

УДК:52:531.51+524.354.6

НЕЙТРОННЫЕ ЗВЕЗДЫ В МНОГОМЕРНОЙ ЭЙНШТЕЙНОВСКОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ

У.БЛЕЙЕР¹, Л.Ш.ГРИГОРЯН², Г.Ф.ХАЧАТРЯН³

Поступила 4 июня 1996

Принята к печати 11 июля 1996

Рассчитаны радиус, масса, полное число барионов и др. параметры статистических сферически-симметрических сверхплотных звезд. Использована модель с одним Риччи плоским внутренним пространством произвольной размерности и аппроксимация $p_1 = -0.5\varepsilon + ap$ для дополнительных компонент тензора энергии-импульса (ε и p - плотность полной энергии и давление звездного вещества, a - подгоночный параметр).

В случае белых карликов результаты многомерной теории не зависят от размерности пространства-времени D при $-10 \leq a \leq 10$ и совпадают с аналогичными данными ОТО. Для нейтронных звезд имеется зависимость от D и a . В частности, при $D > 4$ наибольшее значение массы M_{\max} нейтронной звезды как функция a имеет свой максимум при $3 < a(D) \leq 4$,

который превышает наибольшее значение массы $M_{\max}^0 = 2.14 M_{\odot}$ в ОТО. Сопоставление теоретических результатов с данными наблюдений определяет допустимые значения a . Данные PSR 1913+16 приводят к $0.2 \leq a \leq 9.2$ в случае $D=26$, а результаты работы [22] - к более жесткому ограничению $2 \leq a \leq 7.4$.

1. Введение. Предположение о наличии дополнительных пространственных измерений, по-видимому, адекватно отражает динамику взаимодействий на малых расстояниях ($r \ll 10^{-16}$ см), характерных для единых теорий всех взаимодействий. На это указывают достижения теории струн [1] и супергравитации [2,3] (см. также [4,5] и приведенные там ссылки по теории многомерного пространства-времени). При этом 4-мерие наблюдаемого пространства-времени объясняется двумя возможными процессами. Во-первых, решениями многомерных уравнений Эйнштейна, в которых 4-мерное пространство-время расширяется, а дополнительные измерения "схлопываются" (динамическая компактификация), становясь не доступными для наблюдений современными методами. Во-вторых, предполагаемым квантовым процессом спонтанной (само) компактификации дополнительных измерений аналогично эффекту Казимира для электромагнитного поля [6]. Во втором случае дополнительные измерения образуют внутреннее компактное пространство. Оно проявляется в виде динамической переменной (поле дилатона) и взаимодействует с 4-мерным внешним пространством-временем силами гравитации.

Основные исследования направлены на согласование многомерных космологических моделей (Вселенная, возникшая из некоего многомерного

образования) с данными наблюдений. Наряду с этим, немаловажно, что следы воздействия дополнительных измерений могут проявляться и на гравитирующих системах островного типа. В этом направлении было найдено обобщение решения Шварцшильда на случай симметрии $O(k)$ [7]. Модель с одним k -мерным внутренним пространством была исследована в [8,9]. Многомерный аналог решения Райснера-Нордстрема для заряженной черной дыры был получен в [10]. В [11] (см. также [12]) оно было обобщено на случай произвольного числа внутренних пространств. В [13] исследованы сферически-симметрические внешние решения в теории с многомерной космологической постоянной. Небесные тела в многомерной теории гравитации изучены в [14-16]. При этом в [14] изучено влияние дополнительной циклической координаты на массу и радиус нейтронной звезды, а в [16] - модель пространства-времени с внутренним Риччи плоским пространством сопоставлена с данными наблюдений постньютоновских эффектов в солнечной системе.

Данная работа является продолжением [16]. Определены радиус, масса, полное число барионов и др. параметры статического сферически-симметрического сверхплотного небесного тела в пространстве-времени произвольной размерности. В П.2 выписаны аналитические решения уравнений гравитации за пределами небесного тела, а в П.3 детально описан метод их сшивки с внутренними решениями. В П.4 приведены результаты численных расчетов. Краткое изложение работы дано в Заключении.

2. *Внешнее решение.* В теоретико-полевом пределе теории суперструн гравитация с достаточной точностью описывается уравнениями Эйнштейна

$$R_{AB} - \frac{1}{2} g_{AB} \cdot R = 8\pi\kappa T_{AB}, \quad (2.1)$$

в которых R_{AB} - тензор Риччи многомерного пространства-времени с квадратом интервала

$$ds^2 = g_{AB} dx^A dx^B, \quad A, B = 0, 1, 2, \dots, k+3 \quad (2.2)$$

и сигнатурой $\left(\begin{smallmatrix} + & \dots & - \\ & & k+3 \end{smallmatrix} \right)$ метрического тензора g_{AB} . В (2.1) T_{AB} - многомерный

тензор энергии-импульса, а κ - многомерный аналог гравитационной постоянной (скорость света $c=1$). Напомним, что бозонные и суперсимметричные струнные модели теории единых взаимодействий имеют смысл только в пространстве-времени с размерностью $D=k+4=26$ и 10 соответственно [1,3]. Мы ограничимся моделью пространства-времени

$$T \times R_{(0)}^3 \times R_{(1)}^k, \quad k = 1, 2, \dots, \quad (2.3)$$

в которой внутреннее пространство $R_{(1)}^k$, образованное дополнительными измерениями, является Риччи плоским:

$$R_{(1)ab} = 0, \quad a, b = 4, 5, \dots, k+3 \quad (2.4)$$

и компактным.

