

УДК: 524.6:524.5

ОБ ЭВОЛЮЦИИ ФРАКТАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ МЕЖЗВЕЗДНЫХ ОБЛАКОВ ГАЛАКТИКИ

В.Г.ГОРБАЦКИЙ, П.А.ТАРАКАНОВ

Поступила 10 августа 1997

Рассматривается внутренняя устойчивость фрактальной структуры межзвездных облаков Галактики. Выяснены условия, при которых гравитационные взаимодействия элементов приводят к разрушению фрактальной структуры. Произведены модельные численные расчеты и аналитические оценки характерного времени распада структур. Выясняется, что это время того же порядка, как и определяемое из наблюдений время жизни межзвездных молекулярных облаков.

1. *Введение.* Результаты исследований строения межзвездной среды (МЗС) галактики привели к выводу, что ее структура не только иерархична, но и фрактальна. Основанием для такого заключения послужило подобие изофот, испускаемого молекулами CO излучения гигантских молекулярных облаков (ГМО), фрактальность границ облаков, устанавливаемая по виду зависимости между площадью и периметром облака, и изучение межзвездной экстинкции [1-3,6]. Для облаков нейтрального водорода также был сделан вывод о фрактальности их границ [5].

Проблема образования фрактальных структур в МЗС еще далека от решения. Согласно одной из распространенных точек зрения оно обусловлено действием сверхзвуковой турбулентности в межзвездном газе [4]. В данной работе приводятся некоторые из результатов численных расчетов, относящихся к устойчивости уже существующих фрактальных облаков. Они могут быть полезными при изучении механизмов формирования фрактальной структуры МЗС.

2. *Понятие о динамических фракталах.* При построении искусственных геометрических самоподобных фракталов делаются следующие предположения:

1. Нет наименьшего элемента - размер "клеток" $\delta \rightarrow 0$.
2. Совершается предельный переход - число "клеток" $\rightarrow \infty$.
3. Предполагается неограниченность фрактала в пространстве.

Самоподобие означает, что каждая область фрактала имеет такое же строение, что и большая в любое число раз часть фрактала. Важнейшее свойство таких фракталов - *скейлинг*, что означает:

- а) масштабную инвариантность,

б) сдвиговую инвариантность.

В естественных фрактальных структурах условия 1-3 не выполняются. В каждой модели должно предполагаться существование наименьшего объекта - элемента фрактала с масштабом $r_0 > 0$ и конечность характерного размера фрактала R . Вблизи его границ фрактальность неполная [7]. Таким образом, о фрактальности можно говорить, если $r_0 \ll R$ и при значениях r , удовлетворяющих неравенствам $r_0 \leq r < R$. В таких случаях лучше говорить о "квазифрактальности".

Важнейшей особенностью фракталов в МЗС является необходимость учитывать гравитационное взаимодействие между элементами фрактала. Оно приводит к движениям элементов, и о самоподобии можно говорить только в статистическом смысле. Такие фракталы будем называть "динамическими".

3. *Структура динамических фракталов в МЗС.* Моделирование облаков в МЗС в предположении их фрактальности производилось в работе [8]. При этом на модельную структуру накладывался ряд условий:

1. Для каждого элемента фрактала имеет место вириальное равновесие, то есть выполняется равенство

$$2W_{i-1} + \Phi_i = 0 \quad i = 1, \dots, N, \quad (1)$$

где Φ_i - потенциальная энергия этого элемента, W_{i-1} - суммарная кинетическая энергия подэлементов данного элемента, N - количество уровней фрактальности.

2. Масштаб r_i структуры уровня с номером i велик по сравнению с масштабом r_{i-1} соответствующего подуровня. В частности, принималось, что

$$\frac{r_{i-1}}{r_i} = \alpha < 0.2. \quad (2)$$

3. Гравитационное взаимодействие учитывается только в пределах уровня i , т.е. предполагается, что на его элементы не действует тяготение элементов уровня $i+1$.

