

УДК: 524. 354. 4

## КВАЗИСИНУСОИДАЛЬНЫЕ ОСЦИЛЛЯЦИИ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ ПУЛЬСАРОВ

Д.М.СЕДРАКЯН, К.М.ШАХАБАСЯН, М.В.АЙРАПЕТЯН

Поступила 21 мая 1995

Принята к печати 20 июля 1995

В работе рассмотрены осцилляции угловой скорости пульсаров. Получено уравнение для нахождения угловой скорости и ее производной с учетом искривления вихрей. Показано, что оно имеет квазисинусоидальное решение и найден период этих колебаний. Показано, что оценки значений периода для различных моделей нейтронных звезд дают величины порядка нескольких десятков дней, что согласуется с наблюдениями квазипериодических колебаний и флуктуаций угловой скорости пульсаров.

1. На вековое изменение периода пульсаров накладываются небольшие отклонения, которые разнообразны как своими проявлениями, так и вызывающими их причинами. Так, у восемнадцати пульсаров было обнаружено скачкообразное увеличение угловой скорости вращения с последующей медленной релаксацией [1]. Девять таких скачков было зафиксировано у пульсара PSR 0833-45 в созвездии Парусов [2]. Причем в период между этими скачками наблюдаются малые нерегулярные изменения по амплитуде угловой скорости пульсара, которые в одних случаях можно характеризовать как микроскачки, в других — как флуктуации [3].

Наблюдения восьмого скачка периода пульсара PSR0833-45 [4], происшедшего 24. 12.1988 года, дали новые замечательные результаты. Так, впервые удалось зафиксировать скачок угловой скорости  $\Omega(t)$  и ее производной  $\dot{\Omega}(t)$  с неопределенностью момента скачка только в 2 мин. Исключительна также величина скачка функции  $\dot{\Omega}(t)$ :  $\Delta\dot{\Omega}/\dot{\Omega} \approx 0.168$ , что на порядок превышает аналогичную величину для всех предыдущих 7 скачков. Это значит, что в приводящий к скачку катастрофический процесс перераспределения момента им-

пульса нейтронной звезды вовлечена большая, чем ранее предполагалось, часть динамически нестабильной компоненты звезды. В процессе релаксации после восьмого скачка пульсара PSR 0833-45 наблюдались также затухающие синусоидальные колебания как частоты вращения, так и ее производной с периодом порядка 25 дней. Такие же колебания с периодом порядка 10 дней наблюдались и перед скачком [4].

В настоящее время существуют теории, которые относительно успешно объясняют скачки и микроскачки угловой скорости пульсаров [5-9]. Однако нерегулярности угловой скорости типа флуктуаций или квазипериодических колебаний трудно поддаются теоретическому объяснению.

Цель этой статьи — показать возможность объяснения осцилляций угловой скорости пульсаров после их скачка, что и наблюдалось при рождественском скачке угловой скорости пульсара Vela в 1988 году.

Нейтронная звезда, являющаяся моделью пульсара, имеет жидкое ядро — "пре"-фазу, состоящую из сверхтекучих нейтронов, сверхпроводящих протонов и нормальных электронов, и кору, состоящую из внутреннего слоя — "Аеп"-фазы, содержащей атомные ядра, сверхтекучие нейтроны и нормальные электроны, и внешнего слоя — "Ае"-фазы, содержащей атомные ядра и электроны. При вращении нейтронной звезды в жидком ядре возникают две сети квантовых вихрей [10]. При стационарном вращении вихри расположены параллельно оси вращения с плотностью  $n = 2 \omega / \kappa$ , где  $\kappa = \hbar / 2 m_n$ . Вокруг каждого нейтронного вихря находится кластер протонных вихрей, плотность которых уменьшается с увеличением расстояния от центра нейтронного вихря, которые генерируют магнитное поле порядка  $10^{14}$  Гс [10]. Кластер протонных вихрей, содержащий  $10^{15}$  вихрей, сильно связан с нейтронным вихрем и участвует в его движении как целое. Взаимодействие нормальных электронов с нейтронным вихрем осуществляется рассеянием релятивистских электронов на магнитном поле кластера [11]. Заметим также, что нейтронные вихри, находящиеся в "пре"-фазе, продолжают существовать в "Аеп"-фазе. Как показано в работе [7], внутри звезды существует слой, где часть нейтронных вихрей находящихся в "Аеп"-фазе, настолько слабо взаимодействует с нормальной компонентой, что можно считать их почти свободными. Продолжения же этих вихрей в "пре"-фазе, как показывают расчеты работы [11], настолько сильно взаимодействуют с нормальной компонентой, что они двигаются вместе с ней. После скачка угловой скорости пульсара, естественно, что часть вихря, находящаяся в "пре"-фазе, ускорится с нормальным веществом, а часть, находящаяся в "Аеп"-фазе, отстанет от него, что приведет к искривлению вихря. Из-за упругости вихря, его часть, находящаяся в "Аеп"-фазе, начнет колебаться относительно нормальной

