

УДК: 52-64

ПЕРЕНОС ИЗЛУЧЕНИЯ В СФЕРИЧЕСКИХ ГЕОМЕТРИЯХ БЕЗ МНОГОКРАТНОГО РАССЕЯНИЯ

А.Г.НААПЕТЯН

Поступила 16 января 1997

Принята к печати 10 июля 1997

Рассмотрена задача переноса электромагнитного излучения в сферически-симметричном облаке, не конкретизируя механизмы локальной генерации и поглощения излучения. Получены удобные простые формулы для спектральной плотности энергии излучения внутри облака, а также для спектральной светимости сферического облака в случае однородного сферического облака.

1. *Введение.* Для объяснения спектров непрерывного электромагнитного излучения ядер активных галактик (ЯАГ) в широком диапазоне спектра, начиная от радиочастот до жестких γ -лучей часто применяются теоретические модели, содержащие сферически-симметричное плазменное облако вокруг сверхмассивного центрального объекта.

К примеру, таковыми являются модели сферической аккреции плазмы на центральный объект (см., например, обзорные работы [1,2], а также литературу, приведенную в них). При трактовке непрерывного радиосубмиллиметрового излучения ЯАГ почти все модели единодушны в синхротронном его происхождении. В рентгеновской области энергии одним из возможных механизмов образования спектра излучения является обратное комптоновское излучение (ОКР) радиосубмиллиметрового излучения на релятивистских электронах. Модели, содержащие эти два механизма образования спектра непрерывного электромагнитного излучения, в литературе известны как синхрокомптоновские (СК) модели (см., например, [3-5]).

При вычислении локальных коэффициентов излучения и поглощения рентгеновского излучения, возникающего в ОКР, необходимо знать локальную спектральную плотность радиосубмиллиметрового излучения, что, в свою очередь, является решением соответствующего уравнения переноса внутри источника. Дифференциальный спектр рентгеновского излучения образуется в результате локальной генерации, поглощения и переноса излучения, что также требует решения уравнения переноса. В связи с этим представляет интерес рассмотрение переноса излучения в однородном сферическом облаке с наперед заданными коэффициентами

излучения и поглощения.

2. *Уравнение переноса и модельные предположения.* Рассмотрим изотропное сферическое облако радиуса R со спектральной мощностью излучения единицы объема на расстоянии r от центра облака $J_\omega(r)$ и коэффициентом поглощения (в единицу времени) $\Gamma_\omega(r)$, где $\omega = 2\pi\nu$ есть циклическая частота поля излучения.

Спектральная плотность энергии электромагнитного излучения $W_\omega(r)$ связана с плотностью энергии фотонов, движущихся под углом θ к

радиусу $W_\omega^*(r)$ по $W_\omega(r) = 2\pi \int_0^\pi W_\omega^*(r, \theta) \sin\theta d\theta$.

Уравнение для $W_\omega^*(r, \theta)$ есть [6]

$$\cos\theta \cdot \frac{\partial W_\omega^*}{\partial r} - \frac{\sin\theta}{r} \cdot \frac{\partial W_\omega^*}{\partial \theta} = \frac{1}{4\pi c} \cdot J_\omega + \frac{1}{c} \Gamma_\omega \cdot W_\omega^*, \quad (1)$$

где $c = 3 \cdot 10^{10}$ см/с - скорость света. Решение уравнения (1), удовлетворяющее условию $\lim_{r \rightarrow +\infty} W_\omega^*(r, \theta) = 0$, есть [6]

$$W_\omega^*(r, \theta) = \frac{1}{4\pi c} \int_0^\pi J_\omega \left(\frac{r \sin\theta}{\sin\varphi} \right) \frac{r \sin\theta}{\sin^2\varphi} d\varphi \cdot \exp \left(\frac{1}{c} \int_0^\varphi \Gamma_\omega \left(\frac{r \sin\theta}{\sin\psi} \right) \frac{r \sin\theta}{\sin^2\psi} d\psi \right). \quad (2)$$

В однородном сферическом источнике коэффициенты $J_\omega(r)$ и $\Gamma_\omega(r)$ не зависят от пространственных координат, что позволяет точно вычислить интеграл (2). Так, в области $r \leq R$ (внутреннее решение) получается

$$W_\omega^*(r, \theta) = \frac{J_\omega}{4\pi |\Gamma_\omega|} \cdot \left[1 - \exp \left(-\tau_\omega \cdot \left(\sqrt{1 - \left(\frac{r}{R} \sin\theta \right)^2} + \frac{r}{R} \cos\theta \right) \right) \right]; \quad 0 \leq \theta \leq \pi. \quad (3)$$