В динамических фракталах действуют внутренние процессы, обусловленные движением элементов, содержащихся на данном уровне, и внешние процессы, связанные с гравитационными воздействиями со стороны элементов следующих уровней. В модели [8] внешние воздействия из рассмотрения исключаются в связи с малостью α . Справедливость этого предположения обсуждается ниже.

Так как фрактальные структуры не являются аналитическими, изучать эволюцию динамических фракталов можно лишь путем численных расчетов. Для таких расчетов необходимо задание параметров, определяющих

модель.

Первая группа параметров - внешние, то есть задаваемые на основе наблюдений: масса всей системы M и наименьшего элемента - m_0 , соответствующие размеры R и r_0 .

Другая группа параметров определяет структуру самоподобного динамического фрактала:

N - число уровней фрактальности (m_0 - нулевой уровень),

s - число подэлементов любого данного элемента.

Основной параметр модели - фрактальная размерность D - определяется по соотношению

$$\frac{M}{m_0} = \left(\frac{R}{r_0} \right)^D \quad (3)$$

Параметры N и s также связаны зависимостью

$$N \lg s = \lg \frac{M}{m_0} \quad (4)$$

Таким образом, независимым от данных наблюдений является всего один параметр.

В работе [8] при расчетах фрактальной структуры используется значение $m_0 \approx 10^{-3} M_\odot$. Так как $M = M \leq 10^6 M_\odot$, то

$$N \lg s \leq 9. \quad (5)$$

Если принять число уровней фрактальности не очень малым ($N \geq 5$), то $\lg s \leq 2$ и $s < 100$. Однако ряд авторов дает для s значения в интервале $3 \leq s \leq 10$ [9,10]. Поскольку величина $D \geq 2$ и верно отношение

$$\alpha = \frac{r_{i-1}}{r_i} = s^{-\frac{1}{D}}, \quad (6)$$

то $\alpha > 0.3$. Это противоречит условию (2), и при таких значениях α внешние воздействия на элементы фрактала могут быть слишком значительны, чтобы ими пренебрегать. В частности, они могут нарушить вириальное равновесие структуры и тем самым привести к ее разрушению. Прежде чем перейти к обсуждению этого вопроса, следует выяснить, в какой мере вообще соотношение (1) выполняется при малом значении s . Для квазистационарного динамического фрактала это условие должно выполняться на всех уровнях в течение достаточно долгого времени [11].

4. *Вычисление потенциальной энергии элементов динамического фрактала.* По определению физического "квазифрактала" для отношения масс m_{i-1} и m_i соответствующих элементам на уровнях с номерами $i-1$ и i , выполняется условие:

$$\frac{m_{i-1}}{m_i} = \left(\frac{r_{i-1}}{r_i} \right)^D. \quad (7)$$

Для рассматриваемой модели фрактала

$$m_i = s m_{i-1}. \quad (8)$$

Отсюда для массы и радиуса элемента на произвольном уровне i :

$$m_i = M \cdot s^{i-N}, \quad (9)$$

$$r_i = R \cdot s^{(i-N)/D}. \quad (10)$$

Рассматривая подэлементы как материальные точки, входящую в соотношение (1) потенциальную энергию элемента Φ_i , соответствующего i -тому уровню, можно вычислить, используя известное выражение для потенциальной энергии системы точек, т.е.

$$\Phi_i = -G \sum_{1 \leq l < k \leq s} \frac{m_l m_k}{r_{lk}^{(i)}}, \quad (11)$$

где $r_{lk}^{(i)}$ - расстояние между l -ым и k -ым подэлементами для i -ого уровня фрактала. Введем набор безразмерных коэффициентов $\beta_{lk}^{(i)}$, задающих распределение подэлементов в элементе, которое меняется со временем "случайным" образом:

$$r_{lk}^{(i)} = \beta_{lk}^{(i)} r_i. \quad (12)$$

При обозначении

$$\kappa^{(i)} = \sum_{1 \leq l < k \leq s} 1/\beta_{lk}^{(i)} \quad (13)$$

формула (1) принимает вид:

$$\Phi_i = -\kappa^{(i)} G \frac{m_{i-1}^2}{r_i} = -\frac{\kappa^{(i)}}{s^2} G \frac{m_i^2}{r_i}. \quad (14)$$