компоненты, что, как увидим ниже, приводит к осцилляциям угловой скорости пульсара. Заметим, что времена динамической релаксации для этих вихрей могут быть больше нескольких лет, следовательно, затухающие осцилляции угловой скорости могут быть наблюдаемы.

2. Уравнение, определяющее динамику вихревой решетки без учета искривления вихрей, находится из равенства силы Магнуса и силы трения, действующих на отдельный вихрь [12]:

$$\frac{d\theta}{dt} = a (1 - q \Omega_c \theta(t)) , \quad (1)$$

где плотность вихрей  $n(t)$  и угловая скорость сверхтекучей жидкости  $\omega_s(t)$  выражаются через плотность вихрей  $n(0)$ , угловую скорость  $\omega_s(0)$  и функцию  $\theta(t)$  следующим образом:

$$n(t) = \frac{n(0)}{\theta(t)} , \quad \omega_s(t) = \frac{\omega_s(0)}{\theta(t)} . \quad (2)$$

Здесь момент  $t = 0$  соответствует моменту скачка. В формуле (1) введены следующие обозначения:

$$a = \frac{2\rho_s \alpha \omega_s(0)}{\alpha^2 + \rho_s^2} , \quad q = \frac{\omega_c(0)}{\omega_s(0)} , \quad \alpha = \frac{\eta}{\kappa} , \quad (3)$$

где  $\kappa = \hbar / 2 m_n$  — квант циркуляции,  $\omega_c(0)$  — начальная угловая скорость нормальной компоненты,  $\eta$  — коэффициент вязкости,  $\rho_s$  — плотность сверхтекучей компоненты. Отметим, что мы считаем коэффициент вязкости "пре"-фазы постоянным. Уравнение движения нормальной компоненты имеет вид [8]:

$$I_c \frac{d\omega_c(t)}{dt} = I_s \frac{\omega_s(0)}{\theta^2(t)} \frac{d\theta}{dt} - \gamma_1 I_c \omega_c^3(t) , \quad (4)$$

где  $I_c$  и  $I_s$  — моменты инерции нормальной и сверхтекучей компонент. Переходя далее к безразмерным переменным,  $\Omega_c(t) = \omega_c(t) / \omega_c(0)$ ,

$\Omega_s(t) = \omega_s(t)/\omega_s(0)$ ,  $p = I_s/I_c$ , обозначая тормозящий момент нейтронной звезды  $\gamma_1 \Omega_c^3(t) = \gamma$ , запишем уравнения движения (1) и (4) в виде

$$\frac{d\Omega_s}{dt} = a\Omega_s(\Omega_c - \Omega_s), \quad (5)$$

$$\frac{d\Omega_c}{dt} = -pa\Omega_s(\Omega_c - \Omega_s) - \gamma.$$

Поскольку  $\omega_s(0) \approx \omega_c(0)$ , то при получении системы уравнений (5) мы приняли  $q = 1$ .

В работе [13] была найдена следующая система уравнений, описывающая двухкомпонентную модель нейтронной звезды с учетом моды внутренних колебаний конечной частоты:

$$\frac{d\Omega_s}{dt} = a\Omega_s(\Omega_c - \Omega_s) + \frac{\nu_0^2}{I_c} \int_0^t (\Omega_c - \Omega_s) dt', \quad (6)$$

$$\frac{d\Omega_c}{dt} = -pa\Omega_s(\Omega_c - \Omega_s) - \frac{\nu_0^2}{I_c} \int_0^t (\Omega_c - \Omega_s) dt' - \gamma.$$

Легко заметить из (6), что модуль момента силы упругости имеет вид:

$$|\vec{M}| = \nu_0^2 \int_0^t (\Omega_c - \Omega_s) dt'. \quad (7)$$

Такая сила может возникнуть, если вихрь находится в потенциальной яме (пиннинг), или, если вихрь искривляется.

