

УДК: 524.575-333

СПЕКТР МАСС СИСТЕМЫ НЕОДНОРОДНЫХ МЕЖГАЛАКТИЧЕСКИХ ОБЛАКОВ

А.С.СОКОЛОВ

Поступила 10 мая 1997

Принята к печати 3 июля 1997

Посредством численного решения уравнения Смолуховского приведено исследование возможного влияния внутренней структуры межгалактических облаков на их асимптотический спектр масс $n(m, t \rightarrow \infty)$. Учет внутренней структуры (неоднородности, фрактальности) приводит к зависимости между массой и радиусом облака вида $m \propto R^k$; при расчетах использовались значения параметра k из промежутка [1.5; 3]. Получены значения наклона $q(k)$ асимптотического спектра масс для различных участков спектра при различных начальных условиях ($n(m, t = 0)$). Показано, что наклон асимптотического спектра сильно зависит от параметра k , характеризующего степень неоднородности распределения вещества в облаках. Получена самогласованная оценка фрактальной размерности межгалактических облаков, уточняющая ранее найденное значение.

1. *Введение.* Одной из основных характеристик ансамбля межгалактических облаков, обнаруженных по системам абсорбционных линий L_α в спектрах квазаров (так называемый " L_α -лес"), является спектр масс $n(m, t)$ облаков. Эволюция спектра определяется различными факторами, среди которых слияние облаков при столкновениях должно играть существенную роль. Для изучения эволюции спектра масс межгалактических облаков в [1] было предложено использовать кинетическое уравнение коагуляции (уравнение Смолуховского), которое позволяет учесть все возможные парные столкновения облаков, не рассматривая распределение и движение облаков в пространстве, при известной вероятности столкновения двух облаков произвольных масс. Использование уравнения Смолуховского является одним из самых простых и наиболее хорошо разработанных методов исследования эволюции спектра масс.

Вероятность слияния облаков зависит от их размеров. Чем больше размеры облаков, тем больше вероятность их столкновения и слияния. Таким образом, для решения уравнения Смолуховского необходимо задать соотношение между массой и радиусом облака, которое определяется особенностями его внутреннего строения (распределение плотности в облаке, фрактальность структуры). На возможную неоднородность облаков указано в [3]. В дальнейшем предполагается, что плотность в облаке зависит от расстояния r до центра облака по закону $\rho(r) \propto r^{-p}$, причем показатель степени p один и тот же для всех облаков. Вводя параметр

$k = 3 - p$, характеризующий степень неоднородности распределения вещества в облаке, для облака с массой m и радиусом R получим соотношение:

$$m \propto R^k. \quad (1)$$

При расчетах ограничимся значениями параметра k из промежутка $[1.5, 3]$. Случай $k = 3$ соответствует однородным облакам, причем плотность в облаках разных размеров одинакова. Для $k < 3$ плотность в центре облака максимальна и монотонно убывает к краю облака.

Отметим, что для облаков, обладающих фрактальной структурой, соотношение между массой облака и его радиусом также можно представить в виде (1). При этом параметр k будет равен фрактальной размерности облака.

Изучение эволюции спектра масс системы однородных облаков [2] показало, что за время порядка 1 млрд. лет спектр масс выходит на режим самоподобной эволюции. После этого форма спектра практически не меняется, т.е. имеет место соотношение $n(m, t) = c(t) f(m)$, в котором функция $f(m)$ от времени не зависит. Как показывают расчеты [2], асимптотический спектр масс межгалактических облаков не может быть представлен в виде степенной функции $n(m) \propto m^{-q}$ с единым для всех масс показателем степени (наклоном, если представлять спектр в логарифмическом масштабе). Тем не менее такое представление часто используется. В данной работе приводятся результаты численного исследования влияния возможной внутренней структуры межгалактических облаков, которая выражается через параметр k , на наклон их асимптотического спектра масс.

