

УДК: 524.47

О СТАТИСТИЧЕСКОМ АНАЛИЗЕ ДВИЖЕНИЯ ШАРОВЫХ ЗВЕЗДНЫХ СКОПЛЕНИЙ В ГАЛАКТИКЕ

Р.М.ДЗИГВАШВИЛИ, Г.А.МАЛАСИДЗЕ, Т.Г.МДЗИНАРИШВИЛИ

Поступила 30 мая 1997

Принята к печати 3 ноября 1997

Исследование закономерностей движения шаровых звездных скоплений способно ответить на многие интересные вопросы их эволюции и общей структуры Галактики. Решение задачи об орбитах этих объектов требует знания начальных условий движения и задание выражения гравитационного потенциала регулярного поля Галактики. В общем, здесь ситуация осложняется тем, что, несмотря на некоторый прогресс в определении собственных движений шаровых скоплений звезд, из наблюдений могут быть оценены лишь только их лучевые скорости. Поэтому приходится применять статистические методы анализа возможных форм галактических орбит этих образований. В настоящей работе на базе нового, сравнительно богатого наблюдательного материала мы выполнили статистические исследования возможных форм орбит для около ста шаровых звездных скоплений и изучили вопрос влияния видоизменения гравитационного потенциала Галактики на результаты исследований.

1. *Введение.* Среди разновидностей галактических объектов весьма существенными звездными образованиями являются шаровые скопления звезд, всестороннее изучение которых способно ответить на многие интересные вопросы общей структуры и эволюции Галактики. Некоторые идеи и методы статистического анализа движения этих объектов, выполненные на базе классических работ Эдмондсона [1], Хорнера [2], Ломанна [3], Кинмана [4] и Перека [5], с учетом современных наблюдательных данных, рассматривались ранее в одной из наших работ [6]. Следует подчеркнуть, что во всех перечисленных здесь работах применялась ньютонова модель точечной массы для гравитационного поля Галактики.

В настоящей работе мы уделяем основное внимание изучению конкретного влияния видоизменения выражения гравитационного потенциала Галактики на результаты исследования доминирующих форм орбит шаровых звездных скоплений.

2. *Характеристика выражения гравитационного потенциала и наблюдательных данных.* Пользуясь материалом каталогов Уэбинка [7] и Праира, Меилана [8] и следующей формой гравитационного потенциала нашей Галактики

$$\Phi(R) = \Phi_0 \left(1 + \frac{R}{R_0} \right)^{-1} \quad (1)$$

обсудим вопрос о возможной прямолинейности или почти круговой форме орбит шаровых скоплений. Здесь R - расстояние от центра Галактики до скопления, R_0 - масштабный параметр, имеющий размерность длины, а $\Phi = \Phi(0)$ - значение потенциала в центре, т.е. при $R=0$. Такая форма гравитационного потенциала впервые была предложена в работах [9,10] для исследования плоских орбит в поле с центральной или осевой симметрией.

Использовались данные более ста шаровых звездных скоплений, объединяющие расстояния этих скоплений от центра Галактики и от Солнца, их лучевые скорости, исправленные за эффект вращения и движения Солнца к апексу. Для расстояния Солнца от центра Галактики и соответствующей круговой скорости вращения были приняты значения: $S = 8.5$ кпк, $U_s = 220$ км с⁻¹. По методике, разработанной в работе [10], эти данные приводят к следующим значениям параметров потенциала:

$$R_0 = 3.6 \text{ кпк}; \quad \Phi_0 = 230476 \text{ км}^2 \text{ с}^{-2}. \quad (2)$$

Лучевые скорости всех скоплений будут нормированы по соответствующим скоростям освобождения V_p , т.е. будем пользоваться отношением:

$$U_0 = \frac{U}{V_p}, \quad (3)$$

для которого, очевидно, должно быть $U_0 < 1$.

Для всех рассматриваемых скоплений были определены значения угла ϑ между направлениями на центр Галактики и на Солнце с вершиной в самом скоплении.

Мы ставим перед собой задачу определения возможных форм галактических орбит шаровых звездных скоплений. При этом следует учесть, что из наблюдений могут быть получены, в основном, лучевые скорости, т.е. только одна компонента пространственной скорости скопления, за исключением небольшого числа скоплений с измеренными собственными движениями [11].