Как уже отмечалось выше, вязкость в "пре"-фазе велика, следовательно в системе вращения, сопутствующей движению нормальной компоненты, часть вихря в этой фазе останется неподвижной (параллельно оси  $Oz$ ), а часть вихря в "Аеп"-фазе будет двигаться, совершая колебания относительно оси  $Oz$ . Покажем, что из-за скачкообразного изменения коэффициента вязкости по  $z$  на границе двух фаз, при скачке угловой скорости пульсара, происходит искривление вихрей, что приводит к появлению момента упругой силы, описанного в формуле (7).

3. Найдем выражение для момента упругой силы для всей звезды. Упругая сила, которая действует на вихрь из-за искривления, определяется следующим образом [15]:

$$\vec{F} = \varepsilon \int [\vec{v}, \text{rot} \vec{v}] dz \quad (8)$$

где  $\vec{v} = \vec{\omega}_z / |\vec{\omega}_z|$  — единичный вектор, направленный вдоль вихря,  $\varepsilon$  — энергия единицы длины вихря. Момент силы, который действует на вихрь, находящийся на расстоянии  $r$  от оси вращения звезды, запишется в виде:

$$\vec{M} = \varepsilon \int [r \vec{v}, \text{rot} \vec{v}] dz . \quad (9)$$

Интересующая нас  $z$  — компонента момента определяется следующим образом:

$$M_z = -\varepsilon \int \left\{ r v_z \frac{\partial v_\varphi}{\partial z} + v_\varphi v_r \right\} dz . \quad (10)$$

Компоненты векторов  $\vec{M}$ ,  $\vec{v}$  в формуле (10) записаны в цилиндрических координатах. Если через  $z_0$  обозначить точку пересечения вихрем границы "пре"- и "Аеп"-фаз, то, как отметили выше, единичный вектор  $\vec{v}$  при  $z < z_0$  параллелен оси  $Oz$ , а при  $z > z_0$  вектор может отклониться от оси  $Oz$  на угол  $\nu$  (см. рис. 1). Для компонент вектора  $\vec{v}$  получаем следующие выражения:

$$\begin{aligned} v_r(z) &= \sin \nu \cos \Psi \theta(z - z_0), \\ v_\varphi(z) &= \sin \nu \sin \Psi \theta(z - z_0), \\ v_z(z) &= \cos \nu, & z > z_0, \\ v_z(z) &= 1, & z < z_0, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $\theta(z - z_0)$  — функция Хевисайда. Подставляя соотношения (11) в формулу (10), имеем:

$$|M_z(r)| = 2\varepsilon r \cos \nu_0 \sin \nu_0 \sin \Psi + 2\varepsilon l(r) \sin^2 \nu_0 \sin \Psi \cos \Psi, \quad (12)$$

где  $l(r)$  — длина находящейся в "Аеп"-фазе части вихря.

Здесь предполагается, что часть вихря, находящаяся в "Аеп"-фазе, колеблется вокруг точки  $z_0$  как единое целое: т.е.  $\nu = \nu_0(t)$ . Коэффициент два в (12) обусловлен существованием на вихре двух точек с  $z = z_0$  — выше и ниже экваториальной плоскости звезды.

Если предположить, что колебания малы, то  $\sin \nu_0 \approx \nu_0$  и вторым слагаемым в (12) можно пренебречь:

$$|M_z(r)| = 2\epsilon r v_0 \sin\Psi, \quad (13)$$

Вычислим теперь  $v_0 \sin\Psi$ . Из рис. 1 имеем следующее соотношение:

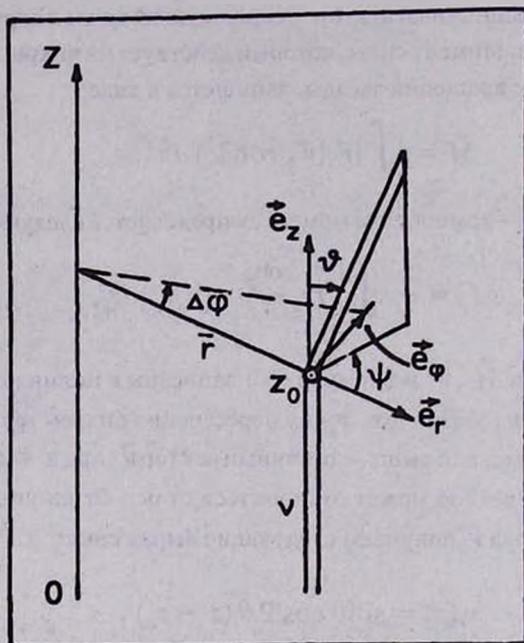


Рис. 1. Нейтронная вихревая нить.  $\vec{e}_r$ ,  $\vec{e}_\varphi$  и  $\vec{e}_z$  — единичные векторы цилиндрической системы координат.  $\nu$  и  $\Psi$  — полярный и азимутальный углы, описывающие смещение части вихря.

