

УДК: 524.338.6

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СРЕДНЕЙ ЧАСТОТЫ ВСПЫШЕК СВЕРХНОВЫХ

А.А.АКОПЯН

Поступила 30 апреля 1996

Принята к печати 15 мая 1996

Предложен метод для определения функции распределения средней частоты вспышек сверхновых звезд, аналогичный методу Амбарцумяна для определения функции распределения средней частоты вспышек вспыхивающих звезд. Из-за отсутствия необходимых данных, этот метод не применялся.

1. *Введение.* Определение функции распределения средней частоты вспышек сверхновых для конкретных совокупностей галактик представляет большой интерес с точки зрения теории эволюции звезд и звездообразования.

Прямое определение функции распределения средней частоты вспышек сверхновых звезд в настоящее время представляется невозможным из-за очень малого числа зарегистрированных вспышек. Для прямого определения функции распределения необходимо зарегистрировать хотя бы по 5-6 вспышек сверхновых в каждой галактике, входящих в данную совокупность. Судя по существующим оценкам частоты вспышек сверхновых ($\leq 10^{-2}$ год⁻¹, см., например, [1]), прямое определение функции распределения представляется невозможным, по крайней мере, в течение ближайших нескольких сот лет.

С этой точки зрения представляет несомненный интерес возможность использования разработанного Амбарцумяном [2] метода определения функции распределения средней частоты вспышек вспыхивающих звезд, для определения функции распределения средней частоты вспышек сверхновых.

Согласно Амбарцумяну [3], для этого следует в работе [2] галактики рассматривать в качестве вспыхивающих объектов и заменить слово "вспыхивающая звезда" словом "галактика", а понятие "вспышка звезды" понятием "вспышка сверхновой в галактике".

Однако, несмотря на отмеченное сходство, есть определенные отличия, вызванные спецификой наблюдательного материала, которые не позволяют применить этот метод в первоизданном виде.

Во-первых, в отличие от общего числа вспыхивающих звезд, общее число галактик в выборке в общем случае известно, поскольку выборка

составляется самим исследователем. Во-вторых, длительность времени наблюдений за отдельными галактиками выборки разная: в случае вспыхивающих звезд она почти одинакова.

Эти отличия, естественно, нашли свое отражение при решении задачи.

В задаче определения функции распределения средней частоты вспышек сверхновых звезд мы сталкиваемся с необходимостью использовать цензурированные наблюдения и соответствующие методы для обработки таких данных.

Под цензурированными наблюдениями имеется в виду, что в выборке объема N известное число наблюдений пропущено с одной или с обеих сторон. Важные примеры цензурирования наиболее часто встречаются в анализе данных типа времени жизни [4]. В данном случае цензурированным является наблюдение за той галактикой, в которой за все время наблюдений не зарегистрировано ни одной вспышки сверхновой звезды.

2. *Функция распределения средней частоты вспышек сверхновых.* Предположим, следуя Амбарцумяну [5], что последовательность вспышек сверхновых в отдельной галактике представляет собой последовательность Пуассона, т.е. вероятность k вспышек сверхновых, за время наблюдений t , в отдельной галактике равна:

$$P_k = \frac{(\nu t)^k e^{-\nu t}}{k!},$$

где ν - средняя частота вспышек сверхновых в данной галактике.

Для пуассоновского распределения плотность распределения момента первой вспышки - $\varphi(t)$ равна (см., например, [6]):

$$\varphi(t) = \nu e^{-\nu t}.$$

Для совокупности галактик, с плотностью распределения средней частоты вспышек сверхновых $\psi(\nu)$, плотность распределения моментов первых вспышек будет равна:

$$\varphi_1(t) = \int_0^{\infty} \nu e^{-\nu t} \psi(\nu) d\nu.$$

Для функции распределения $\Phi_1(T) = \int_0^T \varphi_1(t) dt$, соответственно, имеем:

$$\Phi_1(T) = \int_0^T \int_0^{\infty} \nu e^{-\nu t} \psi(\nu) d\nu dt.$$

Меняя порядок интегрирования и произведя интегрирование по t , получим:

$$\Phi_1(T) = \int_0^{\infty} (1 - e^{-vT}) \psi(v) dv,$$

или, учитывая условие нормировки $\int_0^{\infty} \psi(v) dv = 1$, имеем:

$$1 - \Phi_1(T) = \int_0^{\infty} \psi(v) e^{-vT} dv. \quad (1)$$

В анализе данных типа времени жизни функция $F_1(T) = 1 - \Phi_1(T)$ известна как функция надежности, или функция выживания [4].

Из (1) следует, что искомая функция плотности распределения средней частоты вспышек сверхновых $\psi(v)$ равна обратному преобразованию Лапласа функции выживания:

$$\psi(v) = L^{-1}[F_1(T)], \quad (2)$$

где L^{-1} - оператор обратного преобразования Лапласа.

3. *Функция выживания $F_1(T)$* . Чтобы минимизировать неизбежные ошибки, присущие обратному преобразованию Лапласа, необходимо как можно точнее представить функцию выживания с помощью наблюдательных данных, среди которых много цензурированных, поскольку в настоящий момент в подавляющем большинстве галактик за все время наблюдений не произошло ни одной вспышки сверхновой звезды.