Для статического сферически-симметрического небесного тела квадрат интервала можно выбрать в виде

$$ds^2 = ds_0^2 - g_{(1)ab} e^\sigma dx^a dx^b, \quad (2.5)$$

где

$$ds_0^2 = e^\nu dt^2 - e^\lambda dr^2 - r^2 e^\mu (d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) \quad (2.6)$$

- квадрат интервала 4-мерного пространства-времени $T \times R_{(0)}^3$, $\nu, \lambda, \mu, \sigma$ - функции радиальной координаты r , а $g_{(1)ab}$ - метрический тензор с

сигнатурой $\left(\begin{smallmatrix} + & \dots & + \\ & & k \end{smallmatrix} \right)$, зависящий от координат x^a внутреннего пространства.

Масштабный фактор e^σ определен с точностью до преобразования

$$\sigma(r) \rightarrow \sigma(r) + c_1, \quad (2.7)$$

где c_1 - произвольная постоянная. Имеется также неоднозначность, обусловленная преобразованиями $t \rightarrow c_2 t$, $r \rightarrow f(r)$ (f - произвольная функция). Для их устранения выберем изотропную систему координат:

$$\lambda(r) = \mu(r), \quad (2.8)$$

и наложим естественные граничные условия:

$$\nu(r), \lambda(r), \sigma(r) \rightarrow 0 \quad (2.9)$$

на больших расстояниях от небесного тела: $r \rightarrow \infty$.

Подставив (2.5) в левую часть (2.1) и используя (2.4), можно убедиться, что правая часть (2.1) должна иметь вид

$$T_B^A = \text{diag} \left(\varepsilon, -P, -P, -P, \underbrace{-P_1, \dots, -P_1}_k \right) \quad (2.10)$$

Интегрируя по внутреннему пространству, можно определить 3-мерную плотность ρ и 3-мерные давления P, P_1 :

$$\rho = \int \varepsilon \sqrt{g_{(1)}} d^k x^a = \varepsilon V_1, \quad P = \rho V_1, \quad P_1 = p_1 V_1, \quad (2.11)$$

где

$$V_1 = \int \sqrt{g_{(1)}} d^k x^a \quad (2.12)$$

- не зависящий от r, θ и φ объем пространства $R_{(1)}^k$, а $g_{(1)}$ - детерминант, составленный из компонент $g_{(1)ab}$. Для сверхплотного звездного вещества

$P = P_1$ [17], и поэтому

$$p = p_1. \quad (2.13)$$

Компоненту p_1 (точнее $p_1 V_1$) условно будем называть эффективным давлением, соответствующим внутреннему пространству.

Известны решения уравнений (2.1) вне небесного тела:

$$e^v = \left(\frac{1-v}{1+v} \right)^\beta, \quad e^\lambda = (1-v^2)^2 \left(\frac{1+v}{1-v} \right)^{\beta(1+k\alpha)}, \quad e^\sigma = \left(\frac{1-v}{1+v} \right)^{\alpha\beta}, \quad (2.14)$$

где $v = r_g / 2\beta r$, $r_g = 2GM$ - гравитационный радиус небесного тела, $\varepsilon = GV_1$, α и β - постоянные интегрирования, связанные соотношением

$$\beta^2 = \frac{8}{1+k\alpha^2+(1+k\alpha)^2}. \quad (2.15)$$

После переобозначений они переходят в выражения, приведенные, например, в [12]. Постоянная α определяется равенством

$$\alpha = \frac{2\bar{b}}{2+k(1-\bar{b})}, \quad (2.16)$$

где

$$b = \frac{3p - \varepsilon - 2p_1}{\varepsilon + 3p}, \quad \bar{b} = \frac{\int b(\varepsilon + 3p)\sqrt{|g|} d^{k+3}x}{\int (\varepsilon + 3p)\sqrt{|g|} d^{k+3}x}. \quad (2.17)$$

Справедливы также две формулы для массы небесного тела. Одна из них

$$M = \left(1 - \frac{k\bar{b}}{k+2} \right) \int (\varepsilon + 3p)\sqrt{|g|} d^{k+3}x \quad (2.18)$$

обобщает известную в ОТО формулу Толмена [18], а другая

$$M^2 = \frac{2\beta^2}{G} \int r p \sqrt{|g|} d^{k+3}x \quad (2.19)$$

связывает квадрат массы с распределением давления в объеме звезды. Вывод (2.16)-(2.19) приведен в [16]. В этой же работе путем анализа данных наблюдений постньютоновских эффектов в солнечной системе показано, что внутри Солнца эффективное давление должно определяться равенством

$$p_{1\odot} \approx -\frac{1}{2}\varepsilon_{\odot}. \quad (2.20)$$

при том, что $p_{\odot} \ll \varepsilon_{\odot}$. Результаты П.4 позволяют сделать определенные выводы о зависимости $p_1 = p_1(\varepsilon, p)$ в области $p \leq \varepsilon$ (см. (3.10), (4.2)).

