# АСТРОФИЗИКА

ТОМ 40 ФЕВРАЛЬ,1997 ВЫПУСК 1

УДК: 524.354.6

# О СОБСТВЕННЫХ МГД КОЛЕБАНИЯХ НЕЙТРОННОЙ ЗВЕЗДЫ

С.И.БАСТРУКОВ[1], И.В.МОЛОДЦОВА[1], В.В.ПАПОЯН[2], Д.В.ПОДГАЙНЫЙ[3]

Поступила 11 сентября 1996
Принята к печати 2 октября 1996

В работе изучаются собственные низкочастотные гидромагнитные колебания изолированной невращающейся нейтронной звезды, локализованные в периферийной коре, структура которой определяется электрон-ядерной плазмой (Ае-фаза). Плазменная среда внешней коры рассматривается как однородный бесконечно проводящий несжимаемый континуум, движения которого управляются уравнениями магнитной гидродинамики. В приближении постоянного магнитного поля внутри коры (предполагается, что вне звезды магнитное поле обладает дипольной структурой) рассчитан спектр нормальных полоидальных и тороидальных гидромагнитных осцилляций, обусловленных предполагаемыми остаточными флуктуациями потока и, связанными с ними, флуктуациями напряженности магнитного поля. Приводимые численные оценки периодов МГД колебаний попадают во временной интервал периодичности излучения радиопульсаров, что свидетельствует в пользу мнения о тесной связи остаточных гидромагнитных колебаний с электромагнитной активностью нейтронных звезд.

1. *Введение.* Одно из наиболее важных физических следствий принципа сохранения магнитного потока в процессе эволюции и коллапса массивных звезд [1,2] состоит в том, что нейтронные звезды являются самыми мощными накопителями магнитной энергии в Галактике [3]. Из эволюционных расчетов структуры нейтронной звезды (см., например, [4-8]) следует, что сверхмощное магнитное поле ($B \sim 10^{11}$-$10^{13}$ Гс [3,4,8]) этих компактных объектов должно быть локализовано, главным образом, во внешней оболочке (crust) звезды (со средней плотностью ионизированного вещества $\rho \sim 10^{11}$ г/см$^3$). Структурное содержание коры, глубина которой по разным оценкам составляет 0.3-1км, определяется идеально-проводящей электрон-ядерной плазмой (Ае-фаза)-средой, допускающей присутствие магнитного поля в занимаемой ею объеме. Физические свойства внутреннего кóра (средняя плотность которого $\rho \sim 10^{15}$ г/см$^3$) определяются, в основном, сильно вырожденным ферми-континуумом нейтронов. Из этого следует, что физическое состояние коры не исключает возможности возбуждения в ней гидромагнитных длинноволновых колебаний или распространения альвеновских волн. В этой связи уместно отметить, что незадолго до открытия пульсаров, Хойл, Нарликар и Уилер [9] высказывали предположение о том, что магнитная энергия нейтронных звезд, запасаемая в период сжатия после их рождения в результате взрыва

сверхновой, может высвобождаться посредством преобразования энергии остаточных гидромагнитных колебаний в энергию электромагнитного излучения.

В недавней работе [10] была предпринята попытка оценить абсолютное значение частот длинноволновых гидромагнитных колебаний на основе однородной модели нейтронной звезды. Главный результат проведенного в [10] анализа состоит в том, что периоды МГД осцилляций оказываются сравнимы с периодами радиоизлучения пульсаров. Последнее обстоятельство, по нашему мнению, свидетельствует в пользу гипотезы о гидромагнитных колебаниях как источнике электромагнитной активности нейтронных звезд. Однако, поскольку распределение вещества в недрах нейтронной звезды имеет стратифицированный характер, полученные в однородной модели оценки не могут быть признаны удовлетворительными, и, в этой связи, представляется целесообразным провести перерасчет частот МГД колебаний в более реалистической модели, учитывающей слоистую структуру нейтронной звезды. В настоящей работе мы приводим вариационный расчет и численные оценки частот собственных МГД колебаний, локализованных во внешней коре нейтронной звезды, т.е. в области электрон-ядерной плазмы. В изучаемой модели нейтронная звезда представляется двухкомпонентной системой в полной аналогии с известной моделью Бейма-Петика-Пайнса-Рудермана [11] (см. также [4,5] и приведенные там ссылки), объясняющей сбои пульсаров сдвиговыми сейсмологическими колебаниями внешней коры относительно инертного кора. При этом мы во многом опираемся на результаты работ [12-14], где было показано, что частоты нерадиальных гравитационных колебаний [12] оказываются на 3-4 порядка выше частот гидромагнитных колебаний [10]. Это дает основание рассматривать гидромагнитные колебания независимо от гравитационных*.

