

МНОГОМЕРНЫЕ КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В ЭФФЕКТИВНОЙ СТРУННОЙ ГРАВИТАЦИИ. II

А.А.СААРЯН

Поступила 24 июля 1995

Принята к печати 27 августа 1995

Проведен анализ точных решений, полученных в первой части работы, для однородной и анизотропной плоской космологической модели в общем конформном представлении многомерной низкоэнергетической теории струн. Показано, что особые решения со степенным законом изменения масштабных факторов максимально симметричных подпространств и скалярного поля являются асимптотами общего решения в ранних и поздних стадиях эволюции. Исследованы условия, при которых реализуются модели экспоненциальной, растянутой и сильной инфляций. В качестве иллюстрации общих закономерностей рассмотрен конкретный пример антисимметричного поля Калба - Рамона в роли источника гравитации. Показана возможность динамической компактификации дополнительных измерений.

1. Введение. В настоящее время теория струн остается единственной самосогласованной теоретической основой для объединения всех физических взаимодействий, включая гравитацию. В низкоэнергетическом пределе система уравнений струнной теории может быть выведена из требования конформной инвариантности соответствующей сигма - модели [1,2] (а также, [3, 4]) (о других способах вывода см. [5 - 7]) и могут быть получены путем вариации соответствующего эффективного действия. В древесном приближении по параметру петлевого разложения $e^{2\phi}$ [8] и в ведущем порядке по натяжению струны бозонная часть этого действия имеет вид

$$S = \int d^D x \sqrt{-\tilde{G}} e^{-2\phi} \left[-\frac{1}{16\pi k_D} \left(R + 4\tilde{\partial}^M \phi \partial_M \phi - \frac{1}{12} H_{MNP} H^{MNP} \right) + L_m(\psi) \right], \quad (1)$$

где D - размерность фонового пространства - времени (в данной работе мы рассматриваем случай критических размерностей: $D=26$ для бозонных струн и $D=10$ для суперструн), k_D - D -мерная гравитационная постоянная, L_m - лагранжиан других полей ψ . Гравитационный сектор теории

составляют метрика $\tilde{G}_{MN}$, $M, N = 0, 1, \dots, D-1$, поле дилатона ϕ и 3-форма H_{MNP} , связанная с потенциалом B_{MN} соотношением $H=dB$ (d - внешняя производная формы), знак $\sim$ над буквой означает, что соответствующая величина рассматривается в струнном конформном представлении. Другими важными представлениями являются эйнштейновское представление, в котором член со скаляром Риччи имеет канонический вид (не содержит поля дилатона), и представление Йордана, в котором негравитационная часть действия не зависит от ϕ . В первой части данной работы [9] было показано, что в общем конформном представлении, получаемом из струнного представления преобразованием

$$G_{MN} = e^{-c\phi} \tilde{G}_{MN} \quad (2)$$

с некоторой постоянной c , эффективная струнная гравитация представляется в виде D -мерной теории Йордана-Бранса-Дикке (ЙБД) с зависящим от поля дилатона негравитационным действием и с параметром

$$\omega = -1 - \frac{1 - 4/b^2}{D-2}, \quad b = Dc/2 - c - 2 \neq 0. \quad (3)$$

При $b=0$ реализуется эйнштейновское представление (см. приложение в [9]). В рамках этой теории рассмотрена однородная анизотропная космологическая модель со структурой $R \times M^a \times \dots \times M^a$, где M^a - максимально симметричное подпространство размерности n_r . В случае плоских подпространств и для уравнения состояния

$$p_i = a\varepsilon \quad (4)$$

с постоянными a , (p_i - давление в подпространстве M^a , ε - плотность энергии). Для установления обозначений и удобства дальнейших ссылок приведем некоторые результаты из первой части [9].

Множество решений модели состоит из особых решений и общего решения. Число особых решений на единицу больше числа корней уравнения

$$8\pi k_D \varepsilon / \Phi = A_{22} x^2 F(1, w) / c_2^2 = 0, \quad \Phi = e^{b\phi},$$

$$F(1, w) = w^2 + 2d_2 w + d_3, \quad d_2 = \frac{c_2 A_{12}}{c_1 A_{11}}, \quad d_3 = \frac{c_2^2 A_{11}}{c_1^2 A_{22}}, \quad x = c_1 n_1 \frac{\dot{R}_1}{R_1}, \quad y = c_2 n_2 \frac{\dot{R}_2}{R_2}, \quad (5)$$

где R_r , $r=1, 2, \dots, n$ - масштабный фактор подпространства M^a , $w=y/x$,

$$c_i = \sum_{l=1}^{n+1} c_{il}, i=1,2; \quad c_{12} = c_{21} = 0, \quad c_{11} = c_{22} = 1, \quad c_{i1} = (b_i - c_{i2}b_2) / b_1$$

$$A_{mp} = \sum_{i,l=1}^{n+1} c_m c_p a_{il}, \quad a_{ii} = 1 - \delta_{ii} / n_i, \quad i=1, \dots, n, \quad a_{n+1, n+1} = -\omega, \quad (6)$$

$c_{i2}, i=3, \dots, n+1$ - произвольные постоянные интегрирования. Здесь коэффициенты b_i при $b \neq 0$ определяются из

$$b_i = [a_i + b^2(\omega + 1)\bar{a} / 4 - b^2\bar{\alpha} / 4] n_i / 2, \quad i=1, \dots, n; \quad \bar{a} = 1 - \sum_{m=1}^n n_m a_m,$$

$$b_{n+1} = [a_i + \bar{\alpha}(D-2)] b^2 / 8, \quad \bar{\alpha} = \alpha_0 + \sum_{m=1}^n a_m \alpha_m, \quad (7)$$

а в представлении Эйнштейна ($b=0$)

$$b_i = [a_i + \bar{a} / (D-2)] n_i / 2, \quad b_{n+1} = 2\bar{a} / (D-2). \quad (8)$$

Также следует иметь в виду, что в случае $b=0$ в определении величин a_i (см. (6)) нужно полагать $a_{i, n+1} = 0, i=1, \dots, n$. В выражениях (7) и (8) величина $\bar{\alpha}$ определяется согласно (см. (I.24), здесь и ниже римская цифра I у номеров формул будет указывать на формулы из работы [9])

$$\frac{\Phi}{\sqrt{-G}} \frac{\delta(L\sqrt{-G})}{\delta\Phi} = \varepsilon\bar{\alpha}. \quad (9)$$

Характер особых решений зависит от значений параметров

$$s_i = h_i F(1, w_i) - w_i - 1, \quad h_i = c_i b_i A_{12} / c_2^2, \quad i=0, 1, 2, \quad (10)$$

где $w_{i,j}$ - корни уравнения $F(1, w)=0$ (случай, когда это уравнение не имеет корней см. ниже), $w_0 = b_{f,2} / b_{f,1}$. Особые решения имеют вид степенных функций от времени при $s_i \neq 0$:

$$R_i = R_{i0} |t - t_i|^{b_i}, \quad i=1, \dots, n+1; \quad R_{n+1} = \Phi$$

$$b_i = -(c_{i1} / c_1 + w_i c_{i2} / c_2) / n_i s_i, \quad n_{n+1} = 1 \quad (11)$$

и экспоненциальных функций при $s_i=0$:

$$R_i = R_{i0} e^{H_i t}, \quad \bar{H}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{l=1}^2 c_{il} n_l \bar{H}_l, \quad i = 1, \dots, n+1, \quad (12)$$

где $\bar{H}_1$ - произвольная постоянная, $\bar{H}_2 = n_1 c_1 w_1 \bar{H}_1 / n_2 c_2$.