Следует проверить возможности реализации следующих двух гипотез:

- 1) орбиты шаровых скоплений могут быть только прямыми линиями.
- 2) орбиты шаровых скоплений могут быть только окружностями.

Для этого мы будем пользоваться различными критериями, с помощью которых можно придти к определенным выводам о доминирующих формах шаровых скоплений звезд в Галактике.

По первому критерию, не зависящему от выбора модели гравитационного поля Галактики, следует, что если реализуема гипотеза "все орбиты шаровых звездных скоплений прямолинейны", то все эти объекты при своих движениях могут проходить через центр Галактики. Средняя лучевая скорость объектов с малыми значениями угла ϑ (вблизи $\vartheta = 90^\circ$) будет значительно больше, чем средняя лучевая скорость тех

скоплений, угол ϑ которых близок к 90° .

Если же возможна реализация второй гипотезы "орбиты всех шаровых скоплений почти круговые", тогда картина будет противоположная, т.е. средняя лучевая скорость объектов со значениями угла ϑ вблизи 90° должна быть намного больше, чем та же величина для объектов с малыми значениям угла ϑ .

Разделим рассматриваемую совокупность шаровых звездных скоплений на две группы таким образом, чтобы в первую из них попали только скопления из интервала $60^\circ \leq \vartheta \leq 90^\circ$, а во вторую группу вошли скопления из интервала $0^\circ \leq \vartheta \leq 30^\circ$. Объекты, для которых $30^\circ < \vartheta < 60^\circ$, были исключены из рассмотрения, с целью лучшего выявления всех интересующих нас эффектов. Общее число объектов, создающих как первую, так и вторую группу, составило 58 ($N = 58$, $R > 0$, $N_1 = 32$, $N_2 = 26$). Средняя лучевая скорость для первой группы скоплений оказалась $\bar{U}_1 = 105$ км с⁻¹, а для второй группы скоплений $\bar{U}_2 = 99$ км с⁻¹ (здесь имеется в виду среднее значение модулей лучевых скоростей членов каждой группы).

Поскольку разница между этими значениями невелика, можно сказать, что они не являются характеристиками различных генеральных совокупностей. По этому признаку следует, что орбиты шаровых скоплений могут иметь различные сплюснутости, т.е. могут встречаться как почти круговые, так и сильно сплюснутые орбиты. Следовательно, наблюдения не показывают доминирования какой-нибудь одной формы орбиты.

Рассмотрим теперь по отдельности скопления, расположенные внутри области $R < 6$ кпк, и скопления, имеющиеся за пределами этой области Галактики ($R \geq 6$ кпк). По тому же критерию следует, что для первой из этих групп объектов ($R < 6$ кпк), удовлетворяющих условию $60^\circ \leq \vartheta \leq 90^\circ$, среднее значение модулей лучевых скоростей $\bar{U}_1 = 105$ км с⁻¹ ($N_1 = 25$). Что же касается объектов второй группы ($R > 6$ кпк) из интервала $53^\circ \leq \vartheta \leq 90^\circ$, имеем $\bar{U}_1 = 93$ км с⁻¹ ($N_1 = 11$), а для объектов из интервала $[0^\circ, 30^\circ]$ ($N_2 = 21$) следует $\bar{U}_2 = 106$ км с⁻¹. Среднее значение модулей лучевых скоростей скоплений, удовлетворяющих условиям $R < 6$ и $[0^\circ, 36^\circ]$, общее количество которых составило $N_2 = 10$, оказалось $\bar{U}_2 = 61$ км с⁻¹.

Анализ этих результатов убеждает нас в том, что для объектов из области $R < 6$ кпк разница средних лучевых скоростей $\bar{U}_1 - \bar{U}_2 = 105 - 61 = 44$ существенная, что свидетельствует о доминировании почти круговых орбит. В случае $R \geq 6$ кпк такая разница существенна (число объектов мало), но все же можно сделать вывод, что большинство таких скоплений движется по сильно вытянутым орбитам.

