АСТРОФИЗИКА

ТОМ 39 ФЕВРАЛЬ, 1996 ВЫПУСК 1

УДК: 524.77

НЕОБХОДИМЫЕ ПРИЗНАКИ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ОДНОРОДНОСТИ ГРУПП ГАЛАКТИК

Г.А.САИЯН

Поступила 14 ноября 1995
Принята к печати 11 февраля 1996

С целью поиска пространственно-однородных групп галактик построены два необходимых признака систем такого типа. В обоих случаях используется парное распределение галактик (распределение их взаимного расстояния) в картинной плоскости. Это распределение выводится теоретически (в пределе $N\to\infty$, где N - число галактик в группе) и численно при конечных значениях N. При этом рассматривалась ортогональная проекция однородного пуассоновского процесса в сфере некоторого радиуса на плоскость. В первом признаке используется критерий Колмогорова для сравнения вычисленного интегрального парного распределения с наблюдаемым. Во втором используются безразмерные статистики, связанные с моментами парного распределения. Исследование каталогов Геллер - Хукры и Магтесяна, в которых отбор групп галактик производился согласно условию $9\le N\le 30$, показало, что эти системы в своем подавляющем большинстве пространственно неоднородны. Обсуждаются некоторые динамические следствия из полученных результатов.

1. *Введение.* Исследование структурных особенностей групп галактик необходимо для понимания их динамического состояния. Как известно, несоответствие в оценках динамической и светящейся масс, обнаруженное у этих систем, как и ранее у скоплений галактик, породило две точки зрения, призванные устранить данное противоречие. Первая состоит в предположении наличия в этих системах значительного количества скрытой массы, стабилизирующей их и обеспечивающей выполнение теоремы вириала (см. обзор [1]). Вторая точка зрения предполагает положительность полной энергии групп (и скоплений), причем эта положительность может быть как первоначальной (гипотеза Амбарцумяна [2]), так и приобретенной в процессе эволюции (например, за счет потери системой массы, выброшенной из галактик [3]). Построение численных моделей неравновесных систем [4] позволило выявить ряд внешних признаков их отличия. В частности оказалось, что при некоторых условиях расширяющиеся конфигурации стремятся к приблизительной однородности в пространстве, в то время как в связанных системах с течением

времени формируется структура типа ядро-гало. Имеет место также различие в степени сегрегации масс (светимостей) и в процентном содержании образующихся двойных галактик.

В более поздних исследованиях по динамике групп галактик мы не находим столь детального сопоставления двух концепций на уровне численных моделей. Как правило, упомянутые системы считаются связанными, хотя альтернативная возможность не исключается. Для связанных групп время пересечения системы меньше хаббловского (см. [5], [6]). При интерпретации результатов исследований, наряду с неопределенностями в оценках масс групп галактик, это обстоятельство может оказаться решающим даже в тех случаях, когда приближенные оценки потенциальной и кинетической энергии этих систем указывают на положительность их полной энергии [7].

По поводу численных экспериментов по динамике групп галактик необходимо, по-видимому, заметить, что даже в тех случаях, когда их результаты слабо зависят от стартовых условий моделирования, последние все же составляют лишь узкое подмножество того широкого диапазона условий, которые допустимы для реальных групп галактик. На наш взгляд, это одна из причин, не исключающая целесообразность обсуждения различных аспектов возможного проявления динамической неустойчивости этих систем (в смысле положительности их полной энергии).

Одним из вероятных признаков (хотя не достаточным и даже не необходимым) такой неустойчивости, как это следует из работы [4], можно считать, в первом (грубом) приближении, приблизительную пространственную однородность групп. Тем самым выделяется класс пространственно однородных систем, представляющий специфический интерес с динамической точки зрения. В связи с этим возникает проблема поиска таких систем среди известных групп галактик. Решение этой задачи приводит к необходимости построения количественного критерия пространственной однородности, что и является целью настоящей работы. Искомое свойство не может быть выявлено путем оценок локальной плотности числа галактик в разных частях занимаемого группой объема, поскольку это число мало и в редких случаях превышает два-три десятка.