Общее решение записывается в параметрическом виде

$$R_i = R_{i0} \prod_{l=0}^2 |w - w_l|^{-b_l \gamma_l}, \quad (13)$$

где параметр w связан со временем соотношением

$$t = -\frac{1}{h_1} \int d w x^{-1} \prod_{l=0}^2 (w - w_l)^{-1}, \quad x = x_0 \prod_{l=0}^2 |w - w_l|^{\gamma_l} \quad (14)$$

и введены обозначения

$$\begin{aligned} \gamma_l &= -\sigma_l s_l / h_1, \quad 1 / \sigma_0 = F(1, w_0), \\ 1 / \sigma_1 &= (w_1 - w_0)(w_1 - w_2), \quad 1 / \sigma_2 = (w_2 - w_1)(w_2 - w_0). \end{aligned} \quad (15)$$

В данной работе проведен анализ этих решений для различных значений параметров и выделены основные типы космологических моделей, описываемых ими. Показывается, что особые решения являются асимптотами общего решения в ранних и поздних стадиях эволюции Вселенной. Выписаны и исследованы точные решения в некоторых вырожденных случаях. Найдены условия, при которых в начальных стадиях расширения реализуются модели экспоненциальной, растянутой (extended) и сильной (violent) инфляций. В качестве иллюстрации установленных общих закономерностей исследован естественный случай поля Калба - Рамона в качестве источника. На простом примере показана возможность динамической компактификации дополнительных измерений.

2. Анализ решений. В предыдущем разделе было показано, что множество плоских космологических решений низкоэнергетической струнной гравитации состоит из общего решения (13), (14) и особых решений (11), (12). Общее решение разбивается на классы решений, сепаратрисами которых являются особые решения. Для каждого из этих

классов отношение $w=y/x$ принадлежит одному из областей (v_i, v_{i+1}) , $i=0-3$, где

$$v_0 = -\infty, v_1 = \min_i w_i, v_3 = \max_i w_i, v_1 < v_2 = w_l < v_3, v_4 = \infty, l = 0, 1, 2. \quad (16)$$

При заданных значениях постоянных интегрирования в каждой из этих областей отображение $t=t(w)$, задаваемое формулой (14), взаимнооднозначно. Пусть сначала $s_i \neq 0$ и $i=0$, т.е. $-\infty < w < v_1$, тогда (14) можно записать в виде

$$t - t_0 = \frac{1}{h_1 x_0} \int_{-\infty}^w dw \prod_{i=0}^2 (w_i - w)^{-\gamma_i - 1}, w < v_1, \quad (17)$$

где t_0 - постоянная интегрирования (заметим, что постоянные интегрирования в формулах (13), (14) могут быть различными в различных областях (v_i, v_{i+1}) , однако, чтобы не усложнять запись формул мы обозначаем их одними и теми же символами). В нижнем пределе (17) подынтегральная функция ведет себя как $1/w^2$ и поэтому интеграл сходится, т.е. значению $w = -\infty$ соответствует конечный момент времени $t=t_0$, при этом, как это следует из (14) и (15), в этот момент $x=0$, $y=x_0$, а $\dot{x}$, вообще говоря, отлично от нуля (точка над буквой означает производную по времени):

$$\dot{x} = h_1 y^2, dy/dx = (h_2 - 1) / h_1, t = t_0. \quad (18)$$

Отсюда видно, что траектории динамической системы (1.42) в фазовой плоскости (x, y) пересекают ось y под определенным углом, тангенс которого определяется вторым уравнением (18). Аналогичные заключения можно сделать относительно точки $w = +\infty$. Рассмотрим теперь формулу (17) при $w \rightarrow v_1$. В этом пределе интеграл сходится, когда $\gamma_l < 0$ и расходится в противном случае, где γ_l значение коэффициента, соответствующее v_1 . Как нетрудно убедиться, рассматривая другие области (v_i, v_{i+1}) , это же утверждение справедливо и для других значений v_i , $i=1-3$. Таким образом, значение $w=w_l$ соответствует конечному значению времени при $\gamma_l < 0$ и бесконечному значению времени при $\gamma_l > 0$, при этом в области (v_i, v_{i+1}) функция $t=t(w)$ является возрастающей (убывающей), когда $i=0, 2$ и убывающей (возрастающей), когда $i=1, 3$ при $h_1 x_0 > 0$ ($h_1 x_0 < 0$).

Теперь рассмотрим характерные черты фазовой картины динамической системы (1.42) в плоскости (x, y) . Вид траекторий этой системы

определяется соотношением (14). Из этих формул следует, что траектории могут уходить в бесконечность только по одному из направлений

$$y/x \rightarrow w_1, \gamma_1 < 0, \text{ при } x \rightarrow \infty, \quad (19)$$

т. е. прямые $y = w_1 x$ с $\gamma_1 < 0$ (особые решения (11)) являются асимптотами общих решений при $x \rightarrow \infty$. Из тех же формул (14) следует, что траектории входят в начало $(0,0)$ фазовой плоскости только вдоль направлений, для которых

$$y/x = w = w_1, \gamma_1 > 0, \quad (20)$$

т. е. особые решения (11) являются асимптотами общих решений при $(x, y) \rightarrow (0,0)$. Заметим, что так как $\sum \gamma_i = -1$, то хотя бы один из показателей отрицателен и поэтому всегда имеются траектории, уходящие в бесконечность или приходящие из бесконечности. Из равенства (1.39) следует, что величины $y_i = n_i \dot{R}_i / R_i$ с точностью знака бесконечностей, стремятся к тому же пределу, что и x , за исключением случая $c_{11}/c_1 + w_1 c_{12}/c_2 = 0$. Сопоставляя этот анализ с установленными выше свойствами отображения $t = t(w)$, приходим к заключению, что траектории на фазовой плоскости (x, y) при $x \rightarrow \infty$ стремятся к сепаратрисам $y = w_1 x$ с $\gamma_1 < 0$ и за конечный интервал времени достигают сингулярной точки $x = \infty, y = w_1 x$. Соответственно, при $x \rightarrow 0, y \rightarrow 0$ траектории стремятся к особой точке $(0,0)$ по направлениям $y = w_1 x$, для которых соответствующее значение $\gamma_1 > 0$ и достигают этой точки за бесконечное время ($t \rightarrow \infty$) или начинают свою эволюцию из этой точки в бесконечном прошлом ($t = -\infty$).