2. *Вариационный метод расчета МГД колебаний.* В изучаемой модели плазменная среда внешней коры рассматривается как однородный несжимаемый континуум (бесконечной проводимости), движения которого подчиняются уравнениям магнитной гидродинамики (см., например, [17,18]):

$$\rho\frac{dV}{dt} = -\nabla W + \frac{1}{4\pi}(B\nabla)B, \quad W = P + \frac{B^2}{8\pi}, \tag{2.1}$$

---

* *В ранних работах [15, 16] частоты собственных пульсаций нейтронной звезды оценивались на основе гидродинамической модели и предположения о радиальном характере гравитационных колебаний. Однако исследования последних лет [12] выявили тот факт, что звездную среду вырожденных компактных объектов следует рассматривать как сферическую массу упруго-подобного несжимаемого континуума (движения которого подчиняются уравнениям эластодинамики), в которой гравитационные колебания вероятнее всего должны носить существенно нерадиальный характер.*

$$\mathrm{div} B = 0, \quad \frac{\partial B}{\partial t} = \mathrm{rot}[V \times B], \tag{2.2}$$

где $\rho$, $V$ - плотность и скорость среды, соответственно; $B$ - напряженность магнитного поля (магнитная проницаемость $\mu \approx 1$) и $W$ - магнитогидростатическое давление ($d/dt$- субстанциональная производная).

Следуя Чандрасекхару [17], представим линеаризованные уравнения магнитогидродинамики в виде, явно содержащем решение, описывающее распространение альвеновской волны в несжимаемой жидкости:

$$\frac{\partial \delta V_l}{\partial x_l} = 0, \tag{2.3}$$

$$\rho \frac{\partial \delta V_l}{\partial t} - \frac{B_k}{4\pi} \frac{\partial \delta B_l}{\partial x_k} = 0, \tag{2.4}$$

$$\frac{\partial \delta B_l}{\partial t} - B_k \frac{\partial \delta V_l}{\partial x_k} = 0, \quad \frac{\partial \delta B_k}{\partial x_k} = 0, \tag{2.5}$$

где $\delta V_l$ и $\delta B_k$- малые отклонения скорости и напряженности магнитного поля от их равновесных значений. Приведенная форма МГД уравнений соответствует случаю, когда гравитационные (продольные) колебания не возбуждаются и гидромагнитные (поперечные) колебания остаются единственной степенью активности нейтронной звезды.

Собственные частоты гидромагнитных мод, соответствующие длинноволновым МГД колебаниям, могут быть вычислены на основе энергетического вариационного принципа по следующей схеме. Скалярное умножение (2.4) на $\delta V_l$ и интегрирование по объему звезды (на поверхности звезды принимается, что $\delta B|_{r=R} = 0$) приводит к уравнению энергетического баланса

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \frac{\rho \delta V^2}{2} d\tau - \frac{1}{4\pi} \int_V \delta V_l B_k \frac{\partial \delta B_l}{\partial x_k} d\tau = 0. \tag{2.6}$$

Для нахождения нормальных мод, вариации скорости потока и напряженности магнитного поля удобно представить в виде

$$\delta V_l = a_l(r)\dot{\alpha}(t), \quad \delta B_l = b_l(r)\alpha(t). \tag{2.7}$$