3. *Сшивка внешних и внутренних решений.* Согласно (2.5), (2.6), (2.8) метрический тензор задается функциями $v(r)$, $\lambda(r)$ и $\sigma(r)$, ко-

торые определяются уравнениями гравитационного поля (2.1). Последние можно представить в виде

$$\begin{aligned} R_0^0 &= 8\pi\kappa \left(T_0^0 - \frac{T}{k+2} \right), \\ R_0^0 + R_3^3 + R_a^a + 8\pi\kappa (T_1^1 + T_2^2) &= 0, \\ R_b^b &= 8\pi\kappa \left(T_b^b - \delta_b^b \frac{T}{k+2} \right), \end{aligned} \quad (3.1)$$

где δ_b^a - символ Кронекера. Вместо

$$R_1^1 = 8\pi\kappa \left(T_1^1 - \frac{T}{k+2} \right) \quad (3.2)$$

удобно использовать компоненту $A=1$ уравнения "гидродинамики"

$$T_{A:B}^B = 0. \quad (3.3)$$

Последние следуют из (2.1), двоеточие - операция ковариантного дифференцирования в многомерном пространстве-времени. Подставив (2.5), (2.6), (2.8), (2.10) и (2.13) в (3.1), (3.3), после преобразований придем к системе дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \psi' \psi r^2 &= u_0 - \frac{k}{k+2} u_2, \quad \psi' r^3 = u_1, \quad \sigma' \psi r^2 = \frac{2}{k+2} u_2 \\ p' + \frac{1}{2}(\varepsilon + p)\psi + \frac{k}{4}[\varepsilon - p + b(\varepsilon + 3p)]\sigma' &= 0, \end{aligned} \quad (3.4)$$

где $\psi^2 = \exp(\nu + \lambda + k\sigma)$ штрих над функцией - операция дифференцирования по r ,

$$\begin{aligned} u_0 &= 8\pi\kappa \int \psi r^2 (\varepsilon + 3p) e^\lambda dr, \quad u_1 = 16\pi\kappa \int p \psi r^3 e^\lambda dr \\ u_2 &= 8\pi\kappa \int b \psi r^2 (\varepsilon + 3p) e^\lambda dr. \end{aligned} \quad (3.5)$$

За пределами небесного тела функции u_0, u_1, u_2 постоянны, и поэтому уравнения (3.4) элементарно интегрируются. С учетом граничных условий (2.9) и разложения

$$e^\nu \approx 1 - \frac{r_g}{r}, \quad r \gg r_g \quad (3.6)$$

(см. [18]) они приводят к (2.14). При этом,

$$r_g = u_0(r_1) - \frac{k}{k+2} u_2(r_1), \quad \frac{r_g^2}{2\beta^2} = u_1(r_1), \quad (3.7)$$

а постоянная интегрирования α определяется равенствами (2.16), (2.17), r_1 - координатный радиус небесного тела. Для найденного решения

$$e^{\lambda} R_1^1 = \left\{ [1 + k\alpha^2 + (1 + k\alpha)^2] \beta^2 - 8 \right\} \frac{4\beta^2 v^4}{r_z^2 (1 - v^2)^2}, \quad (3.8)$$

и поэтому (3.2) удовлетворяется только в том случае, когда α и β связаны условием (2.15). Как видим, (2.14) является решением уравнений поля за пределами небесного тела. Равенства (3.7) эквивалентны формулам (2.18), (2.19) для массы небесного тела.

Зависимость давления P от плотности ρ и температуры Θ вещества определяется уравнением состояния: $P = P(\rho, \Theta)$. Поэтому, вообще говоря, (3.4) должно быть дополнено уравнением лучистого равновесия [19], определяющим распределение температуры в объеме небесного тела. Однако в случае сверхплотного небесного тела этого можно не делать, так как вклад температуры в уравнение состояния пренебрежимо мал [17]. Мы воспользуемся уравнением состояния

$$P = P(\rho), \quad (3.9)$$

выведенным в [20]. В нем последовательным образом учтена кварковая структура адронов. Должна быть задана и зависимость эффективного давления p_1 от ϵ и ρ . Мы будем предполагать ее линейной:

$$p_1 = -\frac{1}{2}\epsilon + a\rho, \quad (3.10)$$

где a - некоторый безразмерный параметр. Линейным образом связаны также давления и плотность энергии вакуума электромагнитного поля в областях, ограниченных проводящими границами [6]. Для небесного тела типа Солнца $\rho \ll \epsilon$, и поэтому (3.10) переходит в (2.20). Заметим также, что в случае $a=1.5$, из (2.17) и (3.5) имеем $b=u_2=0$, и поэтому уравнения (3.4) переходят в соответствующие уравнения ОТО.