Основная идея этой работы заключается в сравнении наблюдаемых характеристик поля галактик группы (объем которой предполагается сферическим) с аналогичными характеристиками спроектированного на круг пуассоновского однородного процесса внутри этой сферы. Такими характеристиками являются распределение взаимных расстояний галактик (парное распределение) и связанные с ними статистики. Мы будем использовать безразмерные статистики, определение которых дается в разделе 2. Эти характеристики инвариантны относительно группы движений евклидова пространства [8]. Кроме того, значения безразмерных статистик не зависят от радиуса сферы. Переход к интегральному парному распределению позволяет применить критерий Колмогорова для проверки простой гипотезы о пространственной однородности групп галактик. Группы были отобраны из каталогов Геллер-Хукры [9] и Магтесяна [10]. При анализе эмпирических данных использовались результаты численного моделирования этих систем при различных значениях числа членов группы.

2. *Основные соотношения.*

2.1. Интегральное парное распределение. Рассмотрим точечный сферически-симметричный пуассоновский процесс внутри сферы радиуса a в n-мерном евклидовом пространстве (в этом случае интенсивность процесса $f_n(r')$ является функцией только расстояния r' от центра симметрии). Обозначим $Q_n(r')dr'$ вероятность того, что случайная точка окажется на расстоянии от r' до $r'+dr'$ от центра сферы. Выберем $f_n(r')$ таким, чтобы удовлетворялось условие нормировки

$$\int_0^a Q_n(r')\,dr' = 1.$$

Тогда очевидно, что

$$Q_n(r') = \begin{cases} \dfrac{n}{a^n} f_n(r')\, r'^{\,n-1}, \ r' \le a \\ 0, \ r' > a. \end{cases} \tag{1}$$

Характеристическая функция случайной величины $r' = |\vec{r}'|$ определяется через преобразование Ганкеля [11]:

$$G_n(\rho) = \int_0^a Q_n(r')\Lambda_{\frac{n}{2}-1}(r'\rho)\,dr'; \tag{2}$$

$$\Lambda_\alpha(x) = \Gamma(1+\alpha)\left(\frac{1}{2}x\right)^{-\alpha} J_\alpha(x),$$

где $\Gamma(1+\alpha)$ - гамма-функция Эйлера, $J_\alpha(x)$ - функция Бесселя первого рода порядка α.

Рассмотрим далее ортогональные проекции описанного распределения на линейные подпространства евклидова пространства. Мы получим новые сферически-симметричные распределения внутри гиперсфер меньшей размерности и того же радиуса. Согласно Лорду, для всех таких проективных изображений характеристическая функция одна и та же (мы называем это свойство фундаментальным свойством сферически-симметричных систем). В частности, если начальный процесс однороден, то он индуцирует пространственно однородную систему с характеристической функцией $G_n(\rho)=\Lambda_{n/2}(a\rho)$.

Обозначим $P_n(r)dr$ вероятность того, что взаимное расстояние двух точек будет лежать в интервале r, $r+dr$ (распределение расстояний). Эта функция определяется через обратное преобразование Ганкеля

$$P_n(r)=2^{1-\frac{n}{2}}\Gamma^{-1}\left(\frac{n}{2}\right)\int_0^\infty (r\rho)^{\frac{n}{2}} J_{\frac{n}{2}-1}(r\rho)\,G_n^2(\rho)\,d\rho \tag{4}$$

(здесь учтено, что характеристическая функция $|\bar{r}|$ равна $G^2_n(\rho)$). Для спроектированного на плоскость пространственно однородного распределения мы можем написать, следуя Лорду и используя фундаментальное свойство сферически-симметричных распределений (в этом случае $G_2(\rho)=G_3(\rho)=\Lambda_{3/2}(a\rho)$,

$$P_2(q)=\frac{9}{2}\pi\frac{q}{a^3}\int_0^\infty \rho^{-2}J_0(q\rho)\,J_{3/2}^2(a\rho)\,d\rho, \tag{5}$$

(q - взаимное расстояние точек в проекции).