3. *Моделирование теоретических и эмпирических функций распределения.* Лучевые скорости нормировались по скоростям освобождения соответствующих мест нахождения шаровых скоплений

звезд в Галактике. Поэтому нормированная лучевая скорость скопления U_0 , имеющего почти прямолинейную орбиту, не может превосходить $\cos\vartheta$, т.е. $U_0 = \cos\vartheta$ является верхним пределом величины U_0 для прямолинейных орбит. В случае же почти круговых орбит нормированная лучевая скорость U_0 не будет больше, чем $\frac{1}{\sqrt{2}} \sin\vartheta$, т.е. $U_0 \leq 0.71 \sin\vartheta$.

На рис.1 изображены зависимости величины U_0 от угла ϑ для всех

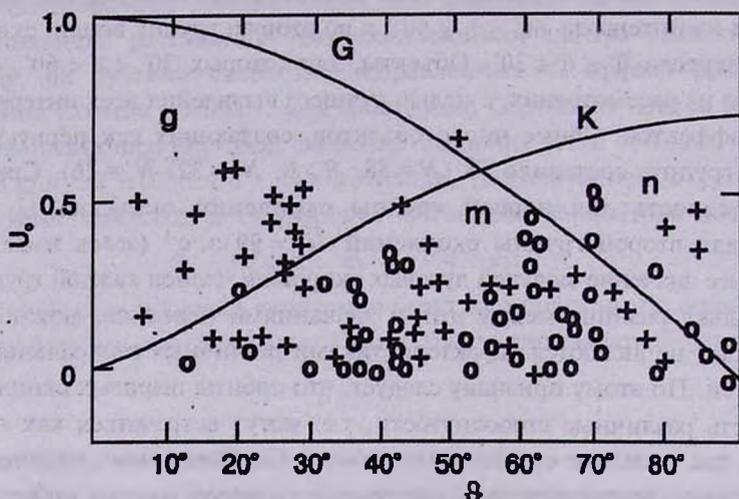


Рис.1. Распределение шаровых скоплений звезд по ϑ и U_0 (кружки - $R < 6$ кпк и крестики - $R \geq 6$ кпк). G-кривая зависимости $U_0 = \cos\vartheta$, а K-кривая зависимости $U_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin\vartheta$. рассматриваемых шаровых звездных скоплений, где также были нанесены графики функций $U_0 = \cos\vartheta$ (кривая G) и $U_0 = 0.71 \sin\vartheta$ (кривая K). При этом область, ограниченная кривыми G и K, обозначена буквой g, область же, ограниченная как этими кривыми, так и осью абсцисс, обозначена буквой m, а область между теми же кривыми и осью ординат - соответственно буквой n. Объекты, оказавшиеся в области g, движутся по прямым линиям, а объекты из области n могут описать почти круговые орбиты, тогда как остальные скопления, занимающие места в области m, могут иметь орбиты с произвольной сплюснутостью. По этим рисункам можно отметить, что при $R \geq 0$ в области g оказались только 20 скоплений, которые могут иметь сильно вытянутые орбиты, а в области m оказалось 69 объектов. Следует сказать, что часть объектов из области m может иметь почти прямолинейные орбиты, а другая часть таких объектов будет двигаться по круговым орбитам. При $R < 6$ все 43 скопления оказались в области m, а в g ни одно из них не встречается, т.е. эти объекты могут иметь только почти круговые орбиты. Что же касается скоплений с $R \geq 6$ кпк, по-видимому, они в основном движутся по сильно вытянутым орбитам. Следовательно, и по этому второму

критерию систему шаровых звездных скоплений можно разделить на две группы. В первую из них войдут объекты со значениями $R < 6$ кпк, т.е. скопления, занимающие места в центральной части Галактики и описывающие почти круговые орбиты. Во вторую группу будут входить только те скопления, для которых $R \geq 6$ кпк. В основном они могут иметь сильно вытянутые орбиты.

В общем случае сферически-симметричной модели для интеграла энергии имеем выражение:

$$V_R^2 + V_n^2 - 2\Phi(R) = I_1, \quad (4)$$

где V_R - радиальная скорость, V_n - трансверсальная скорость объекта, $\Phi(R)$ - гравитационный потенциал сферической модели Галактики, I_1 - удвоенная полная энергия движущегося объекта.