2. *Постановка задачи.* Будем считать, что межгалактические облака имеют сферическую форму и предположим, что концентрация облаков с данной массой (число облаков в единице объема) зависит только от времени и не зависит от пространственных переменных. Будем учитывать только парные столкновения облаков. Предположим, что два облака независимо от скорости их относительного движения сливаются в одно более массивное облако, как только расстояние между их центрами окажется меньше суммы их радиусов.

Уравнение коагуляции для системы частиц (межгалактических облаков) со стоком на правом конце спектра имеет вид (см. [4]):

$$\frac{\partial n(m, t)}{\partial t} = \begin{cases} -L(m, t), & \text{если } m \in [m_{\min}, 2m_{\min}) \\ -L(m, t) + G(m, t), & \text{если } m \in [2m_{\min}, m_{\max}), \end{cases} \quad (2)$$

$$G(m, t) = \frac{1}{2} \int_{m_{\min}}^{m - m_{\min}} K(m', m - m', t) n(m', t) n(m - m', t) dm', \quad (3)$$

$$L(m, t) = n(m, t) \int_{m_{\min}}^{m_{\max}} K(m, m', t) n(m', t) dm' \quad (4)$$

Величина $G(m, t)$ описывает скорость увеличения количества облаков массы m за счет слияния облаков меньших масс. Величина $L(m, t)$ описывает скорость уменьшения количества облаков массы m за счет слияния этих облаков с облаками любых масс из промежутка $[m_{\min}, m_{\max}]$. Считается, что облака с массой $m > m_{\max}$ превращаются в галактики, поэтому такие облака исключаются из рассмотрения. Заметим, что облака с массами $m < 2m_{\min}$ не могут образовываться за счет слияния облаков меньших масс. В уравнениях (2), (3) и (4) для нас наибольший интерес представляет ядро уравнения Смолуховского

$$K(m, m', t) = \sigma(m, m', t) \bar{V}(m, m', t), \quad (5)$$

где $\sigma(m, m', t)$ есть сечение столкновения облаков с массами m и m' , а $\bar{V}(m, m', t)$ - средняя относительная скорость движения облаков с массами m и m' . Учет гравитационного взаимодействия сближающихся облаков в рамках задачи двух тел приводит к следующему выражению для сечения столкновения:

$$\sigma(m, m', t) = \pi(R + R')^2 \left\{ 1 + \frac{2G(m + m')}{(R + R')\bar{V}^2} \right\} \quad (6)$$

Поскольку все направления движения облаков равновероятны, получаем:

$$\bar{V}(m, m', t) = \sqrt{\bar{v}^2(m, t) + \bar{v}^2(m', t)}. \quad (7)$$

В формулах (6) и (7) через R и R' обозначены радиусы облаков с массами m и m' соответственно, а через $\bar{v}(m, t)$ - средняя скорость движения облаков с массой m . Ядро $K(m, m', t)$ характеризует вероятность столкновения облаков с массами m и m' .

Предполагается, что облака обладают внутренней структурой, наличие которой отражается на зависимости (1) между массой и радиусом облака, характеризуемой параметром k . Будем считать, что масса $m_0 = m_{\min}$ и радиус R_1 наименьшего облака не зависят от k . Используя соотношение (1) получаем равенство

$$\frac{R}{R_1} = \left(\frac{m}{m_0} \right)^{1/k},$$

из которого следует, что при изменении k размеры облаков с разными массами будут изменяться в разной степени. Чем массивнее облако, тем в большей степени будет увеличиваться его размер при уменьшении параметра k . Последнее обстоятельство приводит к влиянию параметра k на вид спектра и, в частности, на наклон спектра.