$$x = r\Delta\varphi = l(r) \sin\nu \sin\Psi \approx l(r) v_0 \sin\Psi, \quad (14)$$

где  $x$  — линейное смещение конца вихря в азимутальном направлении,  $\Delta\varphi$  — угловое смещение. Поскольку искривление вихря возникает из-за относительного движения нормальной и сверхтекучей компонент, то согласно (7):  $\Delta\varphi = |M_z(r)| / v_0^2$ . Подставляя найденное из (14) с учетом (7) соотношение  $v_0 \sin\Psi$  в (13), получаем для момента силы следующее выражение:

$$|M_z(r)| = \frac{2\epsilon r^2}{l(r)} \left| \int_0^t (\Omega_t - \Omega_s) dt' \right|, \quad (15)$$

где  $\varepsilon = \rho_s \pi \kappa^2 \ln(b/a_0)$ ,  $b$  — внешний радиус вихря,  $a_0$  — радиус сердцевинки вихря. Для вычисления полного момента упругой силы мы должны просуммировать по вихрям. Учтем также, что все вихри колеблются в одинаковой фазе, поскольку смещение возникает из-за скачка, и все вихри одинаково отстают от нормальной компоненты. Окончательно имеем:

$$|M_{1z}| = \int_{r_0}^{R_0} |M_z(r)| n(r) 2\pi r dr, \quad (16)$$

где  $r_0$  и  $R_0$  — внутренний и внешний радиусы рассмотренного слоя. Учитывая, что  $n = 2\omega_c/\kappa$ , получим:

$$|M_{1z}| = \frac{2\pi\omega_c \kappa}{l_0^2} I_s' \ln(b/a_0) \left| \int_0^t (\Omega_c - \Omega_s) dt' \right|. \quad (17)$$

Здесь  $l_0$  и  $I_s'$  — средняя по  $r$  длина участка вихря и момент инерции сверхтекучей компоненты участка слоя в "Асп"-фазе:

$$I_s' = \int_{r_0}^{R_0} \rho_s r^2 2l_0 2\pi r dr. \quad (18)$$

Сравнивая выражение (17) с (7), находим:

$$v_0^2 = \frac{2\pi\omega_c \kappa}{l_0^2} I_s' \ln \frac{b}{a_0}. \quad (19)$$

Таким образом, уравнение (6) описывает динамику вихревой решетки с  $v_0^2$ , определяемым формулой (19).

4. Преобразуем систему уравнений (6). Для этого сначала продифференцируем ее по времени:

$$\ddot{\Omega}_c = -\rho a \Omega_s (\dot{\Omega}_c - \dot{\Omega}_s) - \omega_0^2 (\Omega_c - \Omega_s) - \dot{\gamma}, \quad (20)$$

$$\ddot{\Omega}_s = a \Omega_s (\dot{\Omega}_c - \dot{\Omega}_s) + \frac{\omega_0^2}{\rho} (\Omega_c - \Omega_s).$$

Здесь мы ввели обозначение:

$$\omega_0^2 = p \left\{ a \dot{\Omega}_3 + \frac{v_0^2}{I_s} \right\}. \quad (21)$$

Учитывая, что  $\Omega_3 \approx 1$ , систему уравнений (20) можно линеаризировать заменой  $a\Omega_3$  на  $a$ , и вычитая второе уравнение из первого, получаем:

$$\ddot{\Omega}_c + \frac{\dot{\Omega}_c}{\tau} + \Omega_0^2 \Omega_c = \ddot{\Omega}_3 + \frac{\dot{\Omega}_3}{\tau} + \Omega_0^2 \Omega_3 - \dot{\gamma}. \quad (22)$$

