր կողքի կողերի և հիմքի կողմերի խկական մեծությունները, մենք նույն դժադրի վրա կառուցում ենք սկզբում բուրգի կողքի մակերևութի փոխածքը չորս յեռանկյան ձևով (այդ յեռանկյունիներից լուրջաբանչուրը կառուցվում և ըստ յերեք ունեցած կողմերի):

Կողքի մակերևութի փոխածքին ավելացնում ենք բուրգի ABCD քառանկյունի հիմքը:

Հետո փոխածքի վրա անց ենք կացնում SD կողի վրա գտնվող 1 կետը: Նախապես պտտման մեթոդով գտնում ենք կետի հեռավորությունը բուրգի գագաթից:

Բացի դրանից, բուրգի փոխածքի վրա անց և կացված բուրգի նիստի վրա գտնվող 2 կետը Այդ կետը գտնվում և ոժանդակ ( $s'k'$ , sk) ուղիղի վրա: Անց ենք կացնում փոխածքի վրա ոժանդակ SK ուղիղը և նրա վրա անց ենք կացնում 2 կետը, նախապես գտնելով պտտման յեղանակով կետի հեռավորությունը բուրգի S գագաթից:

### § 123. Քեֆ պրիզմայի մակերեւութի փառմը

Ուսումնասիրած լինելով յերկրաչափական մարմինների հատման հարցը կամավոր հարթություններով, մեկ համար հեշտ և ունենալ թեք պրիզմայի մակերեւութի կողքի կողերին ուղղահայաց հատվածքը, վորն անհրաժեշտ և պրիզմայի մակերեւութի փոխածքը կառուցելու ժամանակ:

Պրիզմայի կողքի մակերեւութը լողկացած և մի շարք զուգահեռականներից, վորոնց բարձրությունները հավասար են ուղղահայաց հատվածքի կողմերին:

377<sup>1)</sup> գծ. վրա տված և դեպի H և V թեքված քառանիստ մի պրիզմա: Դտնում ենք HV, համակարգությունում պրիզմայի ուղղահայաց հատվածքը: Պետք չլինելու պառհառով չենք գտնում այդ հատ-

1) Տես դժադրերի 127 էջ.

վածքի պրոյեկցիան V վրա: Համատեղում ենք գտած հատվածքը  $V_1$  հայթաթյան հետ, վորտեղ ստանում ենք ուղղահայաց հատվածքի կողմերի խկական մեծությունները:

$HV_1$  համակարգույթյունում մենք ունենք  $V_1$  վրա ինչպես կողքի կողերի, նույնպես և ն, անց մասերի խկական, մեծությունները: Այժմ ունենք բավականաչափ ավյալներ, վորպեսզի 377, գծադրի վրա կառուցենք պրիզմայի փովածքը:

Վորպիմտեկ պրիզմայի կողքի նիստերը զուգահեռագծեր են, ուստի նրանց կառուցելու համար անհրաժեշտ է ունենալ բացի նրանց կողմերի խկական մեծություններից, նաև յուրաքանչյուր զուգահեռագծի բարձրությունը:

Հատելով պրիզմայի կողքի նիստերը կողքի կողերին ուղղահայաց հարթությամբ, մենք կունենանք պրիզմայի կողքի նիստերի պահանջվող բարձրությունները, վորոնք ստացվում են իբրև ուղղահայաց հատվածքի կողմեր:  $HV_1$  համակարգույթյունում տանում ենք  $H_1$  հարթությունը, վորն ուղղահայաց է պրիզմայի կողքի կողերին: Հատում ենք այդ հարթությամբ պրիզմայի կողքի նիստերով ըստ 1234 քառանկյան, վորը համատեղում ենք  $V_1$  հետ և ստանում քառանկյունի  $1_02_03_04_0$ :

Այժմ  $1_02_0$ ,  $2_03_0$ ... և այլն հավասար են պրիզմայի կողքի նիստերի զուգահեռագծերի բարձրություններին:

Փովածքի վրա այդ բոլոր բարձրությունները կդասավորվեն գծայրի կողքի կողերը քաշած մի բնդհանուր ուղղահայացի վրա:

Սկսում ենք կառուցել պրիզմայի կողքի մակերևույթի փովածքը (գծ. 377) NB կողին կից, վորը համընկնում է  $\pi_1$  նետ: Այդ գծին ուղղահայացի վրա տեղադրում ենք  $3_13 = 3_03_0$ ,  $32 = 3_02_0$  և այլն: Հետո  $32$ ... և այլն կետերով տանում ենք գծեր, վորոնք զուգահեռ լինեն NB և այդ գծերի վրա տեղադրում ենք ձախ ու աջ 3, 2 և այլ կառուցած կետերից կողքի կողերին ձախ ու աջ մասերը՝ հաված ուղղահայաց հատվածքից:

Միացնելով այդ հատվածների ծայրերը ուղիղ գծերով, կստանանք պրիզմայի կողքի մակերևույթի փովածքը:

Կողքի մակերևույթի փովածքին ավելացնում ենք վերևի և ներքևի հիմքերը, վորոնց խկական մեծությունը գտնված է HV համակարգույթյունում պտտման մեթոդով:

Հետո անց ենք կացնում փովածքի վրա 5 և 6 կետերը, վորոնք գտնվում են պրիզմայի կողքի և նիստի վրա: 6 կետի կառուցման ընթացքով տրված են սյաքներ:

**ՅԵՐԿՈՒ ԲԱԶՄԱՆԻՍՏՆԵՐԻ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒԹՅՆԵՐԻ  
ՓՈԽԱԴԱՐՁ ՀԱՏՈՒՄԸ**

Յերկու բազմանիստերի մակերևույթների հատումը բաժանենք յերեք պարագրաֆի.

a) Բազմանիստերից զոնն մեկի կողքի կողերն ուղղահայաց են պրոյեկցիաների հարթություններից մեկին:

b) Բազմանիստերից մեկ մեկի կողքի կողերն ուղղահայաց չեն պրոյեկցիաների հարթությանը, բայց նրանց հիմքերը զանվում են կամ մեկ կամ ասորեր պրոյեկցիաների հարթություններում:

c) Բազմանիստերի հիմքերը չեն զանվում պրոյեկցիաների հարթություններում և բազմանիստերից մեկ մեկի կողքի կողերն ուղղահայաց չեն պրոյեկցիաների հարթությանը:

**§ 129. Յերկու բազմանիստերի մակերևույթների հատումը  
առաջադրման մասնավոր դեպքերում**

1. Յերկու ուղիղ պրիզմաների մակերևույթների հատումը: Որինակի համար (գծ. 406) յերեք որտեղումալ պրոյեկցիաների միջոցով կառուցենք հատումը մի քառանիստ պրիզմայի, վորի հիմքը զրած և H վրա, և մի ուղիղ հինգնիստ պրիզմայի, վորի հիմքը զրած և W վրա:

Առաջին պրիզմայի կողերը հատում ենք յերկրորդ պրիզմայի նիստերի հետ, իսկ յերկրորդ պրիզմայի կողերը—առաջինի նիստերի հետ: Յերկու զեպքումն ևլ հարցը լուծվում և չափազանց հեշտ՝ ուղիղ գծի ու ուղիղ պրիզմայի հատման հիման վրա, վոր մենք ունեցել ենք 378, 380 և 382 գծ. վրա:

Դձ. 406 վրա ցույց և տված յերկրորդ պրիզմայի կողերից մեկի հատման կետերի (5 5' 5") և (6 6' 6") վորոշման յեղանակն առաջին պրիզմայի նիստերի հետ:

e<sub>e</sub>՝ կողի հորիզոնական պրոյեկցիան հատում ենք առաջին պրիզմայի հորիզոնական պրոյեկցիայի կոնտուրի հետ 5 և 6 կետերում և ստացած կետերը պրոյեկտում ենք e'e՝ վրա և ստանում 5' և 6' կետերը:

Առաջին պրիզմայի զգ՝ կողը յերկրորդ պրիզմայի նիստերի հետ հատելու համար մենք այդ կողը պրոյեկտում ենք W հարթության վրա, վորտեղ գտնվում և յերկրորդ պրիզմայի հիմքը: Հատում ենք զ"զ", յերկրորդ պրիզմայի հիմքի կոնտուրի հետ 13" և 14" կետերում: Հետո պարզ պրոյեկտումով գտնում ենք 13' և 14'.

Նույն յեղանակով գտնված են բոլոր մնացած կետերը:

Պատկերացնելով տարածության մեջ ստացած հատման կետերը, մենք նրանց համապատասխանորեն միացնում ենք իրար հետ ուղիղ գծերով և ստանում ենք տվյալ պրիզմաների մակերևույթների հատուկ իրար հետ:

Ստուգելու համար ստացված կետերի միացման հշտությունը, այս գրքի հեղինակը 1908 թվին առանձին է ճիշդման խստերի համակարգով կետերի միացման մեխանիկական յեղանակը, վորը հիշատակում են այն կարգը, վորի համաձայն պետք է միացնել գտած հատման կետերը, մատնանշում է հատման գծերի տեսանկյունները և ցույց է տալիս այն տեղը, վորտեղ բաց է թողված վորևէ հատման կետը, յեթե բոլոր կետերը չեն գտնված, կամ թե վորևէ սխալ է արված բազմանիստերից մեկի կողերի՝ մյուսի նիստերի հետ հատման կետերը գտնելու:

Անանովի մեխանիկական յեղանակն ունի յերկու դեպք. 1) ընդհանուր, վորը կիրառելի յե ամենաբարդ բազմանիստերի հատկույթական և 2) մասնավոր, վորը կիրառելի յե պրիզմայի և բուրգի հատման այն դեպքում, յերբ նրանց հիմքերը չեն մասնակցում հատմանը:

Մասնավոր դեպքը հետևյալն է:

Վերցնում ենք մի շարք զուգահեռ վերտիկալ ուղիղներ՝ թվով հավասար առաջին պրիզմայի (կամ բուրգի) կողերի թվին՝ պլյուս մեկ:

Այդ զուգահեռ գծերը հատում ենք մի շարք հորիզոնական ուղիղներով՝ թվով հավասար մյուս պրիզմայի (բուրգի) կողերի թվին պլյուս մեկ:

Այսպես, յեթե մեկ բազմանիստը (պրիզման կամ բուրգը) ունի  $m$  կողքի կողեր, իսկ մյուս բազմանիստն ունի  $n$  կողքի կողեր, մենք վերցնում ենք  $m+1$  և  $n+1$  զուգահեռ գծեր:

406 գծ. կցված է մեխանիկական յեղանակի մի այդպիսի ցանց. վորովհետև 408 գծ. վրա սենք ունենք հինգնիստ և քառանիստ պրիզմաներ, ուստի զուգահեռ գծերը մեխանիկական յեղանակի ցանցի վրա վերցված է  $5+1=6$  և  $4+1=5$ :

Ընդվորում բոլորովին մեկ է, թե այդ խմբերից վորը կվերցնենք վորպես վերտիկալ գծեր:

Մեր որինակում մեխանիկական յեղանակի ցանցի վերտիկալ գծերը վերցված են 6, իսկ հորիզոնականը՝ 5:

Վերտիկալ գծերը նշված են A, B, C, D, E և A տառերով—այն տառերով, վորոնք զբաղված են հինգնիստ պրիզմայի հիմքի գագաթներին կից: Հորիզոնական գծերը նշված են M, N, P, Q և M տառերով, վորոնք զբաղված են քառանիստ պրիզմայի հիմքի գագաթների մոտ:

Համառոտության համար մենք ցանցի գծերը կնշանակենք միայն մի տառով, վորը զբոված և նրա ծայրերից մեկի վրա:

Համեմատելով ցանցի գծերը պրիզմայի կողքի կողերի հետ (զծ. 406), մենք նկատում ենք, վոր պրիզմայի յուրաքանչյուր կողքի կողին մեխանիկական յեղանակի ցանցի վրա համապատասխանում և մի գիծ: Որինակ՝ հինգնիստ պրիզմայի  $BB_1$  կողին համապատասխանում և ցանցի վերախկալ  $B$  գիծը: Քառանիստ պրիզմայի  $MM_1$  կողին մեխանիկական ցանցի վրա համապատասխանում և հորիզոնական  $M$  նշով գիծը և այլն:

Վորովհետև ցանցի վրա  $M$  նշով գիծը ծայրի գիծ և, ուստի նա վերցված և յերկու անգամի նույնպես ցանցի վրա յերկու անգամ վերցված և  $A$  նշով գիծը:

Ծանցի հարեան գծերի միջև շերտերը համապատասխանում են պրիզմայի նիստերին: Որինակ՝  $A$  և  $B$  նշերով գծերի միջև շերտը, այսինքն  $AB$  շերտը՝ համապատասխանում և հինգնիստ պրիզմայի  $ABA_1B_1$  նիստին: Ծանցի  $MN$  շերտը համապատասխանում և քառանիստ պրիզմայի  $MNM_1N_1$  նիստին:

Մեկ պրիզմայի կողքի կողերը մյուսի նիստերի հետ հառվելու ժամանակ (զծ. 406) հատման կետը կարող և գտնվել կամ մեկ պրիզմայի կողի և մյուսի նիստի հատման կետում, կամ մեկ պրիզմայի կողի և մյուսի կողի հատման կետում: Գծ. 406 վրա, որինակ,  $\delta$  կետը գտնվում և  $EE_1$  կողի և հինգնիստ պրիզմայի  $MQM_1Q_1$  նիստի հատման կետում. այդ մենք տեսնում ենք  $\delta$  կետի հորիզոնական պրոյեկցիայից ( $\delta$  կետի հորիզոնական պրոյեկցիան գտնվում և  $m_1q_2$  գծի վրա):

$\delta$  կետը մեխանիկական յեղանակի ցանցի վրա անցկացնելու համար մենք փնտռում ենք  $MQ$  նշով շերտը և  $\mathcal{E}$  նշով վերախկալ գծի վրա տնց ենք կացնում  $\delta$  կետը  $MQ$  շերտի սահմաններում: Վորպեսզի աշխատանքը մաքուր ստացվի,  $\delta$  կետը գտնում ենք  $E$  գծի հատվածի միջտեղը, վորը գտնվում և  $MQ$  շերտի սահմաններում, բայց այդ պարտադիր չէ: Բավական և և այն. վոր  $\delta$  կետն անցկացվի  $E$  գծի վրա  $MQ$  շերտի սահմաններում:

1 կետը գտնվում և հինգնիստ պրիզմայի  $AA_1$  կողի և քառանիստ պրիզմայի  $MNM_1N_1$  նիստի հատման կետում:

1 կետը մեխանիկական յեղանակի ցանցի վրա անցկացնելու համար մենք փորձում ենք  $MN$  նշով շերտը և նրա սահմաններում  $A$  նիշով ուղիղի վրա գտնում ենք 1 կետը: Վորովհետև ցանցի վրա  $A$  նիշով յերկու գիծ կա, ուստի յերկու  $A$ -ի վրա ևս  $MN$  շերտի սահմաններում գտնում ենք մեկական 1: Նույնպես տնց ենք կացնում և մնացած կետերը:

Յերբ մեխանիկական յեղանակի ցանցի վրա գրված են այս ձևով հասման բոլոր կետերը, մենք նրանց միացնում ենք ցանցի վրա, ոգտվելով հետևյալ կանոնով. Յերկու կետեր միացնելուց ցանցի գծերը չպիտի հասնեն:

Որինակ, 9 կետը չի կարելի միացնել 11 հետ, վերովհետև այդ գեղջուկ հատվում է ցանցի գիծը: 10 կետը չի կարելի միացնել 7 կետի հետ, վերովհետև այդ գեղջուկ հատվում է ցանցի գիծը և այլն:

Սկսելով մի վորակ կետից, որինակ, 5 կետից, մենք միացնում ենք ցանցի վրա կետերը հետևյալ կարգով. 5—13, 13—6, 6—9, 9—2 անցնում ենք յերկրորդ յերկրորդին և շարունակում ենք կետերի միացման աշխատանքը 2—4, 4—10, 10—8 և այլն, մինչև վոր գտնվում է յերկրորդ 5 կետը:

Այսպես հաջորդաբար կատանա՞ք կետերը 5—13—6—9—2—4—10—8—14—7—12—3—1—11—5:

Այստեղ մենք կատանա՞ք այն կարգը, համաձայն վորի պիտի միացնել դատած հասման կետերը (գծ. 406): Վերովհետև վորոնվող հասման կողմից մի քանիսը պրոյեկտիվա H-ի, V-ի կամ W-ի վրա կլինեն անտեսանելի, քառաի պրոյեկցիաների հարթություններից մեկի վրա պրոյեկտիվա հատվածքի կողմերի տեսանելիությունը պարզելու համար, մենք կետերի միացման մեխանիկական յեղանակի ցանցի վրա պիտի անցկացնենք նիստերի բնութագրերն այն գեղջի համար, յերբ պրոյեկտումը կատարվում է պրոյեկցիաների այն հարթության վրա, վորը ավելի գեղջուկ գնում ենք:

406 գծ. վրա, վորպեսզի առաջադրությունն ավելի պարզ լինի, (մի պրիզմայի կողքի կողերն ուղղահայաց են H, իսկ մյուսի կողքի կողերը՝ V-ին), հատվածքի պրոյեկցիաները H և V վրա ընկնում են պրիզմաների պրոյեկցիաների կոտուրների վրա և ծածկվում են այդ անընդհատ կոտուրներով, ուրեմն այստեղ հարց չի ծագում հատվածքի կողմերի տեսանելիության մասին H և W վրա պրոյեկտիվա:

Իսկ V վրա պրոյեկտիվա հասման մի քանի կողմերը կլինեն անտեսանելի, դրա համար մեխանիկական յեղանակի ցանցի վրա անց են կացված նիստերի բնութագրերը V վրա պրոյեկտելու ժամանակ:

Նիստերի բնութագրերն անցկացնելու աշխատանքը կայանում է հետևյալում. մեխանիկական յեղանակի ցանցի շերտերը վերջանում են կամ անընդհատ գծով կամ կետաշարով: Այդ անընդհատ գծերը և կետաշարերը, վորոնցով վերջանում են մեխանիկական յեղանակի շերտերը, մենք անվանել ենք նիստերի բնութագրեր:

Յեթև մի վորակ նիստ (գծ. 406) V վրա պրոյեկտիվա տեսանելի չէ, ապա համապատասխան շերտը մեխանիկական յեղանակի ցանցի վրա վերջանում է անընդհատ գծով:

Յեթն նիստը V վրա պրոյեկտելիս կլինի անտեսանելի, ապա մեխանիկական յեղանակի շերտը կվերջանա կետաշարով: Այս ձևով անց ենք կացնում նիստերի բնութագրերը մեխանիկական յեղանակի ցանցի վրա:

Ընդամեն ցանցի վերին ձախակողմյան անկյունում դրում ենք V տառը և ընդգծում ենք նրան, վերով մատնանշվում է, վեր նիստերի բնութագրերը անց են կացված պրեդմայի նիստերը պրեկեպիտ համար V վրա և վեր ուժողջ ցանցը նախանշված է հատման վերափակող պրոյեկցիան հիշատակող ելու համար: Նկատենք, վեր ցանցի յուրաքանչյուր ուղղանկյունին դառնում է միաժամանակ յերկու շերտի վրա:

Յեղիս կեանք, վորոնք զանվում են ուղղանկյան կողմերի վրա (ուղղանկյան կողմերի վրա չի կարող յերկու կետից ավել լինել և յեթե այդ լինի, ապա ուրեմն սխալ է արված կամ մեխանիկական յեղանակի ցանցի վրա անցկացնելիս, կամ հատման կետի վորոշման մեջ), միացնում ենք ամբողջական գծով, յերեւելիս յեղիս շերտեր վերջանում են ամբողջական գծերով (նիստերի բնութագրերով):

Յեղիս կեանք, վորոնք զանվում են ցանցի ուղղանկյան կողմերի վրա, միացնում ենք կեսաւառով, յերեւելիս յեղիս գծի մեկը, վորի վրա զանվում է այդ ուղղանկյունիք, վերջանում է կեսաւառով:

Որինակ, դիմ 7—14 տարվում է անընդհատ դժով, վորովհետեւ յերկու MQ և CD շերտերը, վորոնք անցնում են ուղղանկյունով, վորտեղ դառնվում է 7—14 դիմը, վերջանում են անընդհատ գծերով:

Դիմ 10—9 տարվում է կետաշարով, վորովհետեւ BC շերտը վերջանում է կետաշարով (շերտերից մեկը վերջանում է կետաշարով):

Ուղիղը 4—10 տարվում է կետաշարով, վորովհետեւ BC և PN շերտերը վերջանում են կետաշարով: Նման յեղանակով միացնում ենք մեխանիկական յեղանակի ցանցի վրա բոլոր կետերը:

Այժմ մենք ունենք յերկու պրեդմաների մակերեւութների հատման դիմ վերափակող պրոյեկցիայի կառուցման համար վոյ միայն այն կարգը, վորով պիտի միացնել հատման դառն կետերը, այլ և հատման կողմերի տեսանելիութունը:

Յեթն բոլոր կետերը դառնված չլինելին, ապա հատման կոնտուրը շեր լինի փակ և ըստ մեխանիկական յեղանակի ցանցի մենք հետաքննում կարող ելինք գրանցել, թե վոյ տեղում է բաց թողած կետը, և լրացուցիչ կերպով նրան դառնել:

Որինակ, յեթե 8 կետը դառնված չլինել, ապա մեխանիկական յեղանակի ցանցի վրա 8 կետը կապկասեր է 10 ու 14 կետերը կլնային առանց միանալու: Նրանց կարելի չէ միացնել, միայն մի կետի միջոցով, վորը գտնվելիս լինի C գծի վրա PQ շերտի սահմաններում, իսկ դա նշանակում է, վոր բաց թողած կետը պիտի դառնի հինգնիստ

պրիզմայի C: կողի և քառանիստ պրիզմայի PQ P<sub>1</sub>Q<sub>1</sub> նիստի հատման կետում:

Կառուցելով, տվյալ պրիզմաների մակերևույթների հատման գծի պրոյեկցիաները, մենք կողքի կողերի անտեսանելի մասերի համապատասխան պրոյեկցիաները գծում ենք կեսաչափով: Գծ. 407 վրա պատկերացված է 406 դձ. յերկրորդ որինակը:

2. Յերկու պրիզմաների մակերևույթների նստման պատկերացումը շեղումը մի պրոյեկցիաներով: Գծ. 408 վրա շեղանկյուն պրոյեկցիաներով կառուցված է յերկու ուղիղ պրիզմաների մակերևույթների հատումը, վերոնցից մեկը վեցնիստ է և հիմքով տրված է H վրա, իսկ մյուսը քառանիստ է և հիմքով զրկված է մի հարթության վրա, վորը զուգահեռ է V հարթությանը: Այդ յերկրորդ պրիզմայի համար ցույց է տված է նրա յերկրորդ պրոյեկցիան V վրա:

Վեցնիստ պրիզմայի DD<sub>1</sub> կողմը հասելու համար քառանիստ պրիզմայի նիստերի հետ՝ մենք գտնում ենք d'd', այն է DD<sub>1</sub> կողի յերկրորդ պրոյեկցիան V հարթության վրա է d'd', հատում ենք քառանիստ պրիզմայի յերկրորդ պրոյեկցիայի կոնտուրի հետ V վրա 1' և 2' կետերում: Այդ կետերը պրոյեկտում ենք DD<sub>1</sub> վրա 1 և 2 կետում, վորը ցույց է տված գծագրի վրա պաշենքով:

Նման յեղանակով գտնվում է և վեցնիստ պրիզմայի մյուս կողերի հատումը քառանիստ պրիզմայի մակերևույթի հետ:

Քառանիստ պրիզմայի PP<sub>1</sub> կողի հատման համար վեցնիստ պրիզմայի մակերևույթի հետ մենք PP' կողի համար գտնում ենք յերկրորդ պրոյեկցիան H վրա է հատում ենք նրան (p p<sub>1</sub>) — ABCDEF վեցանկյան հետ 11 և 14 կետերում, վորոնք պրոյեկտում ենք PP<sub>1</sub> վրա է ստանում 11 և 14 կետերը:

Նման ձևով գտնված են քառանիստ պրիզմայի մյուս կողերի ու վեցնիստի նիստերի հատման կետերի շեղանկյուն պրոյեկցիաները:

Պրիզմայի հատման զեպքի համար (գծ. 408) կառուցված է մեխանիկական յեղանակի ցանց նույն յերեսի վրա՝ աջակողմյան վերի անկյունում և անց են կացված նրա վրա հատման կետերը և նիստերի բնութագրերը:

Կետերը միացված են վերևը մասնաանշված յեղանակով: Մեխանիկական յեղանակի ցանցը կրում է ՎՇ. Գ. տառերը, վորը կնշանակի, վոր մեխանիկական յեղանակի ցանցը կառուցված է հատման շեղանկյուն պրոյեկցիայի համար: Համեմատելով ցանցի գծերը հատման գծի հետ (գծ. 408), մենք տառնց զգվարության համոզվում ենք կետերի միացման մեջ (գծ. 408):

Գծ. 409 և 410 վրա առանձին գծված է յուրաքանչյուր պրիզման հատվածի հետ միասին: Յենթագրելով յուրաքանչյուր պրիզման

բարակ պատերով և բաց թողնելով տաները, թվերը և զծերի անտե-  
սանելի ստաները, մենք 409 և 410 զծ- վրա կուենենսնք 403 զծագրի  
պրիզմաների յերկրորդ որինակները:

Գծ. 410 վրա, բացի զբանից շրջած և պրիզմայի վերևի հիմքը և  
տված և նրան V հարթության զուգահեռ դիրք: Ավելի ակնբախ լինե-  
լու համար պրիզմայի ներքին մակերևութը լծակած և շարժաներով:

Պրիզմայի մակերևույթի հետումը բուրգի մակերևույթի նկատմամբ Գծ.  
411 վրա յերեք ուղղանկյուն պրոյեկցիաներով կառուցված և ուղիղ  
հինգնիստ պրիզմայի մակերևույթի հատումը յնուանիստ բուրգի մա-  
կերևույթի նկատմամբ Պրիզմայի հիմքը պանվում և H հարթության  
վրա, իսկ բուրգի հիմքը H-ին ուղղահայաց հարթության վրա:

Բուրգի կողերը պրիզմայի նիստերի նկատմամբ համար կողի  
հորիզոնական պրոյեկցիան հատում ենք պրիզմայի հիմքի հորիզոնա-  
կան պրոյեկցիայի կոնտուրի նկատմամբ: Դրանք կլինեն վորոնվող կետերի  
հորիզոնական պրոյեկցիաները:

Պրիզմայի նիստերի և բուրգի կողերի վորոնվող հատման կետերի  
մյուս պրոյեկցիաները գտնում ենք պրոյեկտման միջոցով, վորը ցույց  
և տված 411 զծ. վրա SM կողի համար սլաքներով:

III հատում ենք պրիզմայի հիմքի հորիզոնական պրոյեկցիայի  
կոնտուրի նկատմամբ 1 և 2 կետերում:

1 և 2 կետերը պրոյեկտու ենք S' m' վրա 1 և 2 կետերում, վո-  
րոնք իր հերթին պրոյեկտու ենք S'' m'' զծի վրա և ստանում 1'' և 2''  
կետերը (կառուցման ընթացքը ցույց և տված սլաքներով):

Պրիզմայի վերախկալ կողը բուրգի նկատմամբ համար մենք  
պրիզմայի այդ կողով և բուրգի զադաթով տանում ենք ոժանդակ հար-  
թություն և նրանով հատում ենք բուրգի մակերևույթը: Ստացած  
հատման զծերը հատում ենք պրիզմայի կողի նկատմամբ վորոնվող կետերում:

Գծ. 411 վրա պրիզմայի վերախկալ կողի ու բուրգի մակերևույթի  
հատման վորոնելու այդ յեղանակը ցույց և տված AA<sub>1</sub> կողի համար:

Ոժանդակ հարթությունը կլինի ուղղահայաց H հարթությանը,  
իսկ այդ հարթության հորիզոնական հատքը կանցնի s և a կետերով:  
Այդ հորիզոնական հատքը զծագրի վրա չի ցույց տված:

Այդ ոժանդակ հարթության և բուրգի մակերևույթի հատման  
զծերի հորիզոնական պրոյեկցիաները կգտնվեն հարթության հորիզո-  
նական հատքի վրա, այդ պատճառով նրանք կանցնեն a և s կետերով:  
Այդ հորիզոնական պրոյեկցիաները կլինեն si-si զծերը, վորոնք հա-  
մընկնում են մի զծի վրա և անցնում են s և a կետերով:

[ և ] կետերը պրոյեկտում ենք հիմքի կողմերի վերախկալ պրոյեկ-  
ցիաների վրա և ստացվում են [ և ] կետերը և միացնելով նրանց

Տ՝ հետ, կունենանք Տ՝ և Տ՝՝ ոժանդակ հարթության և բուրգի մակերևութի հատման գծերի վերտիկալ պրոյեկցիաները, վերոնք և հատում ենք վերցված A A<sub>1</sub> կողմ վերտիկալ պրոյեկցիայի հետ 7՝ և 8՝ կետերում: 7՝ և 8՝ կետերի հորիզոնական պրոյեկցիաները կլինեն aa<sub>1</sub> կետում: Գտած 7՝ և 8՝ կետերը պրոյեկտում ենք a՝<sub>1</sub>a՝՝ գծի վրա և ստանում 7՝՝ և 8՝՝ կետերը:

Ամբողջ կառուցման հաջորդական ընթացքը 7 և 8 կետերի պրոյեկցիաների գտնելու վերաբերմամբ՝ գծագրի վրա մատնանշված և սլաքներով:

Գծ. 411 կից ղեկեղված և պրիզմայի և բուրգի մակերևութների հատման կետերի միասնիկական միացման յերկու ցանց, վերոնք տրված են 411 գծ. վրա: Ձախ կողմից ցանցը հատկացված և հատման վերտիկալ պրոյեկցիայի համար և ունի V նիշ, իսկ աջ կողմից ցանցը հատկացված և հատման պրոյեկցիայի համար W հարթության վրա, դրա համար ունի W նիշ:

Միասնիկական յեղանակի ցանցի կառուցման ընթացքը, նրա վրա կետերն անհացնելու յեղանակը և յրանց միացնելու յեղանակը նույնն է, ինչ մենք ունեյինք 408 գծ. վրա, դրա համար ախտեղ ալդ հարցի վրա մենք կանգ չենք առնի:

Գծ. 412 վրա պատկերացված և 411 գծ. յերկրորդ որինակը:

413 և 414 գծ. վրա ցույց և տված կանոնավոր ուղիղ հինգնիստ թուրքի և կանոնավոր ուղիղ յիսանիստ պրիզմայի մակերևութների հատումը:

413 գծ. վրա կառուցումը կատարված և յերեք ուղղանկյուն պրոյեկցիաներով, իսկ 414 գծագրի վրա նույն կառուցումը կատարված և յեղանկյուն պրոյեկցիաներով: Յերկու գծագրե. ի վրա ցույց են տված հատման յեղանակները պրիզմայի մի կողի բուրգի նիստերի հետ և բուրգի մի կողի պրիզմայի նիստերի հետ: Յերկու գծագրերի վրա 1, 2, 6 և 7 կետերի յերեք ուղղանկյուն պրոյեկցիաների և յեղանկյուն պրոյեկցիաների կառուցման ընթացքը ցույց և տված սլաքներով:

Գծ. 413 կցված և միասնիկական յեղանակի ցանցը հատվածքի վերտիկալ պրոյեկցիայի կառուցման համար: Այդպիսի ցանցն ունի V նիշ:

414 գծ. կցված և միասնիկական յեղանակի ցանցը „Ծ. Պ.“ նիշով, վերովհետև ալդպիսի ցանցը հատկացված և միացնելու համար կետերը ալիսատանքի վրա, վորը կատարված և յեղանկյուն պրոյեկցիաներով:

Նախորդ որինակների բացառության հիման վրա քննելով ուշադիր կերպով սլաքների ուղղությունը, գծվար չե բացատրել 413 և 414 գծագրերը. ուրեմն մենք նրանց վրա կանգ չենք առնի:

415 և 416 դծ. վրա պատկերացրած են 413 և 414 դծ. բուրգերի յերկրորդ որինակները: Բուրգերը կաշվենք բարակապատ և ավելի տկնրախաթյան համար նրանց ներքին մակերևույթները կծածկենք շաբրիններով:

4. Պրիզմայի յեվ բուրգի մակերեւույթների փառամբ նշանակումն համարժեցանում է 413 դծ. 417 և 418 վրա ցույց և տված 413: դծ. պրիզմայի և բուրգի փառամբ և այդ փոփոխությունների վրա ցույց և տված հաստման գծերը:

Ուսանողակ կառուցումները փոփոխությունների վրա հաստման կետերն անցկացնելու համարժեց ցույց և տված 1 և 2 կետերի համար բուրգի փոփոխության վրա, իսկ պրիզմայի փոփոխության վրա — 5 և 7 կետերի համար: Փոփոխությունների կառուցման յեղանակը մեզ հայտնի չև նախորդից, ուրեմն նրա վրա մենք կանգ չենք տանում:

Բուրգի կողերի վրա գտնվող կետերն անց ենք կացնում անմիջապես, գտնելով նախապես պատման մեթոդով այդ կետերի հեռավորությունները մինչև բուրգի գագաթնայնության, ինչպես դա ցույց և տված 413 դծ. վրա 5 և 8 կետերի համար: Իսկ բուրգի փոփոխության անցկացնելու համար բուրգի նիստերի վրա գտնվող կետերը, մենք նախապես փոփոխության անց ենք կացնում ախ ռժանդակ գծերը, վորո՞ց վրա գտնվում են այդ կետերը և ապա նրանց վրա անցկացվում են հենց իրանք կետերը:

Գծ. 417 վրա նախապես անցկացված են բուրգի փոփոխության SP և SQ գծերը, որոնցով BP=bp և DQ=dq հավասարություններից:

SP և SQ վրա անց ենք կացնում 1 և 2 կետերը, գտնելով նախապես 413 դծ. վրա 1 և 2 կետերի հեռավորությունների իսկական մեծությունները մինչև բուրգի գագաթնայնության, ինչպես այդ տրված և 5 և 8 կետերի համար:

Գծ. 418 վրա պրիզմայի կողերի վրա գտնվող կետերն անց ենք կացնում շատ հեշտ, վորովհետև այդ կետերի հեռավորությունները մինչև պրիզմայի հիմքը տված և իսկական մեծություններ:

Պրիզմայի նիստերի վրա գտնվող կետերը փոփոխության վրա անցկացնելու համար մենք նախապես փոփոխության վրա անց ենք կացնում ռժանդակ ուղիղներ, վորոնց վրա գտնվում են այդ կետերը: Ամենից լավ և այդ ռժանդակ գծերը վերցնել զուգահեռ պրիզմայի կողերին:

Գծ. 418 վրա ցույց և տված նրա՝ յից յերկուսը՝ K<sub>1</sub> 6 և F<sub>1</sub> 7, վորոնց վրա անց ենք կացնում 6 և 7 կետերը:

Այս և նախորդ բաժիններում մենք լրիվ քննեցինք բուրգի և պրիզմայի հաստման որինակը (գծ. 413)՝ պատկերացրած ինչպես ուղղանկյուն, նույնպես և շեղանկյուն պրոյեկցիաներով: 415 և 416 գծագրերի վրա ցույց ենք տվել բուրգն առանձին՝ հատումը կատա-

բելուց հետո և, վերջապես, կառուցել ենք ինչպես պրիզմայի, այնպես  
ևլ բարդի փոփածքները նրանց մակերևութների փոխադարձ հատու-  
մից հետո:

Ե. Պրիզմայի մակերեւութային հաստեր բարդի մակերեւութային հետ  
դեպքում, յետ Եիմբն ել մասնակցում ե' հաստերը, Գժ. 418, և 418, վրա  
կառուցված և կանոնավոր ուղիղ հինգնիստ պրիզմայի և կանոնավոր  
ուղիղ քառանիստ բուրդի մակերևութների հատումը: Պրիզմայի հիմքը  
գտնվում և Վ հարթությունում, իսկ բուրդինը Վ հարթությանը գու-  
դահեռ հարթության վրա: Բուրդի կողերը պրիզմայի մակերևութի  
հետ հատում ենք տնտիջապես պրոյեկտելով այնպես, ինչպես այդ  
ցույց և տված 418, վրա (7, 7', 7'') կետի համար:

Պրիզմայի կողը բուրդի նիստերի հետ հատելու համար մենք  
պրիզմայի կողով և բուրդի դադաթով տանում ենք ոժանդակ մի հար-  
թություն: Այդ ոժանդակ հարթությամբ հատում ենք բուրդի մակե-  
րեւութը և ստացած հատման զիծը հատում ենք պրիզմայի վերցրած  
կողի հետ—բուրդի մակերևութի և պրիզմայի կողի հատման վորոշնիզ  
կետում: Գժազրի վրա ցույց և տված կառուցումը II, II', II'' կետի  
համար: Կառուցման ընթացքը ցույց և տված սլաքներով:

418, գծազրի վրա բնենք 418, գծ. յերկրորդ նուշը: Վերաիկա-  
և հորիզոնական պրոյեկցիաների համար կառուցված են կետերի միաց-  
ման մեխանիկական յեղանակի ցանցեր:

Քննվող որինակում պրիզման հատում և բուրդի հիմքի հարթու-  
թյունը, բայց չի դիպում հիմքի կողմերին: Հետևյալ որինակում  
կզննենք այն գեպքը, յերբ հիմքի կողմերն ևս մասնակցում են  
հատմանը:

418, և 418, գծ. վրա կառուցված են յեռանիստ ուղիղ պրիզմա-  
յի և քառանիստ բուրդի մակերևութների հատման սոսալին և յերկ-  
րորդ նմուշները: Հատման կետերի վորոշման յեղանակը հասկանալի յե  
նախորդ որինակների հիման վրա:

Կառուցման ընթացքը մի քանի կետեր գտնելու համար ցույց և  
տված գծազրի վրա սլաքներով:

Այս որինակի առանձնահատկությունը նրա մեջ և, վոր այստեղ  
բազմանիստի հիմքի կողմերը մասնակցում են հատմանը, մինչդեռ բոլոր  
բազմանիստերի հատման նախորդ որինակներում նրանք չեն մասնակ-  
ցել հատման: Այս հիման վրա բոլոր նախորդ գեպքերում մենք հնա-  
բավորություն ունեյինք ոգտվելու կետերի մեխանիկական յեղանակի  
ցանցերից (սեխանիկական յեղանակի մասնավոր գեպք):

418, գծ. վրա որինակում մենք այդ ցանցից ոգտվել չենք կորող,  
վորովհետև տվյալ գեպքում հիմքի կողմերը մասնակցում են հատմանը:  
Այստեղ բազմանիստերի հատման ժամանակ կետերի միացման համար

պետք և ոգտվել Անանովի մեխանիկական յեղանակի ընդհանուր զեպքերը:

Այստեղ այդ ընդհանուր զեպքը քննենք միայն մի որինակի վրա զձ. 418<sub>2</sub>, իսկ ավելի մանրամասն կտրելի յե կարգալ տյա չքքի հնդկ-նակի հոգվածոււմ շահանապարհներէ հազորդակցության ինժեներներէ ինտախտուտի մտլովածույնի մեջ 1910 թիվ:

Կետերի միացման մեխանիկական յեղանակի ընդհանուր զեպքը բազմանիստերի հոտման ժամանակ բաղկացած և լինում կամ յերկու կամ յերեք (ըստ պրոյեկցիաների թվի) մոտավոր փռվածքներից, վորոնց վրա անց ենք կացնում հոտման դոտմ կետերը: Նախ բացատրենք, թե ինչն ենք մենք անվանում մոտավոր փռվածք:

Բազմանիստի մոտավոր փռվածք մենք պայմանավորվում ենք ան լանել այն զծագիրը, վորը նման և բազմանիստի փռվածքին նրա-նով, վոր այդ զծագիրն ունի նույնքան նման պատկերներ (Ֆիգուր-ներ) և նույն կարգով, ինչպես և փռվածքը: Մոտավոր փռվածքի դա-պաթները պիտի նշանակվին նույն տառերով, նույն կարգով, ինչպես և բազմանիստի իրա փռվածքի դապաթները: Մոտավոր փռվածքը զծվում և ուրեմն առ-նց պահպանելու բազմանիստի կողմերի և ան-կյանների իսկական մեծությունները:

418<sub>2</sub>, 418<sub>6</sub> և 418<sub>7</sub> զձ. վրա ունենք պրիզմայի յերկու մոտավոր փռվածքները և բուրգի մեկ մոտավոր փռվածք զձ. 418<sub>2</sub>, Այդ մոտա-վոր փռվածքները նշված են H, V և W, վոր պիտի նշանակի, վոր 418<sub>6</sub> զձ-ից մենք ոգտվում ենք H վրա կետերը միացնելու համար, զձ. 418<sub>6</sub>—V վրա կետերը միացնելու համար և զձ. 418<sub>7</sub>—W վրա միաց-նելու համար:

Յուրաքանչյուր մոտավոր փռվածքի վրա նշվելու նաև յուրաքան-չյուր Ֆիգուր հոտմական թվանշանով կամավոր կարգով: Որինակ՝ 418<sub>6</sub> զձ. վրա մենք MNLK պատկերը նշանակենք հոտմական II թվանշանով, NPQL Ֆիգուրը հոտմական III թվանշանով և այլն, ընդվորում մենք իրավունք ունենք հոտմական այդ թվանշանները զնել ցած կացած կարգով:

Յեթև, ինչպես ավրալ զեպքում, մեկ բազմանիստի մոտավոր փռվածքը պատահում և յերկու անգամ (418<sub>6</sub> և 418<sub>7</sub>), ապա, իհարկե, յերկու զծագրերի վրա համապատասխան Ֆիգուրները հարկավոր և նշել միևնույն հոտմական թվանշանով: Որինակ, յերկու զեպքում ել LKQ յեռանկյունին նշված և I թվանշանով, քառանկյունի MNLK—յերկու զեպքում ել—հոտմական II թվանշանով:

Յերկուրդ բազմանիստի մոտավոր փռվածքի Ֆիգուրները նույն-պես նշված են հոտմական թվանշաններով (զձ. 418<sub>6</sub>):

Այս բոլորը նախապատրաստական աշխատանք և նախապատ-րաստական աշխատանքը վերջացրած լինելու համար պիտի մոտավոր

փոխածքների ֆիզուրների վրա դնել H, V և W նշանակումները և այդ նշանակումները գնում ենք միայն տեսանելի նիստերի վրա: Յնթադրենք բազմանիստի մի վորեն նիստ տեսանելի յե V և W վրա պրոյեկտելու ժամանակ, ապա համապատասխան մոտավոր փոխածքի պատկերը պիտի ունենա նշե V և W:

Յեթե վորեն նիստ տեսանելի յե միայն H վրա պրոյեկտելիս, ապա մոտավոր փոխան համապատասխան ֆիզուրն ունի H նիշ և յե նիստը, վորը տեսանելի յե բոլոր յերեք հարթութույնների վրա պրոյեկտելիս, ունի H, V և W նիշեր: Վերջապես, բոլորովին տեսանելի նիստը պրոյեկցիաների հաթթութույններից յուրաքանչյուրի վրա պրոյեկտելիս, չունի H, V և W նիշերից և վոչ մեկը:

H, V և W նիշերը 418<sub>1</sub>, 418<sub>2</sub> և 418<sub>3</sub> գծ. ֆիզուրների վրա դրված են լրջանների մեջ:

Յերբ բոլոր այս նախապատրաստական աշխատանքը վերջացած է լինում, այն ժամանակ սխում ենք անցկացնել գտած հատման կետերը մեր կառուցած մոտավոր փոխածքների ֆիզուրների վրա: Յուրաքանչյուր գտած հատման կետ ներկայացնում է կամ մեկ բազմանիստի կողի հատման կետը մյուսի նիստի հետ, կամ մեկ բազմանիստի կողի հատումը մյուսի կողի հետ:

Դիցուք, 5 կետը գծ. 418<sub>2</sub> ցանկանում ենք անցկացնել 418<sub>1</sub>, 418<sub>2</sub> և 418<sub>3</sub> գծ. վրա: 5 կետը գտնվում է պրիզմայի MKQP' նիստի և բուրգի SA կողի հատման կետում: Դնում ենք MKQP' ֆիզուրի կամավոր տեղերում գծ. 418<sub>1</sub> և 418<sub>3</sub> վրա մի-մի հնգյակի Հետո գնում ենք մի հնգյակ ևս SA գծի վրա գծ. 418<sub>1</sub>: Վորովհետև SA գիծը 418<sub>2</sub> գծ. վրա հանդիպում ենք յերկու անգամ, ապա և հնգյակը պիտի անցկացնել նշանցից յուրաքանչյուրի վրա. բոլորովին ուշադրութույն չդարձնելով այն բանին, թե 5-ից ինչ հեռավորության վրա պիտի դրված լինեն այդ հնգյակները, երանցից յուրաքանչյուրը SA գծի վրա գնում ենք պատահական տեղում: Եման ձևով անց ենք կացնում բոլոր մնացած կետերը: Հետո յուրաքանչյուր կետին կից, վորն անց է կացված մոտավոր փոխածքի վրա, գնում ենք փակագծեր և փակագծերի մեջ հոսմեական թվանշաններ հետևյալ ձևով. յուրաքանչյուր կետ (5, 8, 10 և այլն) պատահում է յերկու անգամ, այսինքն առաջին բազմանիստի մոտավոր փոխածքի վրա և յերկրորդի մոտավոր փոխածքի վրա:

Մի վորեն կետին կից, որինակ 1, վորը պատահում է յերկու մոտավոր փոխածքների վրա, փակագծերում գնում ենք հոսմեական թվանշաններ համապատասխան այն հոսմեական թվին, վորոնք դրված են մոտավոր փոխածքների ֆիզուրների վրա հետևյալ կարգով:

1. Այն միավորի մաս, վորը գտնվում է առաջին մոտավոր փռվածքի վրա, փակագծում գնում ենք հոսմեական թվանշաններ, վերցրած յերկրորդ մոտավոր փռվածքից:

2. Այն միավորի մաս, վորը գտնվում է յերկրորդ մոտավոր փռվածքի վրա, փակագծերում գնում ենք հոսմեական թվանշաններ, վերցրած առաջին մոտավոր փռվածքից:

Քննենք հոսմեական թվանշանների գնելու կարգը փակագծերում որինակներէ վրա:

Որինակ I: Վերցնում ենք 8 կետը 418<sub>6</sub> դծ. վրա նա գտնվում է պտակերի վրա II նշով: Այդ II նիշը փակագծում գնում ենք 8-ի մաս դծ. 418<sub>6</sub>:

Իսկ 418<sub>6</sub> դծ. ությակը գտնվում է I և II նիշերով ֆիգուրների սահմանի վրա: Այդ յերկու հոսմեական թվանշանները I և II գնում ենք փակագծերում 418<sub>6</sub> դծ. ությակի մաս:

Նման ձևով նշում ենք նաև ութը—418<sub>7</sub> դծ. վրա:

Որինակ 2: Վորպես յերկրորդ որինակ վերցնենք 5 կետը: Գծ. 418<sub>6</sub> վրա գտնվում է այն ֆիգուրի վրա, վոր նշված է հոսմեական V թվանշանով: Այդ հոսմեական V թվանշանը գնում ենք փակագծերի 5 կետի մաս դծ. 418<sub>6</sub>:

Գծ. 418<sub>6</sub> վրա հինգը գտնվում է I և IV ֆիգուրների սահմանի վրա, ուրեմն հինգի մաս դծ. 418<sub>6</sub> փակագծերում գնում ենք հոսմեական I և IV թվանշանները:

Նման ձևով նշում ենք և հինգը 418<sub>7</sub> դծ. վրա:

Յերը բոլոր կետերն այս ձևով կուենան իրենց լրացուցիչ նշերը փակագծերի մեջ առած հոսմեական թվանշաններով, մենք նրանց կըմիացնենք յուրաքանչյուր ֆիգուրի սահմաններում այնպես, վոր յերկու կետեր միացնելու ժամանակ նրանք ունենան ընդհանուր թվանշանը:

Որինակ, 418<sub>6</sub> դծ. վրա միացնում ենք 10 և 4 կետերը, վորովհետև այդ կետերն ունեն ընդհանուր հոսմեական թվանշան II: Կետը 10 նույնպես միացնում ենք 12 կետի հետ, վորովհետև այդ կետերն ունեն փակագծերում ընդհանուր հոսմեական հինգ:

418<sub>6</sub> դծ. վրա 10 կետը չի կարելի միացնել 8 կետի հետ, չնայած վոր նրանք յերկուսն էլ ունեն փակագծերում հոսմեական III թվանշան, վորովհետև այդ 10 և 8 կետերը չեն գտնվում ըմի ֆիգուրի սահմաններում:

Ինքած որինակներից հասկանալի յե կետերի միացման յեղանակը մոտավոր փռվածքների վրա 418<sub>6</sub>, 418<sub>6</sub> և 418<sub>7</sub>:

Այստեղ մենք կուենանք այն կարգը, վորով պետք է միացնել կետերը՝ համաձայն ըստմանկյունին ստանալու համար: Իսկ այդ ըստ-

մանկյան կողմերի տեսանելիութունը պարզելու համար H, V և W վրա պրոյեկտելու ժամանակ՝ մենք ոգտվում ենք մեր յերեք մոտավոր փովածքներից:

Նրանցից մեկի վրա միացնում ենք կետերն այնպիսի կետաշա-  
րերի և անընդհատ գծերի հետ, վորոնք պիտի լինեն մեր աշխատանքի  
հորիզոնական պրոյեկցիայի վրա (գծ. 418<sub>1</sub>):

Այդ մոտավոր փովածքը նշում ենք H-ով, նման ձևով մյուս  
յերկուսը նշում ենք V և W-ով:

Յենթադրենք, ցանկանում ենք պատշած ձևով միացնել կետերը  
(գծ. 418<sub>2</sub>), ախինքն՝ պարզել թե հատման բազմանկյան կողմերից վո-  
րոնք H վրա պրոյեկտելու ժամանակ տեսանելի յեն և վորոնք՝ ան-  
տեսանելի:

1. Բոլոր ֆիգուրների վրա, վորոնք չունեն H նիշ, մենք առանց  
մտածելու բոլոր գծերը տանում ենք կետաշարով 4—10, 10—12, 12—6  
և այլն:

2. Իսկ այն գծերը, վորոնք գտնվում են H նշով ֆիգուրների  
վրա (որինակ 2—3), միանգամից չեն քաշում, այլ վորոնում են մի  
այդպիսի գիծ յերկրորդ բազմանիստի մոտավոր փովածքի վրա: Յեթե  
յերկրորդ բազմանիստի մոտավոր փովածքի վրա վորոնվող գիծը գը-  
նըվում է մի պատկերի վրա, վորը նույնպես ունի H նիշ, ապա զնն-  
վող գիծը քաշվում է իրրև անընդհատ գիծ:

Իսկ յեթե այդ ֆիգուրը չունի H նիշ, ապա դիտվող գիծը պիտի  
տանել կետաշարով:

Նման ձևով 418<sub>3</sub> գծ. վրա ցույց է տված հատման բազմանկյան կող-  
մերի տեսանելիութունը V վրա պրոյեկտելու ժամանակ, իսկ 418<sub>4</sub> գծ.  
վրա W վրա պրոյեկտելու: Այստեղ մենք ոգտվում ենք V և W նշե-  
րից, վորոնք դրված են մոտավոր փովածքի ֆիգուրների վրա: Աշխա-  
տանքի ընթացքը հասկանալի յե նախորդից:

§ 125. Պրիզմաների յեվ բուրգերի մ սկերեվայքների հասումն այն դեպում,  
յորը նրանց հիմքերը գտնվում են կամ միյնվում այն կամ օտար  
պրոյեկցիաների հարաբայումներում, բայց կողքի կողերն ուղղահայաց  
չեն պրոյեկցիաների հարաբայումներից յեվ վոչ մեկից:

Վորովհետև մենք արդեն մի քանի անգամ մանրամասն զննել  
ենք բազմանիստերի հատման ամբողջ աշխատանքը և յերկրորդ որի-  
նակի կառուցումը, ապա այստեղ մենք կտանք միայն հարցի լուծման  
մեթոդը, ախինքն մեկ բազմանիստի կողերի հատման կետերի վորո-  
նումը մյուսի նիստերի հետ: Նրանից հետո, յերբ մենք ցույց կտանք  
հատման մի քանի կետերի կառուցումը, Յետոյն աշխատանքը կկա-

տարվի նման ձևով և կլինի արաֆարեստ աշխատանք: Դրա համար նրա վրա մենք կանդ չենք տեսի:

Վարդանգի հատման այն մեթոդները, վոր մենք մտադիր ենք աշխույդ տալ, լինեն միանգամայն պարզ և ցայտուն, մենք կոգտվենք պրիզմայի և բուլգի առաջագրման սխեմաներից:

Պրիզմայի սխեման կլինի տված՝

1) Հիմքի մի դադաթով, վոր վորոշված և իր յերկու կամ յեւթ պրոյեկցիաներով:

2) Հիմքի մի պրոյեկցիայով՝ առանց նշանակելու դադաթները տառերով, բայց մի դադաթից, վորն արդեն նշանակված ևր տառով:

3) Պրիզմայի այն կողքի տղի յերկու կամ յերեք պրոյեկցիաներով, վորն անցնում և հիմքի վերցրած դադաթով:

Ընդամենը ենթադրվում և, վոր պրիզմայի հիմքը գտնվում և պրոյեկցիաների հարթությունն և յ վորտե մեկի վրա:

Իսկ յեթե պրիզմայի հիմքը չի գտնվում պրոյեկցիաների հարթության վրա, ապա անհրաժեշտ և ունենալ նաև հիմքի մյուս պրոյեկցիան: Սեղ այս դեպքում մի դադաթը նշանակվում և տառով, իսկ մյուսները չեն նշանակվում:

Բուլգի սխեման՝

1. Բուլգն հիմքի մեկ դադաթը թող տված լինի յերկու կամ յերեք պրոյեկցիաներով և նշանակենք նրան մի տառով:

2. Հիմքը կարվի մի պրոյեկցիայով, յեթե նա գտնվում և պրոյեկցիաների հարթություններից մեկի վրա և յերկու պրոյեկցիաներով, յեթե հիմքը չի գտնվում պրոյեկցիաների հարթության վրա: Բայց մի դադաթից, մյուս դադաթները չենք նշանակի տառերով:

3. Բուլգի դադաթը կնշանակենք մի տառով:

Պրիզմայի և բուլգի մակերեվույթները հատելու ժամանակ մենք ոգտվում ենք հետևյալ ոժանդակ հարթություններից:

1. Բուլգի ուղիղ գծի հետ հատելու համար (գծ. 419<sub>1</sub>) մենք տանում ենք տվյալ ուղիղով և բուլգի դադաթով ոժանդակ հարթությունը (P հարթություն գծ. 419<sub>2</sub>): Այդ ոժանդակ հարթությունը բուլգի մակերեվույթը կհատի յերկու գծով, վորոնք զուգամիտվում են դադաթում (մասնավոր դեպքում մենք կունենանք մի դիմ, վորը համընկնում և բուլգի կողի հետ): Դրած հատման դժերը հատում ենք տվյալ ուղիղի հետ վորոշվող (1 և 2 կետեր 416<sub>1</sub>) կետերում:

2. Պրիզմայի մակերեվույթը հատելու համար ուղիղ գծի հետ մենք տանում ենք այդ ուղիղով պրիզմայի կողերին զուգահեռ մի ոժանդակ հարթություն (գծ. 419<sub>3</sub>): Տարած հարթությամբ հատում ենք պրիզմայի մակերեվույթը յերկու ուղիղներով (մասնավոր դեպքում

մեկ գծով, վորը համընկնում է պրիզմայի կողի հետ Գաած գծերը հասում ենք տվյալ ուղիղ գծի հետ վորոնվող 1 և 2 կետերում:

Առաջադրարյան 1. Յեղիւ բարձրի մակերեւոյթների հասումը, յեր բարձրեմ իրենց նիւթերով գրած են մի հորբարյան վրա:

Գծ. 419, վրա տված են իրենց սխեմաներով յերկու բարձր, մեկը՝ յեռանիստ իր S դազաթով և մյուսը՝ քառանիստ՝ իր դազաթով T կետում: Յուրջ տանք, թե ինչպես պետք է գտնել մեկ բարձրի կողերի հասման կետերը մյուսի նիւթերի հետ:

Յեռանիստ բարձրի կողերի հասման համար քառանիստի նիւթերի հետ պետք է յեռանիստ բարձրի յուրաքանչյուր կողով տանել ոժանդակ հարթություններ, վորոնք անցնեն քառանիստ բարձրի T դազաթով: Այսպիսով գուրս կգտ, վոր ST գիծը, վորը միացնում է յերկու դազաթները, կգտնվի բոլոր այն ոժանդակ հարթությունների վրա, վորոնցից մենք ոգտվում ենք յեռանիստ բարձրի կողերը քառանիստի նիւթերի հետ հասելու դեպքում:

Քառանիստ բարձրի կողերը հասելու համար յեռանիստի նիւթերի հետ մենք վարվում ենք նման ձևով: Տանում ենք ոժանդակ հարթություններ քառանիստ բարձրի յուրաքանչյուր կողով և յեռանիստի դազաթով: Յեւ այն ոժանդակ հարթությունների խումբն անցնում է տվյալ բարձրերի յերկու S և T դազաթներով: Այսպիսով բարձրի յերկու դազաթները միացնող ուղիղը գտնվում է բոլոր այն ոժանդակ հարթություններում, վորոնցից մենք ոգտվում ենք մեկ բարձրի կողերը մյուսի նիւթերի հետ հասելու դեպքում:

Որինակի համար դիտենք 419, գծ., վորտեղ իրենց սխեմաներով տված են յերկու բարձր և ցույց է տված յեռանիստ բարձրի SA կողի հասման (1, 1') և (2, 2') կետերը քառանիստ բարձրի նիւթերի հետ:

ST գծի հորիզոնական հետքով և a կետով տանում ենք ոժանդակ հարթության հորիզոնական P<sub>1b</sub> հետքը, վորն անցնում է յեռանիստ բարձրի SA կողով և քառանիստ բարձրի T դազաթով:

P<sub>1b</sub> հատում ենք քառանիստ բարձրի հորիզոնական պրոյեկցիայի կոնտուրի (յեզրագծի) հետ և ստացած i և e կետերը միացնում ենք ft և et գծերով T դազաթի հորիզոնական պրոյեկցիայի հետ:

ft և et գծերը հատում ենք մեր յեռանիստ բարձրի զննվող կողի հորիզոնական as պրոյեկցիայի հետ: Գաած 1 և 2 կետերը պրոյեկտում ենք a's վրա և ստանում 1' և 2' կետերը:

Այս ձևով մենք գտանք յեռանիստ բարձրի կողի հասման (1', 1') և (2', 2) կետերը քառանիստ բարձրի հետ:

Նման ձևով կատարվում է բոլոր մնացած աշխատանքը:

Գծ. 419, վրա նույնպես իրենց սխեմաներով տված են յերկու

բուրգեր, բայց միայն այստեղ ՏԻ դիմել, վորը միացնում և յերկու զազաթները, դուրս և յեկել զուզանեո Ի հարթությանը, այսինքն դուրս և յեկել հարկդանաւար Այդ հարկդանաւար ալյալ պարագրաֆի զատողությունների հիման վրա, կզանվի բոլոր ոժանդակ հարթություններում, որո համար ոժանդակ հարթությունների:

Հարկդանական հետքերը կլինեն զուզանեո ՏԻ-ին Հատելու համար յեռանխաւ բուրգի ՏԱ կողը քառանիստի նիստերի հետ մենք անց ենք կացնում ոժանդակ հարթության հարկդանական P<sub>1</sub> հետքն a կետով ՏԻ-ին զուզանեո: Հետո աշխատանքը կատարում ենք նախորդի (դժ. 419<sub>3</sub>) ձևով:

Դժ. 419<sub>2</sub> վրա աված են յեռանխաւ և քառանիստ բուրգի սխեմաները շեղանկյուն պրոյեկցիաներով և զանված են ՏԱ կողի համաձան 1 և 2 կետերը քառանիստ բուրգի հետ: Աշխատանքը կատարված և ներկա պարագրաֆի զատողության հիման վրա:

Աւագադրարյուն 2: Բուրգի մակերեւութի հատումը պրիզմայի մակերեւութի նեւ, յեր ցրտմի իրեմց իմբերով դրված են մի հարթության վրա:

Դժ. 419<sub>4</sub> և 419<sub>5</sub> վրա աված են իրենց սխեմաներով յեռանխաւ բուրգ և քառանիստ պրիզմա:

Բուրգի և պրիզմայի մակերեւութների փոխադարձ համաձան համար մենք ոգտվում ենք ոժանդակ հարթություններից:

ա) Պրիզմայի կողերը բուրգի նիստերի հետ հատելու համար մենք տանում ենք պրիզմայի կողերով և բուրգի զազաթով ոժանդակ հարթություններ:

Բոլոր այդ հարթությունները անցնելով բուրգի զազաթով և մի խումբ իրար զուգահեռ ուղիղներով (պրիզմայի կողքի կողերը), և պարունակեն իրենց մեջ մի դիմ, վորն անցնում և բուրգի զազաթով և զուգահեռ և պրիզմայի կողերին:

բ) Բուրգի կողերը պրիզմայի նիստերի հետ հատելու համար մենք պիտի բուրգի յուրաքանչյուր կողով տանենք ոժանդակ հարթություն պրիզմայի կողերին զուգահեռ:

Բոլոր այդ հարթությունները, անցնելով բուրգի կողերով, պարունակում են իրենց մեջ բուրգի զազաթը: Դժվար չե տպացուցել, վոր բուրգի զազաթով և պրիզմայի կողերին զուգահեռ տարած գիծը կզանվի բոլոր ոժանդակ հարթություններում, վորոնցով մենք ոգաւրվում ենք բուրգի կողերը պրիզմայի նիստերի հետ հատվելու ժամանակ: Հետևապես ոժանդակ հարթությունների յերկու խումբը (թե պրիզմայի կողերը բուրգի նիստերի հետ հատվելու և թե բուրգի կողերը պրիզմայի նիստերի հետ հատվելու) պարունակում են իրենց մեջ մի դիմ, վորն անցնում և բուրգի զազաթով և զուգահեռ և պրիզ-

մայի կողերին: Այդպիսի գծի պրոյեկցիան 419, և 419, գծ. վրա տար-  
ված և բարակ անըզհատ գծերով:

Այդպիսի ուղիղի հորիզոնական հեռքով անցնում են ըս-  
յուր ոժանդակ հարթությունների հորիզոնական հեռքերը:

Գծ. 419, վրա ցույց և սոված բուրգի SA կողի հատումը քառա-  
նիստ պրիզմայի նիստերի հետ: Կետն ձ միացնում ենք K կետի հետ:  
Ստացած կետաշարն ոժանդակ հարթության հորիզոնական P<sub>1</sub> հեռքն  
և, վորն անցնում և բուրգի կողով քառանիստ պրիզմայի կողերին  
զուգահեռ:

P<sub>1</sub> հատում ենք պրիզմայի հիմքի հորիզոնական պրոյեկցիայի  
կոնտուրի հետ յերկու կետում, վորոնցով անցնում են ոժանդակ հար-  
թության ու պրիզմայի նիստերի հատման գծերի հորիզոնական պրո-  
յեկցիաները:

Վորովհետև հատման գծերը տարածության մեջ կլինեն զուգա-  
հեռ պրիզմայի կողքի կողերին, ուստի նրանց հորիզոնական պրոյեկ-  
ցիաները մենք տանում ենք պրիզմայի կողքի կողերի հորիզոնական  
պրոյեկցիաներին զուգահեռ:

Գտած գծերը հատում ենք SA հետ 1 և 2 կետերում, վորոնց պրո-  
յեկտում ենք S' A' վրա և ստանում 1' և 2':

Այս ձևով ստանում ենք բուրգի SA կողի և պրիզմայի նիստերի  
հատման (1' 1) և (2', 2) կետերը:

Այժմ ցույց տանք պրիզմայի կողերի հատումը բուրգի նիստերի  
հետ: Մենք կարող եյինք և պիտի այդ աշխատանքն անե-  
լինք 419, գծ. վրա, բայց չցանկանալով գծագիրը միացնել և հարցի  
լուծումը վառ կերպով ընդգծելու համար մենք 419, գծ. վրա կրկնում  
ենք մեր առաջադրությունը և առանձին ցույց ենք տալիս պրիզմայի  
MN կողի հատման յեղանակը բուրգի նիստերի հետ:

III կետը միացնում ենք K կետի հետ և ստանում ենք պրիզմայի  
MN կողով և բուրգի S գագաթով անցնող ոժանդակ հարթության հո-  
րիզոնական P<sub>2</sub> հեռքը:

P<sub>2</sub> հատում ենք յեռանիստ բուրգի հորիզոնական պրոյեկցիայի  
կոնտուրի հետ I և I կետերում:

I և I կետերը միացնում ենք S հետ: sf և sl գծերը կլինեն  
բուրգի մակերևույթի ու մեր զննած ոժանդակ հարթության հատման  
հորիզոնական պրոյեկցիան:

sf և sl գծերը հատում ենք mn հետ 3 և 4 կետերում, վորոնց  
պրոյեկտում ենք m' n' վրա և ստանում 3' և 4':

Գտած (3', 3) և (4', 4) կետերը կլինեն պրիզմայի MN կողի և  
բուրգի մակերևույթի հատման վորոնվող կետերը:

Նման ձևով գտնուած ենք պրիզմայի մակերևութի և բուրգի մակերևութի հասման մնացած կետերը:

Առաջագործարարում 3: Յերկու պրիզմաների մակերևութների նստումը, վտնմբ ճիւղերով դրված են H նստրուրում վրտ:

Մենք կկիրառենք մեզ ծանոթ յեղանակը ոժանդակ հարթությունների, վորոնք տանում ենք ուղիղ գծի և պրիզմայի մակերևութի հասումը գտնելու ժամանակ:

Մեկ պրիզման տնվանենք առաջին, իսկ մյուսը—յերկրորդ (գծ. 419):