Воспользуемся формулой Неймана [12]

$$\int_0^{\pi/2} J_3(2a\rho\cos\varphi)\,d\varphi=\frac{\pi}{2}J_{3/2}^2(a\rho). \tag{6}$$

Подставляя (6) в (5), получим,

$$P_2(q)=\frac{9\pi q}{a^3}\int_0^{\arccos y'} V(q_1\varphi)\,d\varphi, \quad y'=q/2a, \tag{7}$$

где $V(q,\varphi)$ - интеграл типа Вебера-Шафхейтлина [13]

$$V(q,\varphi) = \int_0^\infty J_3(2a\rho\cos\varphi)J_0(q\rho)\rho^{-2}\,d\rho =$$

$$= \begin{cases} \dfrac{\left(4a^2\cos^2\varphi - q^2\right)^2}{64a^3\cos^3\varphi}, \varphi < \arccos(q/2a) \\ 0, \varphi > \arccos(q/2a) \end{cases}. \tag{8}$$

Производя интегрирование, получим

$$P_2(y') = \frac{9}{2}y'\left[\sqrt{1-y'^2}\left(2+y'^2\right) - y'^2\left(4-y'^2\right)\ln\frac{1+\sqrt{1-y'^2}}{y'}\right] \tag{9}$$

и моменты этого распределения

$$\tilde{\mu}_k(2) = \int_0^{2a} q^k\, P_2(q)\,dq. \tag{10}$$

Сравнение этой функции с парным распределением в однородной сфере [11]

$$P_3(y)=12y^2(1-y)^2(2+y),\ y=r/2a$$

показывает, что максимум $P_3(y)$ смещен относительно максимума $P_2(y')$ в сторону меньших значений y. Последнее вызвано повышенной концентрацией проективного изображения системы по сравнению с ее пространственным образом, в связи с чем возрастает и статистический вес близких пар.

Вычислим интегральное парное распределение $F_2(q)$, т.е. вероятность того, что взаимное удаление двух точек не превышает q. Интегрирование дает

$$F_2(q) = \int_0^q P_2(x)\,dx = \frac{9}{2}\left[\frac{4}{9} - \left(1-\frac{1}{6}y'^2\right)y'^4\ln\left(\frac{1+\tau}{y'}\right) - \right.$$

$$\left. -\frac{1}{4}y'^4\left(1-\frac{1}{9}y'^2\right) + \frac{\tau}{3}\left(\frac{5}{2} - \frac{5}{4}\tau - \frac{11}{3}\tau^2 + \frac{1}{2}\tau^3 + \frac{1}{2}\tau^4 + \frac{1}{12}\tau^5\right)\right]$$

$$\tau = \sqrt{1-y'^2}. \tag{11}$$

Именно эта функция и будет использована нами при проверке критерием Колмогорова простой гипотезы: соответствует ли наблюдаемое парное распределение заданных объектов состоянию пространственной однородности?

По поводу использованного здесь преобразования Ганкеля заметим, что ранее оно применялось для восстановления двумерных профилей плотности групп и скоплений галактик [14], [15]. Однако авторы не обратили внимание на фундаментальное свойство характеристических функций, которое может быть использовано так же и для решения трехмерной задачи.

2.2. Безразмерные статистики. Отклонения от пространственной однородности у групп галактик могут наблюдаться в форме скученности с градиентом плотности или специфических конфигураций типа прямых цепочек, колец, дуг и т.д. Последние могут наблюдаться у структур, концентрирующихся вблизи некоторой плоскости в пространстве, сфероидальной поверхности и т.д. Для оценки степени отклонения наблюдаемого распределения от пространственного однородного, целесообразно использовать безразмерные статистики

$$B_k = \frac{A_{2k}}{A_k^2} - 1, \qquad A_k = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{i \neq j}^{N} r_{ij}^k, \tag{12}$$

где r_{ij} - парные расстояния между i-ой и j-ой точками поля, A_k - среднее значение всех попарных расстояний k-го порядка. (По теореме Гливенко-Кантелли при $N \to \infty$ A_k -статистики стремятся к функционалам $\mu_k(n)$ - моментам k-ого порядка распределения расстояний, в частности к $\tilde{\mu}_k(r)$ для распределения (9)). B_k - статистики впервые были введены в работе [16], где рассматривались их частные случаи (k=2). Обобщение на случай моментов произвольного порядка было дано в [17]. Мы будем рассматривать лишь случаи k=1,2,3,4. Как показано в [8], выпуклые конфигурации необходимо характеризуются системой неравенств, которой удовлетворяют моменты $\mu_k(n)$ или их вырожденные аналоги (когда точки располагаются вдоль контура, очерчивающего конфигурацию). Подчеркнем, что каждая конфигурация может быть аппроксимирована некоторым выпуклым контуром или вложена в него.