3. *Методика расчетов.* Теперь опишем вычислительную схему решения уравнения (2), которая использовалась в [2] и с незначительны-

ми изменениями может быть применена в случае неоднородных облаков. От непрерывного распределения масс перейдем к дискретному распределению: будем считать, что облака могут иметь массы, равные jm_0 , $j = 1, 2, \dots, N$, где $m_0 = m_{\min}$, а $Nm_0 = m_{\max}$. Введем величины Y_j , $j = 1, 2, \dots, N$, которые представляют собой концентрации¹ облаков с соответствующими массами jm_0 , $j = 1, 2, \dots, N$. С помощью величин Y_j можно от интегродифференциального уравнения (2) перейти к системе обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dY_1}{dt} = -Y_1 \sum_{i=1}^N K_{1i} Y_i; \\ \frac{dY_j}{dt} = -Y_j \sum_{i=1}^N K_{ij} Y_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{j-1} K_{i,j-i} Y_i Y_{j-i}, \quad j = 2, 3, \dots, N. \end{cases} \quad (8)$$

Ядро уравнения примет вид:

$$K_{ij} = \pi R_1^2 \left(\frac{R_i}{R_1} + \frac{R_j}{R_1} \right)^2 \bar{V}_{ij} \left\{ 1 + \frac{2G(im_0 + jm_0)}{(R_i + R_j)\bar{V}_{ij}^2} \right\}, \quad (9)$$

где через R_i и R_j обозначены радиусы облаков с массами im_0 и jm_0 соответственно, а через \bar{V}_{ij} - среднее значение относительной скорости этих облаков.

Ввиду того, что зависимость от массы (и тем более от времени) средней скорости движения облаков данной массы неизвестна, расчет средней относительной скорости по формуле $\bar{V}_{ij} = (\bar{v}_i + \bar{v}_j)^{1/2}$ невозможен. Обозначим через V максимальную скорость движения облаков. Относительная скорость не может быть больше $2V$. На каждом шаге интегрирования системы (8) будем выбирать систему случайных чисел $P_y \in (0, 1]$ и полагать $\bar{V}_{ij} = P_y 2V$. Величины P_y выбираются из случайной последовательности чисел, равномерно распределенных на промежутке $(0, 1]$. Радиусы заменим на массы по формуле $R_i = R_1 i^{1/k}$. После этого получаем окончательное выражение для ядра в виде:

$$K_{ij} = \pi R_1^2 (i^{1/k} + j^{1/k})^2 P_y 2V (1 + \epsilon_{ij}), \quad (10)$$

$$\epsilon_{ij} = \frac{Gm_0(i+j)}{P_y^2 2V^2 R_1 (i^{1/k} + j^{1/k})}. \quad (11)$$

Для решения системы (8) необходимо задать начальные условия (т.е. начальный спектр масс):

$$Y_i(0) = c_i, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (12)$$

¹Здесь и далее под концентрацией облаков понимается число облаков в единице объема, а не концентрация вещества внутри облака.

Используя это определение, можно найти среднюю плотность вещества в начальный момент $t = 0$:

$$\langle \rho_0 \rangle = \sum_{i=1}^N i m_0 c_i. \quad (13)$$

Перейдем от системы (8) к эквивалентной системе уравнений для безразмерных величин. Вводя параметр

$$s = \pi R_1^2 2V \langle \rho_0 \rangle / m_0, \quad (14)$$

и заменяя Y_i на y_i по формуле

$$y_i(u) = Y_i(t) / \sum_{j=1}^N j c_j, \quad u = st, \quad (15)$$

вместо (8) получаем

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{du} = -y_1 \sum_{i=1}^N (1 + i^{1/k})^2 (1 + \varepsilon_{i1}) P_{i1} y_i; \\ \frac{dy_j}{du} = -y_j \sum_{i=1}^N (i^{1/k} + j^{1/k})^2 (1 + \varepsilon_{ij}) P_{ij} y_i + \\ + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{j-1} [i^{1/k} + (j-i)^{1/k}]^2 (1 + \varepsilon_{i,j-i}) P_{i,j-i} y_i y_{j-i}, \quad j = 2, 3, \dots, N. \end{cases} \quad (16)$$

Начальные условия принимают вид:

$$y_i(0) = c_i / \sum_{j=1}^N j c_j, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (17)$$

Система (16) решалась численно методом Рунге-Кутты 4-го порядка с переменным шагом.