Рассмотрим поведение траекторий в окрестности сепаратрис $y = w_1 x$. Пусть сначала $\gamma_1 > 0$. В этом случае интеграл (14) расходится при $w \rightarrow w_1$ и поэтому в интеграл основной вклад дает окрестность этой точки:

$$t \sim \int \frac{dw}{|w - w_1|^{1+\gamma_1}} \sim |w - w_1|^{-\gamma_1}, \quad w \rightarrow w_1. \quad (21)$$

В частности, в этом пределе

$$x \sim 1/t, \quad R_i \sim t^{1/\gamma_i} \quad (22)$$

и общее решение стремится к соответствующему особому решению. Результат аналогичный (21) можно получить и в случае $\gamma_1 < 0$:

$$t - t_l = |w - w_l|^{-\gamma_l}, \quad w \rightarrow w_l, \quad \gamma_l < 0, \quad (23)$$

где t_l - момент времени, соответствующий значению $w = w_l$. Для решений в области (w_m, w_k) с $\gamma_m, \gamma_k < 0$, где w_m, w_k - два соседних по величине значения из набора (w_0, w_1, w_2) , "время жизни" определяется выражением

$$t_{mk} = |w_0 - w_1|^{\gamma_2} |w_0 - w_2|^{\gamma_1} |w_1 - w_2|^{\gamma_0} |B(-\gamma_m, -\gamma_k) / h_1 x_0|, \quad (24)$$

где $B(\alpha, \beta)$ - бета функция Эйлера. Имеют место также следующие асимптотические оценки

$$x \sim 1/|t - t_l|, \quad R_l \sim |t - t_l|^{b_l}, \quad w \rightarrow w_l. \quad (25)$$

В частности, при $b_l < 0$ за конечный интервал времени R_l достигает бесконечных значений, т. е. в подпространстве M' реализуется модель сильной инфляции. Найдём условие, при котором в области (w_m, w_k) существуют смешанные модели расширения-сжатия относительно подпространства M' с масштабным фактором R_l . Необходимым условием наличия таких моделей является условие $y_l = 0$ в некоторый момент времени, соответствующее переходу от расширения к сжатию или наоборот. Так как $x \neq 0$ в области (w_m, w_k) и отображение $t = t(w)$ взаимнооднозначно, то из соотношения (1.39) следует, что этому моменту соответствует значение параметра

$$w = \bar{w}_0 = -c_2 c_{11} / c_1 c_{12}. \quad (26)$$

Из условия $\bar{w}_0 \in (w_m, w_k)$ получаем, что комбинация $c_{11} / c_1 + w_l c_{12} / c_2$ при $l=m$ и $l=k$ имеет противоположные знаки, а с учетом определения (11)

$$s_m b_{lm} s_k b_{lk} < 0. \quad (27)$$

Напишем это условие в терминах γ_l . Для этого заметим, что согласно

$$(15) \quad s_m s_k = \gamma_m \gamma_k / \sigma_m \sigma_k h_l^2 \quad \text{и}$$

$$1 / \sigma_m \sigma_k = -(w_m - w_k)^2 (w_m - w_p)(w_k - w_p), \quad p \neq m, k. \quad (28)$$

Поскольку w_m и w_k соседние по величине значения, то w_p не принадлежит области (w_m, w_k) и поэтому разность $w_l - w_p$, при $l=m$ и $l=k$ имеет одинаковые знаки. Следовательно произведение $\sigma_m \sigma_k < 0$ и с учетом (27)

$$\gamma_m \gamma_k b_{lm} b_{lk} > 0, \quad (29)$$

которое и является искомым необходимым условием. Таким образом, при выполнении (29), т. е. когда произведения $\gamma_m \gamma_k$ и $b_m b_k$ имеют одинаковые знаки, космологические модели в области (w_m, w_k) являются смешанными моделями расширения - сжатия относительно подпространства M_l . Момент перехода от расширения к сжатию или наоборот определяется из $t_l = t(\bar{w}_0)$. Заметим, что при $l=1$ имеем $b_0 = -1/c_1 n_1 s_1$ и левая часть (27) всегда положительна. Отсюда следует, что общее решение в области (w_m, w_k) описывает или расширение или сжатие подпространства M^l ($R_l \neq 0$). Это непосредственно видно также из (14).

Таким образом в области (w_m, w_k) , где w_m, w_k - любые два соседних по величине значения из набора (w_0, w_1, w_2) , имеются следующие основные типы решений:

1) Решения, которые начинают свою эволюцию в определенный конечный момент времени t_m из сингулярной точки $x = \infty, y = w_m x$ фазовой плоскости (x, y) и в конечный момент времени t_k достигают сингулярной точки $x = \infty, y = w_k x$. Эти решения реализуются, когда постоянные γ_m, γ_k отрицательны. Время жизни моделей определяется формулой (24). Из (25) следует, что в граничных точках

$$R_l(t_l) = \begin{cases} 0, & \text{при } b_0 > 0 \\ \infty, & \text{при } b_0 < 0 \end{cases}, \quad (30)$$

а также

$$\dot{R}_l(t_l) = \begin{cases} 0, & \text{при } b_0 > 1 \\ \infty, & \text{при } b_0 < 1 \end{cases}, \quad (31)$$

где $l=m, k$. Отсюда заключаем, что решения этого класса являются моделями расширения (сжатия) относительно R_0 , если $b_m > 0 (< 0), b_k < 0 (> 0)$ и смешанными моделями расширения - сжатия (сжатия - расширения) при $b_0 > 0 (< 0), l = m, k$. Они изображены на рис. 1.

2) Решения начинают эволюцию в определенный конечный момент времени t_m из точки $x = \infty, y = w_m x$ и стремятся к особой точке $x=0, y=w_k x$ при $t_k = +\infty$. Они реализуются, когда $\gamma_m < 0, \gamma_k > 0$. Предельные значения масштабного фактора и его производной при $t=t_m$ по - прежнему

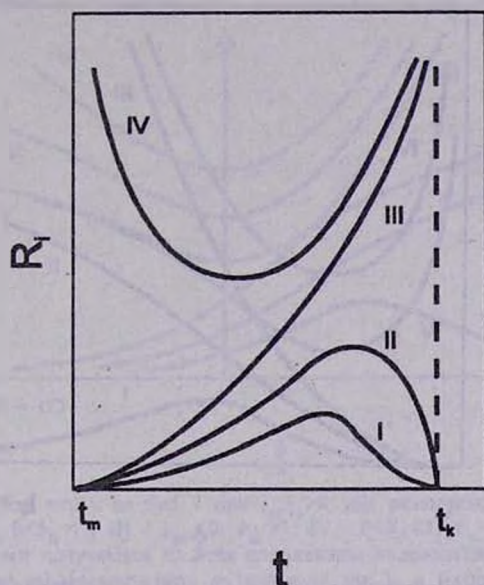


Рис. 1. Качественное поведение масштабного фактора подпространства M' , описываемое общим решением (13), (14) для значений параметра w из области (w_m, w_k) , где w_m и w_k - любые два соседние по величине значения из набора w_l , $l=0-2$. t_m и t_k - соответствующие этим значениям моменты времени. Изображен случай $\gamma_m, \gamma_k < 0$, когда оба эти момента конечны (время жизни моделей конечно (см. формулу (24))). Отдельным кривым соответствуют следующие значения параметров b_u , $l=m, k$: I - $b_u > 1$; II - $b_m > 1$, $0 < b_k < 1$; III - $b_m > 1$, $b_k < 0$; IV - $b_u < 0$. Случай $0 < b_m < 1$ отличается от I-III тем, что теперь $\dot{R}(t_m) = \infty$. Все остальные модели с $\gamma_{m,k} < 0$ получаются из рассмотренных изменением направления времени.