Распределению (9), т.е. ортогональной проекции пространственного однородного распределения на плоскость, соответствуют значения статистик $B_k = \tilde{\mu}_{2k}(2) / \tilde{\mu}^2{}_k(2) - 1$ (при $N \to \infty$), приведенные в последней строке таблицы. Для сравнения приведем их значения в некоторых специальных случаях расположения точек (пуассоновского процесса на данных многообразиях)

B_1	B_2	B_3	B_4	
0.5	1.4	2.571	4.0	(сегмент),
0.234	0.5	0.735	0.941	(окружность)
0.22	0.67	1.268	2.024	(круг)

Вторая строка этой таблицы составлена на основе формулы (12) из [17]. В остальных случаях использовались моментные соотношения Хаммерсли [18] для функции $P_*(r)$ при равномерном распределении точек в n-мерной сфере (см. также формулу (12.74) в книге Сантало [8])

$$\mu_k(n) = \frac{n\Gamma(n+1)}{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)} \frac{\Gamma\left(\frac{n+k+1}{2}\right)}{(n+k)\Gamma\left(n+\frac{k}{2}+1\right)}. \tag{13}$$

3. *Численное моделирование.* Для практического применения описанных характеристик к исследованию групп галактик требуется их вычисление при конечных значениях N. Теоретический рассчет в этом случае сопряжен с большими математическими трудностями. Поэтому необходимо промоделировать однородную систему и, спроектировав ее изображение на плоскость, определить все указанные характеристики полученного точечного поля. Если соответствующее дискретное парное распределение $\widetilde{F}_2(q, N)$ аппроксимирует теоретическое распределение $F_2(q)$, то максимум дисперсии значений $\widetilde{F}_2$ равен

$$\sigma_N = \frac{1}{\sqrt{2N(N-1)}}.$$

Пусть $S(q,N)$ - эмпирическая функция распределения, выведенная по координатам галактик данной группы. Если D-статистика Колмогорова, т.е. $D = \sup\limits_q \left|\widetilde{F}_2(q, N) - F_2(q)\right|$, то неравенство $D\sqrt{\frac{N(N-1)}{2}} \le 0.5$ можно рассматривать как условие отбора однородных в пространстве случайных точечных полей (вероятность K принятия гипотезы о том, что группа пространственно однородна, равна 0.964). Это очень сильное условие. Из общего числа смоделированных полей ему удовлетворяют лишь 15-20%. Практически мы будем иметь дело со случаем, при котором различие в функциях $F_2(q)$ и $\tilde{F}_2(q,N)$ столь мало, что использование вместо D статистики $D' = \sup\limits_q \left|F_2(q) - S(q,N)\right|$ не влияет в качественном плане на конечный результат, хотя и несколько ужесточает условие отбора.

При численном моделировании N-точечных группировок вычислялись среднее значения $\overline{B}_k$ и стандартные отклонения σ статистик B_k (см. табл. 1). Отклонения наблюдаемых значений B_k^0 этих статистик от средних модельных можно рассматривать как случайные ошибки, подчиняющиеся нормальному распределению [16]. Введя стандартизованную переменную $u = \left|B_k^0 - \overline{B}_k\right| / \sigma$, можно оценить вероятность случайного отклонения наблюдаемого распределения галактик в группе от однородности. Условимся считать группу близкой к состоянию пространственной однородности, если при любом k выполняется следующее приближенное неравенство $u \leq 1$.

Как показывают рассчеты, поля, однородные в смысле критерия Колмогорова не обязательно однородны в смысле B_k-критерия. Этот результат не представляется неожиданным, если вспомнить проблему моментов Стилтьеса-Хаусдорфа [19], согласно которой моменты $\tilde{\mu}_k(2)$ (а значит и их статистические приближения A_k) не являются достаточными характеристиками распределения $P_2(q)$.

4. *Результаты исследования групп галактик.* Описанная выше процедура выделения пространственно однородных систем с малым числом членов была применена для поиска групп галактик, обладающих подходящими признаками. С этой целью были отобраны 45 групп галактик из каталогов Геллер-Хукра [9] (28 объектов), обозначаемых здесь и далее как *GH*) и Маттесяна (*Mh*) [10] (17 объектов), удовлетворяющих условию численности галактик $9 \leq N \leq 30$. Оно близко к использованному в работе Аарсета и Саслау [1]. Кроме того, это условие частично отсеивает фиктивные группы, число которых возрастает в сторону малых N и может достигать высокого процента от общего числа групп. По данным [20], включающим новый список групп галактик с предельной звездной