4. Обсуждение результатов. При решении системы уравнений (16) были приняты следующие значения параметров (см. [1-2]): $m_0 = 10^6 M_\odot$, $R_1 = 10$ кпк, $\langle \rho_0 \rangle = 10^{-30}$ г см⁻³, $V = 5 \cdot 10^7$ см/с., $N = 100$. Подставляя данные значения в формулы (11) и (14), найдем: $s^{-1} \approx 2 \cdot 10^8$ лет. $\varepsilon_{ij} \approx 10^{-6} P_{ij}^{-2} (i+j) / (i^{1/k} + j^{1/k})$. Значение величины ε_{ij} позволяет судить о преобладающем типе столкновений между облаками. Если $\varepsilon_{ij} \ll 1$, то столкновения определяются только размерами облаков (геометрические столкновения), а гравитационное взаимодействие роли не играет. Роль гравитационного взаимодействия медленно возрастает при переходе к более массивным облакам и сильно зависит от скорости сближения двух облаков.

В качестве начальных данных использовался степенной спектр масс

$$n(m, 0) \propto m^{-\alpha}, \quad \alpha = 1, 2, \quad (18)$$

$$y_i(0) = i^{-\alpha} / \sum_{j=1}^N j^{1-\alpha}, \quad i = 1, 2, \dots, N,$$

а также спектр масс следующего вида:

$$\begin{cases} n(m, 0) = N_c \delta(m - m_{\min}), \\ y_1(0) = 1 \\ y_i(0) = 0, \quad i = 2, 3, \dots, N, \end{cases} \quad (19)$$

где N_c есть полное число облаков в начальный момент.

Система (16) интегрировалась по безразмерному времени u на промежутке $[0, 50]$, что в обычных единицах времени соответствует промежутку $[0, 50 \tau^{-1}]$ ($50 \tau^{-1} \approx 10$ млрд. лет). Для каждого типа начальных данных при четырех значениях параметра $k = 1.5, 2, 2.5, 3$ были найдены решения и по методу наименьших квадратов определены соответствующие наклоны. Причем наклоны q определялись не только для $t = 50 \tau^{-1}$, но и для целого ряда последовательных моментов времени на промежутке $[0, 50 \tau^{-1}]$.

Переход к самоподобной эволюции спектра через время порядка 1 млрд. лет имеет место при всех рассмотренных значениях параметра k . На рис.1 приведен пример самоподобной эволюции спектра масс межгалактических

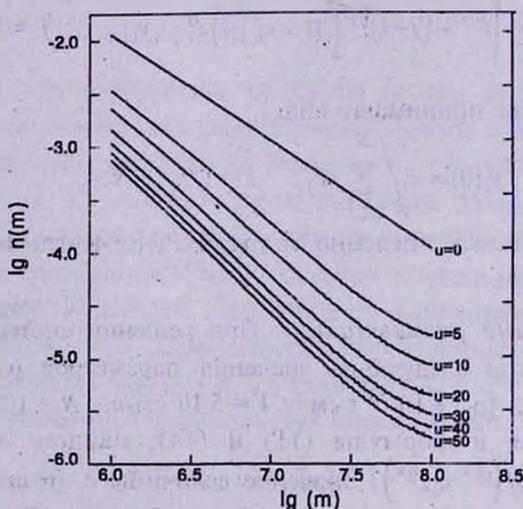


Рис. 1. Пример самоподобной эволюции спектра масс межгалактических облаков со степенным начальным ($u = 0$) спектром $\alpha = 1$ для значения параметра $k = 2$.