Сравнивая (14) с обычным выражением, определяющим потенциальную энергию однородного шара, равную $\frac{3}{5} G \frac{M^2}{R}$, находим

$$\varphi = \frac{5\kappa^{(i)}}{3s^2} = -\frac{\Phi_i}{\frac{3}{5} G \frac{m_i^2}{r_i}}. \quad (15)$$

Параметр φ имеет смысл потенциальной энергии элемента, нормированной к потенциальной энергии однородного шара той же массы и радиуса.

Строго говоря, использование теоремы о вариале возможно только при малой дисперсии распределения параметра φ . При $s \gg 1$ произвольное

распределение подэлементов в элементе не должно сильно отклоняться от равномерного и ϕ можно считать не зависящим от времени.

Для оценки дисперсии параметра ϕ при малых значениях s производился численный эксперимент. Точки, соответствующие подэлементам, предполагались распределенными в объеме элемента равномерно-случайным образом. Для большого числа реализаций при $s = 3, 5, 10, 15, 20, 30$ были получены частотные распределения величины ϕ , которые приводятся на рис.1. Из результатов расчетов следует, что дисперсия ϕ уже достаточно мала при $s > 5$ и с увеличением s быстро уменьшается. Таким образом, уже для значений $s > 5$ допустимо использовать величину $\phi \approx 1$ (и $\frac{\kappa^{(i)}}{s^2} \approx \frac{3}{5}$). Следовательно, теорема о вириале может быть использована с достаточной точностью даже при малом количестве взаимодействующих точек.

Теперь можно получить выражение для полной потенциальной энергии фрактала. Она складывается из потенциальных энергий всех элементов всех уровней (на i -ом уровне содержится s^{N-i} элементов), и для нее верна формула:

$$\Phi = -\frac{3}{5} G \frac{M^2}{R} \left(1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \dots + \frac{1}{x^{N-1}} \right), \quad (16)$$

$$x = s^{1-1/D}$$

которую можно сокращенно переписать в виде:

$$\Phi = -\frac{3}{5} G \frac{M^2}{R} x^{1-N} \frac{1-x^N}{1-x}. \quad (17)$$

Также из формул (1) и (14) следует выражение для средней скорости движения элементов любого уровня фрактала:

$$\langle v_i \rangle = \sqrt{\frac{3GM}{5R}} \left(s^{1-1/D} \right)^{\frac{1-N+1}{2}}. \quad (18)$$