Здесь мы ввели обозначения:

$$\frac{1}{\tau} = a(1+p), \quad \Omega_0^2 = \omega_0^2(1+1/p). \quad (23)$$

Уравнение (22) заменит одно из уравнений системы (20). Для получения другого уравнения, найдем  $\dot{\Omega}_c - \dot{\Omega}_3$  и  $\Omega_c - \Omega_3$  и подставим их во второе уравнение системы (20). После несложных преобразований получаем следующее уравнение:

$$\ddot{\Omega}_3 + \frac{\dot{\Omega}_3}{\tau} + \Omega_0^2 \Omega_3 = -\frac{I_c}{I\tau} \gamma - \frac{\Omega_0^2 I_c}{I} \int_0^t \gamma(t') dt', \quad (24)$$

где  $I = I_c + I_s$  — полный момент инерции звезды. Следовательно, вместо исходной системы (20) мы имеем уравнения (22) и (24). Исключая из этих уравнений неизвестную функцию  $\Omega_3(t)$ , получаем следующее уравнение для определения угловой скорости поверхности звезды:

$$\ddot{\Omega}_c + \frac{\dot{\Omega}_c}{\tau} + \Omega_0^2 \Omega_c = -\frac{I_c}{I\tau} \gamma - \frac{\Omega_0^2 I_c}{I} \int_0^t \gamma(t') dt' - \dot{\gamma}. \quad (25)$$

Предполагая тормозящий момент пульсара постоянным:  $\gamma = \text{const}$ , запишем уравнение (25) в виде:

$$\ddot{\Omega}_c + \frac{\dot{\Omega}_c}{\tau} + \Omega_0^2 \Omega_c = -\frac{I_c}{I\tau} \gamma - \frac{\Omega_0^2 I_c}{I} \gamma t. \quad (26)$$

Уравнение (26) имеет следующее решение:

$$\Omega_c(t) = A e^{-t/2\tau} \cos(\gamma t + \alpha) - \frac{I_c}{I} \gamma t, \quad (27)$$

где

$$y = \Omega_0 \left[ 1 - \left( \frac{1}{2\tau \Omega_0} \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (28)$$

Производная угловой скорости, которая и измеряется, равна:

$$\dot{\Omega}_c(t) = Aye^{-t/2\tau} \left\{ \sin(yt + \alpha) - \frac{1}{2y\tau} \cos(yt + \alpha) \right\} - \frac{I_c}{I} \gamma. \quad (29)$$

Выражения (27) и (29) являются решениями задачи. Заметим, что  $\Omega_c(t)$  и  $\dot{\Omega}_c(t)$  являются затухающими периодическими функциями времени, а частота  $y$  определяется формулой (28). Характерное время затухания колебаний  $\tau_y = 2\tau$ . Колебания будут наблюдаться, если

$$2\tau y \gg 1. \quad (30)$$

Это условие означает, что период колебаний намного меньше времени затухания. Для пульсара PSR 0833-45 это условие выполняется, так как  $y^{-1} \approx 10$  дней, тогда как  $\tau \geq 1000$  дней. Условие (30) эквивалентно условию  $\Omega_0 \tau \gg 1$ . Отметим, что при выполнении этого условия  $y \approx \Omega_0$ , в (29) можно отбросить второе слагаемое, и решение существенно упрощается:

$$\dot{\Omega}_c(t) = A \Omega_0 e^{-t/2\tau} \sin(\Omega_0 t + \alpha) - \frac{I_c}{I} \gamma. \quad (31)$$

Таким образом, эта теория может объяснить колебания  $\dot{\Omega}_c(t)$  пульсара PSR 0833-45 зокруг значения  $\bar{\Omega}_c(t) = -\frac{I_c}{I} \gamma$ .

5. Оценим теперь численное значение  $\Omega_0$ . Из (21) и (23) можно получить следующее выражение:

$$\Omega_0 = \omega_1 \left[ 1 - \frac{\tau}{\tau_0} \left( \frac{1}{\omega_1 \tau} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad \omega_1^2 = \frac{v_0^2}{I_s}, \quad (32)$$

где  $\tau \approx 1/a$ ,  $\tau_0 = 1/\gamma$ , и было учтено, что  $p \leq 1$ . Из формул (19) и (32) имеем:

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = l_0 \left( \frac{T}{\kappa \ln(b/a_0)} \right)^{1/2} \left( \frac{I_s}{I_s'} \right)^{1/2}, \quad (33)$$

