

УДК: 524.45

К ИССЛЕДОВАНИЮ ПОДСТРУКТУРЫ СКОПЛЕНИЙ
ГАЛАКТИК МЕТОДОМ S -ДИАГРАММ:
НЕТОЧЕЧНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

К.М.БЕКАРЯН, А.А.МЕЛКОНЯН

Поступила 20 августа 1996

Принята к печати 10 апреля 1997

В работе представлено дальнейшее развитие метода S -древесных диаграмм для изучения иерархической структуры скоплений галактик. Во-первых, дано обобщение для системы N -сфер, т.е. сделан переход к неточечным моделям, и описывается способ построения новой соответствующей матрицы D . Во-вторых, представлен алгоритм для анализа информации, полученной методом S -древесных диаграмм. Представленный алгоритм дает возможность определения иерархической подструктуры и состава каждой подгруппы исследуемой системы.

1. Введение. Изучение подструктуры скоплений галактик является одной из важных проблем для понимания механизма образования крупномасштабной структуры Вселенной. Это обусловлено тем, что масштаб динамического времени скоплений галактик сравним с их возрастом и, следовательно, их иерархические свойства отражают информацию о начальных данных этих систем.

Имеется ряд методов исследования подструктуры скоплений галактик [1,2,3]. В большинстве своем эти методы основаны на анализе позиционной информации галактик, в сочетании с информацией об их красном смещении. Например, метод "волн" (wavelet) [4] обычно использует для анализа данные по $2D$ координатам галактик, однако, может быть также применен к одномерным данным красного смещения. Однако подобная процедура не является самосогласованной. С этой точки зрения метод S -древесных диаграмм самосогласованно использует и позиционные, и кинематические данные о системе [5] путем рассмотрения геометрических свойств фазового пространства N -частичной системы и, следовательно, нахождения типичных свойств системы. Метод S -древесных диаграмм уже был применен для изучения подструктуры Местной группы галактик [6], ядра скопления Девы [7] и скоплений Эйбла из главной программы ESO (ENACS) [8]. Существующие версии метода древесных диаграмм [2] были основаны на дискретной аппроксимации N -частичной системы,

т.е. с пренебрежением размеров галактик. Однако, если, скажем, в звездной динамике точечное приближение вполне справедливо, то в подавляющем большинстве задач "неточечность" галактик может быть существенна.

Ниже мы развиваем технику S -древесных диаграмм в неточечном приближении, а именно, рассматриваем галактики как сферы с данным радиусом, так что скопление является множеством N - сфер. Мы начнем с введения необходимых понятий и затем опишем соответствующий алгоритм. Наша вторая цель описание алгоритма анализа численной выходной информации алгоритма S - диаграмм.

2. Метод S - древесных диаграмм. Кратко представим основные понятия метода S - древесных диаграмм; для подробностей см. [2,9].

Основная идея метода S - древесных диаграмм заключается в следующем:

1. В определении аффинного параметра связности, как степени взаимодействия частиц системы.

2. Выявление подмножеств частиц с заданным параметром связности. Имеем N - частичную систему X .

$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_N\},$$

где x_i ($i=1, \dots, N$) характеризуется следующими величинами:

$L_i(i_1^1, i_1^2, i_1^3)$ L_i - вектор координат, $V_i(v_1^1, v_1^2, v_1^3)$ V_i - вектор скорости, M_i - масса i -ой частицы.

Для функции P : $P: X \times X \rightarrow R_+$ и $\rho \in R_+$.

Дадим следующие определения.

Определение 2.1. Будем говорить, что $\forall x \in X$ и $\forall y \in X$ ρ - связны, если $P(x, y) \geq \rho$.

Определение 2.2. Будем говорить, что $U \subset X (U \neq \emptyset)$ ρ - связная группа, если:

a) $\forall x \in U$ и $\forall y \in X \setminus U \Rightarrow P(x, y) < \rho$,

b) $\forall x \in U$ и $\forall y \in U \exists x = x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_k} = y$,

такие, что $P(x_{i_l}, x_{i_{l+1}}) \geq \rho \quad \forall l = 1, \dots, k-1$.