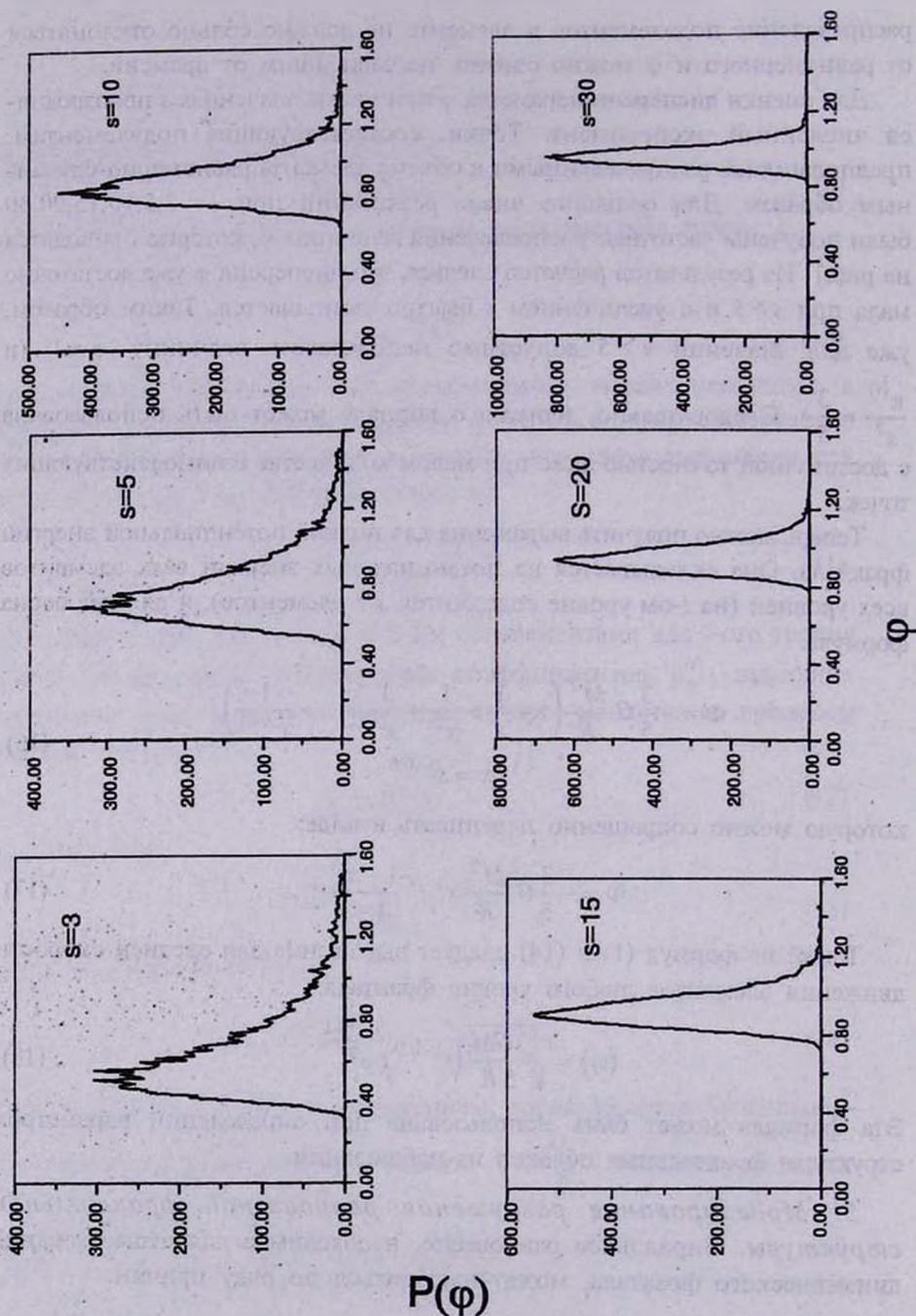
Эта формула может быть использована при определении параметров структуры фрактальных облаков из наблюдений.

5. Моделирование разрушения равновесной фрактальной структуры. Вириальное равновесие, необходимое для существования динамического фрактала, может нарушиться по ряду причин:

1. Столкновения подэлементов.

(а) Контактные - при которых происходит диссипация кинетической энергии на данном уровне.

(б) Гравитационные взаимодействия - приводящие к "испарению" (уходу) подэлементов.



2. Столкновения элементов.

(а) Контактные

(б) Гравитационные взаимодействия - с другими элементами (внешними), сказывающиеся на состоянии самих подэлементов.