Очевидно, что при максимальном удалении движущегося объекта от центра Галактики, т.е. в апогалактии ($R_{\max} = a$) радиальная скорость $V_R = 0$. В случае прямолинейного движения $\vec{V}_n = 0$, $\vec{V} = \vec{V}_R$, $I_1 = -2\Phi(a)$. Из выражения (4) соответственно находим, что

$$V^2 = 2\Phi(R) \left[1 - \frac{\Phi(a)}{\Phi(R)} \right]. \quad (5)$$

Введем здесь понятие фазы $p = \Phi(a)/\Phi(R)$ по аналогии Эдмондсона [1] и фон Хорнера [2]. Тогда будем иметь

$$V^2 = 2\Phi(a) \frac{1-p}{p}. \quad (6)$$

Для всех скоплений при $R = a$, $p = 1$, в отличие от этого при $R = 0$, т.е. в центре Галактики, фаза $p = \Phi(a)/\Phi(0)$ для каждого скопления будет иметь свое значение, которое в нашем случае может колебаться от 0.1 до 0.3. В среднем можно считать, что $0.1 < p < 1$.

Значение фазы p каждый раз указывает примерно в какой части своей орбиты может находиться скопление в данный момент.

Интересно теперь построить плотность функции распределения фазы p , для чего можно написать, что

$$f(p) dp = 2 \frac{dt}{T}, \quad (7)$$

где T - период полного колебания объекта по R , для которого в среднем можно принять оценку:

$$T = \frac{2\pi \bar{R}}{V}. \quad (8)$$

Если будем считать, что $\bar{R} = 0.5a$ и

$$\bar{V} = \sqrt{2\Phi(a)} \sqrt{\frac{1-\bar{p}}{\bar{p}}} = \sqrt{2\Phi(a)}.$$

(принимая во внимание, что $p = 0.5$), найдем, что

$$T = \frac{\pi a}{\sqrt{2\Phi(a)}}. \quad (9)$$

Для бесконечно малого интервала времени можно найти выражение:

$$dt = \frac{\sqrt{p} dR}{\sqrt{2\Phi(a)(1-p)}}. \quad (10)$$

Теперь, выражая dR через dp , по выражению самой фазы p :

$$dR = -\frac{\Phi(a)}{\Phi'(R)} \frac{dp}{p^2} \quad (11)$$

можно написать вместо (10)

$$dt = -\frac{\sqrt{\Phi(a)}}{\sqrt{2} \Phi'(R) \sqrt{p(1-p)}} \frac{dp}{p}. \quad (12)$$

С учетом выражений (9) и (12) для плотности функции распределения фазы p имеем:

$$f(p) dp = \frac{2\Phi(R)}{\pi a \Phi'(R)} \frac{dp}{\sqrt{p(1-p)}}. \quad (13)$$

Для принятой нами здесь модели (1) эта функция распределения принимает следующий вид:

$$f(p) dp = \frac{2}{\pi} \frac{R - R_0}{a} \frac{dp}{\sqrt{p(1-p)}}. \quad (14)$$

Следовательно, в плотность функции распределения фазы p входит явно и переменная R , что создает определенную трудность для практического применения выражения (14) для всей совокупности шаровых звездных скоплений. Для преодоления усложнения мы решили произвести усреднение величины $R + R_0/a$ в пределах $(R_0/a, a + R_0/a)$, в результате чего было получено значение 0.78 и поэтому вместо (14) будем пользоваться выражением:

$$f(p) dp = \frac{1.56}{\pi} \frac{dp}{\sqrt{p(1-p)}}. \quad (15)$$

Следует отметить, что это выражение определяет вероятность того, что значение фазы p может оказаться в интервале $(p, p + dp)$, при

реализации гипотезы "орбиты всех шаровых скоплений только прямые линии". В таком случае для полной скорости скопления будем иметь

$$V = \frac{U}{\cos\vartheta}. \quad (16)$$

Поэтому по формуле (5) можно написать, что

$$\frac{U^2}{\cos^2\vartheta} = 2(1-p)\Phi(R). \quad (17)$$

Согласно условию нормировки лучевых скоростей (3) имеем

$$U = U_0 \sqrt{2\Phi(R)}. \quad (18)$$

Следовательно, для фазы p находим

$$p = 1 - \frac{U_0^2}{\cos^2\vartheta}, \quad (19)$$

с помощью чего были построены гистограммы распределения этой фазы шаровых скоплений на рис.2 и 3 для трех случаев $R > 0$, $R < 6$, $R > 6$. Для сравнения на этих же рисунках представлены теоретические кривые плотности распределения фазы p по закону (15). Следует учесть, что в указанных здесь случаях имеют место следующие соотношения:

$$Nf(p)\sqrt{p(1-p)} = \begin{cases} 5 & \text{при } R \geq 0, N = 98, \\ 2.45 & \text{при } R < 6, N = 48, \\ 2.55 & \text{при } R \geq 6, N = 50. \end{cases} \quad (20)$$