Имея (3.9), (3.10) и фиксируя k , a можно приступить к решению (3.4) для различных значений давления $P(r)$ в центре конфигурации. В каждом случае необходимо найти значения $v(r), \lambda(r), \sigma(r)$ в центре небесного тела, для которых имеют место граничные условия (2.9). Этого можно добиться однократным интегрированием уравнений, введя новую независимую переменную

$$x = \frac{r}{l}, \quad l^2 = \frac{e^{v(0)+k\alpha(0)}}{8\pi G \rho(0)\psi^2(0)} \quad (3.11)$$

и функции

$$y_1 = v(x) - v(0), \quad y_2 = \frac{\psi(x)}{\psi(0)}, \quad y_3 = \alpha(x) - \alpha(0)$$

$$y_4 = \frac{1}{\rho(0)} \int_0^x x^2 y_2^3 (\rho + 3P) e^{-y_1 - ky_3} dx, \quad y_5 = \frac{1}{\rho(0)} \int_0^x P x^3 y_2^3 e^{-y_1 - ky_3} dx \quad (3.12)$$

$$y_6 = \frac{1}{\rho(0)} \int_0^x b x^2 y_2^3 (\rho + 3P) e^{-y_1 - k y_2} dx$$

С их помощью (3.4) преобразуются к виду

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 y_2 x^2 &= y_4 - \frac{k}{k+2} y_6, & \dot{y}_2 x^3 &= 2 y_5, & \dot{y}_3 y_2 x^2 &= \frac{2}{k+2} y_6 \\ 2\dot{P} + (\rho + P) \dot{y}_1 + \frac{k}{2} [\rho + 2(1-a)P] \dot{y}_3 &= 0, \end{aligned} \quad (3.13)$$

точка над функцией - дифференцирование по x . После этого, используя разложения в центре конфигурации:

$$\begin{aligned} y_1 &\approx \left[\frac{1}{6} + \frac{\zeta}{k+2} \left(1 + \frac{ak}{3} \right) \right] x^2, & y_2 &\approx 1 + \frac{1}{4} \zeta x^2, & y_3 &\approx \frac{\zeta(3-2a)}{3(k+2)} x^2, \\ y_4 &\approx \left[\frac{1}{3} + \zeta \right] x^3, & y_5 &\approx \frac{1}{4} \zeta x^4, & y_6 &\approx \zeta \left(1 - \frac{2}{3} a \right) x^3, \end{aligned} \quad (3.14)$$

$\zeta = P(0) / \rho(0)$, можно проинтегрировать (3.13) от центра $x=0$ до поверхности $x=x_1$ небесного тела, где $P(x_1) = 0$. Имея $y_1(x_1), \dots, y_6(x_1)$, можно определить

$$\bar{b} = \frac{y_6(x_1)}{y_4(x_1)}, \quad (3.15)$$

постоянные α и β (см. (2.15), (2.16)) и далее

$$\begin{aligned} v(x_1) &= \frac{2\beta y_5}{x \left(y_4 - \frac{k}{k+2} y_6 \right)}, & \psi(0) &= \frac{1}{y_2} \left| 1 - v(x_1)^2 \right| \\ v(0) &= -y_1 + \beta \ln \left| \frac{1 - v(x_1)}{1 + v(x_1)} \right|, & \sigma(0) &= -y_3 + \alpha \beta \ln \left| \frac{1 - v(x_1)}{1 + v(x_1)} \right| \\ \lambda(0) &= -v(0) - k \sigma(0) + 2 \ln \psi(0) \end{aligned} \quad (3.16)$$

(использованы условия непрерывности y_1, y_2, y_3 и их первых производных). Тяготеющая масса

$$M = \frac{l}{2G} \psi(0) \left(y_4 - \frac{k}{k+2} y_6 \right), \quad x = x_1. \quad (3.17)$$

Удовлетворяется также равенство

$$\psi(0) = \frac{4\beta^2 y_5}{\left(y_4 - \frac{k}{k+2} y_6 \right)^2}, \quad (3.18)$$

которое эквивалентно (2.19). Таким образом, однократное интегрирование

ПАРАМЕТРЫ ВЫРОЖДЕННЫХ ЗВЕЗДНЫХ КОНФИГУРАЦИЙ В МНОГОМЕРНОЙ
ЭЙНШТЕЙНОВСКОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ

a/D	P(0)	5				10				26				∞			
		R, км	M/M _⊙	N/N _⊙	\bar{b}	R, км	M/M _⊙	N/N _⊙	\bar{b}	R, км	M/M _⊙	N/N _⊙	\bar{b}	R, км	M/M _⊙	N/N _⊙	\bar{b}
-1	1.00E+42	9.71	1.08	1.22	0.487	9.42	0.71	0.91	0.456	9.33	0.60	0.84	0.446	9.29	0.55	0.80	0.440
	1.00E+38	9.81	1.07	1.20	0.472	9.60	0.73	0.94	0.441	9.52	0.62	0.87	0.431	9.48	0.58	0.83	0.426
	7.60E+36	8.99	0.98	1.08	0.528	8.75	0.61	0.78	0.490	8.68	0.51	0.71	0.476	8.66	0.47	0.68	0.470
	1.90E+36	9.61	1.17	1.35	0.528	9.08	0.70	0.92	0.504	8.92	0.57	0.82	0.495	8.85	0.51	0.77	0.491
	7.60E+35	10.64	1.38	1.66	0.491	10.00	0.85	1.16	0.474	9.79	0.70	1.03	0.467	9.70	0.63	0.98	0.464
	3.00E+35	11.84	1.55	1.93	0.418	11.21	1.05	1.45	0.407	11.00	0.89	1.31	0.402	10.90	0.82	1.25	0.400
	1.90E+35	12.29	1.57	1.95	0.369	11.74	1.12	1.54	0.361	11.54	0.98	1.42	0.358	11.45	0.91	1.36	0.356
	1.20E+35	12.50	1.51	1.85	0.314	12.06	1.15	1.55	0.308	11.91	1.03	1.45	0.306	11.83	0.97	1.40	0.305
	7.60E+34	12.39	1.35	1.62	0.256	12.08	1.10	1.43	0.252	11.96	1.01	1.36	0.251	11.91	0.97	1.33	0.250
	4.80E+34	11.91	1.10	1.29	0.199	11.71	0.95	1.19	0.197	11.64	0.90	1.15	0.196	11.60	0.87	1.13	0.196
	3.00E+34	11.07	0.81	0.92	0.146	10.97	0.74	0.87	0.145	10.93	0.71	0.86	0.145	10.91	0.69	0.85	0.145
	1.90E+34	10.07	0.55	0.60	0.104	10.02	0.51	0.59	0.104	10.00	0.50	0.58	0.104	10.00	0.50	0.58	0.103
	1.20E+34	9.05	0.34	0.36	0.071	9.03	0.33	0.36	0.071	9.02	0.32	0.36	0.071	9.02	0.32	0.36	0.071
	5.40E+33	7.82	0.13	0.13	0.035	7.82	0.13	0.13	0.035	7.82	0.13	0.13	0.035	7.82	0.13	0.13	0.035
2.50E+33	8.91	0.05	0.05	0.017	8.91	0.05	0.05	0.017	8.91	0.05	0.05	0.017	8.91	0.05	0.05	0.017	
4	1.00E+42	10.22	1.78	1.71	-0.494	10.33	1.98	1.68	-0.471	10.36	2.05	1.67	-0.463	10.37	2.08	1.67	-0.459
	1.00E+40	10.27	1.82	1.75	-0.497	10.50	2.05	1.76	-0.467	10.56	2.12	1.75	-0.456	10.58	2.15	1.75	-0.451
	1.00E+38	9.93	1.64	1.54	-0.494	9.90	1.81	1.49	-0.480	9.89	1.87	1.47	-0.474	9.89	1.90	1.46	-0.471
	1.20E+37	9.55	1.75	1.64	-0.541	9.79	2.05	1.71	-0.521	9.86	2.15	1.72	-0.513	9.89	2.20	1.72	-0.509
	1.90E+36	10.66	2.19	2.22	-0.524	10.93	2.54	2.30	-0.497	10.99	2.66	2.31	-0.488	11.02	2.71	2.31	-0.483
	7.60E+35	11.62	2.39	2.52	-0.480	11.78	2.70	2.56	-0.455	11.81	2.81	2.56	-0.446	11.82	2.85	2.56	-0.442
	4.80E+35	12.11	2.42	2.60	-0.448	12.19	2.70	2.61	-0.424	12.20	2.79	2.60	-0.416	12.20	2.84	2.60	-0.413
	3.00E+35	12.53	2.38	2.57	-0.407	12.54	2.61	2.57	-0.387	12.52	2.69	2.55	-0.380	12.52	2.73	2.55	-0.377
	1.20E+35	12.84	2.01	2.16	-0.308	12.75	2.14	2.13	-0.296	12.71	2.19	2.12	-0.292	12.69	2.21	2.11	-0.290
	7.60E+34	12.59	1.68	1.79	-0.252	12.49	1.77	1.76	-0.244	12.45	1.80	1.75	-0.242	12.43	1.82	1.75	-0.240
	4.80E+34	12.01	1.29	1.36	-0.197	11.93	1.35	1.35	-0.192	11.90	1.38	1.34	-0.191	11.89	1.39	1.34	-0.190
	3.00E+34	11.12	0.91	0.94	-0.145	11.07	0.94	0.93	-0.143	11.05	0.95	0.93	-0.143	11.05	0.96	0.93	-0.142
	1.90E+34	10.09	0.59	0.61	-0.104	10.07	0.61	0.60	-0.103	10.06	0.62	0.60	-0.103	10.06	0.62	0.60	-0.102
	7.60E+33	8.22	0.21	0.21	-0.048	8.21	0.21	0.21	-0.048	8.21	0.21	0.21	-0.048	8.21	0.21	0.21	-0.048
2.50E+33	8.91	0.05	0.05	-0.017	8.92	0.05	0.05	-0.017	8.92	0.005	0.05	-0.017	8.92	0.05	0.05	-0.017	

уравнений (3.13) определяет пять независимых величин M , α , $\nu(0)$, $\lambda(0)$ и $\sigma(0)$. Дополнительное условие (3.18) позволяет контролировать точность численных расчетов. Сравнивая результаты расчетов с данными наблюдений, можно определить $\rho(0)$ и a .

Полное число барионов определяется формулой

$$N = \int n \cdot \sqrt{\frac{|g|}{g_{00}}} d^{k+3}x = 4\pi \int_0^1 n \psi r^2 e^{(3\lambda+k\sigma)/2} dr, \quad (3.19)$$

где n - 3-мерная плотность барионного заряда, $n = n \cdot V_1$. Поэтому, дополнив (3.13) уравнением

$$\dot{y}_7 = \frac{n}{n(0)} x^2 y_2^3 e^{-1.5 y_1 - k y_3}, \quad (3.20)$$

можно вычислить

$$N = y_7(x_1) N_*, \quad N_* = \frac{n(0) e^{k\alpha(0)/2}}{4\sqrt{2\pi} [G \rho(0)]^{3/2}}. \quad (3.21)$$

Вблизи центра конфигурации $y_7 \approx x^3 / 3$. Площадь поверхности небесного тела равна $4\pi R_1^2$, где

$$R_1 = r_1 e^{\mu(r_1)/2} \quad (3.22)$$

- шварцшильдовский радиус, инвариантный относительно преобразования $r \rightarrow f(r)$.