величиной $15^m.5$ в области $8^h \leq \alpha \leq 17^h$ и $26^0.5 \leq \delta \leq 38^0.5$, такие группы составляют $\approx 33\%$ для $N<5$. Из нового списка 4 группы удовлетворяли приведенному условию численности (в этой полосе присутствуют также 4 группы из прежнего списка с предельной звездной величиной $14^m.5$). В отличие от каталога [9], данный список не обладает полнотой и охватывает существенно меньшую область небесной сферы. Поэтому мы посчитали целесообразным ограничиться объектами указанного каталога, предполагая, что окончательные выводы не зависят от предельной звездной величины галактик выборки. В дальнейшем планируется выполнить аналогичное исследование на основе более полных данных CfA-обзора (см., например, [21]).

Серьезной проблемой является определение реальных размеров групп галактик. В качестве такового мы взяли двукратное значение расстояния

Таблица 1

ДАННЫЕ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ТОЧЕЧНЫХ ГРУППИРОВОК ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ЗНАЧЕНИЯХ N

N	Характеристика распределения	Критерий			
		B_1	B_2	B_3	B_4
9	среднее	0.208	0.640	1.238	1.990
	стандартное отклонение	0.045	0.149	0.351	0.676
16	среднее	0.217	0.680	1.344	2.219
	стандартное отклонение	0.026	0.100	0.262	0.559
30	среднее	0.225	0.702	1.385	2.286
	стандартное отклонение	0.020	0.088	0.219	0.420
∞	среднее	0.226	0.714	1.419	2.369
	стандартное отклонение	0	0	0	0

максимально удаленной от центра группы галактики. Оно равно диаметру минимального круга, внутри которого находится система, и представляет собой нижний предел линейного масштаба, выделяющего группу как кластер из общего поля галактик.

В результате проведенного анализа мы пришли к следующим выводам. Группы Геллер-Хукры обнаруживают сравнительно более выраженное стремление к пространственной однородности, чем группы Магтесяна (среди последних пространственно однородные системы пректически отсутствуют. Возможно, здесь сказывается также различие в принципах отождествления групп). Пять *GH*-групп могут быть признаны пространственно однородными с вероятностью $K \geq 0.8$ по критерию Колмогорова. Это группы *GH* 8,74,88,91,145. Как правило, значения B_k-статистик для них также близки к характерным для пространственно однородного случая значениям по сравнению с теми группами, которые исключены критерием Колмогорова (не считая *GH* 91). У остальных групп указанные показатели значительно хуже. Вероятность того, что группа однородна по B_k-критерию существенно ниже, чем вероятность принятия этой гипотезы по критерию Колмогорова. Наилучшие совокупные показатели у трех групп - *GH* 8, 74 и 88.

Группы *GH* 8 и *GH* 145 являются членами более крупных иерархических структур (скоплений галактик Piscess и Virgo III, соответственно).

Группы *GH* 74 и 88 являются изолированными и открыты впервые авторами каталога. *GH* 74 содержит минимальное число членов по условию отбора (всего 9) и одну из наиболее высоких дисперсий лучевых скоростей среди отобранных систем (961 км/с). Имеются, однако, основания считать, что группа *GH* 74 искажена фиктивными членами, проектирующимися на реальную группу [11]. Таким образом, среди исследованных объектов

Таблица 2

N группы по GH	Вероятность того, что группа однородна				
	Колм.	B_1	B_2	B_3	B_4
8	0.80	0.617	0.503	0.397	0.505
74	0.88	0.74	0.285	0.230	0.250
88	0.97	0.32	0.484	0.395	0.298

в качестве наиболее близких к пространственно однородным системам остаются группы галактик *GH* 8 и 88. Первая имеет дисперсию лучевых скоростей 294 км/с и N=10. У *GH* 88, соответственно, 238 км/с и N=12. К сказанному добавим также, что среди GH-групп пять обнаруживают признаки вытянутости, из них три группы изолированы. Вероятно, они реально вытянуты в пространстве, либо представляют собой сплющенные системы (*GH* 58, 99 и 101). Из групп Маттесяна одна имеет признаки кольцеобразности (*Mh* 12).