По этим же рисункам можно сказать, что совпадение эмпирических и теоретических распределений в общем не совсем удовлетворительно, что более заметно в случаях $R < 6$ кпк, чем при $R > 0$ или $R \geq 6$ кпк. Этот факт еще раз указывает на то, что шаровые скопления, расположенные в периферии Галактики, могут двигаться по более вытянутым орбитам, чем те скопления, которые встречаются в центральной части.

При обсуждении рис.1 было отмечено, что объекты, находящиеся в области m , на этих рисунках могут иметь как сильно вытянутые, так и почти круговые орбиты.

Интересно теперь выяснить, каковы могут быть соотношения этих двух видов орбит в этой области, для чего удобно ввести новый параметр

$$y = \frac{U_0}{\cos\vartheta}. \quad (21)$$

Тогда для фазы p , согласно формуле (19), имеем:

$$p = 1 - y^2. \quad (22)$$

Следовательно, плотность функции распределения этого параметра

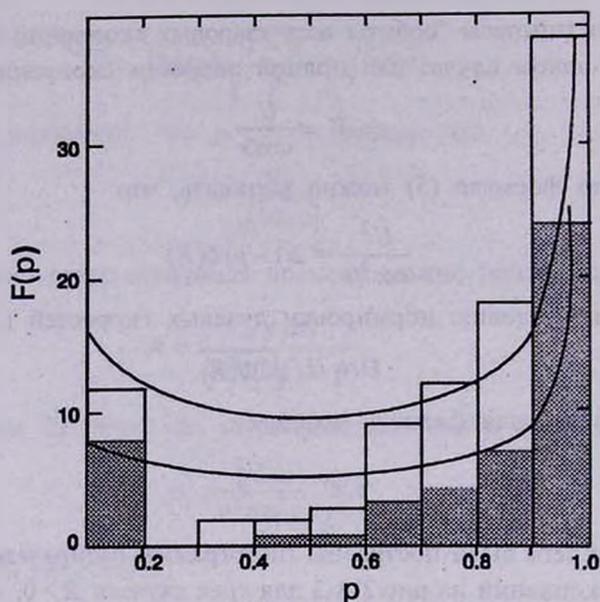


Рис.2. Гистограммы и графики теоретических функций плотности распределения шаровых звездных скоплениях по фазе p (нижняя кривая с заштрихованной гистограммой соответствует скоплениям с $R < 6$ кпк, а верхняя кривая с незаштрихованной гистограммой соответствует случаю $R \geq 0$ кпк.

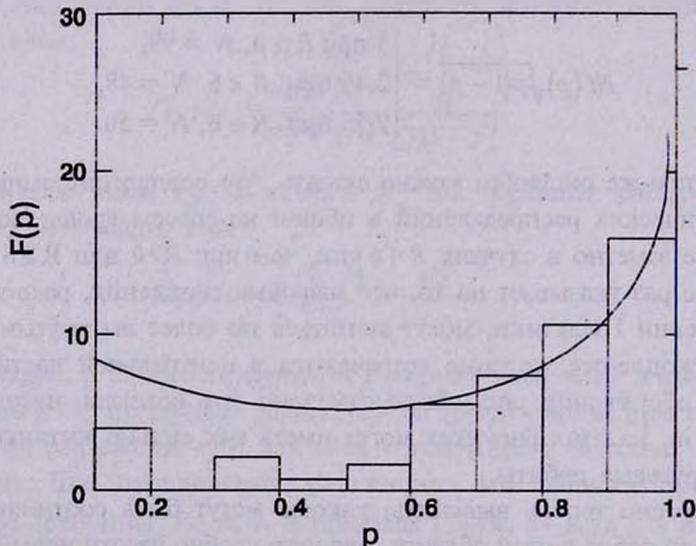


Рис.3. Гистограмма и график теоретической функции плотности распределения шаровых скоплениях по фазе p при $R \geq 6$ кпк.