4. *Результаты численных расчетов.* В табл. 1 приведены результаты расчетов для различных значений размерности пространства-времени $D=k+4=5; 10; 26; \infty$ и параметра $a = -1; 4$. Представлены значения шварцшильдовского радиуса R_1 , тяготеющей массы M , полного числа барионов N в единицах $N_\odot = M_\odot / m_n$ (m_n - масса нейтрона), а также

$$\bar{b} = (3-2a) \frac{\int P \sqrt{|g|} d^{k+3}x}{\int (\rho + 3P) \sqrt{|g|} d^{k+3}x} \quad (4.1)$$

(см. (2.17)) в зависимости от давления $P(0)$ в центре конфигурации. В случае $a = 1.5$, результаты многомерной теории не зависят от D и совпадают с данными ОТО. Они приведены в табл. 2. В ее 2-ом столбце даны значения плотности $\rho(0)$ в центре конфигурации. Значения $\rho(0)$ и $P(0)$, по существу, задают уравнение состояния (3.9) сверхплотного вещества в области давлений $P \geq 10^{33}$ эрг см⁻³.

Из (2.14)-(2.19) ясно, что результаты расчетов практически не должны отличаться от аналогичных данных ОТО в случае $|\bar{b}| \ll 1$. В области

ПАРАМЕТРЫ СВЕРХПЛОТНЫХ НЕБЕСНЫХ
ТЕЛ В СЛУЧАЕ $a=3/2$ (ОТО)

$P(0)$	$\rho(0)$	$R, \text{ км}$	M/M_{\odot}	N/N_{\odot}
1.00E+42	3.50E+21	10.03	1.56	1.70
1.00E+41	3.53E+20	10.00	1.55	1.68
1.00E+40	3.56E+19	9.97	1.55	1.69
1.00E+39	3.60E+18	10.16	1.59	1.74
1.00E+38	3.68E+17	9.99	1.49	1.61
1.90E+37	7.03E+16	9.36	1.42	1.51
1.20E+37	4.45E+16	9.30	1.45	1.55
7.60E+36	2.83E+16	9.34	1.50	1.62
4.80E+36	1.80E+16	9.51	1.59	1.74
3.00E+36	1.14E+16	9.82	1.70	1.90
1.90E+36	7.32E+15	10.24	1.81	2.07
1.20E+36	4.74E+15	10.76	1.94	2.25
7.60E+35	3.12E+15	11.34	2.05	2.41
4.80E+35	2.09E+15	11.92	2.12	2.52
3.00E+35	1.42E+15	12.46	2.14	2.54
1.90E+35	1.02E+15	12.81	2.06	2.43
1.20E+35	7.61E+14	12.91	1.87	2.18
7.60E+34	5.99E+14	12.67	1.59	1.81
4.80E+34	4.96E+14	12.07	1.24	1.38
3.00E+34	4.30E+14	11.16	0.88	0.95
1.90E+34	3.89E+14	10.11	0.58	0.61
1.20E+34	3.64E+14	9.07	0.35	0.37
7.60E+33	3.47E+14	8.22	0.20	0.21
5.40E+33	3.39E+14	7.82	0.13	0.13
2.50E+33	3.25E+14	8.91	0.05	0.05

$P(0) < 10^{33}$ эрг см^{-3} это условие удовлетворяется для любых $D \geq 5$ и $-10 \leq a \leq 10$, и поэтому соответствующие данные, в том числе и для белых карликов, в табл.1,2 опущены. Отличия имеют место для нейтронных звезд. На кривых рис. 1 приведены графики зависимости массы конфигурации M от центрального давления $P(0)$ в случае $D = 26$ и $a = -1; 1.5; 4$. На каждой кривой нейтронным звездам соответствуют точки левее первого максимума. Четко прослеживается зависимость наибольшего значения их массы M_{\max} от a . Она приведена на рис. 2 для значений $D = 5$ и 26. Прямая линия соответствует $D = 4$ (т.е. ОТО с наибольшим значением массы нейтронной звезды $M_{\max}^0 = 2.14 M_{\odot}$). При $D = \infty$ данные незначительно отличаются от случая $D=26$. Видно существование максимума на каждой кривой $M_{\max}(a)$ с $D \geq 5$. Он достигается при $3 < a(D) \leq 4$ и превышает M_{\max}^0 . С удалением от него функция $M_{\max}(a)$ монотонно убывает и оказывается меньше M_{\max}^0 вне интервала $1.5 \leq a(D) \leq 7$ (Вывод $M_{\max} < M_{\max}^0$ в случае идеального нейтронного газа был получен в [14] в предположении о наличии дополнительной циклической координаты, $D = 5$). Такое поведение вместе с условием