определяются из (30) и (31) с $l=m$. В случае же $t = t_k = +\infty$ из (22) имеем

$$R_l(\infty) = \begin{cases} 0, & \text{при } b_u < 0 \\ \infty, & \text{при } b_u > 0 \end{cases} \quad (32)$$

и аналогично для производной

$$\dot{R}_l(\infty) = \begin{cases} 0, & \text{при } b_u < 1 \\ \infty, & \text{при } b_u > 1 \end{cases} \quad (33)$$

где $l=k$. Следовательно, решения этого типа являются моделями расширения (сжатия) относительно R_l , если $b_u > 0 (< 0)$, $l = m, k$ и смешанными

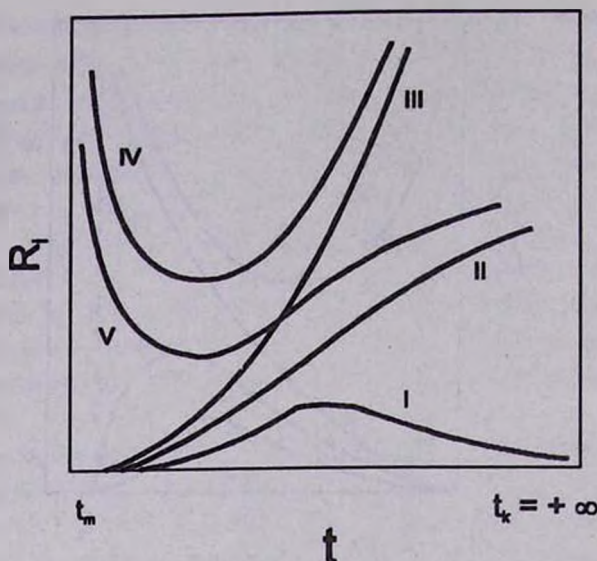


Рис. 2. То же самое, что и на рис. 1 при $\gamma_m < 0, \gamma_k > 0$ и для различных значений $b_m, l=m, k$. I - $b_m > 1, b_k < 0$; II - $b_m > 1, 0 < b_k < 1$; III - $b_m > 1, b_k > 1$; IV - $b_m < 0, b_k > 1$; V - $b_m < 0, 0 < b_k < 1$. Случай $0 < b_m < 1$ отличается от I-III значением производной $\dot{R}(t_m) = \infty$. Эволюция ограничена по времени в прошлом и неограничена в будущем. Качественное поведение космологических моделей при $\gamma_m > 0, \gamma_k < 0$ получается изменением направления времени и они неограничены по времени в прошлом ($t_m = -\infty$) и ограничены в будущем значением t_k .

моделями расширения-сжатия (сжатия-расширения), если $b_{lm} > 0 (< 0)$ и $b_{lk} < 0 (> 0)$. Класс этих моделей изображен на рис. 2.

3) Эволюция решений начинается в бесконечном прошлом ($t = -\infty$) из особой точки $x=0, y=w_m x$ и в конечный момент времени достигают точки $x = \infty, y = w_k x$. Такие решения реализуются, когда $\gamma_m > 0, \gamma_k < 0$. Предельные значения R_l и $\dot{R}_l$, определяются формулами (32), (33) при $t = t_m = -\infty$ с $l = m$, и формулами (30), (31) при $t = t_k$ с $l = k$. Эти решения описывают расширение (сжатие) при $b_q < 0 (> 0)$, $l=m, k$ и смешанные модели расширения-сжатия (сжатия-расширения) при $b_{lm} < 0 (> 0), b_{lk} > 0 (< 0)$. Модели этого класса получаются из моделей рис. 2 изменением направления времени.

4) Решения начинают эволюцию в бесконечном прошлом из особой точки $x = 0, y = w_m x$ и достигают точки $x = \infty, y = w_k x$ в бесконечном

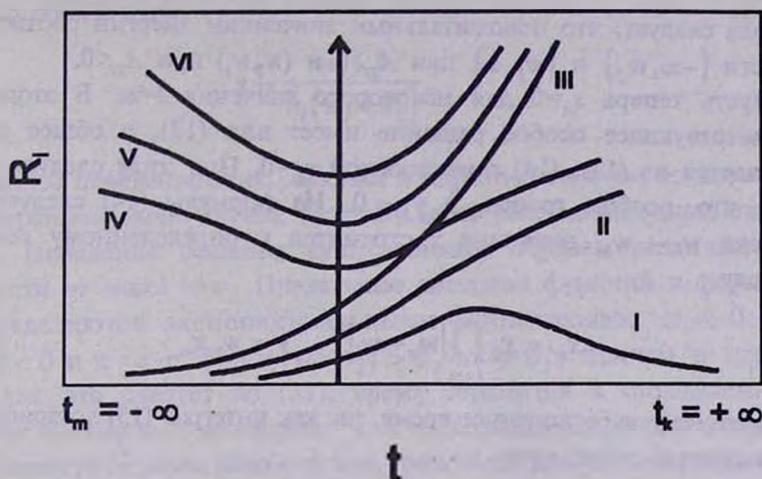


Рис. 3. То же самое, что и на рис. 1 при $\gamma_m, \gamma_k > 0$ для различных значений $b_m, l=m, k$. I - $b_m < 0$; II - $b_m < 0, 0 < b_k < 1$; III - $b_m < 0, b_k > 1$; IV - $0 < b_m < 1, b_k > 1$; V - $0 < b_m < 1, b_k > 1$; VI - $b_k > 1$. Остальные случаи получаются из этих изменением направления времени. Эволюция моделей неограничена по времени как в прошлом так и в будущем и они являются несингулярными.

будущем ($t \rightarrow +\infty$). Эти решения реализуются, когда $\gamma_m, \gamma_k > 0$. Предельные значения масштабного фактора и его производной даются выражениями (28), (29), где $l=m, k$. Эти решения являются моделями расширения (сжатия) подпространства M , если $b_m < 0 (> 0), b_k > 0 (< 0)$ и смешанными моделями расширения-сжатия (сжатия-расширения), если $b_{ll} < 0 (> 0), l = m, k$.