А в области пространства $r \geq R$ (внешнее решение) имеем

$$W_\omega^*(r, \theta) = \begin{cases} 0; & \theta_0 \leq \theta \leq \pi; \\ \frac{J_\omega}{4\pi |\Gamma_\omega|} \cdot \left(1 - \exp \left(-2\tau_\omega \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{r}{R} \sin\theta \right)^2} \right) \right); & 0 \leq \theta \leq \theta_0, \end{cases} \quad (4)$$

где $\theta_0 = \arcsin\left(\frac{R}{r}\right)$ - угол между направлением на центр и касательной к сфере, проведенной от текущего радиуса r , $\tau_\omega = |\kappa_\omega| \times R$ - характерная

оптическая толщина источника на данной частоте излучения ω , $\kappa_{\omega} = \frac{1}{c} \Gamma_{\omega}$ есть коэффициент спектрального затухания излучения на единицу пути.

Из (3) и (4) в частном случае оптически прозрачного источника ($\tau_{\omega} \sim 0$) имеем

$$W_{\omega}^{-}(r, \theta) = \frac{J_{\omega}}{4\pi} \cdot \frac{R}{c} \cdot \left(\sqrt{1 - \left(\frac{r}{R} \sin \theta\right)^2} + \frac{r}{R} \cdot \cos \theta \right); \quad 0 \leq \theta \leq \pi \quad (5)$$

внутри источника и

$$W_{\omega}^{*}(r, \theta) = \begin{cases} \frac{J_{\omega}}{2\pi} \cdot \frac{R}{c} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{r}{R} \sin \theta\right)^2}; & 0 \leq \theta \leq \theta_0 \\ 0; & \theta_0 \leq \theta \leq \pi \end{cases} \quad (6)$$

вне источника излучения. В центре источника ($r=0$) из (3) получается

$$W_{\omega}^{*}(0, \theta) = \frac{J_{\omega}}{4\pi|\Gamma_{\omega}|} \cdot (1 - e^{-\tau_{\omega}}); \quad 0 \leq \theta \leq \pi. \quad (7)$$

На поверхности источника ($r=R$) внутреннее решение (3) и внешнее решение (4) переходят друг в друга и принимают общее значение

$$W_{\omega}^{*}(R, \theta) = \begin{cases} \frac{J_{\omega}}{4\pi|\Gamma_{\omega}|} \cdot (1 - e^{-2\tau_{\omega} \cdot \cos \theta}); & 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \\ 0; & \frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi. \end{cases} \quad (8)$$

На основании (3)-(6) и (8) на рис.1 представлена зависимость $W_{\omega}(r, \theta)$ от угла θ в точках пространства $r=0, R/2, R, 2R$ для двух значений оптической толщины источника $\tau_{\omega} = 0; 1$.

3. *Спектральная плотность энергии излучения.* Используя (3) и (4), получаем для спектральной плотности энергии электромагнитного излучения соответственно внутри и вне источника интегральные представления:

$$W_{\omega}^{-}(r) = \frac{J_{\omega}}{c|\kappa_{\omega}|} \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \int_0^1 e^{-\tau_{\omega} \sqrt{1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2 (1-x^2)}} \cdot \left(e^{\tau_{\omega} \frac{r}{R} x} + e^{-\tau_{\omega} \frac{r}{R} x} \right) dx \right), \quad (9)$$