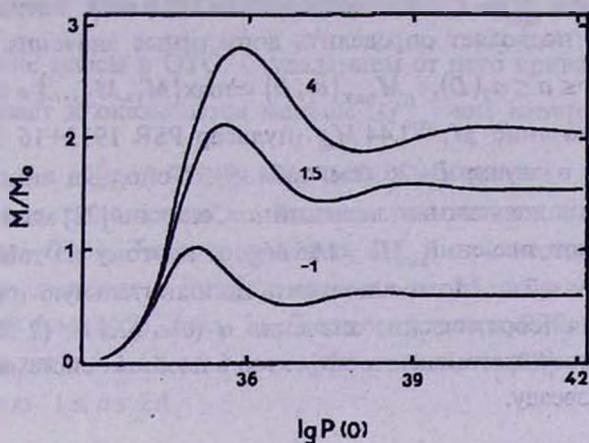


Рис. 1. Кривые зависимости массы M сверхплотного небесного тела (в массах Солнца) от логарифма центрального давления $P(0)$ (в единицах эрг/см³). На каждой кривой нейтронным звездам соответствуют точки левее первого максимума. Функция $M[P(0)]$ определяется постоянной a в (3.10) (она приведена рядом с кривой) и размерностью пространства-времени D (на рисунке случай $D=26$). Зависимость от D отсутствует при $a=1.5$, и поэтому соответствующая кривая представляет результаты ОТО. Четко прослеживается зависимость наибольшего значения массы от a .

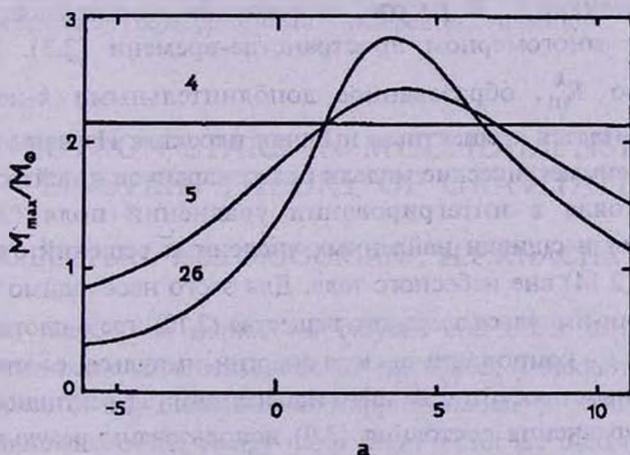


Рис. 2. Наибольшее значение массы M_{\max} нейтронной звезды в зависимости от a . Рядом с кривыми указана размерность пространства-времени D . Прямая с $D=4$ и ординатой $M_{\max}^0 = 2.14 M_{\odot}$ соответствует ОТО. Результаты расчетов при $D=\infty$ незначительно отличаются от случая $D=26$. Видно существование максимума на кривых $M_{\max}(a)$ с $D \geq 5$. Он достигается при $3 < a(D) \leq 4$ и превышает M_{\max}^0 .

$M_{\max}(a, D) \geq M_1, M_2, \dots$ (M_i - массы нейтронных звезд из данных наблюдений) позволяет определить допустимые значения a :

$$a_1(D) \leq a \leq a_2(D), \quad M_{\max}(a_1, D) = \max\{M_1, M_2, \dots\} = M_* \quad (4.2)$$

Например, значение $M_1 = 1.44 M_{\odot}$ (пульсар PSR 1913+16 [21]) приводит к $0.2 \leq a \leq 9.2$ в случае $D=26$ (см. табл. 3). Пополняя список M_p , можно сузить интервал допустимых значений a . Согласно [22] массы нейтронных звезд достигают значений $M_* = 1.85 M_{\odot}$, и поэтому из табл. 3 приходим к выводу $1 \leq a \leq 7.4$. Можно получить дополнительную информацию об a , сопоставляя теоретические значения α (см. (2.14), (2.16)) с данными наблюдений постньютоновских эффектов в двойных системах, содержащих нейтронную звезду.

Таблица 3

КОРНИ УРАВНЕНИЯ $M_{\max}(a_1, D) = M_*$

M_*	1.44				1.85			
D	5	10	26	∞	5	10	26	∞
a_1	-1.7	-0.1	0.2	0.2	0.2	0.9	1.0	1.0
a_2	11	9.6	9.2	9.1	8.6	7.6	7.4	7.3

5. *Заключение.* В работе рассмотрена эйнштейновская теория тяготения в многомерном пространстве-времени (2.3). Внутреннее пространство $R_{(1)}^k$, образованное дополнительными k -измерениями ($k=1,2,\dots$) считается компактным и Риччи плоским. Изучены статические сферически-симметрические модели белых карликов и нейтронных звезд. Задача состояла в интегрировании уравнений поля (3.4) внутри конфигурации и сшивки найденных численных решений с известными решениями (2.14) вне небесного тела. Для этого необходимо было задать тензор энергии-импульса звездного вещества (2.10), где ϵ -плотность, $p = p_r$ - давление, а p_t - компонента тензора энергии-импульса, соответствующая дополнительным пространственным измерениям (эффективное давление). В качестве уравнения состояния (3.9) использованы результаты работы [20], а для эффективного давления - аппроксимация (3.10).