Действие факторов 1a, 1b, 2a рассмотрено качественно в работе [8] в предположении об отсутствии внешних гравитационных воздействий на элемент (соответствующих 2b), поскольку принималось, что $\alpha < 0.2$. Но на самом деле (как было показано выше) это предположение не оправдывается при $s \leq 10$ и $D \approx 2$. Для оценки времени разрушения элемента структуры $t_{disrupt}$ внешними гравитационными воздействиями был выполнен численный эксперимент. При этом для элемента данного уровня не учитывалось воздействие элементов более высоких, чем соседний, уровней. Поэтому достаточно рассматривать эволюцию (в зависимости от параметра $\alpha = \frac{r_{i-1}}{r_i}$) модели двухуровневого самоподобного динамического фрактала ($i = 1, 2$), каждый из элементов которого в начальный момент времени предполагается находящимся в вириальном равновесии. Элемент считается распавшимся, когда он становится гравитационно несвязанным. Параметрами задачи являются величины m_1, r_1, s, α .

Из расчетов следует, что элемент радиуса r_1 как целое сохраняется до тех пор, пока расстояние его центра до центра соседнего элемента остается больше r_1 . На меньших расстояниях он теряет свою идентичность, так как полная энергия содержащихся в нем подэлементов становится положительной. Таким образом, $t_{disrupt}$ - характерное время сближения на расстояние "неполного слияния".

В ходе расчета выяснилось, что данный элемент до встречи с другим элементом обычно движется прямолинейно. Поэтому можно получить оценку $t_{disrupt}$ аналитическим путем. Такая оценка производится при предположении, что возмущающие элементы распределены вокруг рассматриваемого по сфере радиуса r_2 равномерно-случайным образом и при этом неподвижны. Данный элемент должен двигаться как целое в направлении максимальной концентрации возмущающих элементов и считается распавшимся, когда его расстояние до них становится равным r_1 .

При достаточно большом числе элементов существуют флуктуации их распределения. Для аналитической оценки $t_{disrupt}$ совокупность возмущающих элементов заменим одним притягивающим центром, созданным максимальной флуктуацией. Отсюда следует, что при количестве внешних элементов, равном $s - 1$, притягивающий центр имеет массу $m_1 \sqrt{s-1}$. Время $t_{disrupt}$ соответствует времени свободного падения на тело массы $m_1 \sqrt{s-1}$ с расстояния r_2 до r_1 . В этом приближении

$$t_{disrupt} = \left(\frac{r_1^3}{4Gm_1 \sqrt{\frac{s-1}{2}}} \right)^{1/2} \left(\frac{\arctg \sqrt{\frac{1}{\alpha} - 1}}{2} \alpha^{-3/2} + \frac{\sqrt{\frac{1}{\alpha} - 1}}{2\sqrt{\alpha}} \right). \quad (19)$$

Сравним результаты численного расчета $t_{disrupt}$ с оценками по формуле (19). При этом примем следующие значения параметров: $m_1 = 0 M_\odot$, $r_1 = 1 \text{ пк}$, $s = 10$. Соответствующие данные приведены в табл.1 (численные оценки усреднены по нескольким реализациям). Они показывают, что различие значений $t_{disrupt}$, полученных обоими способами, мало. Поэтому для оценок $t_{disrupt}$ эта формула оказывается достаточно точной.

Таблица 1

СРАВНЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ($t_{disrupt}^{(a)}$) И ЧИСЛЕННОЙ ($t_{disrupt}^{(n)}$) ОЦЕНОК ВРЕМЕНИ РАСПАДА ЭЛЕМЕНТА (В ГОДАХ).

α	$t_{disrupt}^{(n)}$	$t_{disrupt}^{(a)}$
0.1	$4.67 \cdot 10^7$	$4.50 \cdot 10^7$
0.2	$1.83 \cdot 10^7$	$1.56 \cdot 10^7$
0.3	$7.92 \cdot 10^6$	$8.00 \cdot 10^6$
0.4	$4.56 \cdot 10^6$	$4.71 \cdot 10^6$
0.5	$2.44 \cdot 10^6$	$2.94 \cdot 10^6$

Из всех факторов, рассмотренных в работе [8] (1a,1b,2a), при малых s наименьшие значения $t_{disrupt}$ дают контактные столкновения подэлементов. Однако сравнение этих значений с величинами $t_{disrupt}$, полученными по формуле (19) (см. табл.2), показывает, что последние в 2-3 раза меньше. Поэтому распад элементов фрактала определяется при $s \leq 10$, главным образом, гравитационными взаимодействиями с элементами того же уровня.