Առաջին պրիզմայի կողերը յերկրորդի նիստերի հետ հասելու համար մենք տանում ենք առաջին պրիզմայի կողով մի ոժանդակ հարթություն, վորը զուգահեռ լինի յերկրորդ պրիզմայի կողերին: Այդ ոժանդակ հարթությունը կհատի յերկրորդ պրիզմայի մակերևութը յերկու գծով, վորոնք զուգահեռ են յերկրորդ պրիզմայի կողերին: Ստացած գծերը հասում ենք առաջին պրիզմայի վերցրած կողի հետ:

Նկատենք, վոր մեր տարած հարթությունը կլինի զուգահեռ վորևեւ P հարթության, վորի վրա յեն գտնվում յերկու գծեր, վորոնք համադատախախտրեն զուգահեռ են յերկու պրիզմաների կողերին:

Նման ձևով տանում ենք ոժանդակ հարթություններ և առաջին պրիզմայի մյուս կողերով: Բոլոր այդ հարթությունները կլինեն զուգահեռ իրար և կլինեն զուգահեռ P հարթությանը:

Յերկրորդ պրիզմայի կողն առաջին պրիզմայի նիստերի հետ հասելու համար մենք տանում ենք վերցրած կողով ոժանդակ հարթություն, վորը զուգահեռ և առաջին պրիզմայի կողերին: Այդ ոժանդակ հարթությունը զուգահեռ կլինի P հարթությանը, նմանապես կլինեն P հարթության զուգահեռ և բոլոր մյուս ոժանդակ հարթությունները, վորոնք տարած են յերկրորդ պրիզմայի կողերով՝ զուգահեռ առաջին պրիզմայի կողերին:

Յերկրորդ պրիզմայի կողով տարած ոժանդակ հարթությամբ հասում ենք առաջին պրիզմայի նիստերը յերկու գծով, վորոնք զուգահեռ են առաջին պրիզմայի կողերին (մասնավոր դեպքում այդ յերկու գծերը կդառնան մի գիծ, վորը համընկնում է առաջին պրիզմայի կողի հետ):

Ոժանդակ հարթության և առաջին պրիզմայի նիստերի հասման գծերը գտնելուց հետո մենք վերջինները հասում ենք յերկրորդ պրիզմայի վերցրած կողի հետ և տանում ենք յերկրորդ պրիզմայի կողի և առաջին պրիզմայի նիստերի վորոնելի հասման կետերը:

Մեր քննած յերկու ոժանդակ հարթությունների լամբերը զուգահեռ են P հարթությանը, դրա համար իրավունք ունենք պնդելու,

վոր յերկու թեք պրիզմաների մակերևութների համվերլու ղեպքում մենք ոգտվում ենք իրար զուգահեռ ոժանդակ հարթություններից, վորոնք իրենց հերթին զուգահեռ են մի վորևե P հարթության, վորը վորոշվում է յերկու գծերով, վորոնք համապատասխանորեն զուգահեռ են յերկու պրիզմաների կողերին:

419. գծ. վրա ունենք յերկու պրիզմա, վորոնք տված են իրենց սխեմաներով: Պրիզմաների հիմքերը գտնվում են H հարթության վրա:

Յույց տանք չորս կետերի դասելը (վերցնում ենք յեռանիստ պրիզմայի մի կողը, նրան հասում ենք քառանիստ պրիզմայի նիստերի հետ, նմանապես հասում ենք քառանիստ պրիզմայի մի կողը յեռանիստ պրիզմայի նիստերի հետ):

Վերցնում ենք մի կողմում մի վորևե ( $K'$ ,  $K$ ) կետ և նրանով տանում ենք յերկու գծեր, համապատասխանորեն զուգահեռ յերկու պրիզմաների կողերին: Գտնում ենք նրանց հորիզոնական ( $1'$ ,  $1$ ) և ( $2'$ ,  $2$ ) հետքերը:  $1$  և  $2$  կետերով տանում ենք հորիզոնական  $P_h$  հետքը  $P$  հարթության, վորը զուգահեռ է բոլոր ոժանդակ հարթություններին, հետևապես նրա հորիզոնական հետքը զուգահեռ է բոլոր ոժանդակ հարթությունների հորիզոնական հետքերին:  $P$  հարթության վերաիկալ հետքը մեզ հարկավոր չէ, զրա համար մենք նրան չենք ել քաշում:

Յենթադրենք, այժմ — ցանկանում ենք յեռանիստ պրիզմայի  $AM$  կողը հատել քառանիստ պրիզմայի նիստերի հետ:

Տանենք  $AM$ -ով այս պարագրաֆում մատնանշված ոժանդակ  $P_1$  հարթությունը:

Հորիզոնական  $P_{1h}$  հետքը կլինի զուգահեռ  $P_h$ -ին և կանցնի  $a$  կետով:

$P_{1h}$  հատում ենք քառանիստ պրիզմայի հիմքի հորիզոնական պրոյեկցիայի կոնտուրի հետ  $3$  և  $4$  կետերում:  $3$  և  $4$  կետերով տանում ենք  $35$  և  $46$  գծերը զուգահեռ  $pq$ -ին՝ քառանիստ պրիզմայի կողի հորիզոնական պրոյեկցիային:

$35$  և  $46$  գծերը հորիզոնական պրոյեկցիաներն են այն յերկու գծերի, վորոնք ստացվում են  $AM$ -ով անցնող  $PQ$ -ին զուգահեռ ոժանդակ հարթության հատումից քառանիստ պրիզմայի նիստերի հետ:

Այդ գծերը հասում են  $am$  գիծը  $5$  և  $6$  կետերում, վորոնք պրոյեկտում ենք  $a'm'$  վրա և ստանում  $5'$  և  $6'$ : Դառած յերկու ( $5$ ,  $5'$ ) և ( $6$ ,  $6'$ ) կետերը կլինեն վորոնվող կետերը (գծ. 419<sub>8</sub>):

Յեռանիստ պրիզմայի բոլոր կողերի վերաբերմամբ նույն կերպ վարվելուց հետո անցնում ենք քառանիստ պրիզմայի կողերի համամանը յեռանիստի նիստերի հետ:

Աշխատանքը կատարում ենք նման յեղանակով: Որինակ՝ քառա-

Նիստ պրիզմայի PQ կողը հասելու համար յեռանիստ պրիզմայի նիստերի հետ մենք տանում ենք մի ոժանդակ հարթություն PQ կողով՝ յեռանիստ պրիզմայի կողքի կողերին զուգահեռ: Այդ ոժանդակ հարթությունը հունենաւ իր հորիզոնական հեռքը  $P_{1h}$  վորը զուգահեռ է վոչ հետու տարած P հարթության հորիզոնական Ph հեռքին:  $P_{2v}$  հեռքը հասում ենք յեռանիստ պրիզմայի հիմքի կոնտուրի հետ և այլն:

Վորովհետև աշխատանքը հասկանալի չէ, մենք նրան ցույց չենք տալիս զծագրի վրա, վոր նրան չմթնացնենք:

Ըստ այդ յերկու պրիզմաների մակերևույթների հասման սխեմայի (գծ. 419<sub>a</sub>) հետ և կառուցել հասումը յերկու այնպիսի պրիզմաների, վորոնց հիմքերը գտնվում են մի հարթության վրա:

Յեթև, որինաղ, պրիզմաների հիմքերը լինելին V հարթությանում, ապա ոժանդակ հարթություն համար մենք կկառուցելինք վերտիկալ հեռք և բոլոր գլխավոր կառուցումները կլինելին V վրա և միայն գտնված հասման կետերի վերաիկալ պրոյեկցիաները կպրոյեկտելինք H վրա:

Վորովհետև հարցը պարզ է, որինաղ չենք բերում:

Առաջադրույուն 4: Յերկու պրիզմաների մոտերևույթների հասումը, վորոնց ճիմիցիով գրված են ասրիք պրոյեկցիաների հարթություններում:

Ներկա պարագրաֆում սոված էր, վոր մենք ոգտվում ենք ոժանդակ հարթություններից, վորոնք անցնում են մեկ պրիզմայի կողով և զուգահեռ մյուս պրիզմայի կողերին: Այդ բոլոր ոժանդակ հարթությունները զուգահեռ են իրար և զուգահեռ են մի P հարթության, վորն անցնում է յերկու հասմող ուղիղներով, համապատասխանաբար զուգահեռ տվյալ պրիզմաների կողերին:

Գտնելով P հարթության  $P_h$  և  $P_v$  հեռքերը (այստեղ մեզ հարկավոր է ունենալ յերկու հեռքերը), մենք սկսում ենք տվյալ բաղմունիստի հատումը: Գծ. 419<sub>b</sub> վրա այդ բաղմունիստերը տված են իրենց սխեմաներով: Մենք ցույց կաանք մեկ բաղմունիստի կողի հատումը մյուս բաղմունիստի նիստերի հետ:

Վերցնում ենք մի կողմում կամավոր մի կետ ( $K', K$ ) և նրանով տանում ենք յերկու դիծ ( $KI, K'I'$ ) և ( $K'Z$  և  $KZ$ ) զուգահեռ տվյալ պրիզմաների կողերին: Այդ դիծի հեռքերով տանում ենք ոժանդակ P հարթության հեռքերը, այսինքն՝  $P_h \sim P_v$ :

Յեռանիստ պրիզմայի ( $a'm', am$ ) կողը քառանիստ պրիզմայի նիստերի հետ հասելու համար տանում ենք  $a'$  կետով  $P_{1v}$  դիծը զուգահեռ  $P_v$ -ին: Այդ դիծը կլինի AM կողով անցնող ոժանդակ հարթության վերաիկալ հեռքը:

Հետո տանում ենք  $P_{1h}$  զուգահեռ  $P_h$ -ին և գտնում ենք  $P_{1h}$  հա-

ման 6 և 7 կետերը քառանիստ պրիզմայի հիմքի հորիզոնական պրոյեկցիայի կոնտուրի հետ:

Տարած ոժանդակ հարթութիւնը կհատի քառանիստ պրիզմայի նիստերը այդ պրիզմայի կողերին զուգահեռ զծերով, և դրա համար տանելով 6' 8' և 7' 9' դժերը զուգահեռ  $p'$   $q'$  կռնենանք քառանիստ պրիզմայի մակերեւութի և AM-ով տարած ոժանդակ հարթության հատման յերկու զծերի վերաիկալ պրոյեկցիաները:

Այդ զծերը հատում ենք  $a'm'$  հետ 8' և 9' կետերում: Դտած 8' և 9' կետերը կլինեն վորոնվող կետերի վերաիկալ պրոյեկցիաները: Հետո պարզ պրոյեկտումով ստանում ենք հորիզոնական պրոյեկցիաները 8 և 9, վորը զծադրի վրա ցույց և տված պլաներով, նկատենք, վոր մենք առաջ տարել ենք ոժանդակ հարթության վերաիկալ  $P_1'$  հետքը, իսկ հետո տարել ենք հորիզոնական  $P_{1h}$  հետքը:

Իսկ քառանիստ պրիզմայի կողը յեռանիստ պրիզմայի նիստերի հետ հատելիս տանում ենք ոժանդակ հարթության հորիզոնական հետքը, իսկ հետո վերաիկալը և այլն:

#### § 126 Յերկու բազմանիստերի մակերեւութների հառաման բնդիսմուտ դեպքը

Վորպես որինակ վերցնենք մակերեւութների յեռանիստ SABC բուրգի, վորը դրված և իր ABC հիմքով H վրա և MNPQ քառանիստի, վոր կամավոր կերպով տեղավորված և տարածության մեջ (զծ. 419<sub>10</sub>):

Այդ բազմանիստերի մակերեւութները հատելու համար մենք մեկ բազմանիստի կողը հատում ենք յերկրորդի նիստերի հետ և յերկրորդ բազմանիստի կողը—առաջինի նիստերի հետ: Ստացած կետերը միացնում ենք: Միացման ճշտութիւնն ստուգելու համար մենք ոգտվում ենք հատման կետերի միացման մեխանիկական յեղանակի ընդհանուր գեպքից, կառուցելով մոտավոր փոխածքները SACBCA (զծ. 419<sub>12</sub>) և MQPQNQ (զծ. 419<sub>13</sub>):

Նախապես զբաղվենք MNPQ քառանիստի կողերի հատումով SABC բուրգի նիստերի հետ:

Քառանիստի NP կողը հատելու համար բուրգի հետ մենք տանում ենք այդ կողով մի ոժանդակ հարթութիւն՝ ուղղահայաց V հարթությանը և այդ հարթությամբ հատում ենք բուրգի նիստերը փոքր յեռանկունով (H հարթության վրա ցույց և տված 419<sub>10</sub> զծ. վրա միայն այդ յեռանկյան յերկու անհրաժեշտ կողմերը): H հարթության վրա 1 և 2 կետերում հատում ենք վերցրած NP կողի և բուրգի ստացած հատվածի հորիզոնական պրոյեկցիաները: Դրանք

կլինեն NF գծի և SABC բուրգի մակերեւութի վերոնվող հատման կետերի հորիզոնական պրոյեկցիաները:

1 և 2 կետերը պրոյեկտում ենք  $n'$   $p'$  վրա և ստանում  $1'$  և  $2'$ . Նման կառուցումով գտնված են քառանիստի MQ կողի հատման 3 և 4 կետերը SABC բուրգի նիստերի հետ:

Քառանիստի ձախցած կողերը չեն հատում բուրգը:

Բուրգի կողերը քառանիստի նիստերի հետ հատելու համար մենք տանում ենք բուրգի կողերով հորիզոնական պրոյեկտող կամ վերափայլ պրոյեկտող հարթություններ:

Վերափայլ ավելի պարզ ցույց տանք բուրգի կողերի հատման կետերի գտնելու յեղանակը քառանիստի նիստերի հետ, մենք այդ կառուցումը կատարում ենք առանձին 419<sub>11</sub> գծ. վրա: Այստեղ SA կողով տանում ենք վերափայլ պրոյեկտող հարթություն և նրանով հատում ենք քառանիստը: Ստացված հատվածքը V վրա կլինի ուղիղ գծի ձևով  $s'a'$  գծի վրա, իսկ H վրա կետաշար քառանկյան ձևով, վորը հատում ենք SA գծի հետ 5 և 6 կետերում: Այդ կետերը պրոյեկտում ենք  $s'a'$  վրա և ստանում ենք 5' և 6' կետերը: Այսպես ստացել ենք բուրգի SA կողի և քառանիստի նիստերի հատման (5', 5) և (6', 6) կետերը:

Նման ձևով, բայց միայն հորիզոնական պրոյեկտող հարթության միջոցով, գտնում ենք բուրգի SB կողի և քառանիստի նիստերի հատման (8', 8) և (9', 9) կետերը:

Այնուհետև գտնում ենք ևս մի կետ (7', 7), վորը պատահաբար ստացվել է SC և NQ կողերի հատման տեղում, վորը մենք գտնում ենք անմիջապես, վորովհետև վերափայլ պրոյեկցիաները և հորիզոնական պրոյեկցիաները փոխադարձաբար հատվում են մի ընդհանուր ուղղահայացի վրա ղեպի OX առանցքը: Բացի գտած կետերից, ուրիշ հատման կետեր չկան:

Յերևակայելով տաքածույթյան մեջ տվյալ բաղմանիստերը և նրանց վրա գտած կետերը, մենք կառուցում ենք այդ բաղմանիստերի մակերեւութների վերոնվող հատումը: Ստացած հատումը ստուգելու համար մենք կառուցում ենք մեր բաղմանիստերի մոտավոր փոխածքները (գծ. 419<sub>11</sub> և 419<sub>12</sub>), նրանցից առաջինից մենք ոգտվում ենք ստացած կետերը ճիշտ միացնելու համար հորիզոնական պրոյեկցիայի վրա (419<sub>13</sub> գծ. նշում ենք H տառով), իսկ յերկրորդից ոգտրվում ենք ստացած կետերը ճիշտ միացնելու համար վերափայլ պրոյեկցիայի վրա:

Նշում ենք այդ մոտավոր փոխածքների յեռանկյունիներից յուրաքանչյուրը հոռմակաւն թվանշաններով, ցանկացած կարգով: Բացի դրանից, յերկու մոտավոր փոխածքների վրա նշված են H տառով այն

յնաանկյունիները, վորոնք համապատասխանում են այն նիստերին, վորոնք տեսանելի չեն H վրա պրոյեկտելիս:

V տառով նշում ենք այն յնաանկյունիները, վորոնք համապատասխանում են V վրա պրոյեկտելիս՝ մեր հատած բազմանիստերի տեսանելի նիստերին:

Այս բոլորը նախնական աշխատանք է: Իսկ զլիսավոր աշխատանքը կայանում է հետևյալում. գտած կետերն անց ենք կացնում ինչպես ձեռք, այնպես էլ մյուս մոտավոր փոխածքի վրա: Որինակ, 8 կետը բուրգի SB կողի հատման կետն է քառանիստի NPQ նիստի հետ: Դրան համապատասխան 419<sub>13</sub> և 419<sub>13</sub> գծ. վրա անց ենք կացնում 8 կետը յերկու անգամ. մի անգամ SB վրա վորեն տեղում (գծ. 419<sub>13</sub>), իսկ մի ուրիշ անգամ—NPQ յնաանկյան կոնտուրի ներսում վորեն տեղում (գծ. 419<sub>13</sub>):

Նման ձևով անց ենք կացնում մոտավոր փոխածքների վրա համաժան բոլոր գտած կետերը: Միայն նկատենք, վոր այն կետերը, վորոնք ընկնում են մոտավոր փոխածքների ծայրի կոշիկների վրա, դժագրի վրա պիտի կրկնվեն յերկու անգամ, վորովհետև այդպիսի կոշիկ դժագրի վրա պատահում է յերկու անգամ: Որինակ, 3 կետը գծ. 419<sub>13</sub> կամ 5 կետը գծ. 419<sub>13</sub> և այլն:

Անցկացնելով բոլոր տարած կետերը 419<sub>13</sub> և 419<sub>13</sub> գծ. վրա, մենք յուրաքանչյուր կետի մոտ փակագծերում ղնում ենք հոռմեական թվանշաններ հետևյալ կանոնով.

1) Միննոյն կետը, որինակ, 8 կետը գտնում ենք յերկու դժագրի վրա (419<sub>13</sub> և 419<sub>13</sub>),

2) Ութի մոտ 419<sub>13</sub> գծ. փակագծում ղնում ենք այն հոռմեական թվանշանը, վորով 419<sub>13</sub> գծ. վրա նշանակված է յնաանկյունին (ընդհանրապես հարթակը), վորի վրա գտնվում է 8 կետը: Ինչպիսիք է, յեթե 8 կետը գտնվում է յերկու յնաանկյունիների (հարթակների) սահմանի վրա, ապա անհրաժեշտ է վերցնել յերկու յնաանկյունիների յերկու հոռմեական թվերը:

3) Նման ձևով ութի մոտ գծ. 419<sub>13</sub> ղնում ենք փակագծում հոռմեական թիվ, վերցնելով նրան 419<sub>13</sub> գժագրից:

Մեր որինակում 419<sub>13</sub> գծ. վրա ունենք 8 (IV), վորովհետև 419<sub>13</sub> գծ. վրա 8 կետը գտնվում է NPQ յնաանկյան կոնտուրի ներսում, վորը նշված է հոռմեական IV թվանշանով:

Նույնպես 419<sub>13</sub> գծ. վրա ունենք 8 (I, II), վորովհետև ութը 419<sub>13</sub> գծ. գտնվում է I և II նիշերով հարթակների (յնաանկյունիների) սահմանի վրա:

4. Յերբ նման ձևով մոտավոր փոխածքների վրա բոլոր անցկացրած կետերը կուսննան փակագծերում հոռմեական թվեր, մենք կսկը-

սենք միացնել կետերն իրար հետ. 3) միացնում ենք կետերը յուրաքանչյուր հարթակի սահմանում, ընդամին չի կարելի միացնել հարե-վան հարթակների յերկու կետերը, այլ կերպ, քան միջանկյալ կետերի միջոցով, վորը գտնվում է այդ հարթակների սահմանի վրա, 6) միացնում ենք մի հարթակի յերկու ախպրի կետեր, վորոնք գտնվում ունեն ընդհանուր հոսմակալան թիվ:

5. Միացնելով այս ձևով մոտավոր փոխանցի բոլոր կետերը, կունենանք այն կտրիչը, վորի հիման վրա գծագրի վրա պիտի միացնել գտած հոսման կետերը:

Այդ հատումի գծերի տեսանկյունությու-ն ունենալու համար H կամ V վրա պրոյեկտելիս մենք գիտում ենք նորից մեր մոտավոր փոխանցներին և հիշում ենք, վոր մենք բոլոր յեռանկյունիները, վորոնք համապատասխանում են նիստերին, վորոնք տեսանկյի յեն հորիզոնական հարթության վրա պրոյեկտելիս, նշել ենք H տառով, իսկ յեռանկյունիները, վորոնք համապատասխանում են նիստերին, վորոնք տեսանկյի յեն վերտիկալ հարթության վրա պրոյեկտելիս, մենք նշել ենք V տառով:

Ողտվելով այդ նշումներից, մենք գտնում ենք ստացած հատման տեսանկյունությու-նը H և V վրա պրոյեկտելիս:

a) Հատման գծերի տեսանկյունությու-նը պրոյեկտելիս H վրա, մենք վորոշում ենք 419<sub>13</sub> գծ-ից: Այստեղ մենք միացնում ենք կետաշարով այն գծերը, վորոնք գտնվում են յեռանկյունիներում, վորոնք չունեն H նիշերը:

Իսկ յեռանկյան վրա այն գծերը, վորոնք ունեն H նիշ, մենք միանգամից չենք միացնում, այլ վորոշում ենք նույնպիսի գիծ 419<sub>12</sub> գծ. վրա և յեթև այդ գիծը 419<sub>13</sub> գծ. վրա ևս գտնվում է H նիշ ու-նեցող յեռանկյան վրա, ապա վերցրած գիծը քաշում ենք իբրև ան-ընդհատ գիծ (որինակ, գիծ 8—2) և գծում ենք կետաշարով, յեթև յերկրորդ յեռանկյան վրա չի լինի H նիշ (որինակ, գիծ 3—5):

b) Հատման գծերի տեսանկյունությու-նը V վրա պրոյեկտելիս մենք ցույց ենք տալիս 419<sub>13</sub> գծ. վրա: Այստեղ մենք միացնում ենք կետաշարով այն գծերը, վորոնք գտնվում են յեռանկյունիներում, վորոնք չունեն V նիշ: V նիշով յեռանկյունիների վրա գծերը կարող են տարվել անընդհատ կամ կետաշար, նայած նրանց գտնվելու տե-ղին 419<sub>13</sub> գծ:

Յեթև 419<sub>13</sub> գծ. վրա ուսումնասիրվող գիծը գտնվում է յեռանկ-յան վրա V նիշով, ապա նրան 419<sub>13</sub> գծ. վրա քաշում ենք անընդ-հատ գծով (որինակ գծ. 8—7):

Իսկ յեթև 419<sub>13</sub> գծ. վրա այդ գիծը գտնվում է յեռանկյան վրա:

վորը չունի V նիշ, ապա նրան 419<sub>13</sub> դծ. վրա տանում ենք կետաշարով (որինակ՝ դիժ 8—2),

Այժմ մենք գիտենք ըստ 419<sub>13</sub> և 419<sub>13</sub> դժադրերի, թե ինչպես պետք է 419<sub>14</sub> դծ. վրա միացնել յուրաքանչյուր պրոյեկցիայի վրա համաման գտած կետերը:

420 դծ. վրա կառուցված է 419<sub>14</sub> դժադրի յերկրորդ որինակը:

Գ Լ Ո Ւ Խ 5.