по выражению (15) должна иметь вид:

$$f(y) dy = \frac{dy}{\sqrt{1-y^2}}, \quad (23)$$

в результате интегрирования которого находим функцию:

$$f(y) dy = \frac{dy}{\sqrt{1-y^2}}, \quad (24)$$

определяющую вероятность того, что y может принимать свои значения из некоторого интервала $[0, y]$.

Вероятность того, что величина U_0 свои значения будет принимать из интервала $0 \leq U_0 \leq 0.71 \sin \vartheta$ (т.е. чтобы объект с заданным углом ϑ занял место в области m), равна $F(0.71 \operatorname{tg} \vartheta)$, а вероятность попадания объекта в области g соответственно равна $1 - F(0.71 \operatorname{tg} \vartheta)$. Следует отметить, что величина

$$q(\vartheta) = \frac{F(0.71 \operatorname{tg} \vartheta)}{1 - F(0.71 \operatorname{tg} \vartheta)} \quad (25)$$

выражает соотношение чисел объектов, содержащихся в областях m и g при заданном ϑ . Ожидаемое число скоплений с сильно вытянутыми орбитами из области m будет равно соответственно произведению $q \times g$. Тогда все остальные скопления, находящиеся в области m , будут обладать почти круговыми орбитами. Расчеты были выполнены только для объектов со значениями угла ϑ в пределах от 0° до 45° . Этот интервал был разбит соответственно на подинтервалы: $[0^\circ, 15^\circ]$, $[15^\circ, 30^\circ]$ и $[30^\circ, 45^\circ]$, с центрами $10^\circ.0$; $22^\circ.5$; $37^\circ.5$. Результаты вычислений представлены в табл. 1 и 2.

Анализ этих данных позволяет сделать вывод, что при $R \geq 0$ скопления,

Таблица 1

$R \geq 0$ кпк

| Интервал ϑ | Центр | q | g | m | qg | $m - qg$ |
|-----------------------------------------|--------------|------|-----|-----|------|----------|
| $0^\circ \leq \vartheta < 15^\circ$ | $10^\circ.0$ | 0.14 | 6 | 2 | 0.84 | 1.16 |
| $15^\circ \leq \vartheta < 30^\circ$ | 22.5 | 0.40 | 11 | 8 | 4.4 | 3.6 |
| $30^\circ \leq \vartheta \leq 45^\circ$ | 37.5 | 1.02 | 2 | 20 | 2.04 | 17.96 |

Таблица 2

$R \geq 6$ кпк

| Интервал ϑ | Центр | q | g | m | qg | $m - qg$ |
|-----------------------------------------|--------------|------|-----|-----|------|----------|
| $0^\circ \leq \vartheta < 15^\circ$ | $10^\circ.0$ | 0.14 | 4 | 0 | 0.56 | -0.56 |
| $15^\circ \leq \vartheta < 30^\circ$ | 22.5 | 0.40 | 11 | 5 | 4.4 | 0.6 |
| $30^\circ \leq \vartheta \leq 45^\circ$ | 37.5 | 1.02 | 2 | 6 | 2.04 | 3.96 |

образующие область m на рис.1, могут иметь орбиты с произвольной сплюснутостью, тогда как при $R \geq 6$ кпк объекты, оказавшиеся в той же области, в большинстве случаев могут двигаться по сильно вытянутым орбитам. Что же касается скоплений, находящихся в центральной части ($R < 6$ кпк) Галактики, то, как видно из рис.1, они совсем не встречаются в области g и поэтому могут двигаться только по почти круговым орбитам.

Здесь необходимо отметить, что по имеющимся данным [8] химического состава шаровые звездные скопления со значениями $R < 6$ кпк богаче тяжелыми элементами, чем скопления, для которых $R \geq 6$ кпк.

Следовательно, можно сказать, что скопления первой из этих групп могли быть образованы на более поздней стадии эволюции нашей Галактики, чем скопления второй группы. Поэтому шаровые скопления, занимающие в настоящее время места внутри области $R < 6$ кпк, являются молодыми образованиями по сравнению с теми скоплениями, которые оказались за пределами этой области.

4. *Основные выводы.* Результаты наших исследований можно резюмировать следующим образом:

1) Результаты статистического изучения вопроса о сплюснутости орбит шаровых звездных скоплений почти не обнаруживают зависимости от формы гравитационного потенциала.