5. *Обсуждение результатов.* Мы видим, что системы, близкие к пространственно однородным, среди исследованных групп галактик крайне редки. Однозначная интерпретация этого результата с динамической точки зрения вряд ли возможна при нынешнем состоянии изученности проблемы. С одной стороны, если принять во внимание результаты моделирования в [1], мы должны заключить, что у нас нет оснований считать эти системы динамически неустойчивыми (подчеркнем, что речь идет о группах галактик с $9 \le N \le 30$). С другой стороны, пространственная однородность не является единственно возможным наблюдательным проявлением динамической неустойчивости. Многие из них нам неизвестны. Другие же внешние признаки отличия этого явления (которые мы здесь не рассматривали) также требуют детального изучения. Мы имеем в виду прежде всего эффект сегрегации масс и относительное содержание двойных галактик в группах. Очень важно исследовать морфологию индивидуальных галактик на основе более глубоких обзоров, уточнить реальные размеры групп галактик, оценки их времен пересечения и отношение масса/светимость. Хотелось бы подчеркнуть, что пространственная квазиоднородность групп галактик является одним из признаков их возможной динамической неустойчивости лишь при весьма ограниченных условиях моделирования динамики системы N-тел. Поэтому данное свойство (как динамический признак) следует воспринимать с определенными оговорками (относительно начального распределения скоростей, спектра масс галактик, их динамических моделей и т.д.). при моделировании динамики гравитирующих систем важно также учитывать неточечный характер взаимодействия ее членов, когда система оказывается компактной в малом объеме. Мы не знаем, как это обстоятельство может отразиться на памяти о начальных условиях в динамических системах с малым числом членов. Имеются и другие аспекты, усиливающие проблематичность исследуемой ситуации.

По мнению ряда авторов, в некоторых случаях признаком динамической неустойчивости групп галактик (либо анизотропного распределения скоростей в них) может быть их характерная конфигурация. В частности, такая точка зрения высказывалась в [22] применительно к компактным группам компактных галактик, часто имеющих вытянутую или дугообразную форму.

По-видимому, наиболее приемлемым выводом из сказанного будет следующий: исследованные нами группы галактик не удовлетворяют тем условиям моделирования в [1], при которых одним из наблюдаемых проявлений их возможной динамической неустойчивости является пространственная квазиоднородность этих систем.

В связи с полученным результатом заметим, что вообще в мире гравитирующих систем пространственно однородные образования представляют собой большую редкость. Об этом говорят и данные о двумерных профилях скоплений галактик [23-27], обнаруживающих значительные градиенты плотности к центру, а также, в частности, компактных групп галактик [28].

6. *Заключение*. В настоящей работе предложены критерии пространственной однородности групп галактик, основанные на использовании распределения парных (взаимных) расстояний между членами группы. Эмпирическое интегральное распределение этих расстояний (в проекции на небесную сферу) сравнивается с аналогичной функцией для спроектированного на круг пуассоновского однородного точечного процесса внутри сферы. Это сводит один из критериев к критерию Колмогорова проверки простой гипотезы (т.е. близости двух указанных функций). Одновременно были использованы безразмерные характеристики поля объектов, связанные с моментами парного распределения. Последние с необходимостью характеризуют специфические геометрические конфигурации группировок объектов [17]. Для получения упомянутых характеристик при заданном числе членов системы проводилось численное моделирование. Теоретические и модельные значения этих характеристик сравнивались с наблюдаемыми для групп галактик из каталогов Геллер-Хукры и Магтесяна. Результаты этого сравнения позволяют заключить, что группы галактик представляют собой (в подавляющем большинстве) пространственно неоднородные системы.

Предложенные критерии отбора групп галактик, подозреваемых в принадлежности к пространственно однородным системам, являются необходимыми, но недостаточными. Что касается неоднозначности решения задачи о восстановлении пространственных образов по их проекционным изображениям, то отметим, что в данном случае мы имеем дело с дискретными системами. В отличие от непрерывных и гладких образов, для которых указанная неоднозначность имеет место достоверно, дискретные образы допускают отличную от нуля вероятность того, что между ними и их проекцией на плоскость существует однозначное соответствие. И хотя мы не знаем в каких именно случаях это соответствие имеет место, данное обстоятельство позволяет нам использовать двумерную информацию о звездных системах, состоящих из сравнительно небольшого числа членов, для исследования их пространственных свойств.