Подставляя (2.7) в (2.5), находим

$$b_l = B_k \frac{\partial a_l}{\partial x_k}. \tag{2.8}$$

Подстановка (2.7) в (2.6) дает

$$M\ddot{\alpha} + K\alpha = 0, \tag{2.9}$$

где $M$ - инерция и $K$ - жесткость гидромагнитных колебаний, которые имеют вид

$$M=\int_V \rho a_l a_l d\tau,\quad K=\frac{\mu}{4\pi}\int_V b_l b_l d\tau. \tag{2.10}$$

В проводимых ниже расчетах будем полагать, так же как и в [10], что внутри внешней коры звезды напряженность однородного магнитного поля $B$ направлена вдоль оси $z$:

$$B_r=\mu B,\quad B_\theta=-\left(1-\mu^2\right)^{1/2}B,\quad B_\phi=0,\quad \mu=\cos\theta. \tag{2.11}$$

Заметим, что для нейтронных звезд эффект магнитного сплющивания [19] пренебрежимо мал, поэтому все вычисления могут быть выполнены для сферической конфигурации. Из приведенных выше формул следует, что для определения частоты собственных МГД колебаний $\omega^2=K/M$, необходимо вычислить только поле скорости возбужденного потока.

2.1. *Полоидальная МГД мода.* Для определения скорости потока, сопровождающего нерадиальные полоидальные колебания, воспользуемся уравнением несжимаемости. В изучаемом случае это уравнение должно быть дополнено условием непроницаемости кора, радиус которого обозначен через $R_c$, отражающим его инертность:

$$\delta V_r\big|_{r=R_c}=0,\qquad \text{при } \dot{R}_c=0. \tag{2.12}$$

На поверхности звезды радиуса $R$ налагаем стандартное граничное условие:

$$\delta V_r\big|_{r=R}=\dot{R}(t)=RP_L(\mu)\dot{\alpha}_L(t), \tag{2.13}$$

где $R(t)=R\left[1+\alpha_L(t)P_L(\mu)\right]$, $L$ - мультипольный порядок сфероидальных искажений поверхности. Из (2.3) следует, что $\boldsymbol{a}_L(\boldsymbol{r})$ подчиняется уравнению:

$$\mathrm{div}\,\boldsymbol{a}_L=0, \tag{2.14}$$

решение которого ищем в виде полоидального векторного поля

$$\boldsymbol{a}_L=\mathrm{rot\,rot}\,\boldsymbol{r}\chi_L,\quad \chi_L=\left[A_L^1 r^L+A_L^2 r^{-L-1}\right]P_L(\mu). \tag{2.15}$$

Из (2.12) и (2.13) находим явный вид произвольных констант $A_L^1$ и $A_L^2$:

$$A_L^1=\frac{A_L}{L(L+1)},\quad A_L^2=-\frac{A_L}{L(L+1)}R_c^{2L+1},\quad A_L=\frac{R^{L+3}}{R^{2L+1}-R_c^{2L+1}}. \tag{2.16}$$

Компоненты поля мгновенных смещений $\boldsymbol{a}_L$ в сферической системе координат представляются в виде:

$$a_r=A_L\frac{r^{2L+1}-R_c^{2L+1}}{r^{L+2}}P_L(\mu), \tag{2.17}$$

$$a_\theta = \frac{-A_L}{L(L+1)} \frac{(L+1)r^{2L+1} + LR_c^{2L+1}}{r^{L+2}} P_L^1(\mu), \tag{2.18}$$

$$a_\phi = 0, \tag{2.19}$$

где $P_L^1(\mu)$ - присоединенный полином Лежандра первого порядка:

$$P_L^1(\mu) = \left(1-\mu^2\right)^{1/2} \frac{dP_L(\mu)}{d\mu}.$$

Параметр инерции $M_L$, рассчитанный с этим полем, равен [20]:

$$M_L = \frac{4\pi\rho}{L(2L+1)} A_L^2 R^{2L+1} \left[1 + \frac{L}{L+1} X^{2L+1}\right] \left(1 - X^{2L+1}\right), \tag{2.20}$$

где $X = R_c/R$ и $X$ меняется в пределах $0 < X < 1$. Подчеркнем, что здесь $\rho$ - плотность электрон-ядерной плазмы, локализованной в периферийной коре звезды.