Как уже было отмечено, все эти решения являются моделями или сжатия, или расширения относительно R_l в зависимости от знака x_0 в (14) (величина x не меняет знак в области (w_m, w_k)). Другие возможные решения в этой области получаются от вышеуказанных изменением направления времени. Решения же, принадлежащие областям $(-\infty, v_1)$ и $(v_3, +\infty)$ соответствуют смешанным моделям расширения-сжатия относительно R_l . Эти решения в некоторый момент времени достигают точки $x = 0, y \neq 0$, причем в этой точке, вообще говоря, $\dot{x} \neq 0$ (см. (18)) и траектории переходят в область с противоположным знаком x , т. е. расширение сменяется на сжатие или наоборот. Из (5) для плотности энергии имеем

$$8\pi k_D \varepsilon / \Phi = A_{22} x^2 (w - w_1)(w - w_2) / c_2^2. \quad (34)$$

Отсюда следует, что положительным значениям энергии соответствуют области $(-\infty, w_2)$ и (w_1, ∞) при $A_{22} > 0$ и (w_2, w_1) при $A_{22} < 0$.

Пусть теперь $s_m = 0$ для некоторого значения $l = m$. В этом случае соответствующее особое решение имеет вид (12), а общее решение получается из (13), (14) подстановкой $\gamma_m = 0$. При этом следует иметь в виду, что, вообще говоря, $b_m \gamma_l \neq 0$. Из формулы (14) следует, что в пределе $w \rightarrow w_m$ величина x стремится к определенному конечному пределу

$$x_m = x_0 \prod_{l \neq m} |w_m - w_l|^{\gamma_l}, \quad y = w_m x_m, \quad (35)$$

достигаемому за бесконечное время, так как интеграл (15) логарифмически расходится в точке $w = w_m$ и

$$|w - w_l| \sim e^{-h_l x_m t}. \quad (36)$$

Соответствующие предельные значения масштабных факторов получаются из (13) и, с учетом $x_m = c_1 n_1 \bar{H}_1$ и формул (11), (15), совпадают с выражениями (12).

Выше мы рассмотрели случай, когда все w_p $l=0,1,2$ различны. Пусть теперь w_0 совпадает с одним из корней w_1, w_2 . Для определенности исследуем вариант $w_0 = w_1$. Вычисления аналогичные проведенным выше, дают следующее общее решение космологических уравнений

$$x = x_0 |w - w_1|^{-\gamma_2 - 1} |w - w_2|^{\gamma_2} \exp\left(\frac{\gamma}{w - w_1}\right), \quad y = wx$$

$$R_l = R_{l0} |w - w_1|^{\gamma_2 b_{l2}} |w - w_2|^{-\gamma_2 b_{l2}} \exp\left(-\frac{\gamma b_{l1}}{w - w_1}\right), \quad (37)$$

где параметр w связан со временем соотношением

$$t = -\frac{1}{h_1} \int \frac{dw}{x(w - w_1)^2 (w - w_2)} \quad (38)$$

и введено обозначение

$$\gamma = \frac{w_1 + 1}{h_1(w_2 - w_1)}. \quad (39)$$

Качественное поведение этих решений в окрестности $w=w_2$ то же, что и в рассмотренном выше случае. Поэтому здесь рассмотрим лишь случай $w \rightarrow w_1$. Поведение решения существенным образом различается в зависимости от знака $w-w_1$. Предельные значения функций в формулах (37) определяются экспоненциальными множителями: $x \rightarrow 0$ при $\gamma(w-w_1) < 0$ и $x \rightarrow \infty$ при $\gamma(w-w_1) > 0$, $w \rightarrow w_1$, причем в первом случае, как это следует из (38), время стремится к определенному конечному значению, а во втором - $t \rightarrow \infty$. Следовательно при заданном γ_p в зависимости от знака разности $w-w_1$ траектории динамической системы (1.42) при $w \rightarrow w_0$ стремятся к различным особым точкам ($x=0$, $y=w_1x$ или $x=\infty$, $y=w_1x$). В случае $w_0=w_2$ соответствующие формулы отличаются от (37) - (39) заменой индексов $1 \rightleftharpoons 2$. Аналогично можно исследовать и другие вырожденные случаи $w_1=w_2$ и $w_0=w_1=w_2$. Здесь их рассматривать мы не будем.

Рассмотрим случай, когда уравнение $F(1,w)=0$ не имеет корней, т. е. $d_2^2 - d_3 < 0$. Как уже отмечалось выше, теперь имеется только одно особое решение вида (11) с $l=0$. Соответствующее общее решение может быть найдено аналогично случаю, рассмотренному выше и имеет вид

$$\begin{aligned} x &= x_0 |w - w_0|^{\gamma_0} F^{-(\gamma_0+1)/2} \exp \left\{ z(w) \left[1 / (w_0 + d_2) - \sigma_0 (w_0 + 1) \right] \right\}, \\ y &= wx \\ R_i &= R_{i0} \left(\frac{|w - w_0|}{\sqrt{F}} \right)^{-\gamma_0 b_{i0}} \exp \left\{ z(w) \frac{\sigma_0}{n_i} \left(\frac{c_{i1}}{c_1} - \frac{w_0 d_2 + d_3}{w_0 + d_2} \frac{c_{i2}}{c_2} \right) \right\}, \\ i &= 1, \dots, n+1, \end{aligned} \quad (40)$$

где введены обозначения

$$z(w) = \frac{w_0 + d_2}{h_1 \sqrt{d_3 - d_2^2}} \operatorname{arctg} \frac{w + d_2}{\sqrt{d_3 - d_2^2}}, \quad F = F(1, w) \quad (41)$$

(относительно других обозначений см. (5), (6), (10), (15)). Здесь параметр w связан со временем следующим соотношением

$$t = -\frac{1}{h_1} \int \frac{dw}{x(w-w_0)F}. \quad (42)$$

Отсюда следует, что значению $w=w_0$ соответствует конечное значение времени t_0 при $\gamma_0 < 0$ и значение $t = \infty$ при $\gamma_0 > 0$. Эта точка является единственно возможной особой точкой интеграла (при $w \rightarrow \infty$ подинтегральная функция $\sim 1/w^2$ и интеграл сходится, при этом $x \rightarrow 0, R_i \rightarrow \text{const}$ и имеют место соотношения (18)).

Траектории динамической системы (I. 42) в фазовой плоскости (x, y) , соответствующие решению (37), (38), могут уходить в бесконечность или стремиться к началу координат только вдоль направлений $y/x=w_0$. А именно, в пределе $w \rightarrow w_0$ имеем $x \rightarrow \infty$ при $\gamma_0 < 0$ ($t=t_0$) и $x \rightarrow 0$ при $\gamma_0 > 0$ ($t = \infty$). Соответствующие предельные значения для масштабных факторов и скалярного поля следующие: $R_i \rightarrow \infty$ при $\gamma_0 b_{i0} < 0$ и $R_i \rightarrow 0$ при $\gamma_0 b_{i0} > 0, w \rightarrow w_0$. Оценивая интеграл (38), нетрудно убедиться, что в этом пределе общее решение (37) ведет себя как особое решение (11) с $t=0$. Рассуждения, аналогичные приведенным выше для областей $(-\infty, v_1), (v_3, +\infty)$ показывают, что модели, описываемые решением (37), являются смешанными моделями расширения - сжатия. Отметим также, что для этих моделей плотность энергии всегда положительна (отрицательна) при $A_{22} > 0 (< 0)$.