ՊՏՏՄԱՆ ՄԱՐՄԻՆՆԵՐԻ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒԹՅՆԵՐԻ ՓՈԽԱԴԱՐՁ ՀԱՏՈՒՄԸ,  
ՆՄԱՆԱՊԵՍ ՊՏՏՄԱՆ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒԹՅՆԵՐԻ ՀԱՏՈՒՄԸ ՊՐԻՋՄԱՅԱՑԱՅՎ.  
ԹԵՎ ԲՈՒՐԳԱՑԵՎ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒԹՅՆԵՐԻ ՀԵՏ

§ 127. Գլանի հատումը գլանի, պրիզմայի, բուրգի յեվ ևճի հետ

Ընդհանուր ձևով այս հարցը մենք կուսումնասիրենք հետո: Իսկ այստեղ մենք կքննենք մասնավոր ավելի պարզ դեպքերը, յերբ ուղիղ շրջանային գլանը հատվում է կամ ուղիղ շրջանային գլանի հետ, կամ ուղիղ շրջանային կոնի հետ և այս դեպքում առանցքները փոխադարձ հատվում են և գտնվում են պրոյեկցիաների հարթությաններից մեկին զուգահեռ հարթության մեջ:

Գծ. 421 վրա տված են յերկու ուղիղ շրջանային գլաններ իրենց առանցքներով, վորոնք հատվում են և գտնվում են V հարթության զուգահեռ հարթության մեջ:

Վերաիկալ գլանի ծնիչները հատում ենք հորիզոնական գլանի մակերևույթի հետ, վերցնելով V և W վրա պրոյեկտելու ժամանակ ծայրի և միջանկյալ ծնիչները: Ըստ կառուցման ընթացքի դրված են սլաքներ:

Վերաիկալ պրոյեկցիայի վրա ստացած կետերը միացնում ենք առհուն կորով:

Գծ. 422 վրա պատկերացված է դծ. 421 յերկրորդ որինակը: Գծ. 423 վրա մենք ունենք այն հաճախ պատահող դեպքը պրակտիկայում, յերբ յերկու հատվող առանցքներով ուղիղ գլաններն ունեն նիմփեր հաջաաար շառավիղներով:

Գծ. 423 վրա մի գլանի նիմփը գտնվում է H վրա, իսկ մյուսը V-ին զուգահեռ հարթության վրա:

Այդ գլանների մակերևույթների համաման կորերը պրոյեկտվում են W վրա հատվող 3"8" և 4"7" ուղիղների ձևով:

Այն հարթության վրա, վորը զուգահեռ է W և վորն անցնում է գլանների առանցքներով, մենք ունենք յերկու գլանների մեկական

դույզ ծնիչներ, վորոնք կհասնեն 3, 4, 7 և 8 կետերում: Այդ կետերի պրոյեկցիաները Վ հարթության վրա կլինեն 3', 4'', 7'' և 8'':

Տանում ենք ձախից ընդհանուր շոշափող հարթության լերկու գլաններին: Այդ հարթությունը կլինի զուգահեռ Վ հարթությանը և կպարունակի իր մեջ յուրաքանչյուր գլանի մեկահան ծնիչը: Այդ ծնիչները հասնում են 6 կետում, վորի պրոյեկցիան Վ վրա կլինի 6'', 5'' և 6'' կետերը համընկնում են և գտնվում են 3'4'7'8'' քառակուսու անկյունագծերի հատման կետում:

Գծ. 423 վրա գտնված են ելի լերկու կետ, այն և՛ վերաիկալ գլանի KL ծնիչի հատման 1 և 2 կետերը հորիզոնական գլանի MN և PQ ծնիչների հետ: Այդ յերեք ծնիչները գտնվում են Վ հարթությանը զուգահեռ հարթության վրա:

Վորովհետև m'n' և k'x' պիտի գտնվեն հավասար հեռավորության վրա ծայրի ծնիչներից, ապա նրանց հատման 1'' կետը կգտնվի 3'4'7'8'' քառակուսու 4'7'' անկյունագծի վրա: Նույն հիման վրա 2' կետը գտնվում է 3'8'' վրա:

Այստեղից հետևում է, վոր գլանների մակերևույթների հատման բոլոր կետերը գծ. 423 կպրոյեկտվեն Վ վրա 3'4'7'8'' քառակուսու 3'8'' և 4'7'' անկյունագծերի վրա: (Այդպիսի դեպք պրակտիկայում մենք ունենք հավասար արամագծերով լերկու խողովակների համակցու զեղջուր):

Այդպիսի գլանների մակերևույթները համվում են լերկու հավասար ելլիպսներով, վորոնք պրոյեկտվում են H և V վրա շրջանագծերի ձևով: Այս զեղջն ուսումնասիրվում է անալիտիկ լերկրաչափության մեջ:

423-րդ դժագրի գլանները պատկերացված են 424 գծ. վրա շեղանկյան պրոյեկցիաներով: Հատման զիծը կառուցելու համար մենք հատում ենք փոխադարձ ծնիչների զույգերը հարթություններում, վորոնք զուգահեռ են Վ հարթությանը:

Գծագրի վրա ցույց են տված ալգալիսի մի զույգ ծնիչների KL և MN շեղանկյուն պրոյեկցիաները, վորոնք համվում են 1 կետում, նույնպես գտնում ենք 2 կետը և այլն:

425 գծ. վրա պատկերացված է 424 գծ. լերկրորդ որինակը:

Գծ. 425, վրա կառուցված է մակերևույթի հատումը ուղիղ քա-

աանխատ պրիզմայի, վորը դրված է իր հիմքով H վրա և մի գլանի, վոր դրած է իր հիմքով W վրա:

Անենից առաջ գլանի մի շարք ծնիչները հատում ենք պրիզմայի մակերևույթի հետ ախպես, ինչպես այդ ցույց է տված սլաքներով՝ ծնիչներից մեկի համար (7, 7', 7'') և (8, 8', 8'') կետերը վորոշելիս: Մի շարք ծնիչներ հետազոտելուց հետո անցնում ենք պրիզմաների կողերի հատմանը գլանի մակերևույթի հետ:

Պրիզմայի կողի պրոյեկցիան W վրա հատում ենք գլանի պրոյեկցիայի կոնտուրի հետ 1'' և 2'' կետերում, վորոնք պրոյեկտում ենք պրիզմայի վերցրած կողի վերափակալ պրոյեկցիայի վրա: Գծ. 425, վրա կառուցման ընթացքը ցույց է տված սլաքներով: Պրիզմայի յուրաքանչյուր նիստի վրա ստացված կետերը միացնում ենք սահուն կորով:

425, գծ. վրա ցույց է տված 425, գծ. յերկրորդ որինակը:

Գծ. 426 վրա կառուցված է ուղիղ շրջանային գլանի հատումը ուղիղ շրջանային կոնի հետ: Գլանի հիմքը գտնվում է H հարթության վրա, իսկ կոնին՝ W հարթության զուգահեռ հարթության վրա: Նրանց մակերևույթների հատումը կառուցելու համար մենք վերցնում ենք կոնի մի շարք ծնիչներ և հատում ենք գլանի մակերևույթի հետ:

Կոնի ծնիչի հորիզոնական պրոյեկցիայի հատումը գլանի հիմքի հորիզոնական պրոյեկցիայի կոնտուրի հետ կլինի կոնի ծնիչի ու գլանի մակերևույթի հատման կետի հորիզոնական պրոյեկցիան, իսկ ունենալով հատման կետի հորիզոնական պրոյեկցիան՝ դժվար չէ գտնել պարզ պրոյեկտումով այդ կետի մյուս յերկու պրոյեկցիաները, վոր և ցույց է տված գծագրի վրա սլաքներով:

Գծ. 427 վրա ունենք 426 գծագրի յերկրորդ որինակը:

Գծ. 428 վրա կառուցված է ուղիղ շրջանային գլանի հատման գիծը հատած կոնի հետ:

Գլանի հիմքը գտնվում է H հարթությունում, իսկ հատած կոնին՝ մի հարթության վրա, վորն ուղղահայաց է V հարթությանը:

Այստեղ ցույց չի տված հատած կոնի հիմքերի կառուցման յեղանակը, վոր կարելի չէ անել շատ պարզ ձևով, վորովհետև հատած կոնի հիմքերի շրջանագծերը V վրա կպրոյեկտվեն իբրև ուղիղ գծեր, իսկ H վրա—վորպես ելիպսներ, վորոնց մեծ առանցքը հավասար է հիմքի տրամագծի ամենափոքր հորիզոնական պրոյեկցիային: Վերցնում ենք հատած կոնի մի շարք ծնիչներ և նրանց հատում ենք գլանի մակերևույթի հետ:

Հատած կոնի մի վորեն ծնիչը կառուցելու համար մենք նախապես գտնում ենք գագաթը (S, S') այն յերևակայական կոնի, վորի մի

մասն և կազմում ավյալ հատած կոնքը ներքևի հիմքի կեսը միացնում ենք (8 5') կեսի հետ:

428 դձ. վրա ցույց և աված հատած կոնքի յերկու (m'n', mn) և (p'q', pq) ծնիչների հատումը գլանի մակերևութի հետ և հասուցումը: Կատուցման ընթացքը ցույց և աված սլաքներով: Վերոնվագ կետերը կլինեն (5', 5') և (6', 6') կետերը: Բոլոր մյուս կետերը դանված են նույն յեղանակով:

Դձ. 429 վրա ցույց և աված ուղիղ շրջանային գլանի հատումն ուղիղ շրջանային կոնքի հետ: Նրանց հիմքերը դանվում են H հարթության վրա: Կոնքի և գլանի առանցքները դանվում են մի հարթությանում, վորը գուլահեռ և V հարթությանը, վոր մեղ տալիս և սիսմևարիկ հատում այդ հարթության նկատմամբ: Հատումն ստանալու համար մենք կոնքի մի շաքք ծնիչներ հատում ենք գլանի մակերևութի հետ, վորն արվում և, ինչպես մենք տեսանք, շատ պարզ կերպով: Այսպես ստանում ենք գլանի և կոնքի կողքի մակերևութի հաաման յերեք պրոյեկցիաները: Բացի դրանից, կոնքի մակերևութը հասվում և գլանի վերևի հիմքի հարթության հետ շրջանագծով, վորը H վրա կպրոյեկտվի փոքր շրջանագծի ձևով:

Դձ. 430 վրա ներկայացրած և 429 դձ. յերկրորդ որինակը:

Դձ. 430<sub>1</sub> վրա յերեք պրոյեկցիաներով ցույց և աված գլանի մակերևութի հաաման որինակը բուրգի մակերևութի հետ: Ամենից առաջ բուրգի կողը հատում ենք գլանի մակերևութի հետ:

Դձ. 430<sub>2</sub> վրա բուրգի բոլոր կողերը հատվում են գլանի մակերևութի հետ: Երաքանչյուր լերկու կետում, բացառությամբ բուրգի առջևի կողից, վորը շաղավող լինելով գլանին՝ գլանի մակերևութի հետ ունի միայն մի ընդհանուր (1, 1', 1'') կետ, վորի դանելու ձեք գծագրի վրա ցույց և աված սլաքներով:

Հետո բուրգի նիստերի վրա վերցնում ենք բուրգի գագաթով անցնող ոժանդակ գծեր: Այդ գծերը հատում ենք գլանի մակերևութի հետ այնպես, ինչպես այդ ցույց և աված գծագրի վրա յերկու այնպիսի ուղիղների համար, վորոնք հատում են գլանի մակերևութը (14, 14' 14'') և (15, 15', 15'') կետերում: (Այդ գծերի հաաման յերկրորդ կետերը գծագրի վրա նշված չեն):

Դձ. 430<sub>3</sub> վրա ունենք 430<sub>1</sub> դձ. յերկրորդ որինակը:

Դձ. 430<sub>4</sub> վրա յերեք պրոյեկցիայով ունենք ուղիղ պրիզմայի մակերևութի հատումը կոնքի մակերևութի հետ: Պրիզմայի հիմքը W վրա յե, իսկ կոնքին—H վրա:

Պրիզմայի նիստերը վերցված են՝ մեկը գուլահեռ H-ին (նա հատում և կոնքի մակերևութը շրջանագծի մի մասով), մյուսը՝ գուլահեռ V-ին (նա հատում և կոնքի մակերևութը հիպերբոլի մի մասով),

պրիզմայի յերրորդ նիստը զուգահեռ ե ծնիչներից մեկին (նա հատում ե կոնի մակերեվույթը պարարդի մի մասով) ե չորրորդ նիստը թեք ե H ե V հարթություններին ե հատում ե կոնի մակերեվույթը ելլիպսի մի մասով:

Մենք ամենից առաջ կոնի ծնիչները հատում ենք պրիզմայի մակերեվույթի հետ, այնպես, ինչպես դա գծագրի վրա ցույց ե տված սլաքներով (15, 15', 15'') ե (16, 16', 16'') կետերի համար: Մնացած զեպքերում մենք վարվում ենք նման ձևով: Հետո պրիզմայի կողերը հատում ենք կոնի մակերեվույթի հետ:

Պրիզմայի կողը կոնի մակերեվույթի հետ հատելու համար մենք պրիզմայի կողով ե կոնի զագաթով տանում ենք մի ոժանդակ հարթություն ե նրանով հատում ենք կոնի մակերեվույթը յերկու ծնիչով: Այդ ծնիչները հատում ենք պրիզմայի վերցրած կողի հետ վորոնվող կետերում: Արդպիսի կետեր են 430, գծ. վրա (6, 5' 5'') ե 6, 6', 6'') կետերը: Կառուցման ընթացքը գծագրի վրա ցույց ե տված (սլաքներով):

430, գծ. վրա պատկերացրած ե 430, գծ. յերկրորդ որինակը: Գծ. 430, ե 430, վրա ունենք պրիզմայի ե կոնի փոխածքները՝ նրանց վրա անցկացրած մակերեվույթների համաման զծերով ըստ գծ. 470, ե կետերը, վորոնք գտնվում են պրիզմայի կողերի վրա, պրիզմայի փոխածքի վրա անց ենք կացնում անմիջապես համապատասխան կողերի վրա (որինակ, 1 ե 2 կետերը):

Պրիզմայի փոխածքի վրա պրիզմայի նիստերի վրա գտնվող կետերն անցկացնելու համար մենք պրիզմայի փոխածքի վրա նախապես անց ենք կացնում ոժանդակ ուղիղներ, վորոնց վրա գտնվում են անցկացնելի կետերը: Յեվ դրանից հետո միայն անց են կացվում հենց իրենք՝ կետերը (որինակ՝ 9 ե 10 կետերը գծ. 430,): Իսկ կոնի փոխածքի վրա կետերն անց ենք կացնում ոժանդակ ծնիչների ոգնությամբ (տես գծ. 430,):

§ 128. Կամեռավար ուղիղ վեցմիսս պրիզմայի մակերեվույթի հատումը ուղիղ օրթոմայիկ կոնի մակերեվույթի յեվ ֆիստագնդերի մակերեվույթի հետ:

Գծ. 431 վրա կոնի մի շարք ծնիչները հատում ենք պրիզմայի մակերեվույթով այնպես, ինչպես մենք այդ արեղ ենք ուղիղ գծի հատելու ժամանակ ուղիղ պրիզմայի մակերեվույթի հետ:

Վորովհետև կոնի զագաթը վերցված ե պրիզմայի հիմքերի կենտրոնները միացնող ուղիղի վրա, ուստի պրիզմայի բոլոր նիստերը կդասավորվեն սիմմետրիկ կերպով կոնի առանցքի նկատմամբ, ու-

բննի բոլոր նիստերը հաստատված կլինեն միատեսակ, և բազմապիսի և ու-  
նենալ մի նիստի հաստատվածքը, վոր հեշտությամբ կատուցենք նաև  
Միացած նիստերի հաստատվածքները:

Ծայրի կողի հետ ծնիչի հատման վերաբերյալ պրոյեկցիան ստաց-  
վում է առնվիթապես ծայրի ծնիչի վերաբերյալ պրոյեկցիայի և պրիզ-  
մայի կողի վերաբերյալ պրոյեկցիայի հատումից: Այդ կետով առանում  
ենք պրոյեկցիաների առանցքին զուգահեռ մի գիծ, մինչև վոր նա  
հասնի պրիզմայի կողքի կողերի պրոյեկցիաների հետ: Այսպիսով  
կատանանք V և VI վրա պրոյեկցիաներն այն հատման կետերի, վոր  
ստացվում են պրիզմայի կողմնային կողերի հատումից կոնի մակերե-  
վույթի հետ:

Միջանկյալ կետերն ստանալու համար գտնում ենք (SM, S'M')  
ծնիչի հատման կետը (I, I', I''): Դիմն SM անցնում է AI գծի միջ-  
նակետով, ուրևն I' կետը կլինի հատման կորի ամենաբարձր կետի  
վերաբերյալ պրոյեկցիան:

I' կետով առանում ենք պրոյեկցիաների առանցքին զուգահեռ մի  
գիծ և նրա վրա կունենանք նիստերի ամենաբարձր հատման կետերի  
վերաբերյալ պրոյեկցիաները:

Հետո գտնում ենք կոնի (S'N', SN) ծնիչի և պրիզմայի առջևի  
նիստի հատման միջանկյալ (3', 3) կետը:

Կոնի վերըբաժնի ծնիչի հորիզոնական SN պրոյեկցիան անցնում է  
մի կետով, վորի հեռավորությունը վեցանկյան գագաթից հավասար է  
վեցանկյան կողմի մեկ քառորդին: Այժմ կան բազմաթիվ քանակու-  
թյամբ կետեր, վորոնց սզնությամբ կարելի չէ գծել կոնի մակերե-  
վույթի և պրիզմայի նիստերի հատման պրոյեկցիաները:

Դժ. 432 վրա յերեք պրոյեկցիայով պատկերացված է գնդի մա-  
կերեսային հատումը կանոնավոր ուղիղ վեցանկյան պրիզմայի մակերե-  
վույթի հետ: Պրիզմայի հիմքը գտնվում է HI հարթության վրա:

Կիսագնդի կենտրոնը համընկնում է պրիզմայի հիմքի կենտրոնի  
հետ, զրա համար պրիզմայի կողմնային կողերի հատումները կիսագնդի  
մակերեսային հետ կլինի միատեսակ և նրանք կներկայացնեն շրջանի  
աղեղներ:

Դժ. 432 պրիզմայի նիստերը զառափորված են այնպես, վոր  
նրանցից յերկուսը զուգահեռ են V հարթությանը և ալդ նիստերի  
հատումը կիսագնդի հետ կպրոյեկտվի V հարթության մեծությամբ:

Տանում ենք մի ուժանդակ հարթություն, վորը համընկնի պրիզ-  
մայի առջևի նիստի հետ: Նա կհատի կիսագնդի մակերեսային ըստ  
կիսաշրջանի, վորը V վրա կպրոյեկտվի իսկական մեծությամբ (նրա  
տրամագիծը կլինի (m'n', mn)):

Այդ կիսաշրջանի մի մասը, վորը գտնվում է պրիզմայի առջևի

Նիստի սահմաններում, կլինի պրիզմայի այդ առջևի նիստի հատումը կիսագնդի մակերևույթի հետ: Կիսաշրջանի այդ մասի պրոյեկցիան գծագրի վրա գծած և անընդհատ աղեղով:

Պրիզմայի յետևի նիստի և կիսագնդի մակերևույթի հատման պրոյեկցիան V վրա պրոյեկտվում է նման աղեղով: Այդ գծերի պրոյեկցիաները W վրա կլինեն ուղիղ գծերի փոքրիկ հատվածները, վոր յերևում և 432 գծ. վրա:

Պրիզմայի կողքի նիստերի և կիսագնդի հատման գծերի պրոյեկցիաները կառուցելու համար մենք տանում ենք ռժանդակ մի հարթություն, վոր լինի զուգահեռ V-ին և անցնի պրիզմայի հիմքի վեցանկյան կողքի կողմերի միջնակետով: Այդ ռժանդակ հարթությունը կհատի կիսագունդը կիսաշրջանագծով, վորի տրամագիծն է (p'q', pq), իսկ կողքի նիստերը՝ վերտիկալ գծերով, վորոնք անցնում են նիստերի միջնակետերով: Այդ վերտիկալ գծերի հատման կետերը շրջանագծի հետ կտան մեզ հատման ամենաբարձր կետերը: Այդ կետերից մեկի վերտիկալ պրոյեկցիան կլինի 1՝ կետը:

Այնուհետև դժվար չի լինի յուրաքանչյուր հատման աղեղի պրոյեկցիան քաշել յերեք կետերի ոգնությամբ, ինչպես արված և 432 գծ. վրա:

Գծ. 431 և 432. Կերտվում են մանեկի և հեղույսի վեցնիստ գլխույկի ճիշտ կառուցման դեպքում:

Մեքենաշինական գծագրության ընդունված պայմանականությունների հիման վրա համամիութենական ստանդարտը (OCT № 356) տալիս է պրակտիկ նպատակների համար այդ կորերի կառուցման ավելի պարզեցրած մոտավոր յեղանակ:

## § 129. Խորանոցի մոկերեվույթի հատումը գնդի մոկերեվույթի հետ

Գծ. 433 վրա աշխատանքը կատարված է յերեք պրոյեկցիայով: Խորանոցը տված է այնպես, վոր նրա չորս կողքի կողերն ուղղահայաց են W հարթությանը: Այս ձևով խորանոցի յերկու նիստերը զուգահեռ են W հարթությանը, իսկ նրա Ֆնացած նիստերը զուգահեռ չեն վոչ H-ին, վոչեւ V-ին:

W հարթությանը զուգահեռ նիստերի հատումը գնդի մակերեվույթի հետ կլինեն շրջանագծեր, վորոնք W վրա կպրոյեկտվեն իսկական մեծությամբ, ինչպես մենք ունենք 433 գծ. վրա վոչ մեծ շրջանագծերի ձևով W հարթության վրա: Նրանցից մեկը տարած է անընդհատ գծով, իսկ մյուսը կհատարով, վորովհետև W վրա պրոյեկտելիս զուգահեռանիստերից մեկը տեսանելի չէ, իսկ մյուսն անտեսանելի:

Խորանարդի մյուս նիստերը գնդի մակերեւութի հետ հասակու համար դիմում ենք ոժանդակ հարթությունների ուղեւթյանը

Ոժանդակ հարթությունները տանում ենք զուգահեռ V հարթությանը, Նրանցով մենք գունդը հասում ենք ըստ շրջանագծերի, իսկ խորանարդի նիստերը—գծերով, վորոնք զուգահեռ են OX առանցքին, ախնճն, գծերով, վորոնք համընկնում են W վրա պրոյեկտվող գծերի հետ: Գծադրի վրա ցույց և աված 1 և 2 կետերի վորոնումը այդպիսի ոժանդակ հարթությունների միջոցով: Ինքը ոժանդակ հարթությունը չի տարված, բայց ցույց և աված այդ հարթության ու գնդի մակերեւութի հասման պրոյեկցիաները կետաշար (պունկաթը) շրջանագծի ձևով V վրա և կետաշար գծերի ձևով գնդի պրոյեկցիաների սահմաններում H և W վրա:

Շրջանագծի պրոյեկցիան W վրա հասում ենք քառակուսու հետ 1" և 2" կետերում և նրանց պրոյեկտում ենք կետաշար շրջանագծի վրա 1' և 2' կետերում: Հետո գտնում ենք 1 և 2 ախնյես, ինչպես այդ ցույց և աված գծադրի վրա սլաքնեղով: Նույն ձևով, ինչպես ստացված են 1 և 2 կետերի պրոյեկցիաները, ստանում ենք նաև մյուս կետերի պրոյեկցիաները և միացնում ենք նրանց սահուն կորով յուրաքանչյուր նիստի սահմաններում:

Մեր սրինակում, բացի դրանից պիտի տանել ոժանդակ հարթութուն BB կողի վրայով և V հարթությանը զուգահեռ, վորպեսզի ստանանք այդ կողի հատումը գնդի մակերեւութի հետ:

Այդպիսի ոժանդակ հարթությունը կհատի գնդի մակերեւութին ըստ շրջանագծի, վորի պրոյեկցիան W հարթության վրա կլինի զուգահեռ OZ առանցքին և կանցնի b", b'-ով:

Հետագայում վարվում ենք միշտ նույն ձևով, ինչպես առաջին դեպքում:

Գծ. 434 վրա նույն խնդիրը լուծված և շեղանկյուն պրոյեկցիաներով: Գծադրի վրա ցույց և աված 1 և 2 կետերի շեղանկյուն պրոյեկցիաների գտնելու շեղանակը հասում ենք խորանարդը և գունդը հարթություններով, վորոնք զուգահեռ են V հարթությանը:

Գունդը կհատվի շրջանագծերով, վորոնց շեղանկյուն պրոյեկցիաները գծադրի վրա կան, իսկ խորանարդի կողքի նիստերը հատվում են OX առանցքին զուգահեռ գծերով: Այդ գծերի հատումը համապատասխան շրջանագծերի հետ կլինեն վորոնվող հասման կետերը: Միացնելով նրանց սահուն կորով յուրաքանչյուր նիստի վրա, մենք կունենանք խորանարդի մակերեւութի և գնդի մակերեւութի հասման շեղանկյուն պրոյեկցիան: 435 և 436 դծ. վրա պատկերացված են առանձին-առանձին 434 դծ. խորանարդի և գնդի յերկրորդ սրինակները:

437 գծ. վրա կառուցումը տված է շեղանկյուն պրոյեկցիաներով: Դլանը վերցրած է ուղիղ շրջանային հիմքով V հարթության վրա: Հատման կետերը կառուցելու համար վերցնում ենք գնդի մակերեվայրի վրա մի շարք շրջանագծեր, զուգահեռ V հարթությանը (նրանց շեղանկյուն պրոյեկցիաները պատկերացնում ենք շրջանագծերով առանց մի վորեն աղավաղման) և գտնում ենք նրանց յերկրորդ պրոյեկցիաները V վրա:

Շրջանագծերի այդ յերկրորդ պրոյեկցիաները հատում ենք գլանի հիմքի կոնտուրի հետ և ստացած կետերը պրոյեկտում ենք շրջանագծերի համապատասխան շեղանկյուն պրոյեկցիաների վրա:

437 գծ. վրա այդ ցույց է տված մի շրջանագծի համար, վորի վրա գտած է 13 կետը: Յերկրորդ պրոյեկցիան այդ շրջանագծի վրա ցույց է տված կետաշարով (պունկտիր), հատում ենք այդ կետաշար շրջանագծի հիմքի կոնտուրի հետ յերկու կետում, վորոնցից մեկը նշանակված է 13' (վորոնվող կետերի յերկրորդ պրոյեկցիան V վրա): Այդ 13' կետով տանում ենք ОУ առանցքին զուգահեռ մի ուղիղ միջնի և հատվելը վերցրած շրջանագծի շեղանկյուն պրոյեկցիայի հետ 13 կետում: 13 կետը հատման կետերից մեկի շեղանկյուն պրոյեկցիան է: Մյուս բոլոր կետերը գտնվում են նույն ձևով:

438 գծ. վրա ներկայացված է 437 գծ. յերկրորդ որինակը և վորպեսզի ավելի պարզ լինի, գլանի վերևի հիմքը յետ է շրջած: 439 և 440 գծ. վրա ներկայացված են յերկրորդ որինակները գլանի և գնդի ըստ գծ. 437:

## § 131. Կոնի մակերեվայրի հասումը կիսագնդի մակերեվայրի հետ

Դծ. 441 վրա յերեք պրոյեկցիայով տված է ուղիղ շրջանային կոն և կիսագունդ: Կիսագնդի կենտրոնը և կոնի առանցքը գտնվում են մի հարթությունում, վորը զուգահեռ է V-ին:

Նրանց մակերեվայրների հատման կետերը վորոշելու համար մենք տանում ենք մի շարք ոժանդակ հարթություններ, վորոնք զուգահեռ են H հարթությանը և նրանցով հատում ենք թե կոնը և թե կիսագունդը շրջանագծերով, վորոնք H վրա պրոյեկտվում են իսկական մեծությամբ:

Այդ շրջանագծերի հորիզոնական պրոյեկցիաների հատումը կտա մեզ վորոնվող կետերի հորիզոնական պրոյեկցիաները: Անուհետև այդ կետերի պրոյեկտումով գտնում ենք և մյուս յերկու պրոյեկցիաները: Դժագրի վրա ցույց է տված (3, 3', 3'') և (4, 4', 4'') կե-

տերի վորոնումը այդ ձևով, կառուցման ընթացքը ցույց է տված սլաքներով:

Այս ձևով դառնում են բոլոր կետերը, բացի (1, 1', 1'') և (2, 2', 2'') կետերից, վորոնք դառնում են ոժանդակ հարթության ուղնաթյամբ, վորն անցնում է կոնի առանցքով, զուգահեռ V-ին: Այդպիսի հարթությունը կհատի կիսագունդը մեծ կիսալրջանով, վորը կոչվում է գլխավոր մերկդիրտալ (միջոքիական) հատվածք և կպրոյեկտվի V վրա իսկական մեծությամբ, իսկ կոնը՝ հավասարաբունք յեռանկյունով, վորը նմանապես V վրա կպրոյեկտվի իսկական մեծությամբ:

Հատվածքների այդ վերադրված պրոյեկցիաների հատումը կտա 1' և 2' կետերը: 1' և 2' կետերը պրոյեկտում ենք H վրա՝ OX առանցքին զուգահեռ տրամագծի վրա և ստանում ենք 1 և 2 կետերը: Ապա պրոյեկտման միջոցով դառնում ենք 1'' և 2'' կետերը: Հաստատվում է կետերը բոլոր յերեք պրոյեկցիաներում միասնում ենք սահուն կոնով և ստանում ենք վորոնովոդ հատվածքի յերեք պրոյեկցիաները: Գծերի տնտեսանելի մասերը տանում ենք կետաշարով: 442 դժ. վրա ունենք դժ. 441 յերկրորդ որինակի յերեք պրոյեկցիաները:

### § 132. Պրիզմայի մակերևույթի հատումը գնդի մակերևույթի հետ

Գժ. 443 վրա կառուցված է գնդի մակերևույթի հատումը պրիզմայի մակերևույթի հետ: Կառուցումը տված է շեղանկյուն պրոյեկցիաներով: Ամենից առաջ կառուցում ենք պրիզման և գունդը շեղանկյուն պրոյեկցիաներով, ունենալով նրանց ուղղանկյուն պրոյեկցիաներն այնպես, ինչպես այդ մասնանշված է մե շաքք նախորդ որինակներում:

Վորովհետև ուղղանկյուն պրոյեկցիաներից գեպի շեղանկյուն պրոյեկցիաները փոխադրման աշխատանքը մեզ արդեն լավ ծանոթ է, մենք այստեղ չենք բերում պրիզմայի և գնդի վոչ ուղղանկյուն պրոյեկցիան և վոչ էլ նրանց կառուցման յեղանակը շեղանկյուն մեթոդով:

Գնդի և պրիզմայի մակերևույթների հատումը կառուցելու համար յերևակայենք գնդի հատումը V հարթությանը զուգահեռ հարթություններով: Այդ հատումը տալիս է շրջանագծեր, վորոնք, ինչպես մեզ հայտնի յե, կպրոյեկտվեն իսկական մեծությամբ:

Այդ շրջանագծերի յերկրորդ պրոյեկցիաները H վրա կլինեն OX առանցքին զուգահեռ գծեր, վորոնցից մեկը 443 դժ. վրա ցույց է տված իբրև ՌՈ գլծ: Յուրաքանչյուր շրջանագծի յերկրորդ պրոյեկցիաները հատում ենք պրիզմայի հիմքի կոնտուրի հետ և ստացած կետերը պրոյեկտում ենք ոժանդակ շրջանագծերի համապատասխան շեղանկյուն պրոյեկցիաների վրա:

Գծադրի վրա ցույց ե տված 5 և 6 կետերի կառուցումը՝ Բոլոր մյուս կետերն ստացվում են նման յեղանակով: Պրիզմայի յուրաքանչյուր նիստում գտած կետերը միացնում ենք սահուն կորով: Բոլոր կետերը, վորոնք գտնվում են պրիզմայի նիստի վրա, ստացվում են վերևում մատնանշված յեղանակով: Իսկ պրիզմայի կողերը հասելու համար գնդի մակերևույթի հետ մենք այդ կողով յերևակայում ենք հարթություն, զուգահեռ V հարթությանը և նրանով հատում ենք գնդի մակերևույթն ըստ շրջանագծի: Այդպիսի շրջանագծի յերկրորդ պրոյեկցիան H վրա անցնում և վերցրած կողի հիմքով:

Շրջանագծի յերկրորդ պրոյեկցիայով կառուցում ենք շեղանկյուն պրոյեկցիան և նրանով հատում ենք վերցրած կողի շեղանկյուն պրոյեկցիան: Գծ. 443 վրա այդ կառուցումը ցույց չի տված. յենթադրվում և, վոր կուրսի վերջում, ուսանողը—ինքն այդ կարող և կատարել:

Գծ. 444 վրա ունենք գծ. 443 ի յերկրորդ որինակը: Ավելի պարզ լինելու համար մի նիստը յետ և շրջած:

### § 123. Յերկու գնդերի մակերևույթների փոխադարձ հասումը

445 գծ. վրա ցույց ե տված յերկու գնդերի մակերևույթները հատումը: Կառուցումը տված ե շեղանկյուն պրոյեկցիաներով: Յերևակայում ենք մի շարք հարթություններ, վորոնք զուգահեռ են V հարթությանը: Այդ հարթությունները հատում են յուրաքանչյուր գունդն ըստ շրջանագծի: Հետևապես, յուրաքանչյուր այդպիսի ոժանդակ հարթությունում գտնվում են յերկուսից շրջանագծեր, վորոնցից մեկը գտնվում ե մեկ գնդի մակերևույթի վրա, իսկ մյուսը—մյուս գնդի մակերևույթի վրա: Այդ շրջանագծերը կարող են հասվել յերկու կետում, վորոնք կգտնվեն տվյալ գնդերի մակերևույթների հատման վորոնվող գծի վրա:

Գծ. 445 վրա իբրև որինակ այդպիսի կետերի՝ ցույց են տված 5 և 6 կետերը: Այդ կետերի համար ցույց ե տված նրանց յերկրորդ պրոյեկցիաները V վրա (կետեր 5' և 6'), վորոնք գտնվում են վերեւում մատնանշված շրջանագծերի յերկրորդ պրոյեկցիաների հատման կետերում V վրա: Գծադրի վրա կառուցման ընթացքը ցույց ե տված սլաքներով: 6 և 5 կետերի նման գտնված են նաև ըուր մյուս կետերը: Ստացված կետերը միացված են սահուն կորով:

Այսուհետև պիտի ուշադրություն դարձնել, վոր այդ յերկու շրջանագծերը, վորոնք գտնվում են մի ոժանդակ հարթությունում, միշտ չեն հասվում յերկու կետում: Այդ շրջանագծերը յերկու դեպքում շոշափվում են և մի շարք դեպքերում ըուրրովին չեն հասվում:

Արդեապի պարզենք, թե զժր ոժանդակ հարթություններում և, վոր շրջանագծերը շոշափվում են, հատվում են, կամ չեն հատվում, պետք և ավյալ գնդերը պատկերացնենք յերկու ուղղանկյուն պրոյեկցիաներով և գնդերի հորիզոնական պրոյեկցիաների կոնսուլների հասման կետով տանենք R<sub>h</sub>, այն և՛ V հարթությանը զուգահեռ ոժանդակ հարթության հորիզոնական հետքը:

Այդ հարթությունում կգտնվեն շոշափվող շրջանները: Այդ հարթությունը կլինի սահման այն ոժանդակ հարթությունների համար, վորոնց վրա շրջանագծերը հատվում են (R հարթությունից զեպի մի կողմը) և այն ոժանդակ հարթությունների համար, վորտեղ շրջանագծերը չեն հատվում (R հարթության մյուս կողմը):

Գծ. 446 վրա ունենք 445 դծ. վրա լերկորդ որինակը:

§ 132. Ոժանդակ միջոցներ պոսման մարմինների մակերևութային  
հասվելու զեպում պոսման մակերևութայինների հետ, կոնսուլում  
յեկ գլամային մակերևութայինների հետ

ա) Ոժանդակ նարբուրյունների յեղամակը: Այս յեղանակը մենք արդեն ուսումնասիրել ենք վերևում կիսագնդի և կոնի մակերևութների հատվելու ժամանակ: Այստեղ նրան մենք մի անգամ ևլ կուսումնասիրենք մյուս յեղանակների ուսումնասիրության կապակցությամբ:

Գծ. 447 վրա ունենք պոսման յերկու մարմին՝ տված իրենց սխեմաներով:

Պոսման մարմինը կհամարենք իր սխեմայով տված, յերբ տված և պոսման առանցքը (նրան քաշում ենք հաստ շարիխ-պունկտիր գծով) և այն գիծը, վորն իր պոստուսով ավյալ առանցքի շուրջը կադմում և պոսման մակերևութը: Գծ. 447 վրա պոսման յերկու մարմինների պոսման առանցքներն ուղղահայաց են H հարթությանը: Այն գիծը, վորի պատկերաց գոյանում և պոսման մակերևութը, կոչվում և պոսման մարմնի ծնիչ: Գծ. 447 վրա յուրաքանչյուր պոսման մարմնի համար ունենք պոսման առանցքը և պոսման ծնիչը մի հարթությունում, վորը զուգահեռ և V-ին:

Տվյալ պոսման մակերևութների հատման գծերի յերկու կետերը գտնելու համար տանում ենք H հարթությանը զուգահեռ մի հարթություն, վորը մակերևութներից յուրաքանչյուրը կհատի ըստ շրջանագծի, վոր զուգահեռ և H-ին: Այդ շրջանագծերը կպրոյեկտվեն H վրա իսկական մեծությամբ:

R հարթության վերտիկալ հետքի մի մասը, վորը պարունակվում և պոսման առանցքի վերտիկալ պրոյեկցիայի և պոսման ծնի-

չի վերադառնալ պրոյեկցիայի միջև (մեր որինակում 6 կ' և 1' գծերը), հավասար և այն շրջանագծի շառավիղին, ըստ վորի R հարթությունը հասում և պատման մակերևույթը:

Ունենալով 6 կ' և 1' շառավիղները, կառուցում ենք R հարթության և տվյալ պատման մարմնի հասման շրջանագծերի հորիզոնական պրոյեկցիաները: Այդ շրջանագծերի հորիզոնական պրոյեկցիաները ցույց են տված կետաշարով և հասվում են 1 և 2 կետերում:

1 և 2 կետերը պրոյեկտում ենք R վրա և ստանում 1' և 2' կետերը:

Այսպիսով ստանում ենք վորոնվող հասման գծի յերկու կետերը: Մյուս կետերը գտնում ենք նման ձևով:

б) Ոժանդակ կոնստրուկցիայի յեղանակը: Գծ. 448 վրա տված են իրենց սխեմաներով պատման մարմնի մակերևույթը և մի կոնական մակերևույթ:

Տանենք R հարթությունը, վորը գուգահեռ կլինի H հարթությանը: Այդ հարթությունը կհատի պատման մարմնի մակերևույթն ըստ շրջանագծերի, վորոնք գուգահեռ են H հարթությանը: Մեր որինակում այդ շրջանագծի շառավիղը կլինի հավասար c'p' (նա գծագրի վրա չի ներկայացված):

Յերևակայենք մի վորևե ոժանդակ կոնական մակերևույթ, վորի գագաթը համընկնում և տվյալ կոնական մակերևույթի S գագաթի հետ. այդ ոժանդակ կոնական մակերևույթի ուղղատուն և մեր ստացած շրջանագծի R հարթության վրա: Այդ ոժանդակ կոնական մակերևույթի հետքը H հարթության վրա կլինի այն շրջանագիծը, վորի շառավիղը հավասար և d'q', իսկ կենտրոնն և d կետը:

d կետն և (s'c', sc) գծի հորիզոնական հետքի հորիզոնական պրոյեկցիան, վորը ներկայացնում և մի գիծ, վորը միացնում և հասման շրջանագծի կենտրոնը C տվյալ կոնական մակերևույթի S գագաթի հետ:

H հարթության վրա տարած շրջանագիծը (ոժանդակ կոնական մակերևույթի հորիզոնական հետքը) հասում ենք տվյալ կոնական մակերևույթի հորիզոնական S<sub>0</sub> հետքի հետ k և l կետերում:

k և l կետերը պրոյեկտում ենք առանցքի վրա k' և l' կետերում և նրանց միացնում ենք s' կետի հետ:

k's' և l's' գծերը տվյալ և ոժանդակ կոնական մակերևույթների վերադառնալ պրոյեկցիաներն են. այդ յերկու կոնական մակերևույթներն ունենալով ընդհանուր գագաթ, հասվում են յերկու ընդհանուր ծնիչներով: Այդ ընդհանուր ծնիչները կհատեն մեզ ծանոթ շրջանագիծը, վորը գտնվում և պատման մարմնի մակերևույթի վրա, նմանապես և R հարթության վրա, 1 և 2 կետերում:

1 և 2 կետերի վերախալ պրոյեկցիաները կլինեն 1' և 2', զորոնք ներկայացնում են  $s'x'$  և  $s'l'$  գծերի հատման կետերը R, հետո 1' և 2' կետերը պրոյեկտում ենք sk և sl վրա և ստանում ենք 1 և 2 կետերը:

Այսպես են ստացվում ոժանդակ կոնական մակերևույթի միջոցով վորոնվող հատվածքի յերկու կետերը (1', 1) և (2', 2):

с) Ութանկյան գլանման յեղամակը: Դժ. 449 վրա տված են իրենց սխեմաներով պատման մարմնի մակերևույթը և զլանային մակերևույթը՝ տված իր հորիզոնական  $F_h$  հետքով և մի ծնիչի ուղղությամբ:

Վորոնվող հատվածքի յերկու կետերը գտնելու համար ստանում ենք H հարթությանը զուգահեռ մի ոժանդակ հարթություն R: Այդ հարթությունը կհատի պատման մարմնի մակերևույթին ըստ շրջանագծի, վորի շառավիղը հավասար է  $c'd'$ :

Ընդունելով այդ շրջանագիծն իբրև ուղղատու զլանային մակերևույթի, վորի ծնիչները զուգահեռ են տվյալ զլանային մակերևույթի ( $a'b'$ , ab) ծնիչներին, կառուցում ենք այդ ոժանդակ զլանային մակերևույթի հորիզոնական հետքը (հիմքը H հարթության վրա):

Ոժանդակ զլանային մակերևույթի հորիզոնական հետքը կլինի շրջանագիծ, վորի շառավիղը հավասար է  $c'd'$ , իսկ կենտրոնն է p կետը: Այդ կենտրոնը գտնելու համար ( $c'$ , c) կետով տանում ենք ոժանդակ զլանային մակերևույթի ( $p'q'$ , pq) առանցքը և գտնում ենք այդ առանցքի համար հորիզոնական հետքը:

Ոժանդակ զլանի առանցքի հորիզոնական հետքի հորիզոնական պրոյեկցիան կլինի p կետը:

Տվյալ զլանային մակերևույթի հորիզոնական  $F_h$  հետքը հասնում ենք ոժանդակ զլանային մակերևույթի հորիզոնական հետքի հետ k և l կետերում: Այդ կետերը պրոյեկտում ենք OX առանցքի վրա և ստանում  $k'$  և  $l'$  և նրանցով տանում ենք  $p'q'$ -ին զուգահեռ գծեր մինչև հասնիլը R՝ հետ 1' և 2' կետերում: Տանելով k և l կետերով pq գծին զուգահեռ գծեր և պրոյեկտելով նրանց վրա համապատասխան 1' և 2' կետերը, կստանանք 1 և 2:

(1', 1) և (2', 2) կետերը կլինեն վորոնվող հատվածքի յերկու կետերը: Ինչպես մենք տեսել ենք (1', 1) և (2', 2) կետերը մենք ստացել ենք ոժանդակ զլանային մակերևույթի միջոցով: Մյուս կետերն ստանում ենք նման ձևով:

д) Ութանկյան գնդի յեղամակը: Դժ. 450 վրա տված են իրենց սխեմաներով յերկու պատման մարմինների մակերևույթները: Պատման առանցքները հասնում են և գտնվում են V հարթությանը զուգահեռ:

հարթությունում: Ընդամենն ապամասն մարմիններից մեկի առանցքն ուղղահայաց և H հարթությամբ:

Վորոնվոդ հատման գծի յերկու կետերը գտնելու համար քաջամ ենք ոժանդակ մի գնդային մակերեվույթ, վորի կենտրոնը գտնվում և տվյալ պատման մարմինների առանցքների հատման կետում:

Այդ գնդային մակերեվույթը կհատի պատման մարմինների յերկու մակերեվույթն ըստ շրջանագծերի, վորոնք գտնվում են համապատասխան պատման մարմինների առանցքներին ուղղահայաց հարթություններում: Վորովհետև յերկու առանցքները ղուգահեռ են V հարթությանը, ապա մատնանշված շրջանագծերը կպրոյեկտվեն V վրա իբրև ուղիղ գծեր, վորոնցից մեկը կլինի ղուգահեռ OX առանցքին:

Շրջանագծերից մեկի հարթությունը, լինելով ուղղահայաց վերտիկալ MN առանցքին, կլինի հորիզոնական և դրա համար այդ շրջանագծից H վրա կպրոյեկտվի իսկական մեծությամբ (450 գծ. վրա կետաշար (պունկախը) շրջանագծի):

Ինչպես մենք արդեն ասել ենք, քաջած ոժանդակ գնդային մակերեվույթը կհատի պատման մարմինների մակերեվույթներն ըստ շրջանագծերի, վորոնք գտնվելով մի գնդի մակերեվույթի վրա, կարող են հատվել յերկու կետում, շոշափվել մի կետում, կամ բոլորովին չը հատվել:

Այդ յերկու շրջանագծերը, ինչպես մենք տեսնում ենք, V վրա պրոյեկտվում են իբրև յերկու լարեր՝ V վրա քաջած աղիղի, վորը ոժանդակ գնդի վերտիկալ պրոյեկցիայի կոնտուրի մի մասն է: Յեթև լարերը հատվում են, ապա մենք ունենք մատնանշված շրջանագծերի հատման յերկու կետերը (1', 1 և 2', 2 գծ. 450): Գծ. 450 վրա այդպիսի յերկու կետեր գտնված են հետևյալ կարգով: Լարերը հատում ենք 1', 2' կետերում և նրանց պրոյեկտում ենք կետաշար շրջանագծի վրա և ստանում 1 և 2 կետերը: Այսպես ստանում ենք վորոնվոդ (1', 1 և 2' 2) յերկու կետերը:

Յեթև լարերը շոշափվելին, ապա մենք կունենայինք մի ընդհանուր կետ և, վերջապես, յեթև լարերը չունենային ընդհանուր կետ, ապա տվյալ դեպքում մենք չենք ստանա պատման մարմինների մակերեվույթների հատման գծի և վոչ մի կետ, վոր գտնվեր քաջած ոժանդակ գնդի մակերեվույթի վրա:

ԳԾԱՎՈՐ ՄԱԿՅՐԵՎՈՒԹՅՆԵՐ ՅԵՎ ՆՐԱՆՑ ՀԱՏՈՒՄՆԵՐԸ

Յենթադրենք տարածությունում ունենք մի վորեն M գիծ, ըստ վորի սահում է մի ուղիղ գիծ և յենթադրվում է իր շարժման ամբողջ ընթացքում մի վորոշ որենքի, այն է՝ կամ անցնում է ավյալ կետով, կամ զուգահեռ է տարածության մեջ աված մի ուղիղի, կամ սահում է նաև մի ուրիշ գծով և իր շարժման ամբողջ ընթացքում մնում է զուգահեռ մի վորեն P հաջթության, վորը ավյալ դեպքում կոչվում է պարաբոլիկ (զուգահեռականության) հարթություն և այլն։

Հետագայում M գիծը պայմանավորվենք անվանել ուղղատու, իսկ այդ գծով շարժվող ուղիղը, վորը գծում է մակերևութը, պայմանավորվենք անվանել թնիչ։ Այն մակերևութը, վորը գոյանում է մատնանշված ուղիղի շարժումով, կոչվում է գծավոր մակերևութ։ Նայած գոյացման որենքին՝ գծավոր մակերևութներն ունեն տարբեր ձևեր և անուններ։

Գծավոր մակերևութներն ունեն շատ տեսակներ, բայց մենք կուսումնասիրենք նրանցից միայն այնպիսիները, վորոնք հաճախ հանդիպում են տեխնիկայի մեջ։

Գծավոր մակերևութները բաժանվում են յերկու խմբի.

- 1) «փովող» գծավոր մակերևութներ և
- 2) «վոչ փովող» գծավոր մակերևութներ։

Յեթե գծավոր մակերևութի գոյանալու ժամանակ յուրաքանչյուր յերկու հաջորդող ծնիչների գտնվում են մի հարթությունում, ապա այդպիսի գծավոր մակերևութները կոչվում են փովող, այսինքն այնպիսիներ, վորոնց փովածքը թեկուզ և մոտավոր կերպով կարող ենք կառուցել։ Այդպիսի մակերևութը կարելի չի բաժանել փոքրիկ հարթ ելեմենտների։ Այդ ելեմենտները հաջորդական պատումով ընդհանուր ծնիչների շուրջը կարող են համատեղվել ելեմենտներից մեկի հարթության հետ։ Այս՝ ձևով կարող է կառուցվել մեր դիտած մակերևութի փովածքը։ Ասածից հետևում է, վոր փովող գծավոր մակերևութները հաջորդող ծնիչները զույգ զույգ են՝ կամ հատվող, կամ իրար զուգահեռ (կոնական, գլանային և ուրիշ մակերևութներ)։

Իսկ յեթե հաջորդող ծնիչները թաշփարչող գծեր են, հետևապես, չեն գտնվում մի հարթությունում, ապա այդպիսի մակերևութները կոչվում են վոչ փովող մակերևութներ։ Այդ մակերևութները մենք չենք կարող բաժանել հարթ ելեմենտների, հետևապես, և չենք կարող կառուցել նրանց փովածքները, վորտեղից և ծագում է նրանց վոչ փովող մակերևութներ անունը։ Մեր կողմից ուսումնասիրվող այդ

մակերևութները կոչվում են «գծավոր», վորովհետև նրանք գոյանում են տարածությունում ուղիղ գծի շարժումով, վորը յենթակա յե վորոշ պայմաններին:

Գծավոր մակերևութի յուրաքանչյուր կետով կարելի յե տանել այդ մակերևութի ծնիչը, վորից ոգտվում են գծավոր մակերևութի վրա կետեր ու գծեր կառուցելու ժամանակ, նմանապես և յերբ գծավոր մակերևութը հատվում և մյուս մակերևութներին հետ:

Ուսումնասիրենք մի շարք գծավոր մակերևութներ, բացի մեզ արդեն ծանոթ գլանային և կոնական մակերևութներից:

### § 135. Ենդ հարթություն ևամ հիպերբոլական պարաբոլիդ

Ներկա դեպքում իբրև ուղղատու  $M$  գիծ հանդիսանում և տարածության մեջ կամավոր վերցրած ուղիղ գծի  $AB$  հատվածը (գծ. 451), Վերցնենք մի ուղիղ հատված  $CD$ , վորը խաչվարվում և  $AB$  հատվածի հետ:

Այժմ տարածության մեջ կարող ենք ունենալ յերկու ուղիղ խաչվարվող հատվածներ  $AC$  և  $BD$ : Յերևակայենք տարածությունում մի վորևե հարթություն  $P_1$ , վորը զուգահեռ լինի  $AC$  և  $BD$  ուղիղներին: Այդ հարթությունն անվանենք պարալլելիդմի հարթություն:

Յերևակայենք այժմ մի հարթություն, վորը գոյանում և, յերբ մի ուղիղ գիծ սահում և  $AB$  և  $CD$  վրայով, մնալով իր շարժման ամբողջ ընթացքում զուգահեռ այստեղ մասնանշված  $P_1$  պարալլելիդմի հարթությանը (վորտեղից և «պարալլելիդմի հարթություն» անունն և ստացել): Այդպիսի մակերևութը կոչվում և շեղ հարթություն կամ հիպերբոլական պարաբոլիդ: Յեթե այժմ յերևակայենք տարածությունում մի ուրիշ  $P_2$  հարթություն, վորը լինի զուգահեռ  $AB$  և  $CD$  ուղիղներին և ստիպենք, վոր  $P_2$  հարթությանը զուգահեռ ուղիղը սահի  $AC$  և  $AB$  գծերով, ապա դժվար չև ապացուցել, վոր մենք կստանանք նույն շեղ հարթությունը:  $P_2$  հարթությունը կլինի պարալլելիդմի յերկրորդ հարթությունը:

Այսպիսով, շեղ հարթությունն ունի պարալլելիդմի յերկու հարթություն ( $P_1$  և  $P_2$ ) և ծնիչների յերկու տիպ, վորոնք զուգահեռ են  $P_1$  և  $P_2$  հարթություններին:

Խնդրենք լուծելու ժամանակ մենք կարող ենք ոգտվել ծնիչների յերկու տիպից ևս:

Գծ. 452, 453, 454 և 455 վրա պատկերացված են շեղ հարթություններ յերկու պրոյեկցիաներով:

Գծ. 452 վրա  $AB$  և  $CD$  հատվածները տված են ըուրրովին կամավոր և պարալլելիդմի հարթությունը կամավոր թեքություն ունի դեպի  $H$  և  $V$ : Նա զուգահեռ և  $BD$  և  $AC$  գծերին, իսկ այդ գծերի

գառափորումից յերևում է, վոր պարալլելիզմի հարթությունն ընդհանուր դիրքի հարթությունն է:

Գծ. 451 յերևում է, վոր  $P_1$  հարթությանը զուգահեռ քաշած հարթությունները, վորոնք գտնվում են իրարից հավասար հեռավորության վրա, բաժանում են  $AB$  և  $CD$  գծերը հավասար մասերի, իսկ բաժանման համապատասխան կետերը միացնող ուղիղները կլինեն շեղ հարթության ծնիչները:

Բերած ծանոթությունը թույլատրում է մեզ 452 գծ. վրա տանել շեղ հարթության ծնիչները:

$AB$  և  $CD$  բաժանած են վեց հավասար մասի և բաժանման կետերը համապատասխանորեն միացված են: Այդ ծնիչներից յուրաքանչյուրի վրա վերցրած կետը կգտնվի շեղ հարթության վրա: 453 գծ. վրա շեղ հարթությունը աված է այնպես, վոր ծնիչների վերափակալ պրոյեկցիաները զուգահեռ են իրար (ծնիչները կառուցված են այս պարագրաֆի բացատրությունների հիման վրա): Այս դեպքում պարալլելիզմի հարթությունը կլինի վերափակալ պրոյեկտող հարթություն, վորի վերափակալ հետքը զուգահեռ կլինի  $a'c'$  գծին:

454 գծ. վրա շեղ հարթության  $CD$  ուղղատուն ուղղահայաց է  $H$ -ին և  $AB$ -ի յերկարությունն այնպես է, վոր ծնիչների վերափակալ պրոյեկցիաները զուգահեռ են  $OX$  առանցքին, վորը նշանակում է, թե պարալլելիզմի հարթությունն հանդիսանում է  $H$  հարթությունը:

Գծ. 455 վրա  $AB$  և  $CD$  համապատասխանորեն ուղղահայաց են  $V$  և  $H$ -ին:

Պարալլելիզմի հարթությունը—ընդհանուր դիրքով հարթությունն է:

Վորոշենք մի հարց. կտրելի՞ յե արդյոք յուրաքանչյուր շեղ հարթություն ներկայացնել պրոյեկցիաների հարթությունների այնպիսի նոր համակարգությունում, վոր նա պրոյեկցիաների հարթություններից մեկի վրա պրոյեկտվի զուգահեռադծի ձևով:

Առաջադրած խնդրի լուսարանման համար յենթադրենք, վոր  $P_1$  հարթությունն ուղղահայաց է պրոյեկցիաների հարթություններից մեկին: Այն ժամանակ  $P_1$  հարթության զուգահեռ ծնիչների պրոյեկցիաներն այդ պրոյեկցիաների հարթության վրա կլինեն զուգահեռ  $P_1$  հարթության հետքին:

Յենթադրենք այժմ, վոր և յերկրորդ պարալլելիզմի հարթությունը ( $P_2$  հարթությունը) նույնպես ուղղահայաց է մատնանշված պրոյեկցիաների հարթությանը, այն ժամանակ շեղ հարթության ծնիչների յերկրորդ խումբը կունենար իր պրոյեկցիաները զուգահեռ  $P_1$  հարթության հետքին:

Այս ձևով, շեղ հարթության պրոյեկցիան կպատկերանա զու-

գահեազծի ձևով, յեթե պարալլելիզմի յերկու հարթությունները լինեն ուղղահայաց պրոյեկցիաների հարթությանը, վորի վրա մենք պրոյեկտում ենք շեղ հարթությունը:

Այժմ յենթադրենք, վոր  $HV$  համակարգությունում տված ե կամավոր շեղ հարթություն:  $P_1$  և  $P_2$  հարթությունների դիրքը հնչուությամբ կարելի յե վորոշել: Նրանք կլինեն յերկու թեք հարթություններ, վորոնցից յուրաքանչյուրը տված ե յերկու հասվող ուղիղներով: Գտնենք  $P_1$  և  $P_2$  հարթությունների հատման գիծը:

Հատման այդ գիծը ներկայացնենք պրոյեկցիաների հարթությունների ախպիսի նոր համակարգությունում, վար նա լինի ուղղահայաց նոր պրոյեկցիաների հորիզոնական հարթությանը, վորը մենք արգեն գիտենք անել պրոյեկցիաների հարթությունների յերկու փոփոխումով:

Վերջին  $H_2V_1$  համակարգությունում պարալլելիզմի  $P_1$  և  $P_2$  հարթությունները կլինեն ուղղահայաց  $H_2$  հարթությանը, վորովհետև նրանց հատման գիծն ուղղահայաց ե  $H_2$  հարթությանը: Այս պարագրաֆի ասածի հիման վրա շեղ հարթության պրոյեկցիայի կոնստուրը  $H_2$  վրա կլինի զուգահեռակողմ: Հետևապես առաջադրած հարցի պատասխանը կլինի դրական:

Շեղ հարթության առաջադրության մի դեպք, յերբ պարալլելիզմի յերկու հարթություններն ուղղահայաց են  $H$ -ին, մենք ունենք 456 գծագրի վրա:

Գծ. 456 վրա ավելի ակներախ լինելու համար շեղ հարթության մասերը ծածկված են շախմատաձև շտրիխներով: Գծ. 457 վրա շեղ հարթությունը պատկերացած ե յերեք պրոյեկցիաներով: Նրա հորիզոնական պրոյեկցիայի կոնստուրը կլինի ըսմբ (շեղանկյունի):

Պարալլելիզմի յերկու հարթություններն ուղղահայաց են  $H$  հարթությանը և կազմում են միատեսակ սուր անկյուններ  $V$  հարթության հետ:

Շեղ հարթությունը կամ հիպերբոլական պարաբոլիդը (գծ. 457) հատված ե յերեք հարթություններով, վորոնք զուգահեռ են  $H$  հարթությանը:

$R_1$  և  $R_2$  հարթությունները տալիս են հատվածքում հիպերբոլներ, իսկ  $R$  հարթությունը տալիս ե այդ հիպերբոլների հորիզոնական պրոյեկցիաների ընդհանուր ասիմպտոտները:

Այս ձևով,  $H$  հարթության զուգահեռ հատումներով մենք կունենանք հիպերբոլներ: Իսկ հատումները այն հարթություններով, վորոնք զուգահեռ են  $V$  և  $W$  հարթություններին, կլինեն պարաբոլներ:

Այդ հատումները՝ գծագիրը չմթնացնելու համար՝ ցույց չեն տված,

բայց մենք ունենք V և W վրա պարաբոլներ գրոյեկցիաների կոն-  
տուրներ ժառանգի ձևով:

Առաջին պարաբոլը մենք կարող եյինք ստանալ, վորպէս պրո-  
յեկցիա շեղ հարթության հատվածքի մի հարթությամբ, վորը զուգա-  
հեռ և V հարթությանը և տնցնում և BC-ով, իսկ յերկրորդը վորպէս  
պրոյեկցիա W վրա շեղ հարթության հատվածքի մի այլ հարթու-  
թյամբ, վորն տնցնում և l<sub>0</sub>-ով:

Դիտելով շեղ հարթությունը, վորը ներկայացված և 457 գծ. վրա,  
հասկանալի յե դառնում նրա յերկրորդ ճշիւգրութեան պարաբոլիդ  
անունը:

### § 136. Փափուկ հեղիւսիդ

Յենթադրենք (գծ. 458) ունենք գլանային պտուտակային գծի  
(m'n', mn) առանցքով, վորն ուղղահայաց և H հարթությանը:

Յերևակայենք (pg, p'g') շոշափողը այդ գլանային պտուտակա-  
յին գծին (pg, p'g') գիծը սահում և պտուտակային գծի վրայով՝  
մնալով բոլոր ժամանակը շոշափող: Դժաժոր մտկերեալքը, վորը դո-  
յանում և մատնանշված շոշափողի շարժումով, կոչվում և փովող հե-  
լիստիդ: Պտուտակային գիծն այս դեպքում կկոչվի դարձի կողմ ֆովող  
հելիստիդի հետքը H հարթության վրա կլինի կողմ գիծ, վորը կոչվում  
և շրջանի եզրովենա: Այդ հորիզոնական հետքը նույնպէս կոչվում և  
հելիստիդի հիմք:

Հելիստիդի յուրաքանչյուր ծնիչ թեքված և դեպի H-ը մի-  
յեվնոյն α անկյան տակ:

Դժ. 458 վրա ցույց և տված α անկյան վորոշման յեղանակը.  
ծնիչը PG շրջած և վերակալ առանցքի շուրջը մինչև V հարթության  
զուգահեռ գիրքը:

PG գծի յերկարությունը հավասար և պտուտակային գծի մի  
մասի յերկարությանը՝ հաշված սկզբից մինչև P կեալ:

pg պրոյեկցիայի յերկարությունը հավասար և շրջանագծի մի  
մասի յերկարությանը՝ հաշված պտուտակային գծի սկզբից մինչև p  
կեալ:

Դժ. 458 վրա մենք ունենք հելիստիդի ներքևի փեշը:

Յեթև յուրաքանչյուր ծնիչ շարունակենք դեպի վեր, ապա կստա-  
նանք հելիստիդի վերևի փեշը:

Դժ. 459 վրա ունենք հելիստիդի յերկու փեշը, նրանք հատված  
են հարթություններով, վորոնք զուգահեռ են H հարթությանը: Այդ  
հատուկների ստանալու յեղանակը դժվարություններ չի ներկայաց-

նում: Ըստ հորիզոնական պրոյեկցիայի՝ հաստի վրա մենք կունենանք միևնույն շրջանի եզրվե՛նտի մասերը:

Գծ. 460 վրա փռվող հեղիսի՛ղը հաստի մեջ է նրա հետ միևնույն առանցքն ունեցող զլանով: Ինքը զլանը ցույց է տալիս, այլ տալիս է զլանի հատման գիծը հեղիսի՛ղի հետ: Այդ հատման գիծը նույնպես պտտատակային գիծ է, վոր դարձի կողի հետ միևնույն առանցքն ունի:

### § 127. Պտտատակային կամ լիցիտիկ կամ փռվող հեղիսի՛ղ

Կոնոիդ կոչվում է այն մակերևույթը, վորը գոյանում է, յերբ մի ուղիղ գիծ իր մի ծայրով սահում է մի կոր գծի վրայով և միաժամանակ իր մյուս ծայրով մի ուղիղ գծի վրայով՝ շարժման ամբողջ ժամանակը մնալով զուգահեռ մի վորև հարթույթյան, վորը պարալլելիզմի հարթույթուն է կոչվում:

Յեթն ուղղատու կորը զլանային պտտատակային գիծ է, իսկ ուղիղ գիծը այդ պտտատակային գծի առանցքն է, ապա այդպիսի կոնոիդը կոչվում է պտտատակային կոնոիդ կամ վոչ փռվող հեղիսի՛ղ (գծ. 461):

### § 128. Ողակային պտտատակային կամ լիցիտիկ

Դիցուք, պտտատակային կոնոիդը հատած է նրա հետ միևնույն առանցքն ունեցող զլանով (գծ. 462): Հաստի վրա կունենանք նույն քայլի պտտատակային գիծ, ինչպիսին է կոնոիդի ուղղատուին: Այդ յերկու պտտատակային գծերի միջև գոյացած մակերևույթը կոչվում է ողակային պտտատակային կոնոիդ: Ողակային պտտատակային կոնոիդը կիրառվում է պտտատակային փոխադրիչներում (տրանսպորտիւններում), պտտատակային սանդուխտներում և այլն:

### § 129. Մի փեռմի պոմպ հիպերբոլիկ

Դիցուք, ունենք տարածության մեջ յերկու խաչվող ուղիղ գծեր, և նրանցից մեկը պտտվում է մյուսի շուրջը: Այդպիսի պտտումով գոյացած մակերևույթը (գծ. 463) կոչվում է միափեշ պտտման հիպերբոլիկ: Տվյալ ուղիղներից մեկը կոչվում է պտտման առանցք, իսկ մյուսը — ծնիչ:

Գծ. 463 վրա պտտման MN առանցքը վերցրած է ուղղահայաց H-ին: Այդ ժամանակ ուղղատուն AB կլինի թեք H-ին:

Միափեշ պտտման հիպերբոլիկի մակերևույթը հատած է հարթութւյններով, վորոնցից մեկն է H և մյուսը զուգահեռ են H-ին: H հարթութւյնի զուգահեռ հարթութւյնը վերցված է այնպիսի հեռա-

վորության վրա  $H$ -ից, վոր շրջանագծերը հասկածքում ստացվում են միատեսակ:

Նայած, թե ինչպիսի  $\alpha$  անկյունով և թեքված  $AB$  ուղիղը դեպի  $H$ -ը և նայած հետախորտայանը  $MN$  և  $AB$ -ի միջև՝ միափեշ պատման հիպերբոլիդի սահմաններն են հանդիսանում նրա հետ միեմուսին առանցքն ունեցող զլանը (յերբ  $\alpha = 90^\circ$ ) և կոնը (յեթե  $\alpha < 90^\circ$ ),

Միափեշ պատման հիպերբոլիդը կիրառվում և աստիճանավոր անիմենքում, վորոնց առանցքները ներկայացնում են խաչփարվող ուղիղներ:

### § 120. Կոնական պոուտակային գիծ

Յենթադրենք, թե կետը շարժվում և հավասարաչափ ուղղագիծ կերպով ըստ ուղիղ շրջանային կոնի (գծ. 463) ծնիչի, իսկ ինքը ծնիչը շարժվում և հաստատուն անկյունային արագությամբ: Այդ ժամանակ կետը տարածությունում կշարժվի մի կոր գծով, վորը կոչվում և կոնական պոուտակային գիծ:

Այդ գծի հորիզոնական պրոյեկցիան Արքիմեդի սպիրալ և Արքիմեդի սպիրալը կառուցելու համար գծ. 463 վրա տարել ենք 16 շառավիղներ տարբեր անկյունների տակ և նրանց վրա հաջորդաբար տեղադրել ենք  $0, \frac{1}{16}, \frac{2}{16}, \frac{3}{16} \dots \frac{16}{16}$  շառավիղը:

Ստացած կետերը միացրել ենք սահուն կորով:

Ունենալով շարժվող ծնիչի հորիզոնական և վերաիկալ պրոյեկցիաները և ուսումնասիրվող կորի հորիզոնական պրոյեկցիան, գծվարչ և կառուցել կոնական պոուտակային գծի վերաիկալ պրոյեկցիան:

Յենթադրենք, թե վերաիկալ ուղիղի հատվածը մի ծայրով սահում և կոնական պոուտակային գծով: Այն մակերևույթը, վորը գոյանում և այդ ժամանակ, կլինի կոնական պոուտակային շերտ (գծ. 464):

Յենթադրենք, թե ուղղանկյունն իր մի դագաթով սահում և կոնական պոուտակային գծով, նրա մի կողմը վերաիկալ և և նրա հարթությունն անցնում և կոնական պոուտակային գծի առանցքով:

Այն մարմինը, վորը գոյանում և ուղղանկյան այգալիսի շարժման ժամանակ, կկոչվի կոնական զսպանակ (գծ. 465):

# ՈՒՂՂԱՆԿՑՈՒՆ ՊՐՈՑԵԿՑԻԱՆՆԵՐԻ ԴԱՍԱՎՈՐՄԱՆ ԱՄԵՐԻԿԱԿԱՆ ՑԵՂԱՆԱԿԸ

## § 121. Կենսերի յեղ մատմիցմերի պրոյեկտմը

Գծ. 467 վրա մենք ունենք մեր ուսումնասիրած յեղանակը կետի ուղղանկյուն պրոյեկտման, յերբ կետը գտնվում է աչքի և պրոյեկցիաների հարթութւթյան միջև և ստանում ենք մեզ ծանոթ պրոյեկցիաների դասավորումը: Այս յեղանակը կոչվում է յնվրոպական:

Յենթադրենք, թե ունենք ուղղանկյուն զուգահեռանիստ: Յետևի աջ և ներքևի նիստերը ներկայացնում են մեզ ծանոթ կոորդինատային հարթութւթյունները (գծ. 467): Ամերիկական յեղանակով պրոյեկտելու ժամանակ զուգահեռանիստի առջևի, ձախ և վերևի նիստերն ընդունվում են վորպես կոորդինատային հարթութւթյուններ, իսկ յերեք  $O_1X_1$ ,  $O_1Y_1$ ,  $O_1Z_1$  կողերն ընդունվում են վորպես կոորդինատային առանցքներ: Այս ձևով պրոյեկտելու ժամանակ պրոյեկտմող կետը և գիտողի աչքը գտնվում են պրոյեկցիաների հարթութւթյան տարբեր կողմերում:

Հորիզոնական և յերկրորդ վերտիկալ հարթութւթյունների համատեղելուց հետո վերտիկալ հարթութւթյան հետ մենք կունենանք կետի պրոյեկցիաների այն դասավորումը, վորը մասնանշված է 469 գծ. վրա, վորտեղ կետի հորիզոնական պրոյեկցիան կլինի վերտիկալից բարձր, իսկ յերկրորդ վերտիկալ պրոյեկցիան վերտիկալի ձախ կողմից:

Շրջանակը հեռացնելով մենք կունենանք գծ. 470, վոր ցույց է տալիս կետի պրոյեկցիաների դասավորումը պրոյեկտման ամերիկական յեղանակով: Յեղ, վերջապես, հեռացնելով առանցքները կստանանք գծ. 471, վորն ոժանդակում է ըմբռնել ամերիկական յեղանակով պատրաստած գծագրերը:

Գծ. 472 և 473 վրա մենք ունենք պարզ մասերի (դետալներ) յերեք պրոյեկցիաները՝ դասավորված ամերիկական յեղանակով: Այստեղ տեսքը վերևից՝ դասավորված է գլխավոր տեսքի վերևում, իսկ տեսքը ձախից՝ գլխավոր տեսքի ձախ կողմից:

ՔՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

Unsupervised

Բաժին I. ԿԱՌԱՅՈՒՄՈՒՄՆԵՐ

## Ներածություն

91816 1. 081210L4308L 9C0364S101L 0E002

|       |                                                          |    |
|-------|----------------------------------------------------------|----|
| 1—4   | Կնտերի պլանկտոնաժը Նալթաթյան վրա . . . . .               | 9  |
| 5—13  | Պլանկտոնաժը յերկու Նալթաթյան վրա . . . . .               | 15 |
| 14—18 | Կնտերի և գծերի պլանկտոնաժը յերեք Նալթաթյան վրա . . . . . | 24 |
| 19    | Կնտի և Ուլիզի վախճառի գիլը . . . . .                     | 27 |
| 20    | Ուլիզի հնացն ը . . . . .                                 | 28 |
| 21    | Ուլիզի Նաափածքի խնդանն մեծաթյան վառչաժը . . . . .        | 29 |
| 22    | Ծերկու ալիզաների վախճառի գիլը . . . . .                  | 30 |

ԳԼՈՒԽ 2. ԴԱՐՁ ԳԱՏԿԵՐՆԵՐԻ ՔԵՎ. ՅԵՐԿՐՈՋԱԲԱԺԿԱՆ ՄԱՐՄԻՆՆԵՐԻ

የጋራ ጥቅም ላይ የዋለው የጥራት ማረጋገጫ ስርዓት ሲሆን፣

|       |                                                                                                                                                                                  |    |
|-------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 23—25 | Յնառնկյան և սպողանկյան պղտյակաւմը յերեք հարթության-<br>ներէ վրայ . . . . .                                                                                                       | 33 |
| 26—28 | Յերկրաշաղկապան մարմիններէ պղտյակաւմը յերեք հարթության<br>վրայ և յերեք հարթությաններէ վրայ պղտյակաւման անհրաժեշտու-<br>թյան պարզարահւմը . . . . .                                 | 35 |
| 29—32 | Հանձնածնելով յերկրաշաղկապան մարմիններէ պղտյակաւմը յերեք<br>հարթությաններէ վրայ, ցույց տալով և ցույց չտալով գծադրել վրայ<br>պղտյակաւմը գծելը և կտրոքինատային առանցքները . . . . . | 38 |
| 33—34 | Գլանաձև պտտասլալային դիմ և գոտրեալ . . . . .                                                                                                                                     | 40 |

ԳԼՈՒԿ 3. ԱԿՍՈՆՈՄԵՏՐԻԱՅԻ ՀԻՄՈՒՆԱԼԵՐԸ

§ 35 Ակտիվությունը պահանջարկի և առաջադրմանը . . . . . 43

§§ 40-43 Շնչանկյունը պոլյանկման մեթոդ . . . . . 44

Պարզիկաառային առանցքների վերականգնումը և մաքրմանը  
չնդանկյունը պոլյանկիկաների կառուցումը. Ուղղանկյուն պոլյանկ-  
իկաներով սովորական մաքրմանը պոլյանկիկաներում չնդանկյունը պոլյանկ-  
իկիկաներով. Միջին և նրա մասերի չնդանկյունը պոլյանկիկաներում

§§ 44-50 Ուղղանկյունը պոլյանկիկաների մեթոդ. Միջին վրա, լորթ միասնակ  
քնն և չնդանկյունը պոլյանկիկաների (ուղղանկյուն իզո-  
մետրիա) . . . . . 56

Ընդհանուր բացատրություններ: Կետի, գծի հարթ պատկերը  
և համաժամբով մարմինների իզոմորֆիկ պրոյեկցիաների կառու-  
ցումը ըստ աճյալ յերկու պրոյեկցիայի:

|           |                                                                                                                                               |    |
|-----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Մ 31 — 33 | Ուղղանկյուն պրոյեկտում մի հարթության վրա, վրը միասեռակ<br>թիվ և զեպի յերկու պատկերները (ուղղանկյուն գծաւորում) . . . . .                      | 65 |
| Մ 34      | Ուղղանկյուն պրոյեկտում մի հարթության վրա, վրը տարբեր<br>կերպով թնջված և զեպի կտրագլխատային պատկերները (ուղ-<br>ղանկյուն արեմտորում) . . . . . | 75 |

#### ԳԼՈՒԽ 4. ՀԱՐԹՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՈՒՍՈՒՄՆԱՄԻՐՈՒԹՅՈՒՆԸ

|           |                                                                             |    |
|-----------|-----------------------------------------------------------------------------|----|
| Մ 35 — 36 | Հարթության առաջագրման տարբեր յնգանկյունները . . . . .                       | 79 |
| Մ 36 — 38 | Ուղիղ գծի և հարթության, վրանց զուգահեռ են մի վրան հար-<br>թության . . . . . | 92 |

#### ԳԼՈՒԽ 5. ՈՒՆԱՅԱԿ ՄԵԹՈԴՆԵՐ, ՎՈՐՈՒՔ ԿԻՐԱՌՎՈՒՄ ԵՆ ԳԽԱԳՐԱԿԱՆ ՅԵՐԿՐԱԶԱՓՈՒԹՅԱՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ՅԵՎ ՀԱՐԹԵՐԻ ԼՈՒՄԵԼՈՒ ԺԱՄԱՆԱԿ

|           |                                                                                                   |     |
|-----------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Մ 39 — 41 | Գտնման մեթոդ, համառոտագրման մեթոդ և պրոյեկցիաների հարթու-<br>թյունների զուգահեռան մեթոդ . . . . . | 94  |
| Մ 42      | Մըցող կետերի մեթոդ . . . . .                                                                      | 114 |

#### ԳԼՈՒԽ 6. ՎԵՐՈՆՏԵՑԱԼ ՄԵԹՈԴՆԵՐԻ ԿԻՐԱՌՈՒՄԸ ԳԽԱԳՐԱԿԱՆ ՅԵՐԿՐԱԶԱՓՈՒԹՅԱՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ՅԵՎ ՀԱՐԹԵՐԻ ԼՈՒՄԵԼՈՒ ԺԱՄԱՆԱԿ

|           |                                                                                                                                                             |     |
|-----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Մ 43 — 45 | Տանել ուղիղ, վրն ուղղանայաց լինել հարթությանը . . . . .                                                                                                     | 115 |
| Մ 46      | Տվյալ ուղիղը ներկայացնել պրոյեկցիաների հարթությանների<br>ախպիտի նոր համակարգությանում, վրանց նա ուղղանայաց<br>լինել նոր պրոյեկցիաների հարթությանը . . . . . | 120 |
| Մ 47      | Հարթությանը ներկայացնել ախպիտի նոր պրոյեկցիաների հար-<br>թությանների համակարգությանում, վրանց նա լինող դառնա<br>պրոյեկցիաների հարթության . . . . .          | 125 |
| Մ 48      | Կետի, գծի և պատկերի պատումը հորիզոնականների և ֆրոնտալ-<br>ների շուրջը . . . . .                                                                             | 127 |
| Մ 49      | Մըցող կետերի մեթոդի կիրառումը . . . . .                                                                                                                     | 129 |
| Մ 100     | Մարմինների կառուցումն ըստ աճած պրոյեկցիաների . . . . .                                                                                                      | 132 |
| Մ 101     | Իրար զուգահեռ հարթությաններ տանելը . . . . .                                                                                                                | 135 |

#### ԳԼՈՒԽ 7. ՏԵԽՆԻԿԱԿԱՆ ԳԽԱԳՐԵՐԻ ՁԵՎԱՎԵՐՊՄԱՆ ՍՈՒՆՋԱՄԱՏՎՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ ՀԱՄԱՄԱՏՄ ԳԽԱԳՐԱԿԱՆ ՅԵՐԿՐԱԶԱՓՈՒԹՅԱՆ ԳԽԱԳՐԵՐԻ ՀԵՏ

|       |                                                                                     |     |
|-------|-------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Մ 102 | Անցում գծադրական յերկրաչափությաններից զեպի մեքենայի-<br>նակն գծադրությանը . . . . . | 137 |
|-------|-------------------------------------------------------------------------------------|-----|

#### Ռաժիմ II ՀԱՅՈՒՄՆԵՐ ՅԵՎ ՓԵՌՈՒՄՆԵՐ

#### ԳԼՈՒԽ 1. ՈՒՆԱԿ ԳԽԵՐԻ ՅԵՎ ՀԱՐԹՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՀԱՏՈՒՄԸ ՀԱՐԹՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՀԵՏ ՅԵՎ ԱՆԿՅԱՆ ՎՈՐՈՇՈՒՄԸ ՀԱՐԹՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՄԻՋԵՎ

|       |                                                                                 |     |
|-------|---------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Մ 103 | Ուղիղ գծի հատումը հարթության հետ . . . . .                                      | 142 |
| Մ 104 | Հարթ պատկերի հատումը մի ուղիղի հետ, վրն ուղղանայաց և<br>H, V կամ W-ին . . . . . | 143 |

|            |                                                                  |     |
|------------|------------------------------------------------------------------|-----|
| § 105      | Ուղղանկյան հասույթը յնասնական հետ . . . . .                      | 145 |
| § 106      | Իրենց հեռքերով ազան հարթությունների հասույթը . . . . .           | 146 |
| § 107      | Գծի հասույթը թևք հարթությունների հետ . . . . .                   | 147 |
| §§ 108—110 | Հարթ պոտակների հասույթը ուղիղ գծի և հարթ պոտակների հետ . . . . . | 150 |
| § 111      | Անկյան զարդույթը յնքառ հարթությունների միջև . . . . .            | 153 |

**ԳԼՈՒԽ 2. ԵՆԵՐԿՐԱԶՔՓԱԿԱՆ ՄԱՐՄԻՆՆԵՐԻ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒՅԹՆԵՐԻ ՀԱՅՈՒՄԸ  
ՀԱՐԹՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐՈՎ. ԲԻՂԻՂ ԳՅԵՐՈՎ. ԵՎ ՀԱՐԹ ՊԱՅԿԵՐՆԵՐՈՎ  
(ՖԻԳՈՒՐՆԵՐՈՎ)**

|            |                                                                                         |     |
|------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| §§ 112—117 | Երկբայտփական մարմինների մակերևույթների հասույթը հարթություններով և ուղիղ գծով . . . . . | 155 |
| § 118      | Ուղիղ պրիզմայի հասույթը յնասնական հետ . . . . .                                         | 168 |
| § 119      | Գլանի մակերևույթի հասույթը յնասնական հետ . . . . .                                      | 169 |

**ԳԼՈՒԽ 3. ԵՆԵՐԿՐԱԶՔՓԱԿԱՆ ՄԱՐՄԻՆՆԵՐԻ ՓՈՌՈՒՄՆԵՐԸ**

|            |                                                                       |     |
|------------|-----------------------------------------------------------------------|-----|
| §§ 120—121 | Գրեզմայի, բուրգի, գլանի և կոնի և գնդի մակերևույթների փռումը . . . . . | 170 |
| § 122      | Հնգանյութ գիրքով բուրգի փռումը . . . . .                              | 175 |
| § 123      | Թևք պրիզմայի մակերևույթի փռումը . . . . .                             | 176 |

**ԳԼՈՒԽ 4. ԵՆԵՐԿՐԻ ԲԱԶՄԱՆԱՍԵՐԻ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒՅԹՆԵՐԻ ՓՈԽԱԳՄԱՐՁ ՀԱՅՈՒՄԸ**

|       |                                                                                                                                                                                                                                   |     |
|-------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| § 124 | Ենքառ բազմանիւթների մակերևույթների հասույթը մասնավոր դեպքերում . . . . .                                                                                                                                                          | 178 |
| § 125 | Գրեզմաների և բուրգերի մակերևույթների հասույթը առ դեպքում, յնքա յնքանց կիսբլիստ գտնվում են կամ միևնույն կամ տարբեր պոտակների հարթություններում, բայց կողքի կողքերն ուղղահայաց չեն պոտակների հարթություններից և վաղ մեկին . . . . . | 191 |
| § 126 | Ենքառ բազմանիւթների մակերևույթների հասումն ընդհանուր դեպքը . . . . .                                                                                                                                                              | 199 |

**ԳԼՈՒԽ 5. ՊՅՏՄԱՆ ՄԱՐՄԻՆՆԵՐԻ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒՅԹՆԵՐԻ ՓՈԽԱԳՄԱՐՁ ՀԱՅՈՒՄԸ,  
ՆՄԱՆԱՊԵՏ ՊՅՏՄԱՆ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒՅԹՆԵՐԻ ՀԱՅՈՒՄԸ ՊՐԻԶՄԱԶԵՎ  
ԵՎ ԲՈՒՐԳԱԶԵՎ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒՅԹՆԵՐԻ ՀԵՏ**

|       |                                                                                                                                                        |     |
|-------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| § 127 | Գլանի հասույթը գլանի, պրիզմայի, բուրգի և կոնի հետ . . . . .                                                                                            | 203 |
| § 128 | Կանոնավոր ուղիղ վեցանիւթ պրիզմայի մակերևույթի հասույթը ուղիղ շրջանային կոնի մակերևույթի և կիսագնդի մակերևույթի հետ . . . . .                           | 207 |
| § 129 | Պորանոցի մակերևույթի հասույթը գնդի մակերևույթի հետ . . . . .                                                                                           | 209 |
| § 130 | Գլանի մակերևույթի հասույթը գնդի մակերևույթի հետ . . . . .                                                                                              | 211 |
| § 131 | Կոնի մակերևույթի հասույթը կիսագնդի մակերևույթի հետ . . . . .                                                                                           | 211 |
| § 132 | Գրեզմայի մակերևույթի հասույթը գնդի մակերևույթի հետ . . . . .                                                                                           | 212 |
| § 133 | Ենքառ գնդերի մակերևույթների փոխադարձ հասումը . . . . .                                                                                                 | 213 |
| § 134 | Ոժանդակ միջոցներ պատման մարմինների մակերևույթների հասումն ընդհանուր դեպքում պատման մակերևույթների հետ, կոնիկան և գլանային մակերևույթների հետ . . . . . | 214 |

ԳԼՈՒԽ 6. ԳՄԱԿԱՆ ՄԱԿԵՐԵԼՈՒԹՅՆԵՐ ԵՆԿ ԵՐԱՆՑ ԸԱՅՈՒՄՆԵՐԸ

|       |                                                      |     |
|-------|------------------------------------------------------|-----|
| § 135 | Շեղ հարթությամբ կամ հիպերբոլիկան պարաբոլիկ . . . . . | 219 |
| § 136 | Փախչ հեղեղի . . . . .                                | 222 |
| § 137 | Գառառկային կոնոիդ կամ ժաշ փախչ հեղեղի . . . . .      | 223 |
| § 138 | Ողակային պարառկային կոնոիդ . . . . .                 | 223 |
| § 139 | Միփնչանի պատման հիպերբոլիկ . . . . .                 | 226 |
| § 140 | Չանական պարառկային զին . . . . .                     | 226 |

ԳԼՈՒԽ 7. ՈՒՂԱՆԿՑՈՒՆ ՊՐՈՑԵԿՑԻԱՆԵՐԻ ԴԱՍԱՎՈՐՄԱՆ ԱՄԵՐԻԿԱԿԱՆ ՑԵՂԱՆԱԿԸ

|       |                                              |     |
|-------|----------------------------------------------|-----|
| § 141 | Գեոմետրիկ և ժամանակների պրոյեկցիան . . . . . | 226 |
|-------|----------------------------------------------|-----|



Գրատ. խմբագրիչ՝ Դ. ՀԱԿՈԲՅԱՆԹԱՆ  
Քաղաքականիչ՝ Մ. ՎԱՐՈՒՆՅԱՆ  
Ցենս. խմբագրիչ՝ Լ. ՈՂԱՆԹԱՆ  
Սրբագրիչ՝ Խ. ԱՅՎԱԶՅԱՆ

Վիճակի լիազոր՝ Ղ—3701

տ. 4595, պատվեր N 297, տիբաթ 1500

Հնված է աշտաղբուքյան 1938 թ. ապրիլի 20-ին

բազրված է աշտաղբուքյան 1938 թ. ապրիլի 20-ին

ԳԱՄ Հիմնադրո զիտ. գրադ.



FL0011833

ЦЕНА

11  
14 142