Подставляя (2.11) и (2.15) в (2.8), находим, что компоненты флуктуаций напряженности магнитного поля имеют вид

$$b_r = \frac{A_L B}{r^{L+3}} \left[(L-1) r^{2L+1} P_{L-1}(\mu) + (L+2) R_c^{2L+1} P_{L+1}(\mu)\right], \tag{2.21}$$

$$b_\theta = \frac{A_L B}{r^{L+3}} \left[r^{2L+1} P_{L-1}^1(\mu) - R_c^{2L+1} P_{L+1}^1(\mu)\right], \tag{2.22}$$

$$b_\phi = 0. \tag{2.23}$$

Для жесткости гидромагнитных полоидальных колебаний получаем следующее выражение

$$K = A_L^2 B^2 R^{2L-1} \left[\frac{L-1}{2L-1} + \frac{2L+1}{(2L+3)(2L-1)} X^{2L-1} - \frac{L+2}{2L+3} X^{2(2L+1)}\right]. \tag{2.24}$$

В пределе $X \to 0$, соответствующим однородной модели, для частоты полоидальных гидромагнитных колебаний получаем [10]:

$$\omega_p^2 = \Omega_A^2 L(L-1) \frac{2L+1}{2L-1}, \tag{2.25}$$

где

$$\Omega_A^2 = \frac{V_A^2}{R^2} = \frac{B^2}{4\pi\rho R^2}, \tag{2.26}$$

- основная частота альвеновских пульсаций.

2.2. *Тороидальная МГД мода.* В системе с фиксированной полярной осью $z$ тороидальное поле скорости имеет вид:

$$\delta V = \operatorname{rot} \mathbf{r} \chi_L \dot{\alpha}_L(t), \quad \chi_L = \left[A_L^1 r^L + A_L^2 r^{-L-1}\right] P_L(\mu). \tag{2.27}$$

Это поле соответствует дифференциально-вращательным (крутильным) колебаниям периферийной коры относительно неподвижного кора. Возможность возбуждения крутильных нерадиальных колебаний в бесконечно проводящей жидкости (Ae-плазме) обусловлена исключительно присутствием магнитного поля, которое придает ей динамические свойства упругого континуума. Именно данное обстоятельство является причиной того, что для описания гидромагнитных колебаний, возбуждаемых в Ae-плазме, мы используем решения для поля скорости, полученные нами ранее при анализе гравитационно-упругих колебаний нейтронной звезды [12,13].

Произвольные константы $A_L^1$ и $A_L^2$ фиксируются граничными условиями, аналогичными тем, которые были использованы выше при изучении сфероидальных колебаний. При дифференциально-вращательных колебаниях искажения поверхности звезды заданы уравнением $R(t) = R\left[1+\alpha_L(t)\,P_L^1(\mu)\right]$, поэтому, при $r = R$, следует положить:

$$\delta V_\phi\Big|_{r=R} = \dot{R}(t) = RP_L^1(\mu)\dot{\alpha}_L(t). \tag{2.28}$$

Предполагаем, что внутренняя граница остается в покое:

$$\delta V_\phi\Big|_{r=R_c} = 0, \qquad \text{при } \dot{R}_c = 0. \tag{2.29}$$

В результате получаем

$$A_L^1 = A_L, \quad A_L^2 = -A_L R_c^{2L+1}, \quad A_L = \frac{R^L}{R^{2L+1} - R_c^{2L+1}}. \tag{2.30}$$

Используя для поля скорости крутильных колебаний (2.28) сепарабельное представление (2.7), находим, что компоненты мгновенных крутильных смещений имеют вид

$$a_r = 0, \quad a_\theta = 0, \quad a_\phi = A_L\left[r^L - \frac{R_c^{2L+1}}{r^{L+1}}\right]P_L^1(\mu). \tag{2.31}$$

Подставляя (2.11) и (2.31) в (2.8), для флуктуаций напряженности магнитного поля получаем

$$b_r = 0, \quad b_\theta = 0, \tag{2.32}$$

$$b_\phi = A_L B\left[(L+1)\,r^{L-1}P_{L-1}^1(\mu) + L\frac{R_c^{2L+1}}{r^{L+2}}P_{L+1}^1(\mu)\right], \tag{2.33}$$