3. *Модели с антисимметричным полем Калба-Рамона.* Рассмотрим многомерные космологические модели с полем Калба - Рамона в роли источника (в действии (1) $L_{\text{м}}=0$). С точки зрения дифференциальной геометрии поле H_{MNP} представляет собой точную 3-форму: $H=dB$, где B - 2-форма поля B_{MN} . Пусть H максимально форминвариантно в максимально симметричном подпространстве M' , $i=1, \dots, n$. Компоненты $H_{m_1 p_k q_l}, i \neq k \neq l$ образуют вектор в M' и поэтому отличны от нуля только для размерности $n_1=1$ (см., например, [10]):

$$H_{m_1 p_k q_l} = \delta_{i n_1} H_{m_1 p_k q_l}, i \neq k, i \neq l. \quad (43)$$

Компоненты $H_{m_1 p_i q_l}, i \neq l$ образуют антисимметричный тензор второго

ранга в M^4 . Отличный от нуля такой тензор существует лишь при $n_1=2$. Учитывая также предыдущее равенство получим

$$H_{m_1 p_1 q_1} = \delta_{2 n_1} \delta_{1 n_1} H_{m_1 p_1 q_1}, i \neq l. \quad (44)$$

Аналогичным образом можно убедиться, что

$$H_{m_1 p_1 q_1} = \delta_{3 n_1} H_{m_1 p_1 q_1}, H_{m_1 p_k q_1} = \delta_{1 n_1} \delta_{1 n_k} \delta_{1 n_1} H_{m_1 p_k q_1}, i \neq k \neq l. \quad (45)$$

Для смешанных компонент с одним временным индексом из вышесказанного следует, что

$$H_{om_1 q_k} = \delta_{1 n_1} \delta_{1 n_k} H_{om_1 q_k}, i \neq k, H_{om_1 q_1} = \delta_{2 n_1} H_{om_1 q_1}. \quad (46)$$

Для H имеет место тождество Бьянки $dH=0$ или в компонентах

$$\partial_Q H_{MNP} + \partial_P H_{MQN} + \partial_N H_{MPQ} + \partial_M H_{QPN} = 0, \quad (47)$$

в частности отсюда следует, что $H_{MNP} = \text{const}$ при $M, N, P \neq 0$. Из последнего уравнения (I.11) теперь имеем

$$(\sqrt{-G} \Phi^{1-2c/b} H_{NP}^0)' = 0. \quad (48)$$

Основными параметрами, определяющими характер космологических моделей, являются коэффициенты b_i в уравнениях (I.33). Рассмотрим их значения, обусловленные полем Калба - Рамона, т. е. когда в (1) $L_m=0$. С учетом того, что для этого поля конформный вес равен $\beta=-3$, для наиболее важных конформных представлений находим:

а) В струнном представлении $c=0$, $b=-2$, $\omega=-1$. Подставляя $D=10$ из (I.25) получим $\alpha_0=-1/4$. Следовательно выражения (7) примут вид

$$b_i = n_i(a_i + \bar{a}/4) / 2, i = 1, \dots, n; \quad b_{n+1} = -\bar{a}/2, \bar{a} = 1 - \sum_{m=1}^n n_m a_m. \quad (49)$$

б) Представление Йордана определяется условием (I.10). С учетом $\beta=-3$ отсюда находим $c=1$, $b=2$, $\omega=-1$, а также $\alpha_0=0$. Поэтому

$$b_i = n_i a_i / 2, i = 1, \dots, n; \quad b_{n+1} = \bar{a} / 2. \quad (50)$$

в) В эйнштейновском представлении $b=0$, $\alpha_0=2/(2\beta+D)=1/2$, $\alpha_i=-n_i/2$ и из формул (8) получим

$$b_i = n_i(a_i + \bar{a}/8) / 2, i = 1, \dots, n; \quad b_{n+1} = \bar{a} / 8. \quad (51)$$

Рассмотрим несколько нетривиальных частных случаев. Пусть сначала десятимерное пространство - время имеет структуру $R \times M^3 \times M^2$, $n_1=3$, $n_2=6$. Уравнение (48) выполняется тождественно, так как все смешанные

компоненты с одним нулевым индексом равны нулю и мы имеем

$$H = H^{(1)} = H_{|m_1 l_1 p_1|} dx^{m_1} \wedge dx^{l_1} \wedge dx^{p_1}, \quad (52)$$

где $\wedge$ - знак внешнего произведения дифференциальных форм. Ненулевые компоненты представим в виде [11]

$$H_{m_1 l_1 p_1} = \sqrt{g^{(1)}} \varepsilon_{m_1 l_1 p_1} H_1(t) R_1^3. \quad (53)$$

Из тождества Бьянки (47) следует, что

$$H_1(t) = H_{10} R_1^{-3}(t), \quad (54)$$

где H_{10} - постоянная интегрирования. Для диагональных компонент тензора энергии - импульса отсюда получаем

$$16\pi k_D \varepsilon / \Phi = \Phi^{-2c/b} H_1^2 / 2, \quad p_1 = \varepsilon, \quad p_2 = -\varepsilon, \quad (55)$$

т. е. в этом случае

$$a_1=1, \quad a_2=-1. \quad (56)$$

Соответствующие значения набора b_i , $i=1-3$ определяются из (49)-(51) и равны

$$(3, 0, -2), \quad (3/2, -3, 2), \quad (9/4, -3/2, 1/2) \quad (57)$$

в струнном, йордановском и эйнштейновском представлениях.

Рассмотрим теперь пространство-время со структурой $R \times M^1 \times M^2 \times M^3$, $n_1=n_2=n_3=3$. Теперь

$$H = \sum_{i=1}^3 H_{|m_i l_i p_i|} dx^{m_i} \wedge dx^{l_i} \wedge dx^{p_i}, \quad (58)$$

где

$$H_{m_i l_i p_i} = \sqrt{g^{(i)}} \varepsilon_{m_i l_i p_i} H_i(t) R_i^3, \quad H_i(t) = H_{i0} R_i^{-3}. \quad (59)$$

Плотность энергии и давления равны

$$\varepsilon = \frac{\Phi^{1-2c/b}}{32\pi k_D} \sum_{i=1}^3 H_i^2(t), \quad p_i = \frac{\Phi^{1-2c/b}}{16\pi k_D} H_i^2 - \varepsilon, \quad \sum_{i=1}^3 p_i = -\varepsilon. \quad (60)$$

Уравнение состояния имеет вид $p_i = a\varepsilon$ в частных случаях

$$H_1 = 0, H_2 = H_3, \varepsilon = \frac{\Phi^{1-2c/b}}{16\pi k_D} H_2^2(t), a_1 = -1, a_2 = a_3 = 1 \quad (61)$$

и при

$$H_2 = H_3 = 0, \varepsilon = \frac{\Phi^{1-2c/b}}{32\pi k_D} H_1^2, a_1 = 1, a_2 = a_3 = -1, \quad (62)$$

который приводит к рассмотренному выше варианту $R \times M^7 \times M^2$. В варианте (61) получаются следующие наборы для коэффициентов $(b_\mu b_\nu b_\rho b_\sigma)$,

$$(0, 3/2, 3/2, -2), (-3/2, 0, 0, 2), (-3/4, 3/4, 3/4, 1/2), \quad (63)$$

соответственно, в струнном, йордановском и эйнштейновском представлениях. В частности, в струнном представлении пространство M^7 статично, в то время как в представлении Йордана статическим являются внутренние подпространства. Во всех вариантах скалярное поле Φ является переменным.