лактических облаков со степенным начальным ($u = 0$) спектром $\alpha = 1$ для значения параметра $k = 2$. Установлена довольно сильная зависимость наклона от параметра k . На рис.2-4 приведены для сравнения асимптотические ($u = 50$) спектры масс для одинаковых начальных условий и различных значений параметра k . В табл.1 даны значения наклона для двух участков спектра, соответствующих маломассивным облакам ($m \in [10 m_\odot, 50 m_\odot]$) и массивным облакам ($m \in [40 m_\odot, 80 m_\odot]$). Погрешность определения

Таблица 1

		$\alpha = 1$		$\alpha = 2$		δ	
		10-50	40-80	10-50	40-80	10-50	40-80
$k = 1.5$	$u = 25$	1.60	1.35	1.69	1.46	1.70	1.45
	$u = 50$	1.62	1.37	1.70	1.42	1.70	1.44
$k = 2.0$	$u = 25$	1.28	0.92	1.42	1.08	1.40	1.03
	$u = 50$	1.31	0.94	1.41	1.08	1.39	1.06
$k = 2.5$	$u = 25$	1.07	0.67	1.22	0.87	1.17	0.79
	$u = 50$	1.10	0.67	1.21	0.82	1.17	0.77
$k = 3.0$	$u = 25$	0.94	0.54	1.09	0.76	1.01	0.68
	$u = 50$	0.95	0.51	1.06	0.66	0.99	0.60

наклона для маломассивных облаков, как правило, не превосходит 0.01, а для массивных облаков - 0.02. Видно, что при уменьшении k от 3 до 2 наклон спектра увеличивается от $q \approx 1.0$ до $q \approx 1.4$ для маломассивных облаков, а для массивных облаков - от $q \approx 0.6$ до $q \approx 1.0$.

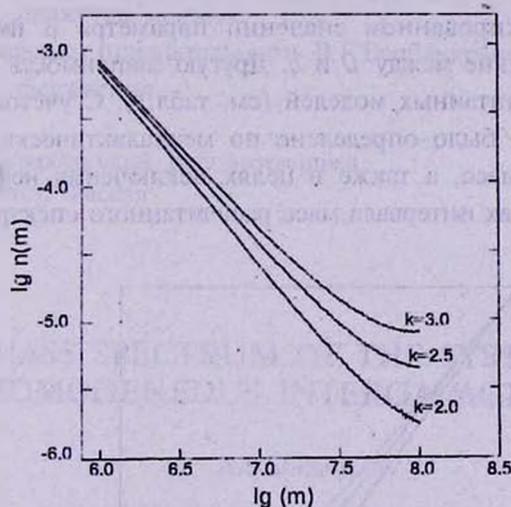


Рис. 2. Зависимость асимптотического ($u = 50$) спектра масс от параметра k для степенного начального спектра $\alpha = 1$.

Расчеты показывают, что получаемые для разных k значения наклона спектра слабо зависят от принятых значений других параметров задачи. Например, при увеличении диапазона распределения масс до $N = 400$ получаем для начального спектра $\alpha = 2$ значения, приведенные в табл. 2.

Существует предположение [5], что межгалактические облака обладают фрактальной структурой. Результаты выполненных расчетов величины q можно использовать для уточнения фрактальной размерности облаков

		40-200	160-320
$k = 2.0$	$u = 25$	1.44	1.12
	$u = 50$	1.43	1.11
$k = 3.0$	$u = 25$	1.15	0.89
	$u = 50$	1.09	0.73

D . В [5] было получено следующее выражение для D :

$$D = D_1 + 2, \quad D_1 = \frac{2(q-1)}{\beta - q}. \quad (20)$$

Здесь β - величина, определяемая из наблюдений линий поглощения L_α -леса по соотношению:

$$dN \propto W^{-\beta} dW,$$

где N - пространственная концентрация облаков, создающих линию с эквивалентной шириной, равной W . Новейшие наблюдения при посредстве Кеск-телескопа [6] дали значение

$$\beta = 1.55 \pm 0.05.$$

При указанном фиксированном значении параметра β имеет место однозначное соответствие между D и q . Другую зависимость между $D = k$ и q дает сетка рассчитанных моделей (см. табл.1). С учетом того, что значение параметра β было определено по межгалактическим облакам умеренных и малых масс, а также в целях исключения нефизических особенностей на концах интервала масс рассчитанного спектра, разумно