Вычисление коэффициентов инерции и жесткости тороидальных МГД колебаний приводит к следующим аналитическим выражениям:

$$M_L = A_L^2 \frac{4\pi\rho L(L+1)}{(2L+1)(2L+3)} R^{2L+3} \left[ 1-(2L+3)X^{2L+1}+ \right.$$
$$\left. + \frac{(2L+1)^2}{2L-1} X^{2L+3} - \frac{(2L+3)}{2L-1} X^{2(2L+1)} \right], \tag{2.34}$$

и

$$K_L = A_L^2 B^2 \frac{L(L+1)}{2L+1} R^{2L+1} \left[ \frac{L^2-1}{2L-1} + \right.$$
$$\left. + \frac{3}{(2L-1)(2L+3)} X^{2L+1} - \frac{L(L+2)}{2L+3} X^{2(2L+1)} \right]. \tag{2.35}$$

Как и следовало ожидать, при $X(=R_c/R) \to 0$ приходим к результату однородной модели [10]:

$$\omega_t^2 = \Omega_A^2 \left(L^2-1\right) \frac{2L+3}{2L-1}, \tag{2.36}$$

где основная (альвеновская) частота $\Omega_A$ определена выражением (2.26).

3. *Численный анализ модели и выводы*. Основная цель настоящей работы состоит в получении предельных (верхней и нижней) оценок для частот собственных МГД колебаний нейтронной звезды.

Рис. 1. демонстрирует зависимость частоты гидромагнитных полоидальных колебаний от глубины внешней коры $\Delta R = R - R_c = R(1-X)$, которая, согласно данным эволюционных расчетов, составляет 0.3-0.8 км. Как видно из этого рисунка, частота полоидальных МГД колебаний слабо зависит от $\Delta R$ по сравнению с частотой тороидальных мод. В представленных расчетах средняя плотность коры бралась равной $\rho = 4.3 \cdot 10^{11}$ г/см³, напряженность магнитного поля $B = 0.5 \cdot 10^{13}$Гс.

Рис. 2 дает представление о зависимости периода дипольного (нижайшего по частоте) полоидального и тороидального МГД колебания от плотности Ae-фазы во внешней коре, глубина которой взята равной 0.5 км. Плотность вещества в коре варьировалась в пределах $10^8$ г/см³ $< \rho < 10^{11}$г/см³ [8]. Пунктирным прямоугольником выделена область характерных параметров пульсаров, приведенных на аналогичном рисунке 5 обзора [3].

Примечательно, что однородная модель предсказывает, что нижайшая альвеновская мода имеет мультипольный порядок $L = 2$. Однако, при $X \neq 0$ мультипольный порядок нижайшего устойчивого гидромагнитного колебания соответствует дипольной моде. Последнее утверждение проиллюстрировано на рис. 1. Подобная ситуация имеет место для гравитационных колебаний [20], которые представляются как поляризационные колебания внешней коры относительно массивного остова и не затрагивают положения центра масс звезды. Частота нижайшей гравитационной моды, при самых консервативных оценках, оказывается порядка $10^3$-$10^4$ $с^{-1}$, что соответствует периоду $P = 0.01 - 0.1$ мс.