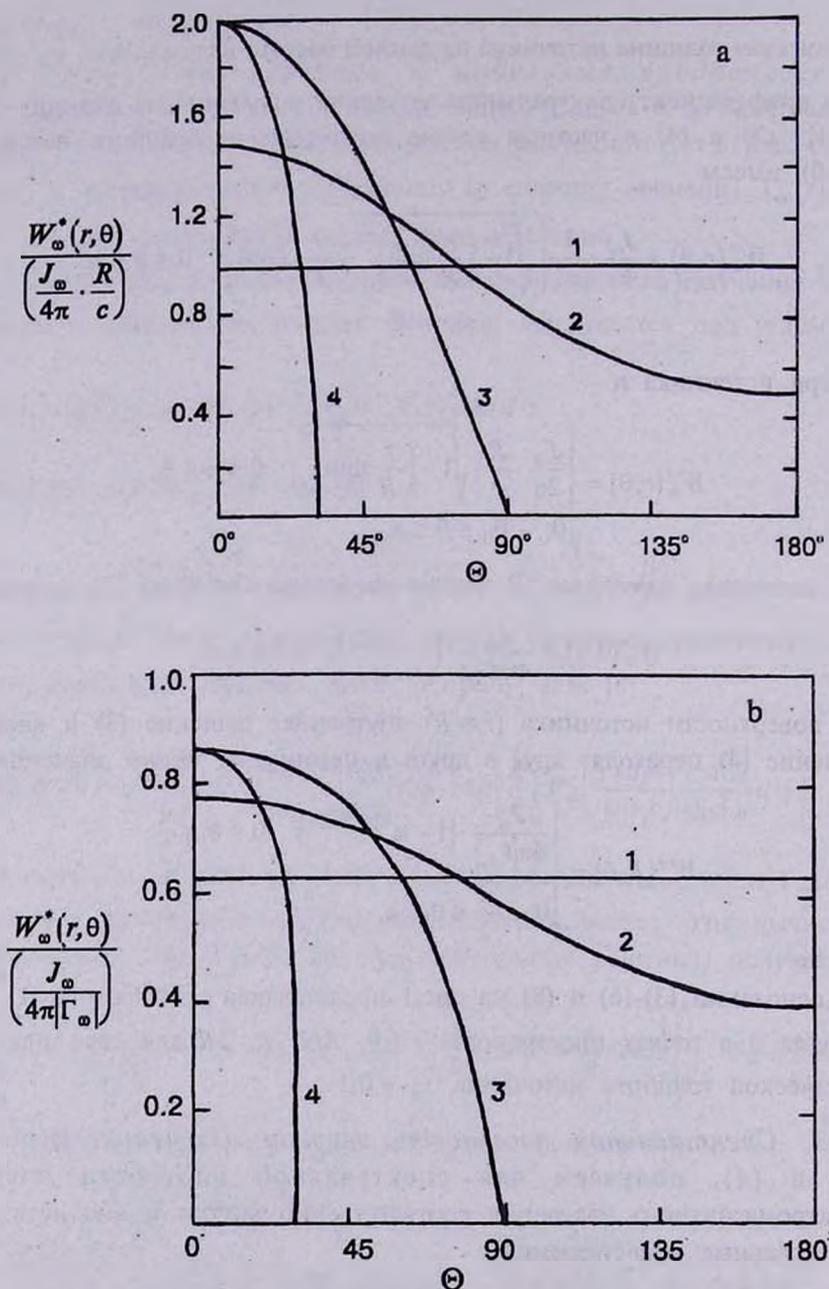


Рис. 1. Зависимость спектральной плотности энергии фотонов, имеющих определенное направление вылета, от угла вылета. Оптическая толщина источников а) $\tau_\omega = 0$,

б) $\tau_\omega = 1$; плотность энергии приведена в относительных единицах: а) $W_\omega^*(r, \theta) / \left(\frac{J_\omega \cdot R}{4\pi \cdot c}\right)$,

б) $W_\omega^*(r, \theta) / \left(\frac{J_\omega}{4\pi \Gamma_\omega}\right)$. Кривые 1, 2, 3, 4 относятся к точкам пространства: 1) $r = 0$; 2) $r = R/2$; 3) $r = R$; 4) $r = 2R$.

$$W_{\omega}^{+}(r) = \frac{J_{\omega}}{4c|\kappa_{\omega}|} \cdot \int_0^{(R/r)^2} \left(1 - e^{-2\tau_{\omega} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{r}{R}x\right)^2}} \right) \frac{dx}{\sqrt{1-x}} \quad (10)$$

Из этих представлений легко проверить, что

$$W_{\omega}^{+}(R) = W_{\omega}^{-}(R) = \frac{J_{\omega}}{2|\Gamma_{\omega}|} \cdot \left(1 - \frac{1}{2\tau_{\omega}} (1 - e^{-2\tau_{\omega}}) \right) \approx \begin{cases} \frac{J_{\omega}}{2|\Gamma_{\omega}|}; & \tau_{\omega} \gg 1 \\ \frac{1}{2} J_{\omega} \cdot \frac{R}{c}; & \tau_{\omega} \ll 1. \end{cases} \quad (11)$$