В качестве иллюстрации рассмотренных выше закономерностей рассмотрим эволюцию модели $R \times M^7 \times M^2$ в йордановском представлении, когда коэффициенты $b_i, i=1-3$ определяются вторым набором (57). Среди c_μ теперь произвольной является только одна постоянная c_{32} , для которой мы выбираем значение $-2/3$, когда $c_{31}=0$ и расчеты наиболее просты. Непосредственными вычислениями можно показать, что

$$w_0 = -2/3, w_{12} = 2 \pm 4/\sqrt{3}, w_0 < w_2 < w_1. \quad (64)$$

Поскольку $A_{22} = -1/18 < 0$, то как это следует из (34), положительным значениям плотности энергии соответствуют решения из области (w_2, w_1) . Для модели с расширяющимся подпространством M^2 имеем $d w / dt < 0$, т. е. $t_1 < t_2$. Значения параметров, определяющих характер модели, следующие

$$\begin{aligned} \gamma_0 &= -\frac{5}{4}, \quad \gamma_1 = -\frac{3\sqrt{3}+4}{8(\sqrt{3}\pm 2)}, \quad b_{10} = \frac{1}{5}, \quad b_{11} = \frac{1}{9 \pm 4\sqrt{3}}, \\ b_{20} &= -\frac{1}{5}, \quad b_{21} = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{4 \pm 3\sqrt{3}}, \quad b_{30} = \frac{4}{5}, \quad b_{31} = -\frac{4\sqrt{3} \pm 2}{3\sqrt{3} \pm 4}, \end{aligned} \quad (65)$$

где верхний знак соответствует значению $l=1$, нижний $l=2$. Отсюда следует, что для моделей с положительной плотностью энергии

подпространству M' соответствует кривая II, подпространству M'' - кривая I, а скалярному полю Φ - кривая V (рис. 2). Таким образом, мы имеем простой пример динамической компактификации дополнительных измерений, обусловленной наличием поля Калба - Рамона. Заметим, что так как $0 < b_{ii} < 1$, $i=1,2$ начальное расширение подпространства M' в окрестности сингулярной точки $t=1$, неинфляционное.

4. Заключение. В работе рассмотрена D-мерная низкоэнергетическая эффективная струнная теория, бозонный гравитационный сектор которой составляют метрика, антисимметричное поле Калба - Рамона и дилатон. В общем конформном представлении она представляет собой D - мерную обобщенную скалярно-тензорную теорию с зависимостью негравитационной части действия от скалярного поля. Такую зависимость, вообще говоря, невозможно устранить конформным преобразованием метрики, т. е. в общем случае представление Йордана не существует. Примером, когда такое представление реализуемо, является случай негравитационных лагранжианов с определенным конформным весом. Другими важными конформными представлениями являются струнное представление, в котором обычно формулируются струнные теории, и эйнштейновское представление, в котором уравнения теории наиболее близки к многомерным уравнениям Эйнштейна. Уравнения поля в общем конформном представлении выведены в разделе 3 первой части работы. Эйнштейновское представление исследовано отдельно в приложении [9]. Отметим, что рассмотренная в данной работе схема включает в себя многомерное ОТО как частный случай.

Струнные эффекты могут иметь важное значение в ранних стадиях эволюции Вселенной. В качестве космологической модели здесь рассмотрено многомерное пространство - время со структурой $R \times M' \times \dots \times M''$, где R соответствует времени, M' , $i=1, \dots, n$ - максимально симметричное пространство размерности n_i . Уравнения поля для масштабных факторов этих подпространств и для скалярного поля имеют вид (I.27a), а плотность энергии выражается через эти функции согласно (I.27б) (см. также (I.32)). В разделах 2,3 проведен подробный анализ этих уравнений для случая плоских подпространств M' . Показано, что $(n-1)$ функции y_i , $i=3, \dots, n+1$ выражаются через y_1 и y_2 с помощью соотношения (I.39) и поэтому достаточно рассмотреть систему из двух уравнений (I.42). Множество решений плоской космологической модели струнной эффективной многомерной гравитации состоит из общего решения и особых решений,

являющихся асимптотами общего решения в ранних и поздних стадиях эволюции. При $d_2^2 - d_3 > 0$ (значения постоянных см. (5)) число особых решений равно трем и они имеют вид степенных функций от времени при $s_i \neq 0$ (формулы (11)) и экспоненциальных функций - при $s_i = 0$ (формулы (12)). В четырехмерных вариантах скалярно-тензорных теорий в качестве решений, реализующих модели инфляции, обычно выбирают эти решения. Они описывают экспоненциальную де-ситтеровскую инфляцию при $s_i = 0$, $\bar{H}_i > 0$, степенную или растянутую инфляцию при $s_i \neq 0$, $b_H > 1$ и сильную инфляцию при $s_i \neq 0$, $b_H < 0$. В общем конформном представлении определяемым параметром s и связанным со струнным представлением соотношением (2), общее решение представляется в параметрическом виде (13), где параметр w связан со временем формулой (14). Оно разбивается на классы с $w \in (v_i, v_{i+1})$, $i = 0 - 3$ (см. (16)), сепаратрисами которых являются особые решения. Основными параметрами, определяющими характер модели являются b_H и γ_i , которые выражаются через коэффициенты a_i и α_i . Различные возможные картины эволюции подпространства M' для класса общих решений с $w \in (w_m, w_k)$, где w_m, w_k - два произвольных соседних по величине значения w , $k=0-2$, и для различных значений этих параметров изображены на рис. 1-3. Для масштабного фактора R_i из этих решений реализуются лишь те, которые являются моделями расширения или сжатия ($\dot{R}_i$ не меняет знак). Как было показано выше смешанные модели расширения-сжатия относительно R_i реализуются в областях $(-\infty, v_1)$ и $(v_3, +\infty)$ значений параметра w . Многомерная космологическая модель определяется набором функций $\{R_i, \Phi; i = 1, \dots, n\}$. Поскольку параметры γ_i одинаковы для всех подпространств M' , то в рамках данной модели граничные точки эволюции по времени одинаковы для всех этих подпространств, в частности, одинаковы их времена жизни. Иначе говоря, множеством возможных вариантов эволюции различных подпространств для конкретной модели являются решения изображенные на одном из рисунков. Например, невозможна модель, где одно пространство описывается решением II (рис. 1), а другое - решением I (рис. 2). Однако может реализоваться модель, когда эволюция различных подпространств происходит по различным вариантам изображенных, например, на рис. 1. В частности, одни подпространства могут неограниченно расширяться (например, вдоль кривой II, рис. 2), а другие после начального расширения

- сжиматься (кривая I рис. 2). Такая картина лежит на основе моделей с динамической компактификацией дополнительных измерений (конкретный пример такой компактификации см. в разделе 3).