Определение 2.3. Будем говорить, что U_1, \dots, U_d является распределением множества X по ρ - связным группам, если:

a) $\bigcup_{i=1}^d U_i = X$

b) $i \neq j \quad (i = 1, \dots, d; j = 1 \dots d) \Rightarrow U_i \cap U_j = \emptyset$,

с) $\forall U_d$ ($i=1, \dots, d$) является ρ -связной группой.

Замтим, что любую функцию P можно представить как матрицу $A(a_{ij})$. В частности, как элементы матрицы A при заданных l_i и v_i , можно рассматривать следующие величины [9]:

$$i=1, \dots, N \quad j=1, \dots, N \quad a_{ij}=0$$

$$a) \quad a_{ij} = \frac{1}{r_{ij}},$$

$$b) \quad a_{ij} = -\frac{Gm_i m_j r_{ij}}{|r_{ij}|^3},$$

$$c) \quad a_{ij} = \max_{i,j} |K_{ij}^\mu|,$$

где K кривизна римана на конфигурационном пространстве N -частичной

системы, а $r_{ij} = \left(\sum_{y=1}^3 (l_i^y - l_j^y)^2 \right)^{1/2}$.

Итак, с помощью алгоритма S -древесных диаграмм мы можем получить искомое разбиение N -частичной системы для данной матрицы A и $\forall \rho$. Это распределение будет удовлетворять определениям 2.1, 2.2, и 2.3. Алгоритм действителен при любом значении ρ , так что мы получаем эволюцию количественного и качественного состава групп в зависимости от ρ . Окончательный результат представим либо в виде таблицы, либо в виде графа (S -дерево). Как может быть выбрано конечное распределение, будет описано ниже.

3. *Разбиение по матрице D.* Рассмотрим вновь множество X . Обозначим через M_i проекцию M на плоскость $l^1 l^2$.

Введем следующее множество: $Q = \{Q_1(\bar{M}_1, R_1), \dots, Q_N(\bar{M}_N, R_N)\}$,

где $R_i \in R_+$, $i=1, \dots, N$ и

$$Q_i(\bar{M}_i, R_i) = \left\{ (l^1, l^2) \left| (l^1 - l_i^1)^2 + (l^2 - l_i^2)^2 \leq R_i^2 \right. \right\}.$$

Рассмотрим функцию \bar{P} , как:

$$\bar{P}: X \rightarrow Q, \quad \bar{P}(x_i) = Q_i(\bar{M}_i, R_i)$$

Для $P_\rho: Q \times Q \rightarrow R_+$, и $\forall \rho \in R_+$ дадим определения, эквивалентные определениям 2.1-2.3.

Определение 3.1. Будем говорить, что $\forall x_i \in X \quad \forall x_j \in X$ ρ -связны,

если:

$$P_{\bar{p}}(Q_i, Q_j) \geq \rho, (i \neq j).$$

Определение 3.2. Будем говорить, что $U \subset X (U \neq \emptyset)$ является ρ -связной группой, если:

$$a) \quad \forall x_i \in U, \quad \forall x_j \in \bar{U} \Rightarrow P_{\bar{p}}(Q_i, Q_j) < \rho.$$

$$b) \quad \forall x_i \in U \quad \forall x_j \in U (i \neq j), \quad \exists x_i = x_{i_0}, x_{i_1}, \dots, x_{i_k} = x_j, \quad \forall t \in (0, \dots, k-1),$$

$$P_{\bar{p}}(Q_{i_t}, Q_{i_{t+1}}) \geq \rho.$$

Определение 3.3. Будем говорить, что U_1, \dots, U_d является разбиением X по ρ -связным группам, если:

$$a) \quad \bigcup_{i=1}^d U_i = X,$$

$$b) \quad U_i \cap U_j = \emptyset, \text{ если } i \neq j, \forall i, j = 1, \dots, d,$$

$$c) \quad \forall U_i \quad i = 1, \dots, d \text{ является } \rho\text{-связной группой.}$$

Заметим, что $\forall i \quad P_{\bar{p}}(Q_i, Q_i) = 0.$

Очевидно, что любую функцию $P_{\bar{p}}$ можно представить в виде матрицы $D(d_{ij})$. Продемонстрируем один из возможных способов построения матрицы D .