2) По разным критериям и различным формам сферически-симметричного потенциала установлено, что по степени сплюснутости орбит шаровые звездные скопления объединяются в двух различных группах. В частности, скопления, находящиеся вблизи центра Галактики ($R < 6$ кпк), в основном движутся по почти круговым орбитам, тогда как более удаленные от центра ($R \geq 6$ кпк) скопления могут иметь сильно вытянутые орбиты.

3) Оценки средних значений индекса металличности для каждой из этих групп скоплений еще раз убеждают нас в том, что объекты, находящиеся за пределами сферы радиуса $R=6$ кпк, могли бы образовываться на более ранней стадии развития Галактики, нежели скопления, расположенные внутри этой сферы.

4) Почти сорок лет назад Вайцекер [12] заметил, что процесс гидродинамического развития шаровых звездных скоплений не соответствует процессу развития крупномасштабных систем (галактик). Он впервые высказал свою точку зрения по поводу возможного преждевременного прекращения процесса гидродинамического развития шаровых звездных скоплений в результате потери ими некоторого количества газо-пылевого вещества в столкновениях с более плотными облаками подобной же материи при пересечении плоскости симметрии Галактики. Результаты наших исследований созвучны с такой гипотезой Вайцекера.

5) Более богатые тяжелыми элементами шаровые скопления первой группы ($R < 6$ кпк) должны быть и более молодыми образованиями. Не исключена возможность, что процесс образования в центральной части Галактики продолжается и в настоящую эпоху. При этом факт почти полного отсутствия рассеянных звездных скоплений в этой области говорит о том, что происходящие там процессы препятствуют формированию и развитию звездных систем со сравнительно малыми массами и размерами.

Абастуманская астрофизическая обсерватория АН Грузии,
Тбилисский государственный университет им. Ив. Джавахишвили,
Грузия

ON STATISTICAL ANALYSIS OF MOTION OF GLOBULAR STELLAR CLUSTERS IN THE GALAXY

R.M.DZIGVASHVILI, G.A.MALASIDZE, T.G.MDZINARISHVILI

A study of regularities of motion of stellar globular clusters can answer a number of questions of interest concerning their evolution and general structure of the Galaxy. Solution of the problem on the orbits of these objects involves knowledge of initial conditions of motion and setting of the gravitational potential expression of the galaxy regular field. On the whole, here the situation is complicated due to the fact that regardless of a certain progress in estimation of proper motions of stellar globular clusters only their radial velocities can be evaluated from observations. Consequently statistical methods of possible forms of the galactic orbits for these formations are to be used. In the present paper, based on new, comparatively abundant observational data an statistical investigation of possible forms of orbits for about a hundred globular clusters has been fulfilled and the problem of galaxy gravitational potential modification effect on investigation results is studied.

ЛИТЕРАТУРА

1. *F.E.Edmondson*, *Astron. J.*, 45, 1, 1935.
2. *S. von Hoerner*, *Z. Astrophys.*, 35, 255, 1955.
3. *W.Lohmann*, *Z. Astrophys.*, 30, 234, 1952.
4. *T.D.Kinman*, *Mon. Notis. Roy. Astron. Soc.*, 119, 157, 1959.
5. *L.Perek*, "Zpravy astron. Ustavu Masarykovy univ. Brne", 1, 12, 1, 1954.
6. *Г.А.Маласидзе, Р.М.Дзигвашвили*, *Астрофизика*, 37, 632, 1994.
7. *R.F.Webbink*, *Dynamics of Star Clusters*, Eds T. Goodman, R. Hut, IAU, 1985.
8. *C.Pryor, G.Meylan*, *ESO Scientific prepr.*, 932, 27, 1993.
9. *Г.Г.Кузьмин, Г.А.Маласидзе*, *Публ. Тартуск. астрофиз. обсерв.*, 38, 181, 1969.
10. *Г.А.Маласидзе*, *Бюлл. Абастум. астрофиз. обсерв.*, 40, 123, 1971.
11. *B.Dauphole, M.Geffert, J.Colin, C.Ducourant, M.Odenkirchen, H.-J. Tucholke*, *Astron. Astrophys.*, 30, 10, 1994.
12. *C.F. von Weizeker*, *Z. Astrophys.*, 35, 252, 1955.