На большом отдалении от излучающего облака ($r \gg R$) с учетом $L_{\omega} = 4\pi cr^2 W_{\omega}^{+}(r)$, из (10) получаем для спектральной светимости аналитическую формулу

$$L_{\omega} = \frac{J_{\omega}}{|\kappa_{\omega}|} \cdot \pi R^2 \left(1 - \frac{1}{2\tau_{\omega}^2} (1 - e^{-2\tau_{\omega}} \cdot (1 + 2\tau_{\omega})) \right). \quad (12)$$

Из формулы (12) в предельных случаях оптически прозрачного ($\tau_{\omega} \ll 1$) и непрозрачного ($\tau_{\omega} \gg 1$) источников легко получить соответствующие классические выражения для спектральной светимости: $\frac{4}{3}\pi R^3 J_{\omega}$ и

$\pi R^2 \cdot \frac{J_{\omega}}{|\kappa_{\omega}|}$. На рис.2а приведено отношение приближенной спектральной плотности со значением L_{ω} из формулы (12) к точной $W_{\omega}^{+}(r)$, задаваемой по формуле (10) в области пространства $R \leq r \leq 10R$, для разных значений оптической толщины источника. Из этого рисунка видно, что, вне зависимости от значения оптической толщины, относительная погрешность приближения уже в области пространства $r \geq 2R$ не выше 5%, а при $r \geq 5R$ менее 1%.

Возвращаясь к (9), для спектральной плотности энергии излучения в глубине источника ($r \ll R$) легко получить приближенную аналитическую формулу

$$W_{\omega}^{-}(r) \approx \frac{J_{\omega}}{|\Gamma_{\omega}|} \cdot \left(1 - \frac{R}{r} \frac{e^{-\tau_{\omega}}}{2\tau_{\omega}} \cdot \left(e^{\tau_{\omega} \frac{r}{R}} - e^{-\tau_{\omega} \frac{r}{R}} \right) \right). \quad (13)$$