$$\text{Если } i = j \quad \forall i, j = 1, \dots, N \quad d_{ij} = 0,$$

если $i \neq j$

$$d_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{если } \bar{Q}_i \cap \bar{Q}_j = \emptyset, \\ S_{Q_i \cap Q_j} & \text{если } \bar{Q}_i \cap \bar{Q}_j \neq \emptyset. \end{cases}$$

где $\bar{Q}_i = Q_i \setminus \Gamma_i$, Γ_i является множеством граничных точек Q_i и $S_{Q_i \cap Q_j}$ есть площадь пересечения множеств Q_i и Q_j . Если значения $R_p, R_r, \bar{M}_i, \bar{M}_j$ известны, то очевидно, что нахождение пересечения $S_{Q_i \cap Q_j}$ не представляет трудности.

Итак, используя алгоритмы S -древесных диаграмм, мы смогли построить разбиение множества X по ρ -связным группам, которое удовлетворяет определениям 3.1-3.3.

Введем следующую функцию:

$$H = P_{\bar{p}} \circ \hat{P},$$

где $\hat{P}: X \times X \rightarrow Q \times Q$.

$\hat{P}(x_i, x_j) = (\tilde{p}(x_i), \tilde{p}(x_j)) = (Q_i, Q_j)$. В этом случае можно использовать непосредственно определения 2.1-2.3, так как: $H: X \times X \rightarrow R$.

4. *Алгоритм обработки выходной информации.* Результаты метода S - диаграмм обычно представляются в виде таблицы [5,2]. Для оптимизации процедуры поиска конечного распределения исследуемой системы, т.е. поиска нужного этажа таблицы, предлагается нижеследующий алгоритм.

Первым шагом является представление информации о количественном и качественном составе каждого разбиения в более удобной форме. Подобный переход требует порядка $M \times N$ действий, где $(M \times N)$ есть размерность матрицы (a_{ij}) . Сопоставим каждому этажу разбиения числа U_i , где

$$U_i = \sum_{j=1}^N a_{ij}, \quad i = 1, \dots, M.$$

Нетрудно заметить, что для первого и последнего этажей матрицы (a_{ij})

$$U_1 = N, \quad U_M = \sum_{j=1}^N j.$$

Можно сказать, что в некотором смысле величина U_i отражает "плотность" распределения подгрупп исследуемой системы. Для уменьшения времени работы алгоритма представляется разумным прекратить исследование матрицы, начиная с некоторого числа U_p , где p - номер той строки, где $U_p \geq S$. S можно выбрать, например, как $x\% U_M$. Величина процента зависит только от размерности матрицы.

Следующим шагом является построение цепочки вспомогательных матриц, отражающих динамику количественного и качественного изменения распределений. Вспомогательные матрицы необходимы для построения конечной матрицы K .

Каждая i -ая матрица отражает количественную динамику i -ой подгруппы. Нетрудно заметить, что i -ую матрицу можно представить в виде функции:

$$f_i^*(p_t) = n_t^i,$$

где $i = 1, \dots, N$, $t = 1, \dots, M$ и n_t^i есть количество элементов i -ой подгруппы на t -ом этаже.

Заметим, что если мы "позэтажно склеим" все вспомогательные матрицы, то как раз и получим искомую матрицу K .

Перейдем теперь к матрице K . Прежде всего рассмотрим поведение подгруппы, содержащей максимальное количество элементов ($m \geq 2$). Пусть ее порядковый номер ρ_i^m . Определим интервал $\Delta\rho_i$ следующим образом: $\Delta\rho_i = \rho_i^m - \rho_i^c$, где ρ_i^c - порядковый номер того этажа, когда вышеупомянутая подгруппа либо сохраняет свой состав неизменным, либо теряет, например, $x\%$ своего состава. Заметим, что $x\%$ определяются для каждой матрицы, исходя из ее локальных особенностей (размерность, количество и размерность подгрупп и т.д.). Если подгруппа сразу теряет более $x\%$ от своего состава, процесс будет продолжен, начиная со следующего этажа.