где  $T$  -- период пульсара. Для вычисления значения  $T_1$  необходимо найти среднюю длину колеблющейся части вихря  $l_0$ . Она равняется

$$l_0 = \frac{\Delta R}{2} + R \sqrt{\Delta R / 2R} , \quad (34)$$

где  $\Delta R$  — толщина "Аеп"-фазы, а  $R$  — радиус звезды. Порядок соотношения  $I_s / I_s'$  оценим по следующей формуле:

$$\left( \frac{I_s}{I_s'} \right) = \frac{R^4 L_0}{(R_0^4 - r_0^4) l_0} . \quad (35)$$

Для модели нейтронной звезды с не слишком жестким уравнением состояния [16]:  $R \approx 10$  км,  $R_0 \approx 9.6$  км,  $r_0 \approx 9.2$  км. Тогда  $I_s / I_s' \approx 10$ , следовательно,  $T_1 \approx 30$  дней. Теперь мы можем оценить второе слагаемое в (32). Легко видеть, что  $\omega_1 \tau \gg 1$  и  $\tau / \tau_0 \approx 10^{-4}$ , следовательно  $\Omega_0 \approx \omega_1$ . Итак, колебания  $\dot{\Omega}_c(t)$  происходят с периодом  $T_0 = 2\pi / \Omega_0 \approx T_1$ . Отметим также, что  $\Omega_0 \tau \geq 100$ , что необходимо для наблюдения колебаний  $\dot{\Omega}_c$ .

Таким образом, затухающие синусоидальные колебания  $\dot{\Omega}_c(t)$ , наблюдавшиеся до и после восьмого скачка пульсара PSR 0833-45, могут быть объяснены колебаниями свободных частей вихрей в "Аеп"-фазе нейтронной звезды. Отметим также, что оценки значения  $T_0$  для других моделей нейтронных звезд дают величины порядка нескольких десятков дней, что удовлетворительно согласуется с наблюдениями квазипериодических колебаний и флуктуаций угловой скорости пульсаров [3].

Ереванский государственный университет,  
Армения

## QUASISINUSOIDAL OSCILLATIONS OF PULSARS' ANGULAR VELOCITY

D.M.SEDRAKIAN, K.M.SHAHABASSIAN, M.V.HAIRAPETIAN

The oscillations of pulsars' angular velocity is considered in this paper. The equation for the angular velocity and its derivative with the accounting for curvature of vortices is derived. It is shown, that this equation has a quasisinusoidal solution and the period of this oscillations is obtained. It is demonstrated, that the estimations

of the period's values for various models of neutron stars give magnitudes of several decade order, which is in the agreement with observations of quasiperiodical oscillations and fluctuations of pulsars' angular velocity.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Д.М.Седрамян, К.М.Шахабасян, УФН, 161, №7, 3, 1991.
2. A.G.Lyne, Phil. Trans. Roy. Soc. Lond. A., 341, 29, 1992.
3. J.M.Gardes, G.S.Downs, J.Krause-Polstorf, Astrophys.J., 330, 847, 1988.
4. P.M.McCulloch, P.A.Hamilton, D.McConnell, E.A.King, Nature, 346, 822, 1990.
5. M.A.Alpar, P.W.Anderson, D.Pines, J.Shaham, Astrophys.J., 276, 325, 1984.
6. M.A.Alpar, P.W.Anderson, D.Pines, J.Shaham, Astrophys.J., 278, 791, 1984.
7. P.V.Jones, Mon. Not. Roy. Astr. Soc., 246, 315, 1990.
8. А.Д.Седрамян, Д.М.Седрамян, ДАН, СССР, 320, №5, 1078, 1991.
9. А.Д.Седрамян, Д.М.Седрамян, ЖЭТФ, 102, 721, 1992.
10. Д.М.Седрамян, К.М.Шахабасян, А.Г.Мовсисян, Астрофизика, 21, 547, 1984.
11. Д.М.Седрамян, К.М.Шахабасян, А.Г.Мовсисян, Астрофизика, 22, 137, 1985.
12. Ю.К.Краснов, ЖЭТФ, 73, 348, 1977.
13. F.K.Lamb, D.Pines, J.Shaham, Astrophys.J., 225, 582, 1978.
14. F.G.Feibelman, Phys. Rev. Ser. D.4, 1589, 1971.
15. И.М.Халатников, Теория сверхтекучести. Наука, М., 1971.
16. R.V.Wirringa, V.Fiks, A.Fabrochini, Phys.Rev.C, 78, 1010, 1988.