Таблица 2

ВРЕМЯ РАСПАДА ЭЛЕМЕНТА ($m = 10^5 M_\odot$, $r = 30 \text{ пк}$) ПОД ДЕЙСТВИЕМ ВНЕШНИХ ВОЗМУЩЕНИЙ (В ГОДАХ).

s	3	5	10	15	20
$D=1.5$	$7.57 \cdot 10^6$	$1.16 \cdot 10^7$	$1.99 \cdot 10^7$	$2.73 \cdot 10^7$	$3.38 \cdot 10^7$
$D=2.0$	$5.31 \cdot 10^6$	$7.28 \cdot 10^6$	$1.08 \cdot 10^7$	$1.34 \cdot 10^7$	$1.56 \cdot 10^7$
$D=2.5$	$4.19 \cdot 10^6$	$5.39 \cdot 10^6$	$7.29 \cdot 10^6$	$8.61 \cdot 10^6$	$9.64 \cdot 10^6$

Отметим важный вывод, следующий из данных, приведенных в табл.2: время существования динамического фрактала при $\alpha \in \{0.1...0.5\}$ составляет $3 \cdot 10^6 \leq \tau \leq 3 \cdot 10^7$ лет, то есть оно того же порядка, что и время жизни молекулярных облаков умеренных масс ($M \leq 10^5 M_{\odot}$), определяемое из наблюдений.

Результаты расчетов показали, таким образом, что использование в качестве модели облаков МЗС самоподобных фракталов не приводит к внутренним противоречиям. Однако при этом количество элементов в подэлементе z нужно принимать значительным (≥ 10) и, соответственно, число уровней N - не очень большим (5)-(7). В противном случае модель облака быстро теряет устойчивость.

Астрономический институт Санкт-Петербургского
государственного университета, Россия

ON THE EVOLUTION OF FRACTAL STRUCTURE OF THE INTERSTELLAR CLOUDS OF GALAXY

V.G.GORBATSKY, P.A.TARAKANOV

The internal stability in the interstellar clouds of Galaxy having fractal structure is considered. Gravitational interactions between the elements of fractal may disrupt its structure. The conditions of disruption are found. The numerical calculations of disruption time are made as well as the estimations of this time in analytical way. As it is found disruption time for dynamical fractals is of the same order as the life time of molecular clouds determined from observations.

ЛИТЕРАТУРА

1. *J.Scalo*, in "Physical Processes in Fragmentation and Star Formation", eds R.Capuzzo-Dolcetta et al., Kluwer Dordrecht, 1990, p.151.
2. *E.Falgarone, T.Phillips, C.K.Walker*, *Astrophys. J.*, 378, 186, 1991.
3. *E.Falgarone, J.-L.Pugel, H.Pérault*, *Astron. Astrophys.*, 257, 715, 1992.
4. *E.Falgarone, T.Phillips*, *Astrophys. J.*, 350, 399, 1990.

5. *M.G.R.Vogelaar, B.P.Wakker*, *Astron. Astrophys.*, **291**, 557. 1994.
6. *R.N.Henricksen*. *Astrophys. J.*, **377**, 500, 1991.
7. *H.Coleman, L.Pietronero*, *Phys. Rep.*, **213**, 313. 1992.
8. *D.Pfenniger, F.Combes*, *Astron. Astrophys.*, **285**, 94, 1994.
9. *J.Cernicharo*, in "The Physics of Stellar Formation and Early Stellar Evolution", eds. C.J.Lada, N.D.Kylafis, 1991. p.287.
10. *P.Houllahan, J.Scalo*, *Astrophys. J.*, **393**, 172. 1992.
11. *В.Г.Горбацкий, А.Б.Кириенко*, *Астрон.ж.*, **73**, 170, 1996.