При $d_2^2 - d_3 < 0$ существует единственное особое решение с $w=w_0$, являющееся асимптотой общего решения в ранние и поздние стадии эволюции. Все модели, описываемые общим решением, являются смешанными моделями расширения-сжатия, время жизни которых конечно при $\gamma_0 < 0$ и бесконечно при $\gamma_0 > 0$. Плотность энергии всегда положительна при $A_{22} > 0$. Отдельно рассмотрен также вырожденный случай, когда w_0 совпадает с одним из корней w , и w_* . Поведение общего решения в окрестности особого решения $w=w_0$ существенно различно в зависимости от знака $w-w_0$. В качественной теории динамических систем соответствующие значения называются вырожденными или сложными.

Рассмотренные решения являются моделями космологической эволюции для общего случая источника с уравнением состояния $p_i = a_i \epsilon$ и соотношением (9), характеризуемым параметрами a_i , α_0 , α_i , $i=1, \dots, l$. Конкретный случай поля Калба-Рамона в качестве источника рассмотрен в разделе 3, где вычислены значения этих параметров в различных конформных представлениях. Утверждение о расширении или сжатии того или иного подпространства имеет смысл лишь при уточнении конформного представления, в котором рассматривается данная картина эволюции. В качестве иллюстрации общих закономерностей исследована модель $R \times M^l \times M^2$ в йордановском представлении с антисимметричным полем Калба-Рамона. Показано, что в то время, как трехмерное пространство M^3 неограниченно расширяется, дополнительные измерения M^2 после начального расширения сжимаются, т. е. происходит динамическая компактификация этих измерений. Следует отметить, что начальное расширение многомерного пространства в этой модели неинфляционное. Модели динамической компактификации с инфляционным начальным расширением будут рассмотрены в следующей нашей работе.

Одним из характерных черт рассмотренных выше струнных моделей является отсутствие потенциала у дилатона. Это означает, что дилатон здесь является безмассовым. Наличие такого поля привело бы к дальнедействующим силам, обусловленным обменом квантами этого поля. Одним из важных вопросов струнной космологии является объяснение отсутствия в настоящее время безмассового дилатона, в частности, и полей модулей, вообще (обсуждение этого вопроса см., например, [12,13]).

Предполагается, что для дилатона каким-то образом генерируется потенциал и поле сосредоточено в минимуме этого потенциала, приобретая массу (ограничения на эту массу следующие из опытов типа Этвеша, подтверждающих принцип эквивалентности, см. [14, 15]). Механизм, посредством которого происходит генерация дилатонного потенциала в теории струн в настоящее время неизвестен. Известно лишь, что такая генерация не может произойти в любом конечном порядке теории возмущений и имеет непертурбативный характер. Генерация потенциала обычно связывается с фундаментальным вопросом нарушения суперсимметрии в теории и с проблемой космологической постоянной.

Автор выражает глубокую благодарность Г.С.Саакяну и Л.Ш.Григоряну за интерес к работе и ценные обсуждения.

Добавление к корректуре. После того как рукопись статьи была сдана в редакцию, автор узнал о работах [20, 21], где также рассматриваются струнные космологические модели с дилатоном и полем Калба-Рамона. Автор благодарен А. Лахири за присланные препринты этих работ.

Ереванский государственный университет,
Армения

MULTIDIMENSIONAL COSMOLOGICAL MODELS IN STRING EFFECTIVE GRAVITY. II

A.A.SAHARIAN

For the homogeneous and anisotropic flat cosmological model the analysis of the exact solutions, obtained in the first part of this work, is carried out in general conformal frame of the multidimensional low-energy string theory. It is shown that the special solutions with the power-law varying scale factors of the maximally symmetric subspaces are asymptotics for the general solution at the early and late stages of the Universe expansion. The conditions are investigated under which the exponential, extended and violent inflations are realized. The example of the antisymmetric Kalb-Ramond field as a source of gravity

is considered. The possibility for dynamical compactification of the additional dimensions is shown.

ЛИТЕРАТУРА

1. *C.G.Callan, D.Friedan, E.J.Martinez, M.J.Perry*, Nucl. Phys., B262, 593, 1985.
2. *C.G.Callan, I.R.Klebanov, M.J.Perry*, Nucl. Phys., B278, 78, 1986.
3. *М.Грин, Дж.Шварц, Э.Виттен*, Теория суперструн, т. 1,2, Мир, М., 1990.
4. *С.В.Кетов*, Введение в квантовую теорию струн и суперструн, Наука, Новосибирск, 1990.
5. *E.S.Fradkin, A.A.Tseytlin*, Phys. Lett., B158, 316, 1985.
6. *E.S.Fradkin, A.A.Tseytlin*, Nucl. Phys., B261, 1, 1985.
7. *D.J.Gross, J.H.Sloan*, Nucl. Phys, B291, 41, 1987.
8. *E.Witten*, Phys. Lett., B149, 351, 1984.
9. *А.А.Саарян*, Астрофизика, 38, 291, 1995.
10. *С.Вейнберг*, Гравитация и космология, Мир, М., 1975.
11. *P.G.O.Freund, M.A.Rubin*, Phys. Lett., B97, 233, 1980.
12. *T.Damour, A.M.Polyakov*, Nucl. Phys., B423, 532, 1994.
13. *T.Banks, M.Berkooz, S.H.Shenker, G.Moore, P.J.Steinhardt*, Modular cosmology, preprint RU - 94-93.
14. *T.R.Taylor, G.Veneziano*, Phys. Lett., B213, 459, 1988.
15. *J.Ellis et al.*, Phys. Lett., B228, 264, 1989.
16. *R.Brustein*, Cosmology and models of supersymmetry breaking in string theory, preprint CERN-TH. 7298/94.
17. *T.Banks, M.Berkooz, P.J.Steinhardt*, The cosmological moduli problem, Supersymmetry breaking, and stability of postinflationary cosmology, preprint RU-94-92.
18. *M.Dine, L.Randall, S.Thomas*, Supersymmetry breaking in the early Universe, preprint SLAC-PUB-95-6776; MIT-CTR-2421.
19. *S.Thomas*, Moduli inflation from dynamical supersymmetry breaking, preprint SLAC-PUB-95-6762.
20. *E.J.Copeland, A.Lahiri, D.Wands*, Phys. Rev., D50, 4868, 1994.
21. *E.J.Copeland, A.Lahiri, D.Wands*, Phys. Rev., D51, 1569, 1995.