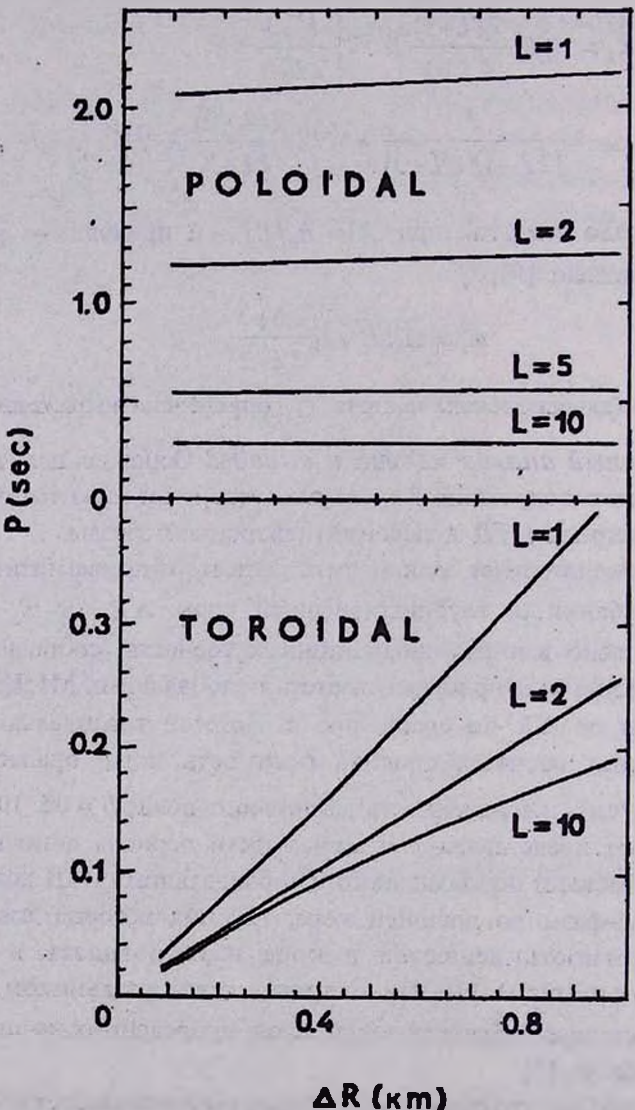


Рис. 1. Период полоидальных (вверху) и тороидальных (внизу) мультипольных колебаний в зависимости от толщины внешней коры $\Delta R = R - R_c$. Средняя плотность $\rho = 4.3 \cdot 10^{11}$ г/см$^3$, напряженность магнитного поля $B = 0.5 \cdot 10^{13}$ Гс.

Таким образом, рассмотренная двухкомпонентная модель приводит к выводу, что если остаточный эффект взрыва сверхновой при рождении нейтронной звезды проявится в МГД колебаниях, локализованных в периферийной коре, то периоды этих колебаний ожидаются в интервале: 10мс - 10с, т.е. в интервале периодов радиоизлучения пульсаров. Хотя наше рассмотрение не затрагивает механизма излучения нейтронной

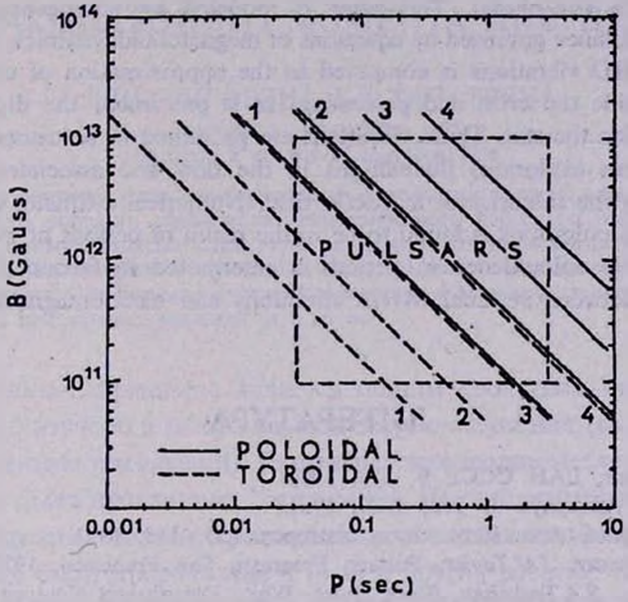


Рис. 2. Зависимость периода нижайшей (дипольной) полоидальной и тороидальной МГД моды от плотности электрон-ядерной плазмы. Глубина внешней коры $h = 0.5$ км. Линии соответствуют расчету при значениях плотности внешней коры: $1 - \rho = 10^8$ г/см$^3$, $2 - \rho = 10^9$ г/см$^3$, $3 - \rho = 10^{10}$ г/см$^3$, $4 - \rho = 10^{11}$ г/см$^3$.