На рис.2b приведено отношение приближенной спектральной плотности

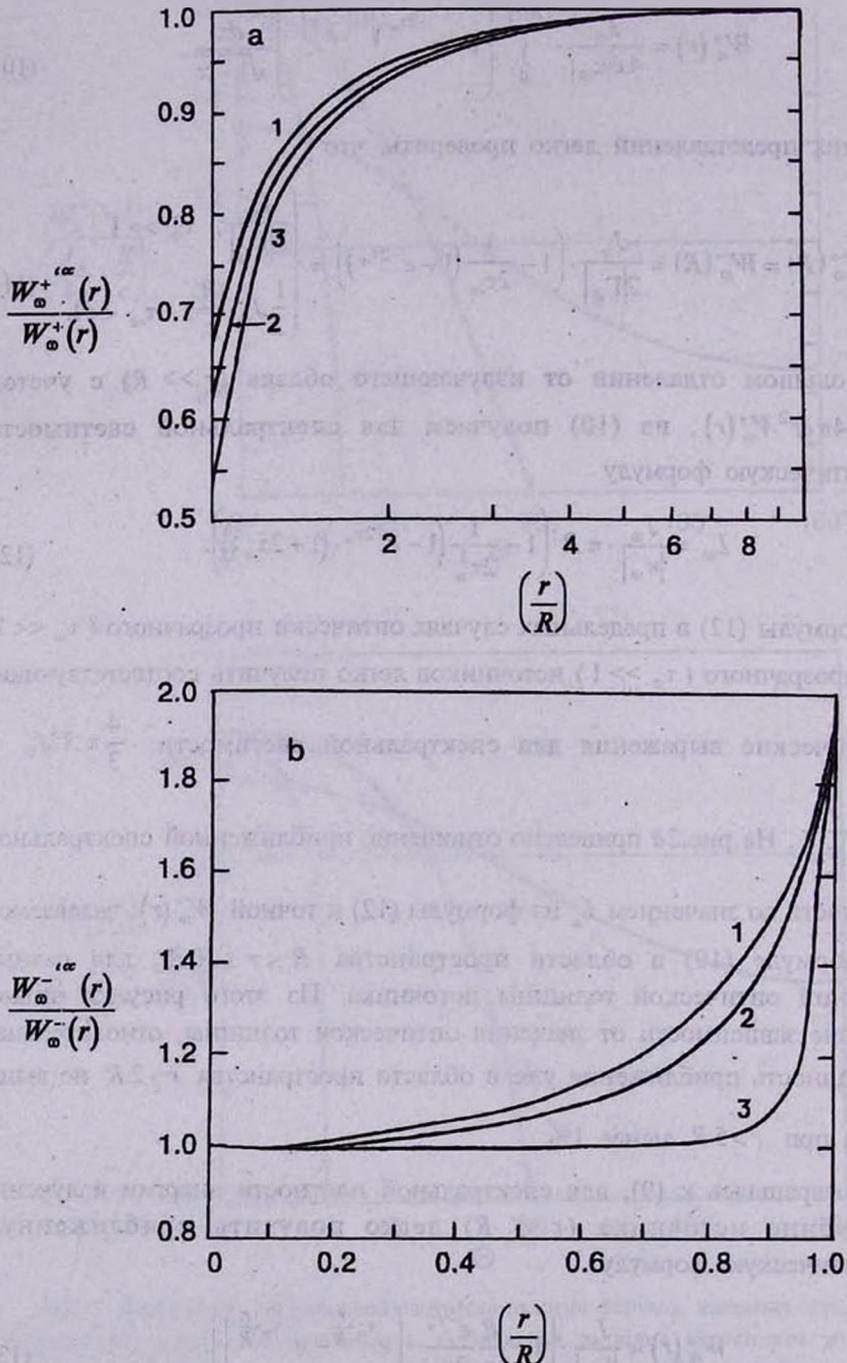


Рис. 2. Отношение приближенной спектральной плотности энергии излучения к точной плотности энергии в зависимости от относительного радиуса (r/R): а) вне источника ($r/R \geq 1$), б) внутри источника ($0 \leq r/R \leq 1$). Кривые 1,2,3 соответствуют источникам с оптической толщиной: 1) $\tau_0 = 0$; 2) $\tau_0 = 1$; 3) $\tau_0 = 10$.

энергии $W_{\omega}^{-}(r)$ из (13) к точной из (9) в зависимости от r для различных значений оптической толщины источника. Из этого рисунка видно, что приближение (13) в области пространства $r \leq 0.7R$ дает относительную погрешность не более 20% для всех значений оптической толщины. При больших оптических толщинах точность формулы (13) повышается. Так, при $\tau_{\omega} \sim 5$ в той же области пространства погрешность уже не выше 5%.

Отметим, что в ЯАГ рентгеновское излучение генерируется преимущественно ближе к центру, где оптическая толщина обычно большая. В моделях, в которых считается, что это излучение образуется в процессе ОКР низкочастотного электромагнитного излучения на релятивистских электронах, простая аналитическая формула для спектральной плотности энергии первичного излучения наподобие (13) может оказаться весьма полезной при вычислении локальных коэффициентов излучения и поглощения рентгеновского и мягкого γ -излучения.

Ереванский государственный
университет, Армения

THE TRANSPORT OF RADIATION IN SPHERICAL GEOMETRICS WITHOUT MULTIPLE SCATTERING

A.G. NAHAPETIAN

The problem of transport of the electromagnetic radiation in spherically symmetric cloud is considered without concrete consideration of the local radiation and absorption mechanisms. Simple and convenient formulae are obtained in the case of the homogeneous spherical cloud for radiation energy spectral density in cloud medium and for spectral luminosity of the source.

ЛИТЕРАТУРА

1. *M.C.Begelman, R.D.Blandford, M.J.Rees, Rev. Mod. Phys., 56, 255, 1984.*
2. *P.J.Viita, Phys. Repts., 123, 117, 1985.*

- 3. *K.I.Kellerman, I.I.K.Pauliny-Toth, Ann. Rev. Astron. Astrophys., 19, 373, 1981.*
- 4. *А.Пахольчик, Радиогалактики, Мир, М., 1980*
- 5. *А.М.Атоян, А.Г.Напетян, Astron. Astrophys., 219, 53, 1989.*
- 6. *А.М.Атоян, А.Г.Напетян, Астрофизика, 32, 341, 1990.*

THE TRANSPORT OF RADIATION IN SPHERICAL GEOMETRIES WITHOUT NEUTRINO SCATTERING

A. G. NAAPETYAN

The transport of radiation in spherical geometries is studied in this paper. It is shown that a significant fraction of the radiation is scattered by the medium. The results are compared with those obtained in the case of the transport of radiation in a plane geometry. It is shown that the transport of radiation in spherical geometries is more complicated than in plane geometries.

ИНТЕРАКЦИЯ

В работе изучается перенос излучения в сферических геометриях. Показано, что значительная часть излучения рассеивается средой. Результаты сравниваются с теми, которые получены в случае переноса излучения в плоской геометрии. Показано, что перенос излучения в сферических геометриях более сложен, чем в плоских геометриях.