В заключение хочу выразить благодарность участникам семинара Бюраканской астрофизической обсерватории за активное обсуждение настоящей работы и стимулирующие замечания. Выражаю также свою благодарность А.Маттесяну за проявленный интерес к работе и дискуссию по некоторым наблюдательным аспектам.

Бюраканская астрофизическая обсерватория,
Армения

NECESSARY SIGNS OF SPATIAL HOMOGENEITY OF GROUPS OF GALAXIES

G.A.SAIYAN

To search of spatial homogeneous groups of galaxies a two necessary signs of those systems are constructed. In both cases the pair distribution of galaxies (their mutual distance distribution) in the picture plane is used. This distribution is deduced theoreticaly (in the limit $N\to\infty$, where N is the number of galaxies in the group) and numericaly for final N. For this an ortogonal projection on the plane of homogeneous Poisson process in the sphere of some radius was considered. In the first sign Kolmogorov's test is used to compare of computed cumulative pair distribution with observed one. In the second sign dimensionless statistics, related with the pair distribution moments, are used. Investigation of Geller-Huchra and Mahtessian's catalogs groups of galaxies in which were selected by the condition $9\leq N\leq 30$, has shown that these systems are spatially inhomogeneous in its overwhelming majority. A few dynamical consequences from the obtained results are discussed.

ЛИТЕРАТУРА

1. *V.Trimble,* Ann.Rev.Astr.&Astrophys., **25**, 425, 1987.
2. *В.А.Амбарцумян,* Научные труды, Изд. АН Арм.ССР, Ереван, 1960.
3. *G.B.Field, W.C.Saslaw,* Ap. J., **170**, 199, 1971.
4. *S.J.Aarseth, W.C.Saslaw,* Ap. J., **172**, 17, 1972.
5. *H.J.Rood, J.R.Dickel,* Ap. J., **224**, 724, 1978.
6. *F.R.Klinkhammer,* Astr.&Astrophys., **91**, 365, 1980.
7. *B.A.Williams,* Clusters And Groups of Galaxies, 1983, P.375 Proceedings of International Meeting Held in Trieste, Italy, September 13-16, Edited by F.Mardirosian, G.Giuricin and M.Mezzetti.
8. *Л.Сантало,* Интегральная геометрия и геометрические вероятности., "Наука", М., 1983, 360 с.
9. *M.Geller, J.Huchra,* Ap. J. Suppl.Ser., **52**, 61, 1983.
10. *A.P.Mahtessian,* Group of Galaxies. II. General list., 1995. (Preprint of Byurakan Astrophysical Observatory).
11. *R.D.Lord,* Ann. Math. Stat., **25**, 794, 1954.
12. *Г.Бейтмен, А.Эрдейи,* Высшие трансцендентные функции, Наука, М., Т.11, 1974, 295 с.
13. *Г.Ватсон,* Теория бесселевых функций, т.1, 1949.
14. *M.Sanroma, E.Salvador-Sole,* Ap. J., **342**, 17, 1989.
15. *E.Salvador-Sole, M.Sanroma,* Ap. J., **345**, 660, 1989.
16. *С.М.Кудрявцев,* Вестник ЛГУ, **15**, 74, 1985.
17. *Г.А.Саиян,* Астрон. жур., 68, Вып.5, 1036, 1991.
18. *J.M.Hammersley,* Ann. Math. Stat., **21**, 447, 1950.
19. *Ю.А.Казьмин,* Моментов проблема., Математическая энциклопедия, М., т.3, 794, 1982.
20. *M.Ramella, M.Geller, J.Huchra,* Ap. J., **344**, 57, 1989.
21. *J.P.Huchra, M.J.Geller,* Ap. J. Suppl. Ser., **99**, 391, 1995.
22. *Р.А.Варданян, Ю.К.Мелик-Алавердян,* Астрофизика, 14, вып.1, 195, 1978.
23. *N.A.Bahcall*, Ap. J., **198**, 249, 1975.
24. *N.A.Bahcall*, Ann. Rev. Astr. Ap., **15**, 505, 1977.
25. *S.A.Gregory, W.G.Tifft*, Ap. J., **206**, 934, 1976.
26. *C.A.Sarazin*, Rev. Mod. Phys., **58**, 1, 1986.
27. *P.Hickson*, Ap. J., **217**, 16, 1977.
28. *P.Hickson, Z.Ninkov, J.P.Huchra, G.A.Mamon*, in Clusters and Groups of Galaxies, 1983, p.367.