Поскольку в календарном времени начальные моменты наблюдений за отдельными галактиками данной выборки, вообще говоря, разные, то введем условное время, в котором начала наблюдений (в результате совмещения) совпадают друг с другом и с началом отсчета условного времени $t = 0$.

Обозначим через t_i моменты условного времени, в которых зарегистрированы вспышки сверхновых. Для каждой галактики определим величину T как момент первой вспышки в данной галактике, если она имела место. Если же вспышка не имела места, то T - общее время наблюдений за этой галактикой.

Пусть n_i - число галактик, для которых $T \geq t_i$, а m_i - число галактик, у которых в момент условного времени t_i зарегистрированы первые вспышки сверхновых.

В этом случае, оценкой максимального правдоподобия функции выживания $F_1(T)$ является оценка Каплана-Мейера (см., например, [4]):

$$F_1(T) = \prod \left(1 - \frac{m_i}{n_i} \right) \quad (3)$$

где через \prod обозначено произведение по всем i , $t_i \leq T$. Дисперсия этой оценки равна [4]:

$$D[F_1(T)] = [F_1(T)]^2 \sum \frac{m_i}{n_i(n_i - m_i)}, \quad (4)$$

где \sum - сумма по всем i , $t_i \leq T$.

Таким образом, задача определения функции плотности распределения средней частоты вспышек сверхновых звезд сводится к обратному преобразованию Лапласа функции выживания $F_1(T)$ (3), с учетом ошибок его определения (4).

К сожалению, в настоящее время полученные результаты не могут найти примененис из-за очень большого количества цензурированных данных. Например, для выборок, приведенных в [1], процент галактик, у которых зарегистрированы вспышки сверхновых звезд, меньше 10. Ясно, что в этом случае ошибка оценки $F_1(T)$ будет большой, что приведет к еще большим ошибкам определения искомой функции при применении обратного преобразования Лапласа. Таким образом, приведенное решение задачи в настоящий момент представляет лишь методический интерес. Его примененис стант возможным, наверное, через несколько десятков лет систематических наблюдений, когда процент галактик, у которых зарегистрированы вспышки сверхновых звезд, составит хотя бы 60-70. Учитывая это обстоятельство, в данной статье детально не рассматриваются практические пути ршения задачи, в частности, обратного преобразования Лапласа функции выживания.

4. *Заключение.* Предложен метод для определения функции распределения средней частоты вспышек сверхновых в галактиках. Аналогичный метод был впервые применен Амбарцумяном [2] для определения функции распределения средней частоты вспышек вспыхивающих звезд. Приведенный в данной работе метод отличается от этого метода тем, что в работе [2] решение получается путем обратного преобразования Лапласа наблюдаемой функции плотности распределения моментов первых вспышек $\varphi_1(t)$ (с точностью до постоянного множителя). При этом плотность распределения аппроксимируется аналитической

функцией, для которой обратное преобразование Лапласа известно, и неявно экстраполируется на большие значения t .

В данной же работе решение получится путем обратного преобразования Лапласа наблюдаемой функции выживания (2). При этом, функция выживания $F_1(T)$ оценивается с помощью статистической оценки Каплана-Мейера (3), что, впрочем, не исключает дальнейшей аппроксимации полученной функции $F_1(T)$, с целью получения аналитического выражения для искомой функции плотности распределения средней частоты вспышек сверхновых звезд - $\psi(v)$.

При практическом решении обратной задачи, к числу которых относится данная задача, очень полезно знание предварительной информации о характере исходной функции, в данном случае - $F_1(T)$. В этом отношении функция $F_1(T)$ обладает несомненным преимуществом: по своему определению она является монотонно убывающей функцией T и изменяется строго в пределах от 1 до 0. С практической точки зрения, представляется очень важной также возможность оценить ошибку определения $F_1(T)$ по формуле (4).

Из-за отсутствия необходимых данных, разработанный метод не применялся.

Автор будет благодарен, если кто-нибудь из коллег укажет на возможность применения предложенного метода к конкретной совокупности галактик.

Автор выражает благодарность проф. Л.В.Мирзояну за внимательное прочтение статьи и за замечания.

Бюраканская астрофизическая
обсерватория, Армения

ON THE METHOD OF DETERMINATION OF THE MEAN SUPERNOVAE RATE DISTRIBUTION FUNCTION

A.A.KOPIAN

A method of determination of the mean supernovae rate distribution function was proposed, like Ambartsumian's method of the flares mean frequency distribution function for the flare stars. Because of the lack of necessary data, the method was not applied.

ЛИТЕРАТУРА

1. *E. Cappellaro, M. Turatto, S. Benetti, D. Yu. Tsvetkov, O.S. Bartunov, I.N. Makarova, Astron. Astrophys., 268, 472, 1993.*
2. *В.А.Амбарцумян, Астрофизика, 14, 367, 1978.*
3. *В.А.Амбарцумян, Научные труды, т. 3, АН Арм. ССР, Ереван, 1988, с. 360.*
4. *Д.Р.Кокс, Д.Оукс, Анализ данных типа времени жизни, Финансы и статистика, М., 1988.*
5. *В.А.Амбарцумян, Звезды, Туманности, Галактики, Бюраканский симпозиум, АН Арм. ССР, Ереван, 1968, с. 283.*
6. *Г.Корн, Т.Корн, Справочник по математике, Наука, М., 1984.*