Очевидно, что вышеописанный процесс конечен в силу ограниченности количества подгрупп c_i :

$$c_1 < c_i < c_M,$$

где $c_1=1$ и $c_M=N$, т.е. на первом этаже все частицы собраны в одну группу, а на последнем - каждая частица представляет собой отдельную группу. Это прямо следует из определений 2.1-2.3 и способа задания ρ_i [9]. Затем выберем наибольшее $\Delta\rho_i$ и рассмотрим соответствующее разбиение. Этаж, непосредственно следующий за этажом, где произошло "разрушение" упомянутого разбиения и является искомым распределением.

Для реализации описанного алгоритма необходимо порядка $D = M^a \times N^b$ действий [10], где $a, b > 0$.

Проиллюстрируем схему данного алгоритма на простом примере: Видоизменение первоначальной матрицы.

$$\begin{pmatrix} A & A & A & A \\ A & B & A & A \\ A & B & A & C \\ A & B & C & D \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Вспомогательные матрицы.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & & 3 & 4 \\ 1 & & 3 & \\ 1 & & & \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 4 \end{pmatrix}$$

$$K = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & * \\ 1 & & 3 & 4 & * & 2 \\ 1 & & 3 & & * & 2 & * & 4 \\ 1 & & & & * & 2 & * & 3 & * & 4 \end{pmatrix}$$

Очевидно, что для реальных скоплений галактик размерность матрицы K намного больше [7].

Вышеописанный алгоритм уже применен для анализа ряда скоплений

галактик, например (LGG-14, Perseus). Эти результаты, наряду с обсуждением других астрофизических аспектов, будут представлены в отдельных работах.

5. *Заключение.* В представленной работе было рассмотрено возможное развитие метода S - древесных диаграмм для учета дополнительных эффектов. Вышеописанный метод учитывает протяженность, а именно, используется приближение сфер. Данное обобщение метода S - диаграмм дает возможность построения N - мерных моделей нового типа, что может быть особенно существенно для исследования плотных центральных областей скоплений галактик.

Представлен также алгоритм обработки выходной информации метода S - диаграмм. Как показали проведенные численные эксперименты, данная процедура является особенно эффективной при исследовании скоплений, содержащих 1000 и более галактик. Исследования скоплений с более тысячей галактик с известными красными смещениями и звездными величинами являются ближайшей целью современных наблюдательных программ (см. [11]).

Авторы выражают свою благодарность В.Г. Гурзядяну и К.Оганесяну за полезные обсуждения.

Ереванский Физический институт, Армения.

ON THE STUDY OF THE SUBSTRUCTURE OF GALAXY CLUSTERS: S-TREE TECHNIQUE IN NON-POINT APPROXIMATION

K.M.BEKARIAN, A.A.MELKONIAN

The further development of S -tree technique of study of the hierarchical structure of the clusters of galaxies, is presented. First, the generalization of the method for the system of N -spheres, i.e. in non-point approximation, is performed, and the ways of construction of a new D matrix are shown. Second, an efficient algorithm for analyzing of the S -tree output information is presented, enabling to reveal the existence of subgroups and the membership of galaxies in each subgroup.

ЛИТЕРАТУРА

1. *P.J.E.Peebles*, Principles of Physical Cosmology, Princeton University press, 1993.
2. *V.G.Gurzadyan, A.A.Kocharyan*, Paradigms of the Large±Scale Universe, Gordon & Brech, 1994.
3. *P.Coles, F.Lucchin*, The Origin and Evolution of Cosmic Structure, Wiley, Chichester, 1995.
4. *E.Escalera et al.*, Astrophys.J., 423, 539, 1994.
5. *V.G.Gurzadyan, V.V.Harutyunyan, A.A.Kocharyan*, Astron. Astrophys., 281, 964, 1994.
6. *V.G.Gurzadyan, A.A.Kocharyan, A.R.Petrosian*, ApSS, 201, 243, 1993.
7. *A.R.Petrosian, V.G.Gurzadyan, et al.* (в печати).
8. *V.G.Gurzadyan, A.Mazure*, The Observatory, 116, 391, 1996.
9. *K.M.Bekarian, V.G.Gurzadyan*, Preprint ICTP-416, Trieste, 1993.
10. *Э.Г.Копманн*, Теория расписаний и вычислительные машины, 1984.
11. *F.Durret, A.Mazure, S.White* (Eds.), Clusters of galaxies, Editions Frontieres, 1995.