звезды, однако столь близкое соответствие вычисленных периодов МГД колебаний и периодов наблюдаемой активности радиопульсаров указывает на то, что источником радиоизлучения нейтронной звезды может являться не только вращение (модель маяка), но и низкочастотные гидромагнитные колебания.

Авторы признательны проф. Ф.Веберу за обсуждение ряда вопросов, затронутых в настоящей статье.

[1] Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия
[2] Ереванский государственный университет, Армения
[3] Саратовский государственный университет, Россия

# ON THE MHD EIGENVIBRATIONS OF NEUTRON STAR

S.I.BASTRUKOV[1], I.V.MOLODTSOVA[1],
V.V.PAPOYAN[2], D.V.PODGAINY[3]

The low-frequency hydromagnetic pulsations of isolated non-rotating neutron star are studied, localized in the peripheral crust which is constituted by electron-nuclear plasma (Ae-phase). The latter is modeled by homogeneous perfectly conductive substance governed by equations of magnetofluiddynamics. The spectum of normal MHD vibrations is computed in the approximation of uniform magnetic field inside the crust and possessing, as is presumed, the dipole poloidal structure outside the star. These vibrations are presumed to be caused by residual (after supernova explosion) fluctuations in the flow and associated with them fluctuations in the intensity of magnetic field. Numerical estimates of periods of hydromagnetic pulsations is found to be in the realm of periods of radio emission of pulsars. This coincidence in periods is interpreted in favour of opinion of interrelation between residual MHD vibrations and electromagnetic activity of neutron stars.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *В.Л.Гинзбург*, ДАН СССР **9**, 329, 1964.
2. *L.Woltjer*, Astrophys. J. **140**, 1309, 1964.
3. *G.Chanmugam*, Ann. Rev. Astron. Astrophys. **30**, 143, 1992.
4. *R.N.Manchester, J.H.Taylor*, Pulsars, Freeman, San Francisco, 1977.
5. *S.L.Shapiro, S.A.Teukolsky*, Black Holes, White Dwarfs and Neutron Stars, Wiley, New York, 1983.
6. *А.Б.Мигдал, Д.Н.Воскресенский, Е.Е.Саперштейн, М.А.Троицкий*, Пионные степени свободы в ядерной материи, Наука, М., 1991.
7. *N.K.Glendenning, F.Weber, S.A.Moszkowski*, Phys. Rev. **C45**, 844, 1992.
8. *Г.С.Саакян*, Физика нейтронных звезд, ОИЯИ, Дубна, 1996.
9. *F.Hoyle, J.V.Narlikar, J.A.Wheeler*, Nature, **203**, 914, 1964.
10. *S.I.Bastrukov, D.V.Podgainy*, Phys. Rev. **E54**, N2, 1996.
11. *G.Baym, C.Pethick, D.Pines, M.Ruderman*, Nature, **224**, 872, 1969.
12. *S.I.Bastrukov, I.V.Molodtsova, V.V.Papoyan, F.Weber*, J. Phys. **G22**, L33, 1996.
13. *С.И.Бастрyков, И.В.Молодцова, А.А.Букатина*, Астрофизика, **38**, 123, 1995; S.I.Bastrukov, Phys. Rev. **E53**, 1917, 1996.
14. *Д.В.Подгайный, С.И.Бастрyков, И.В.Молодцова, В.В.Папоян*, Астрофизика, **39**, 475, 1996.
15. *D.W.Melzer, K.S.Thorne*, Astrophys. J. **145**, 514, 1996. *K.S.Thorne, J.P.Ipser*, Astrophys. Lett. **152**, L71, 1968.
16. *В.В.Папоян, Д.М.Седракян, Е.В.Чубарян*, Астрон. ж., **48**, 1195, 1971; Астрофизика, **8**, 405, 1972.
17. *S.Chandrasekhar*, Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability, Clarendon, Oxford, 1961.
18. *P.Ledoux, Th.Warlaven*, in: Handbuch der Physik, Vol.51, 353, Ed. by S. Flugge, Springer, Berlin, 1958.
19. *S.Chandrasekhar, E.Fermi*, Astrophys. J. **118**, 116, 1953.
20. *S.I.Bastrukov*, Int. J. Mod. Phys. **D5**, 45, 1996.