Результаты расчетов подытожены в табл. 1-3 и на рис. 1,2. В случае белых карликов данные многомерной теории и ОТО по существу не отличаются друг от друга. Отличия имеют место для нейтронных звезд (см. рис. 1 и табл. 1,2). Наибольшее значение массы M_{\max} нейтронной звезды определяется параметром a , входящим в (3.10), и размерностью пространства-времени $D=k+4$. Функция $M_{\max}(a)$ (см. рис. 2) имеет

максимум при $3 < a(D) \lesssim 4$, который превышает $M_{\max}^0 = 2.14 M_{\odot}$ - наибольшее значение массы в ОТО. С удалением от него кривая $M_{\max}(a)$ монотонно убывает и оказывается меньше M_{\max}^0 вне интервала $1.5 \lesssim a(D) \lesssim 7$ (вывод $M_{\max} < M_{\max}^0$ в случае идеального нейтронного газа был получен в [14] в предположении о наличии дополнительной циклической координаты, $D=5$). Такое поведение M_{\max} от a позволяет определить допустимые значения a путем сравнения результатов теории с данными наблюдений (см. (4.2), табл. 3). Данные пульсара PSR 1913+16 в случае $D=26$ приводят к $0.2 \leq a \leq 9.2$, а результаты работы [22] - к более жесткому ограничению $1 \leq a \leq 7.4$.

Благодарности. Двое из авторов (Л.Ш.Г. и Г.Ф.Х) благодарны участникам семинара кафедры теоретической физики Ереванского государственного университета за обсуждение полученных результатов. В расчетах использован PC Pentium, подаренный Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG) одному из авторов (Л.Ш.Г.) для проведения совместных исследований.

Работа выполнена в рамках гранта 96-855 Министерства науки и высшего образования Республики Армения.

¹ Потсдамский университет, Германия

² Институт прикладных проблем физики, Армения

³ Ереванский Государственный университет, Армения

NEUTRON STARS IN MULTIDIMENSIONAL EINSTEIN THEORY OF GRAVITATION

U.BLEYER¹, L.Sh.GRIGORIAN², H.F.KHACHATRIAN³

Radius, mass, total number of baryons and other parameters of static spherical-symmetric superdense stars are calculated. A model with one Ricci flat internal space of any dimension and approximation $p_1 = -0.5\epsilon + ap$ for additional components of the energy-momentum tensor are used (ϵ and p are total energy density and pressure of stellar matter and a is an adjustable parameter).

In the case of white dwarfs the results of multidimensional theory do not depend on the dimension of space-time (D) at $-10 \lesssim a \lesssim 10$ and coincide with similar data of GR. For neutron stars there is a dependence on D and a . In particular, at $D > 4$ the maximum mass M_{\max} of a neutron star as a function of a has its own maximum at $3 < a(D) \lesssim 4$, which is more than the maximum

mass $M_{\max}^0 = 2.14 M_{\odot}$ in GR. The confrontation of theoretical results with observational data determines allowable values of a . The data of PSR 1913+16 lead to $0.2 \leq a \leq 9.2$, in case of $D = 26$ and the results of [22] bring to more rigid restriction $1 \leq a \leq 7.4$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л.Бринк, М.Энно, Принципы теории струн, Мир, М., 1991.
2. П.Уэст, Введение в суперсимметрию и супергравитацию, Мир, М., 1989.
3. М.Грин, Дж.Шварц, Э.Виттен, Теория суперструн, в 2-х томах, Мир, М., 1990.
4. V.Emelyanov, P.Nikitin, I.Rosental, Phys. Repts, 143, 1, 1986.
5. Ю.С.Владимиров, Размерность физического пространства-времени и объединенные взаимодействия, изд. Московского университета, М., 1987.
6. М.В.Мостепененко, Н.Н.Трунов, Эффект Казимира и его приложения, Энергоатомиздат, М., 1990.
7. F.R.Tangherlini, Nuovo Cim., 27, 636, 1963.
8. M. Yoshimura, Phys. Rev., D34, 1021, 1986.
9. R.C.Meyers, Phys. Rev., D35, 455, 1987.
10. R.C.Meyers, M.J.Perry, Ann. Phys., 172, 304, 1986.
11. U.Bleyer, V.N.Melnikov, K.A.Bronnikov, S.B.Fadeev, On black hole stability in multidimensional gravity, Preprint AIP 94-01, Potsdam, 1994,
12. K.A.Bronnikov, N.V.Melnikov, Ann. Phys., 239, 40, 1995.
13. D.L.Wiltshire, Phys. Rev., D44, 1100, 1991.
14. A.R.Liddle, R.G.Moorehouse, A.B.Henrigues, Class. Quantum Grav., 7, 1009, 1990.
15. S.Chatterjee, B.Bhui, Intern. Journ. Theor. Phys., 32, 671, 1993.
16. U.Bleyer, L.Sh.Grigorian, Astrophys. Space Sci., 225, 123, 1995.
17. Г.С.Саакян, Равновесные конфигурации вырожденных газовых масс, Наука, М., 1972.
18. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, Теория поля, Наука, М., 1973.
19. М.Шварцшильд, Строеие и эволюция звезд, ИЛ, М., 1961.
20. L.Sh.Grigorian, G.S.Sahakian, Astrophys. Space Sci., 95, 305, 1983.
21. J.H.Taylor, J.M.Weisberg, Astrophys. J., 345, 434, 1989.
22. P.C.Joss, S.A.Rappaport, Ann. Rev. Astron. Astrophys., 22, 537, 1984.