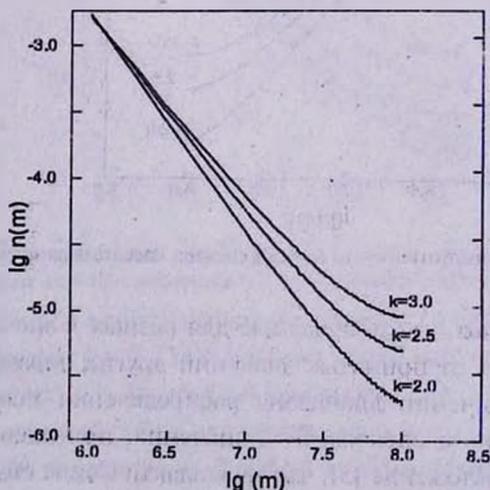


Рис. 3. Зависимость асимптотического ($u = 50$) спектра масс от параметра k для степенного начального спектра $\alpha = 2$.

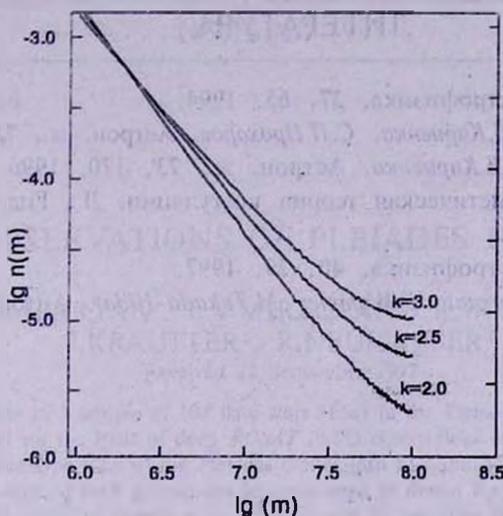


Рис. 4. Зависимость асимптотического ($u = 50$) спектра масс от параметра k для степенного начального спектра в виде δ -функции.

выбрать интервал значений масс $[10m_0, 50m_0]$. Тогда для начальных условий $\alpha = 1$, $\alpha = 2$ и δ получаем $D_1 = 0.48, 0.71, 0.61$ соответственно. Если расширить интервал, включив более массивные облака, то соответствующие значения D_1 окажутся меньше.

Автор выражает признательность В.Г.Горбачкову за постановку задачи и полезные обсуждения.

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

MASS SPECTRUM OF THE SYSTEM OF NONHOMOGENEOUS INTERGALACTIC CLOUDS

A.S.SOKOLOV

The influence of internal structure of intergalactic clouds on the asymptotic behaviour of their mass spectrum is investigated by means of numerical solution of the Smoluchovski equation. The relation between mass and radius of a cloud $m \propto R^k$ is obtained the internal structure (inhomogeneity, fractality) being taken into account. Asymptotic mass spectrum slope $q(k)$ is found for some values of $k \in [1.5, 3]$ and for different initial spectra. It is shown that the asymptotic spectrum depends substantially from parameter k . Self-consistent estimate of the fractal dimension for intergalactic clouds is obtained.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.Г.Горбацкий, *Астрофизика*, **37**, 65, 1994.
2. В.Г.Горбацкий, А.Б.Кириенко, С.П.Прохоров, *Астрон. ж.*, **73**, 499, 1996.
3. В.Г.Горбацкий, А.Б.Кириенко, *Астрон. ж.*, **73**, 170, 1996.
4. В.М.Волоцук, *Кинетическая теория коагуляции*, Л., Гидрометеоиздат, 1984.
5. В.Г.Горбацкий, *Астрофизика*, **40**, 29, 1997.
6. L.L.Lu, W.L.W.Sargent, D.Womble, M.Takada-Hidai, *Astrophys. J.*, **472**, 509, 1996.